

תקציר

המחקר עוסק בהצדקות ובהסברים בספרי מתמטיקה בישראל ובתרומת ספר הלימוד לעיצוב ההזדמנויות ללימודם בכיתה. הוא כולל שני חלקים. החלק הראשון בוחן את ההזדמנויות המוצעות לתלמידים בספרי לימוד לכיתה ז' בישראל ללמוד כיצד להצדיק ולהסביר אמירות מתמטיות. החלק השני בוחן באילו אופנים ספר הלימוד, יחד עם המורה והתלמידים, מעצבים את ההזדמנויות המוצעות בכיתות ז' בישראל ללמוד כיצד להצדיק ולהסביר.

חלק I חוקר את ההצדקות וההסברים המוצעים בספרי לימוד במתמטיקה לכיתה ז' ואת מהלכי ההצדקה – האופנים שבהם מסודרות ומאורגנות כל ההצדקות של אמירה מתמטית בספרי הלימוד. מקורות הנתונים כוללים את פרקי ספרי הלימוד המציגים עשר אמירות מתמטיות מרכזיות, בשמונה ספרי לימוד במתמטיקה לכיתה ז' (שניים בהיקף מצומצם, המיועדים לתלמידים בעלי הישגים נמוכים; שישה בהיקף רגיל/מורחב, המיועדים לכלל התלמידים). ניתוחים השוואתיים של מהלכי ההצדקה, לפי ספר הלימוד ולפי האמירה המתמטית, התמקדו בשלושה היבטים: (1) אורך המהלך – מספר ההצדקות המוצעים בספר לימוד לכל אמירה מתמטית; (2) מאפייני ההצדקות בכל מהלך – סוגי ההצדקה (מאפיין ברמת-על, לפי המסגרת של Stacey & Vincent, 2009) ואסטרטגיות ההצדקה (מאפיין תלוי-תוכן ותלוי אמירה); ו-(3) רצף – סדר הצגת ההצדקות בספר הלימוד.

חלק II חוקר את האופנים שבהם ספרי לימוד, יחד עם המורה והתלמידים, מעצבים את ההזדמנויות המוצעות בשיעורי מתמטיקה בכיתות ז' ללמוד להסביר ולהצדיק. חלק זה מורכב משני חקרי מקרה, שבכל אחד מהם מלמדת מורה מסוימת מתמטיקה בשתי כיתות ז' בעזרת אותו ספר לימוד. מקורות הנתונים כוללים תצפיות ב-14-11 שיעורים בכל אחת מארבע הכיתות לאורך שנת הלימודים (סה"כ 49 שיעורים) וראיונות עם כל מורה. ניתוחים השוואתיים של מהלכי ההצדקה, לפי מורה, כיתה, ואמירה מתמטית, התמקדו בשלושה היבטים: אורך המהלך, מאפייני ההצדקות בכל מהלך, והרצף.

הממצאים של חלק I מראים כי ספרי הלימוד שנותחו מציעים הצדקות לכל האמירות שנותחו (פרט לאמירה אחת בספר אחד). נמצאו הבדלים באורכי המהלכים – חלק מספרי הלימוד הציעו מהלכים ארוכים לאמירה מתמטית, בעוד ספרי לימוד אחרים הציעו מהלכים קצרים למדי. בנוסף, מהלכי ההצדקה לרוב הכילו סוגי הצדקה אמפיריים או דדוקטיביים, בעוד סוגי הצדקה חוץ-מתמטיים היו נדירים מאד.

שלושה סוגי הצדקה היו נפוצים במיוחד – סוג אמפירי (הדגמה בהתנסות) ושני סוגים דדוקטיביים (הסקה בעזרת מקרה פרטי/ כללי). עם זאת, נמצא הבדל בשכיחות של סוגים אלו בין נושאים מתמטיים שונים וכן בין ספרי לימוד המיועדים לאוכלוסיות שונות: (1) הסקה בעזרת מקרה כללי, סוג ההצדקה הקרוב ביותר להוכחה פורמלית, הוצע אך ורק בגיאומטריה, בעוד הסקה בעזרת מקרה פרטי (משמע, דוגמא גנרית) היה נפוץ בעיקר באמירות המערבות מניפולציות אלגבריות; ו-(2) הסקה בעזרת מקרה כללי היה שכיח יותר – בערך פי שלושה – בספרי לימוד בהיקף רגיל/מורחב לעומת ספרי לימוד בהיקף מצומצם. סדר ההופעה של שלושת סוגי ההצדקה הנפוצים היה דומה בין הספרים ברוב האמירות: מהלכים שכללו הן התנסות והן תהליך דדוקטיבי נטו להציע את הסוג האמפירי לפני

הדדוקטיבי, ומהלכים שכללו הסקה הן בעזרת דוגמה פרטית-גנרית והן בעזרת המקרה הכללי נטו להציע את המקרה הפרטי לפני הכללי.

אסטרטגיות ההצדקה נמצאו קשורות לסוגי ההצדקה, אם כי ההתאמה לא היתה חד-חד-ערכית. באלגברה, כמעט כל אחת מאסטרטגיות ההצדקה התאימה לסוג הצדקה יחיד בכל ספרי הלימוד שנותרו. בגיאומטריה, לעומת זאת, אסטרטגיות הצדקה הופיעו לעתים קרובות מספר פעמים במהלכי ההצדקה, בכל פעם עם סוגי הצדקה שונים.

הממצאים של חלק II מצביעים על תרומה רבה של ספר הלימוד לעיצוב מהלכי ההצדקה. ספר הלימוד היה המקור המרכזי להצדקות בכל הכיתות שנצפו, ומהלכי ההצדקה היו דומים למדי למהלכים שבספר הלימוד – הן במאפייני כל הצדקה והן בסדר שלהם – אם כי היו קצרים יותר מאשר בספר.

הממצאים מראים גם כי האופן שבו תפשו המורות את יכולות תלמידיהן מילא תפקיד משמעותי בבניית מהלכי ההצדקה בכיתות. המורות לא כללו הצדקות שנתפשו על ידי המורה כקשים מדי אם: (1) סוג ההצדקה היה *הסקה בעזרת מקרה כללי*, ו-(2) ההצדקה סומנה בספר הלימוד כמיועדת לתלמידים מתקדמים. בנוסף, סביבת לימודים רועשת בכיתות הקשתה על קיום דיונים ואף תרמה לשינוי סוג הצדקה מדדוקטיבי לאמפירי.

המחקר מתמקד בספרי לימוד הנמצאים כעת בשימוש ושמורים מלמדים בעזרתם, ומציף ומציג מאפיינים שאינם מובנים מאליהם: הוא ממפה את מהלכי ההצדקה המוצעים בספרי הלימוד לאמירות מתמטיות, ומאפיין הן את האמצעים המתמטיים שבהם נעשה שימוש והן את סוגי ההצדקה המתאימים. בנוסף, המחקר דן בתרומה של ספר הלימוד לעיצוב הלמידה של הצדקות והסברים בכיתות. מידע זה חשוב לחוקרים, למורים, למחברי ספרי לימוד, למפתחי חומרי הוראה, ולמקבלי החלטות.