

אשכול מדעים וחברה

יחידה רביעית: חישוב סיכויים

תוכן עניינים

סעיף 1: השערות וסיכויים	2
שערו ובדקו	2
שכיחות יחסית והסתברות	4
סוגי מאורעות וקו סיכוי	7
תרגילים	10
תוצאות שוות הסתברות	14
תרגילים	16
סעיף 2: טבלאות לחישוב הסתברויות	19
תרגילים	25

סעיף 1: השערות וסיכויים

שערו ובדקו

1. דני עובד בחנות אחרי הלימודים. בסוף כל יום הוא מקבל על עבודתו 100 ₪. יום בהיר אחד הציע בעל



החנות לדני: במקום לשלם לך כל יום 100 ₪, נגלגל בכל יום קוביית משחק, אם ייצא תקבל 400 ₪, אם ייצא מספר אחר (שונה מ-1) תקבל 20 ₪. א. מה דעתכם, כדאי לדני להסכים? רשמו את השערותכם ונמקו. כדי לעזור לדני להחליט ערכו [ניסוי](#).

יפתח יישומון "הטלת קוביות אונליין". במקום שכתוב מספר קוביות בחרו קובייה אחת. ואז הקישו על



גלגל קוביות ובדקו אם התקבל 1. חזרו על הניסוי עוד 9 פעמים ובדקו כמה פעמים מופיע לפי הניסוי שביצעתם מה תהיה המשכורת של דני בעשרת הימים אם הוא הסכים להצעה? מה תהיה משכורתו אם יסרב להצעה?

ב. סכמו את תוצאות הניסוי בזוגות. כלומר, תוצאות שלך ושל שכנך סה"כ 20 זריקות.

לפי 20 גלגולים: מה תהיה המשכורת של דני, אם הוא הסכים להצעה? מה תהיה משכורתו אם יסרב להצעה?

ג. סכמו את תוצאות הניסוי ברביעיות. כלומר, תוצאות של שני זוגות סה"כ 40 זריקות.

מה תהיה המשכורת של דני בסך כל הימים אם הוא הסכים להצעה? מה תהיה משכורתו אם יסרב להצעה?

ד. השוו עם ההשערה שרשמתם בסעיף א.

כיצד משפיעה הגדלת מספר הזריקות על מספר הפעמים שמתקבל 1? מה תוכלו לומר על היחס בין מספר הפעמים שמתקבל 1 לבין מספר הגלגולים של הקובייה?



היחס הזה מבטא את הסיכוי של דני לקבל 400 ₪. מה הסיכוי שלא יתקבל 1 בהטלת קובייה?

מאורע הוא קבוצת תוצאות בניסוי מסוים.

(בשאלה הקודמת המאורע הוא "**התקבל 1**" בזריקת קובייה).

המספר המבטא את הסיכוי לקבלת מאורע מסוים נקרא **הסתברות**

2. בארץ בוץ מתכונן המלך הרשע למלחמה בעוד כ- 20 שנה. בצבא של ארץ בוץ אין חיילות, ולכן המלך זקוק לחיילים רבים. הוא חוקק את החוק הבא: "בכל משפחה מותר שתיולד בת אחת לכל היותר. לכן, לאחר לידת בת במשפחה, אסור שייולדו במשפחה ילדים נוספים."

א. האם לדעתכם הצליח המלך בכוונתו להגדיל את מספר הבנים במדינה להקטין את מספר הבנות? רשמו את השערתכם ונמקו.

ב. כדי לבדוק את ההשערה נצא מהנחה שבכל שנה $\frac{1}{2}$ ממספר הלידות במדינה הן לידות של בנים ו- $\frac{1}{2}$ לידות של בנות.

נניח גם שלא מצטרפות יולדות חדשות לרשימה, נניח שכאשר נולד בן האשה יולדת גם בשנה שאחריה, ונניח שבשנה הראשונה לאחר צאת החוק, היו 1000 יולדות. השלימו את הטבלה: (אם המספר אינו מתחלק ב- 2 חלקו בערך.)

מספר השנה	מספר לידות	מספר הבנים שנולדו	מספר הבנות שנולדו
1	1000	500	500
2	500	250	250
3			

ג. האם המלך הרשע הצליח בכוונתו להגדיל את מספר הבנים ולהקטין את מספר הבנות?

3. שער ונמקו. בהמשך הלימוד נבדוק השערות אלה.

א. איילת וחגית זרקו כל אחת חמש פעמים קוביית משחק רגילה. איילת קיבלה 3 פעמים שש ואילו חגית לא קיבלה שש בכלל.

כל אחת מהן עומדת לזרוק פעם נוספת את הקובייה.

האם לאחת משתייהן סיכוי גדול יותר לקבל שש?

אם כן, ציינו למי והסבירו. אם לא, הסבירו.

ב. במשפחה שלושה בנים והאם בהריון.

איזה סיכוי גדול יותר לדעתך, שייולד בן, שתיולד בת, או שהסיכוי לבן

ובת שווה? נמקו.

ג. מגלגלים שתי קוביות משחק.

שחקן אחד מנצח אם כל אחת משתי הקוביות תראה אותו מספר נקודות, והשחקן השני ינצח אם כל

קובייה תראה מספר נקודות שונה. האם המשחק הוגן? נמקו.

ד. מטילים שתי מטבעות של שקל.

נעמי מנצחת אם על שתי המטבעות יתקבל 1 או שעל שתיהן יתקבל עץ.

יעל מנצחת אם אחת המטבעות יתקבל 1 ועל האחרת עץ. האם המשחק הוגן? נמקו.



4. א. 12 תלמידים מכיתה י' הצליחו במבחן במתמטיקה ו- 15 תלמידים מכיתה י'2 הצליחו במבחן הזה. האם תוכלו לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר?
- ב. בכיתה י'1 לומדים 15 תלמידים ובכיתה י'2 לומדים 30 תלמידים. קבעו כעת באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר.
- ג. - מה הסיכוי שאם נבחר שם של תלמיד מרשימת תלמידי י'1 השם יהיה של תלמיד שהצליח במבחן?
 - מה הסיכוי שאם נבחר שם של תלמיד מרשימת תלמידי י'2 השם יהיה של תלמיד שהצליח במבחן?

כדי לקבוע הסתברות של מאורע לא מספיק לדעת מה השכיחות שלו, אלא יש לחשב את השכיחות היחסית של המאורע.

שכיחות יחסית והסתברות

5. בטבלה מופיעים מספרי העולים לפי יבשת מוצא בשנת 2016.
- א. השלימו את טור השכיחות היחסית. (איזה חלק מהעולים בשנת 2016 עלו מהיבשת או מחלק היבשת הרשומה בטור הימני.)

יבשת או חלק מיבשת	מספר עולים	שכיחות יחסית באחוזים
מזרח אירופה	14878	55%
מערב אירופה	6230	23%
צפון אמריקה	3386	
מרכז ודרום אמריקה	1366	
ארצות ערב באפריקה	69	
שאר אפריקה	383	
ארצות ערב באסיה	35	
שאר אסיה	140	
אוקיאניה	164	
אחרות	249	
סה"כ	26,900	

- ב. אם נבחר שם של עולה מרשימת העולים בשנת 2016 מה הסיכוי שהוא עלה מארצות ערב שבאסיה?
- ג. אם נבחר שם של עולה מרשימת העולים בשנת 2016 מה הסיכוי שהוא עלה ממזרח אירופה?
- ד. אם נבחר שם של עולה מרשימת העולים בשנת 2016 מה הסיכוי שהוא עלה ממדינה כלשהי ביבשת אירופה?
- ה. אם נבחר שם של עולה מרשימת העולים בשנת 2016 מה הסיכוי שהוא עלה ממדינה כלשהי **שאיננה** ביבשת אירופה?

במצבים מסוימים מחשבים הסתברות באמצעות שכיחות יחסית.

6. בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל.

150,000	18000	15000	6400	5000	4200	3400	3000	משכורת חודשית בש"ח
1	2	1	5	8	2	4	2	שכיחות (מספר עובדים)

א. כמה עובדים יש במפעל בסך-הכל?

שם של עובד נבחר באקראי מרשימת העובדים.

ב. מה ההסתברות שמשכורתו מעל 4000 ₪ ?

ג. מה ההסתברות שמשכורתו מתחת ל- 4000 ₪?

ד. מה ההסתברות שמשכורתו בין 4000 ₪ ל- 7000 ₪?

ה. חשבו את סה"כ סכום המשכורות שמשולם במפעל.

ו. מה ממוצע המשכורות במפעל?

האם לדעתך, הממוצע מתאר טוב את שכר העובדים במפעל? הסבירו.

ז. מה ההסתברות שמשכורתו של עובד, ששמו נבחר באקראי מרשימת העובדים, תהיה מתחת לממוצע?

ח. מהו החציון של המשכורות במפעל? ומה השכיח של המשכורות?

ט. איזה מהמדדים המרכזיים מתאר טוב את המשכורות במפעל?

7. באוכלוסיה של מדינה מסוימת, ההסתברות שלאדם יהיה סוג דם A היא 0.36. בודקים 10,000 אנשים. לכמה מהם בערך, יש סוג דם A?

לפעמים מבצעים ניסוי כדי לחשב סיכויים (בשאלה 1 ביצעתם ניסוי) לפעמים יש להשתמש בנתונים סטטיסטיים (שאלה 5 או 6) ולפעמים ניתן לחשב מה ההסתברות ללא ניסוי.



למשל, בהנחה שמשחקים בקוביית משחק הוגנת, יודעים מראש שההסתברות שבהטלת הקובייה יצא 1 היא $\frac{1}{6}$.



8. בכל סעיף קבעו אם כדי לחשב סיכויים יש לבצע ניסוי, להיעזר בנתונים, או שניתן לחשב סיכויים ללא ניסוי ונתונים.

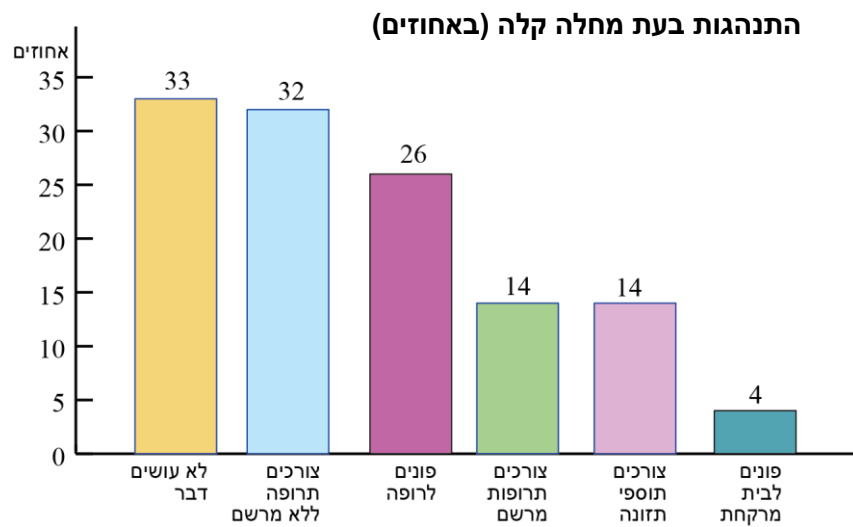
א. הסיכוי שנעץ ייפול כשהחוד כלפי מעלה כשמפילים אותו על הרצפה.

ב. הסיכוי לזכות בפרס הגדול במפעל הפיס.

ג. הסיכוי להוציא מבלי להסתכל פתק עליו רשום "פרס", מתוך קופסה שבה עשרה פתקים, שרק על אחד מהם רשומה המלה "פרס".

ד. הסיכוי לקבל 6 כשמטילים קוביית משחק.

9. במדינת היפוכונד ערכו סקר כדי לבדוק כיצד מתנהג אדם כשהוא חולה במחלה קלה. (הנשאלים יכלו לענות לכל היותר שתי תשובות).



- א. סכמו את האחוזים והסבירו מדוע התוצאה גדולה מ-100%.
- ב. מה ההסתברות למצוא ברשימת הנשאלים אדם שתשובתו הייתה "איני עושה דבר"?
- ג. מה ההסתברות למצוא ברשימת הנשאלים אדם שתשובתו היו "אני צורך תרופות עם או בלי מרשם"?

סוגי מאורעות וקו סיכוי

10. ירון מטיל קוביית משחק רגילה ומתכנן כך:

אם יצא 6 אלך לשחק כדורגל.

אם יצא מספר קטן מ-6 אלך לקולנוע.

אם יצא מספר גדול מ-6 אכין שיעורי בית.

רשמו ליד כל אחד מהמאורעות הנ"ל אם הוא יכול לקרות, או שהוא בלתי אפשרי.

מאורע נקרא **מאורע וודאי** אם הוא חייב לקרות.

מאורע נקרא **מאורע בלתי אפשרי** אם הוא לא יכול לקרות.

מאורע נקרא **מאורע אפשרי** אם יש אפשרות שהוא יקרה, אך אינו חייב לקרות.

11. שמים בקופסה 3 כדורים לבנים, ו-3 כדורים כחולים.

מוציאים מהקופסה, בלי להסתכל, ארבעה כדורים בזה אחר זה (לא מחזירים לאחר כל הוצאה).

רשמו ליד כל מאורע אם הוא אפשרי, בלתי אפשרי, או וודאי.

א. לכל ארבעת הכדורים אותו צבע.

ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים כחולים.

ג. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.

ד. בין ארבעת הכדורים אין אף כדור לבן.

ה. שלושה מארבעת הכדורים הם באותו צבע.

12. מגלגלים קובייה אחת פעמיים וכותבים מספר דו-ספרתי ממספר הנקודות שהתקבלו. מספר הנקודות

המתקבל בהטלה הראשונה הוא ספרת העשרות, ומספר הנקודות בהטלה השנייה הוא ספרת האחדות

א. רשמו שני מאורעות ודאיים. ב. רשמו שני מאורעות אפשריים. ג. רשמו שני מאורעות בלתי אפשריים.

כפי שלמדתם הערכים של שכיחות יחסית הם מ-0 ועד 1, לכן גם ערכי ההסתברות הם מ-0 ועד 1.

ההסתברות של מאורע וודאי שווה ל-1

ההסתברות של מאורע בלתי אפשרי שווה ל-0

בכל מקרה אחר ההסתברות היא בין 0 ל-1.



13. על מדף בספרייה 90 ספרים. 3 מהספרים הם בעברית, והשאר ספרים באנגלית, בוחרים באקראי ספר מהמדף.
א. מה ההסתברות שהוא ספר באנגלית?
ב. רשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי, ודוגמה למאורע בלתי אפשרי.

14. רושמים על כל פתק מספר תלת-ספרתי שאפשר להרכיב מהספרות 1, 2, 5 (כל ספרה פעם אחת) מניחים את הפתקים בקופסה.
א. רשמו את כל המספרים האפשריים.
כמה מספרים קיבלתם?
ב. מהי ההסתברות להוציא את המספר 125?
ג. מהי ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-5?
ד. מהי ההסתברות להוציא מספר שסכום ספרותיו 8?
ה. מהי ההסתברות להוציא מספר זוגי? להוציא מספר אי-זוגי 2?
ו. מהי ההסתברות להוציא מספר ראשוני?
ז. רשמו מאורע שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.

15. על 60 פתקים רשומים המספרים 1, 2, 3 בלבד.

- בכל סעיף, תארו מצב מתאים.
א. תארו מצב בו ההסתברות לקבל 1 תהיה $\frac{1}{2}$? הסבירו.
ב. תארו מצב בו ההסתברות לקבל 2 תהיה $\frac{1}{4}$? הסבירו.
ג. תארו מצב בו ההסתברות לקבל 3 תהיה $\frac{1}{3}$? הסבירו.
ד. תארו מצב בו ההסתברות לקבל 1 תהיה $\frac{1}{5}$? הסבירו.

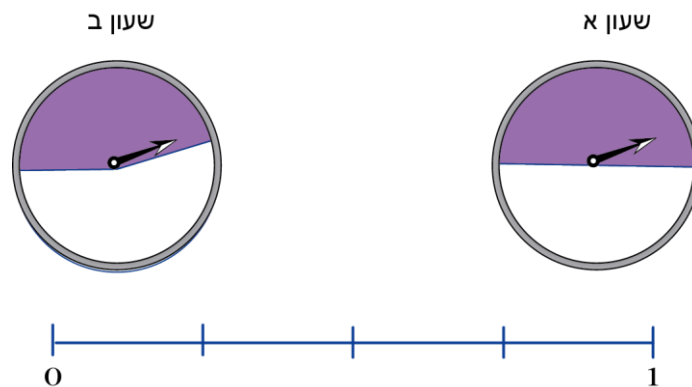
נשרטט קטע שייצג ערכי הסתברות. קטע כזה נקרא **קו סיכוי**.



16. סמנו את האות המציינת את המאורע במקום המתאים על קו הסיכוי.

- א. שמים קוביית קרח על שולחן בקיץ והיא תימס.
ב. ייצא 1 כשנסובב סביבון חנוכה.
ג. התינוק הבא שיוולד בבית חולים קפלן יהיה בן.
ד. חתול יחיה חודש בלי מים.

17. מסובבים את המחוג בכל אחד מהשעונים המשורטטים. סמנו בערך על קו הסיכוי את ההסתברות שהמחוג יעצור באזור הצבוע בכל אחד משני השעונים.



18. בקופסה 100 פתקים 99 לבנים ואחד אדום. מוציאים מבלי להסתכל שני פתקים.

אמדו את ההסתברות וסמנו בערך את הסעיף המתאים על קו הסיכוי

א. להוציא שני פתקים לבנים.

ב. להוציא פתק אחד לבן והשני אדום.

ג. להוציא שני פתקים אדומים.



19. לכל אדם יש אחד מארבעת סוגי הדם: A, B, AB, O.

באוכלוסייה מסוימת יש ל- 38% סוג דם A, ל- 19% סוג דם B, ל- 8% סוג דם AB ול- 33% סוג דם O.

א. מה ההסתברות שלתורם שבא לתורם דם יש סוג דם A או B?

ב. מה ההסתברות שלתורם שבא לתורם דם יש סוג דם B או AB?

ג. מה ההסתברות שלתורם שבא לתורם דם יש סוג דם A או O.

כדי לענות על סעיפי השאלה ודאי חיברתם הסתברויות (או אחוזים).

לא תמיד נכון לחבר הסתברויות כשרוצים לחשב הסתברות של מאורע A או מאורע B.

נדגים בשאלה הבאה:

20. בתוך שקית נמצאים פתקים עליהם רשומים מספרים מ-1 עד 40.

מוציאים פתק מבלי להסתכל.

א. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-9?

א. מה ההסתברות להוציא מספר זוגי?

ב. ליאת חישה את ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-9 או מספר זוגי על-ידי חיבור ההסתברויות



שחישה בסעיפים א ו- ב: $\frac{1}{2} + \frac{4}{40}$ האם היא צודקת? הסבירו.

ג. האם יש מספרים המתאימים לשתי הדרישות שציינה ליאת? כמה?

ד. חשבו את ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-9 או מספר זוגי.



מאורעות זרים הם שני מאורעות שאינם מכילים תוצאות אפשריות משותפות. (כמו בשאלה של סוגי הדם).
כאשר מאורעות A ו-B זרים זה לזה, ההסתברות שיקרה A או B שווה לסכום ההסתברויות.

בשאלה הקודמת 18 ו-36 הם מספרים זוגיים המתחלקים ב-9, ולכן המאורעות אינם זרים.

תרגילים



21. מגלגלים קוביית משחק רגילה. עמית יזכה בנקודה אם על הקובייה מתקבל מספר זוגי. עידו יזכה בנקודה אם על הקובייה מתקבל מספר אי-זוגי. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?



22. מגלגלים שתי קוביות משחק. שחקן A ינצח אם על שתי הקוביות מתקבל אותו מספר. שחקן B ינצח אם על שתי הקוביות מתקבלים מספרים שונה. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק? הסבירו.

23. בטבלה מופיע אחוז אוכלוסייה לפי גיל בישראל בשנת 2013.

קבוצת גיל	0-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	מעל 65
אחוז של אוכלוסייה	25.2%	15.2%	14.2%	12.8%	10%	9.1%	13.5%

- מה ההסתברות לבחור שם ממרשם התושבים והשם יהיה של תושב שגילו פחות מ-25 שנים?
- מה ההסתברות לבחור שם ממרשם התושבים והשם יהיה של תושב שגילו יותר מ-25 שנים?
- מתוך אוכלוסייה של 3,000,000 תושבים כמה תושבים הם בני 25 עד 65?



24. הקישו:

- הקישו על new spinner ובחרו בספינר שבתמונה משמאל.
- שערו כמה פעמים בערך, יעצור המחוג באזור הצהוב אם נסובב את הספינר 12 פעמים? שערו כמה פעמים בערך, יעצור המחוג באזור האדום אם נסובב את הספינר 12 פעמים? בדקו על ידי הקשה על spin 12 פעמים. האם התקבלו תוצאות כפי שציפיתם? הסבירו.
- ואם תסובבו את הספינר 60 פעמים? שערו כמה פעמים בערך, יעצור המחוג באזור הצהוב אם נסובב את הספינר 60 פעמים? שערו כמה פעמים בערך, יעצור המחוג באזור הצהוב אם נסובב את הספינר 60 פעמים? בדקו על ידי הקשה על spin 60 פעמים. האם התוצאות קרובות יותר לציפיות שלכם? הסבירו.

25. ביישוב מסוים ספרו את מספר הילדים בכל משפחה, וריכזו את התוצאות בטבלת השכיחויות הבאה.

5	4	3	2	1	מספר ילדים במשפחה
10	25	40	20	5	שכיחות (מספר משפחות)

א. כמה משפחות ביישוב?

ב. חשבו את מספר הילדים הממוצע למשפחה.

בחרים משפחה באקראי.

ג. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יהיו 3 ילדים.

ד. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה מספר הילדים יהיה נמוך מהממוצע?

ה. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה מספר הילדים יהיה גבוה מהממוצע?

ו. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יהיו 6 ילדים?

26. קובי הטיל מטבע של שקל פעמים רבות. מתוכן, 96 פעמים התקבל המספר 1. כמה פעמים בערך הטיל קובי את המטבע?

27. מגלגלים קוביית משחק רגילה. בכל סעיף, רשמו שני מאורעות מתאימים להסתברות הנתונה.

א. ההסתברות $\frac{1}{2}$ ב. ההסתברות 0 ג. ההסתברות $\frac{1}{3}$ ד. ההסתברות 1



28. מגלגלים קוביית משחק רגילה. בכל סעיף רשמו דוגמה למאורע מתאים.

א. בלתי אפשרי ב. ודאי ג. ההסתברות $\frac{1}{2}$

29. על קוביית משחק מופיעים רק שני מספרים 1 ו-2.

מגלגלים את הקובייה 100 פעמים, 63 פעמים התקבל המספר 1, ו-37 המספר 2.

על כמה מפאות הקובייה מופיע המספר 1? ועל כמה פאות המספר 2?

30. הטבלה מתארת את שכיחות הגבהים בקבוצה בת 100 תלמידים.

173 - 177.9	178 - 182.9	183 - 187.9	גובה בס"מ
30	50	20	שכיחות (מספר תלמידים)

תלמיד נבחר באקראי מתוך הקבוצה.

א. מה ההסתברות שגובהו פחות מ-178 ס"מ?

ב. מה ההסתברות שגובהו 178 ס"מ או יותר?

ג. מה ההסתברות שגובהו פחות מ-188 ס"מ?

31. אנה עולה חדשה. היא לומדת עברית ובמקרים רבים מתלבטת בין ח ל- כ. יש לה הרגשה שהאות ח' שכיחה יותר ולכן בכל מקרה שיש לכתוב ח או כ היא כותבת ח.

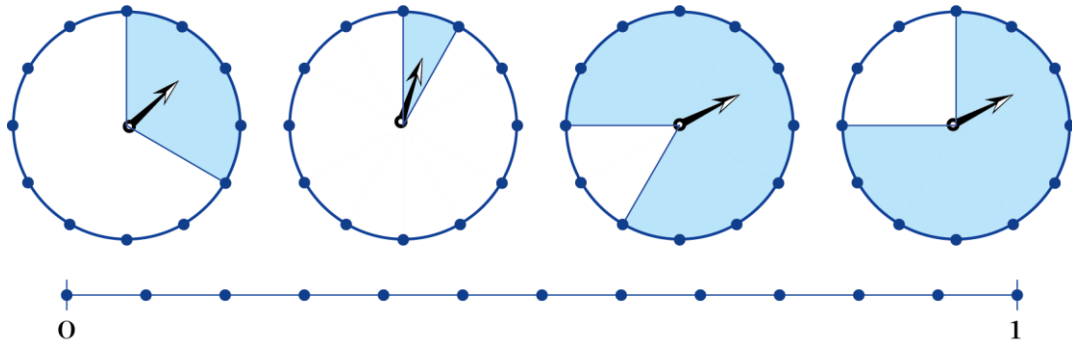
בחרו דף בספר או עיתון וסמנו בו 20 שורות. ספרו ורשמו כמה פעמים מופיע כ בשורות אלה וכמה פעמים מופיע ח.

נניח שהקטע שבחרתם מייצג שכיחות של הופעת ח ו- כ.

- חשבו את השכיחות היחסית של הופעת ח בשורות האלה.

- מה ההסתברות של אנה לטעות אם היא כותבת ח בכל מקרה?

32. מסובבים את מחוגי השעונים ובודקים אם המחוג נעצר באזור הצבוע.



רשמו את האות המציינת את הסעיף במקום המתאים על קו הסיכוי.

33. מטילים מטבע 1000 פעמים.

סמנו בערך, על קו הסיכוי את סעיפי המאורעות הבאים.



א. ייצא 1000 פעמים עץ.

ב. ייצא 1010 פעמים עץ.

ג. יצא יותר מ- 450 ופחות מ- 550 פעמים עץ.

ד. יצא 500 פעמים עץ.

ה. ייצא בין 850 ל- 950 פעמים עץ.

ו. לא יצא אף פעם עץ.

34. בקופסה 5 כדורים בשני צבעים. מבצעים את הניסוי הבא 1000 פעמים.

מוציאים כדור מבלי להסתכל, רושמים את צבעו ומחזירים לקופסה.

התקבלו התוצאות הבאות:

כדור שחור הופיע 756 פעמים

כדור לבן הופיע 244 פעמים.

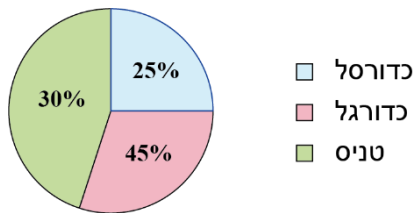
קבע כמה כדורים לבנים וכמה כדורים שחורים בקופסה.

35. נערך סקר בו נשאלו אנשים איזה שוקולד אהוב עליהם. להלן התפלגות תשובותיהם.



- מה ההסתברות שאם נבחר שם מרשימת הנשאלים הוא מעדיף שוקולד מריר?
- מה ההסתברות שאם נבחר שם מרשימת הנשאלים הוא אינו מעדיף שוקולד מריר?
- מה ההסתברות שאם נבחר שם מרשימת הנשאלים הוא מעדיף שוקולד חלב, או שוקולד מריר?

36. דיאגרמת העוגה מראה העדפות תלמידים לגבי משחקי כדור



- בבית-ספר כדורה.
- מה ההסתברות לבחור תלמיד המעדיף טניס?
- מה ההסתברות לבחור תלמיד מביה"ס כדורה, שאינו מעדיף כדורגל?
- מה ההסתברות לבחור תלמיד מביה"ס כדורה, המעדיף אחד משני המשחקים: טניס או כדורגל.

37. מסובבים סביבון בו יש 4 פאות עליו מופיעות האותיות נ, ג, ש, ט.

חשבו את ההסתברות ורשמו את האות המציינת את הסעיף במקום המתאים על קו הסיכוי.



- יצא נ.
- לא יצא נ.
- יצא נ, או ט.
- יצא ש.
- לא יצא ש.

תוצאות שוות הסתברות



1. בתוך שקית נמצאים 3 כדורים לבנים, 2 כדורים אדומים, ו- 5 כדורים כחולים.

מוציאים מבלי להסתכל, כדור אחד.

א. לאיזה מאורע סיכוי גדול יותר, להוציא כדור לבן, או להוציא כדור אדום?

ו. לאיזה מאורע סיכוי גדול יותר, להוציא כדור כחול, או להוציא כדור שאיננו כחול?

ז. לאיזה מאורע סיכוי גדול יותר, להוציא כדור לבן, או להוציא כדור שאיננו אדום?

2. המורה ביקשה לחשב מה ההסתברות שאם מטילים בהטלה אחת שתי מטבעות אחת של 5 שקלים

והשנייה של 10 שקלים, על האחת יופיע מספר ועל השנייה תופיע תמונה.

נדב רשם את קבוצת התוצאות האפשריות כך:

{על שתי המטבעות מספר, על שתי המטבעות תמונה, על מטבע אחת מספר ועל המטבע האחרת תמונה}

נדב טען: ההסתברות שעל אחת המטבעות יופיע מספר ועל השנייה תופיע תמונה היא $\frac{1}{3}$.

יעל רשמה את קבוצת התוצאות האפשריות כך:

{(5, 10); (תמונה, תמונה); (10, תמונה); (5, תמונה)}

יעל טענה: שההסתברות שעל אחת המטבעות יופיע מספר ועל השנייה תופיע תמונה היא $\frac{1}{2}$.

דונו בשאלה הבאה:

גם נדב וגם יעל רשמו את כל התוצאות האפשריות, אז כיצד הגיעו למסקנות שונות?



אוסף כל התוצאות האפשריות בניסוי, במשחק, נקרא **מרחב המדגם**
של התוצאות האפשריות.

כשרושמים את מרחב המדגם לצורך חישוב הסתברות, חשוב לרשום את כל התוצאות האפשריות כתוצאות שוות הסתברות.

ההסתברות של מאורע = מספר כל התוצאות האפשריות

מספר תוצאות במאורע A

כאשר כל התוצאות שוות הסתברות.

3. מגלגלים קוביית משחק שעל אחת מפאותיה רשום המספר 1, על שתיים מפאותיה רשום המספר 2, ועל

שלוש הפאות האחרות רשום המספר 3.

נועה רשמה את מרחב המדגם כך: $\{1, 2, 3\}$

איילת רשמה את מרחב המדגם כך: $\{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$

א. מי משתי הבנות רשמה את מרחב המדגם באופן המתאים לחישוב הסתברויות?

ב. מה ההסתברות לקבל 2?

ג. מה ההסתברות לא יתקבל 2?

4. א. השלימו רישום של 8 האפשרויות במרחב מדגם של משפחה שיש בה שלושה ילדים.

בכור אמצעי צעיר בכור אמצעי צעיר בכור אמצעי צעיר

(בן, בן, בן); (בן, בן, בת); (בן, בת, בן);

בסעיפים הבאים היעזרו ברישום מרחב המדגם.

ב. חשבו הסתברויות של המאורעות הבאים:

A: הבכור הוא בן

B: רק הבכור הוא בן.

C: במשפחה שתי בנות ובן.

D: במשפחה לפחות בן אחד.

ג. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתוארים שני מאורעות, בדקו אם ההסתברויות שוות ואם לא לאיזה

מאורע הסתברות גדולה יותר, ונמקו.

(i) מאורע א: במשפחה שני בנים, מאורע ב: במשפחה שלושה בנים.

(ii) מאורע א: במשפחה שני בנים, מאורע ב: במשפחה בן אחד.

(iii) מאורע א: במשפחה לפחות 2 בנים, מאורע ב: במשפחה לכל היותר 2 בנים.

5. א. נניח כי ההסתברות לעבור מבחן תיאוריה בנהיגה באמצעות ניחוש התשובות היא 0.1. מה ההסתברות להיכשל במבחן אם פותרים באמצעות ניחוש?
 ב. נניח שההסתברות לחלות כתוצאה מאכילת חומוס במסעדה בישראל היא 0.02. מה ההסתברות לאכול חומוס במסעדה בישראל ולא לחלות כתוצאה מכך?
 ג. במפעל מסוים מקבלים 80% מהעובדים שכר של 6000 ₪ או פחות. מה ההסתברות לבחור באקראי שם של עובד מרשימת עובדי המפעל ששכרו מעל 6000 ₪?
 בכל אחד מסעיפי השאלה הקודמת מצאת הסתברות של מאורע המשלים את המאורע שהסתברותו נתונה.

מאורע משלים למאורע נתון, מכיל את כל התוצאות האפשריות במרחב המדגם שאינן

נמצאות במאורע הנתון.

אם הסתברות של מאורע נתון היא p אז הסתברות המאורע המשלים שלו היא $1-p$

6. לכל אדם יש אחד מארבעת סוגי הדם: A, B, AB, O. במדינה מסוימת ל- 38% מהאוכלוסייה סוג הדם הוא A, ל- 19% סוג הדם הוא B ול- 8% סוג הדם הוא AB.
 א. לכמה אחוזים מהאוכלוסייה סוג הדם הוא O?
 ב. בעלי סוג דם A יכולים לקבל תרומת דם מבעלי סוג דם A או O.
 מה ההסתברות, שתורם מקרי יוכל לתרום לפצוע שסוג הדם שלו A?
 ג. בעלי סוג דם B יכולים לתרום דם לבעלי סוג דם B ו- AB.
 מה ההסתברות שתורם בעל סוג דם B יוכל לתרום דם לפצוע מקרי?

תרגילים

7. רושמים על פתקים את המספרים מ- 1 עד 50. מניחים את הפתקים בסל, מערבבים ומוציאים מספר מבלי להסתכל.
 א. מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 1?
 ד. מה ההסתברות להוציא מספר קטן מ- 30?
 ה. מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 20 וקטן מ- 31?
 ו. מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 0?
 ז. מה ההסתברות להוציא מספר קטן מ- 100?
 ח. מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 40?
 ט. מה ההסתברות להוציא מספר זוגי?
 י. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב- 3?
 יא. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב- 3 וגם ב- 2?
 יב. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב- 50?



8. מגלגלים קוביית משחק רגילה.

א. מה ההסתברות לקבל מספר נקודות המתחלק ב-3?

יג. רשמו מאורע שההסתברות שלו $1/2$.

יד. רשמו מאורע שההסתברות שלו 1.

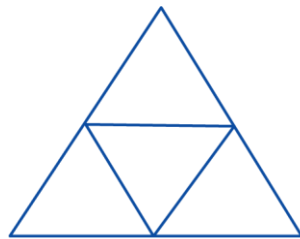
טו. רשמו מאורע שההסתברות שלו 0.

טז. האם קיים מאורע שההסתברות שלו $1/4$? אם כן רשמו אותו, אם לא, הסבירו.

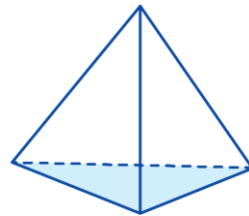
יז. האם קיים מאורע שההסתברות שלו $2/3$? אם כן רשמו אותו, אם לא, הסבירו.

9. מטילים מטבע של שקל לא מאוזנת. ההסתברות שייצא עץ היא 0.4. מה ההסתברות שייצא 1?

10. לפניך שרטוט ל פירמידה משולשת משוכללת ופריסה שלה.



פריסה



הפירמידה

א. רשמו על אחת הפאות של הפריסה את המספר 1, על שתי פאות את המספר 2, ועל פאה אחת את המספר 3.

ב. מגלגלים את הפירמידה ובודקים מה המספר הרשום על הפאה למטה (שעליה הפירמידה מונחת).

- מה ההסתברות שהפירמידה תיפול על פאה עליה רשום 1?
- מה ההסתברות שהפירמידה תיפול על פאה עליה רשום מספר גדול מ-1?
- מה ההסתברות שהפירמידה תיפול על פאה עליה רשום מספר זוגי?
- מה ההסתברות שהפירמידה תיפול על פאה עליה רשום מספר שונה מ-3?

11. מגלגלים קוביית משחק מאוזנת, עליה רשומים המספרים 1, 2, ו-3.

ההסתברות שבהטלת הקובייה יתקבל 1 היא $1/2$.

ההסתברות שבהטלת הקובייה יתקבל 2 היא $1/6$.

א. מה ההסתברות שבהטלת הקובייה יתקבל 3?

ג. על כמה פאות מופיע כל אחד מהמספרים?

12. בוחרים משפחה בה שני ילדים.

א. רשמו את מרחב המדגם של בנים בנות במשפחה, כך שניתן יהיה לחשב באמצעותו הסתברויות.

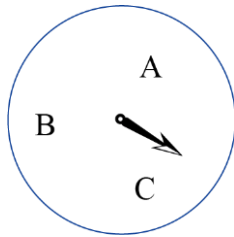
ד. מה ההסתברות שבמשפחה שני בנים?

ה. מה ההסתברות שבמשפחה יהיו בן ובת?

ו. מה ההסתברות שהבכור הוא בן וצעירה בת?

13. במשפחה שני בנים והאם בהריון.

מה ההסתברות שיוולד בן שלישי?



14. שעון מחולק לשלושה אזורים, לא שווים: A, B, ו-C.

נתון כי ההסתברות שהמחוג יעצור באזור A היא 0.2.

ההסתברות שהמחוג יעצור באזור B היא 0.5.

א. מה ההסתברות שהמחוג יעצור באזור C?

ב. חלקו בערך, את השעון לאזורים לפי ההסתברויות.

15. שניים מהתלמידים איילת, בני, גליה, דן, והילה יוגרלו להשתתף במשלחת לכנס שיתקיים ביוון.

א. רשמו את מרחב המדגם של כל הזוגות האפשריים מתוך חמשת התלמידים. (רשמו רק אות ראשונה של השם)

{א, ב, א, ג, ...}

ב. מה ההסתברות שדן והילה יהיו במשלחת?

ג. מה ההסתברות שאיילת תהיה במשלחת?

ד. מה ההסתברות שגליה לא תהיה במשלחת?

ה. מה ההסתברות שתהיינה במשלחת שתי בנות?

16. רושמים על פתקים את כל המספרים בני שלוש ספרות שונות (גדולים מ-100) שניתן ליצור מהספרות 1,

2, ו-0. את הפתקים מניחים בסל ומוציאים פתק מבלי להסתכל.

א. כמה מספרים כאלה קיימים?

ב. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-5?

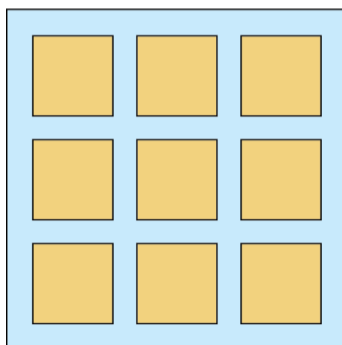
ג. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-3?

ד. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-2?

ה. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-67?

ו. מה ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-9?

כרטיס הגרלה



17. בפיצרייה "פיץ" מקבלים עם כל קנייה של פיצה משפחתית כרטיס הגרלה.

מגרדים משבצת, אם רשום בה מוצר כלשהו מקבלים אותו בחינם.

על 2 משבצות רשום מיץ, על משבצת אחת רשום גלידה, ועל 3

משבצות נוספות רשום סוכריה. (על שאר המשבצות רשום "נסה בפעם הבאה").

א. מה ההסתברות לקנות פיצה משפחתית ולזכות בגלידה?

ב. מה ההסתברות לקנות פיצה משפחתית ולזכות בסוכריה?

ג. מה ההסתברות לקנות פיצה משפחתית ולא לזכות כלל?

סעיף 2: טבלאות לחישוב הסתברויות

1. מגלגלים שתי קוביות משחק רגילות. כמה תוצאות אפשריות שוות הסתברות, קיימות?
לעיתים קשה לרשום את כל התוצאות האפשריות שוות ההסתברות, בשורה ויש לחפש צורות אחרות כדי לרשום אותן באופן שיהיה נוח לחשב הסתברויות.
למשל, במקרה של הטלת שתי קוביות ניעזר בטבלה.



2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ומחשבים את ההפרש בין מספר הנקודות שעל שתי הקוביות (מספר הנקודות הגדול פחות מספר הנקודות הקטן יותר).
א. שערך לאיזה הפרש הסתברות גדולה ביותר?

ב. [הקישו](#):

ובחרו מספר קוביות: 2

הקישו על גלגל קוביות ורשמו את ההפרש שהתקבל (בין המספר הגדול לקטן).

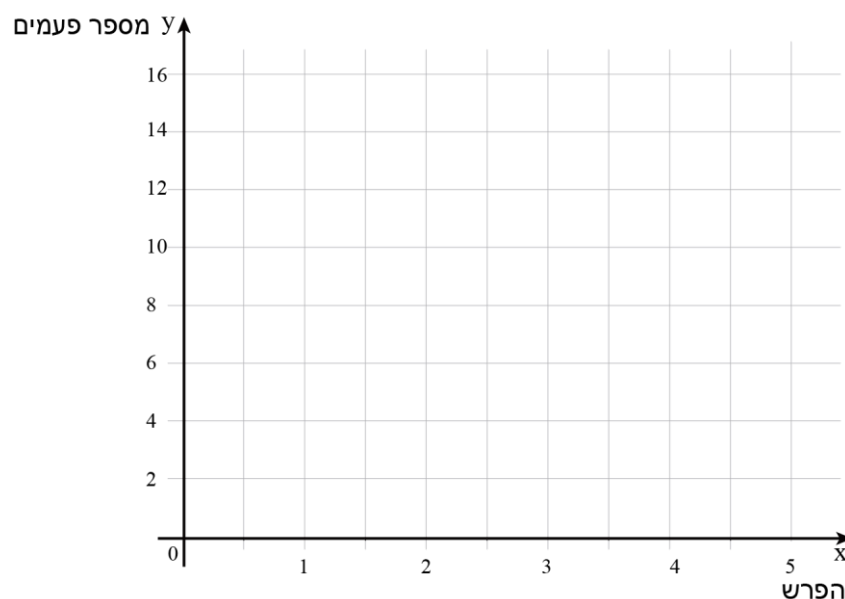
חזרו על גלגול הקוביות 20 פעם.

איזה הפרש התקבל מספר רב ביותר של פעמים?

בדקו אצל שכנים, וחברו את התוצאות שקיבלתם עבור ההפרשים.

איזה הפרש התקבל מספר רב ביותר ב- 40 גלגולים?

שרטטו דיאגרמת עמודות שתציג את השכיחות של ההפרשים שהתקבלו ב- 40 גלגולים של הקוביות.



ג. כדי להסביר איזה הפרש התקבל מספר גדול ביותר של פעמים, וכדי לחשב הסתברויות נרשום בטבלת ההפרשים את מרחב המדגם כתוצאות שוות ההסתברות: השלימו את טבלת ההפרשים.

הפרש						
	0					
		1				
					2	
						
						
	5					

- ד. כמה משבצות בטבלה? נמקו.
- ה. הסבירו באמצעות הטבלה, את תוצאות הניסוי שביצעתם.
- ו. כשמטילים את שתי קוביות המשחק:
- מה ההסתברות שיתקבל הפרש 1?
 - מה ההסתברות לקבל 0?
 - האם יש הפרש שונה מ-0 שההסתברות לקבלו שווה להסתברות לקבל 0?
 - לאיזה הפרש הסתברות קטנה ביותר? מהי?

3. מטילים שתי מטבעות של שקל.

א. צבעו בטבלה משבצות המייצגות תוצאות שונות (על מטבע אחת מספר ועל השנייה תמונה).

- ב. מה ההסתברות לקבל על אחת מהן תמונה ועל השנייה מספר?
- ג. מה ההסתברות לקבל על שתיהן מספר?



4. שתי חברות נעמה ושירה משחקות: שתיהן מראות מספר אצבעות בבת אחת. נעמה מנצחת עם סכום האצבעות ששתיהן מראות הוא מספר זוגי ושירה מנצחת עם סכום האצבעות שמראות שתיהן הוא מספר אי-זוגי.
- א. שערך האם לדעתכם המשחק הוגן? אם כן, נמקו.
- אם לא למי משתיהן סיכוי גדול יותר לנצח?
- ב. השלימו את הטבלה ובדקו את השערותכם בסעיף א. האם המשחק הוגן? הסבירו.

מספר אצבעות שמראה נעמה

מספר אצבעות שמראה שירה	+	1	2	3	4	5
1						
2					6	
3			5			
4						
5						

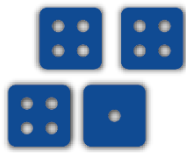
- ג. מה ההסתברות של נעמה לנצח?
- ד. מה ההסתברות של שירה לנצח?

5. נעמה ושירה החליטו לשחק כעת כשהן כופלות את מספר האצבעות: נעמה מנצחת אם מכפלת מספר האצבעות שמרימות שתיהן זוגית ושירה מנצחת אם מכפלת מספר האצבעות אי-זוגית.
- א. השלימו את טבלת המכפלות. האם המשחק הוגן?

מספר אצבעות שמראה נעמה

מספר אצבעות שמראה שירה	x	1	2	3	4	5
1						
2					8	
3				9		
4						
5						

- ב. מה ההסתברות של נעמה לנצח?
- ג. מה ההסתברות של שירה לנצח?



6. נועה ואיילת מגלגלות שתי קוביות משחק רגילות.

נועה זוכה בנקודה אם על שתי הקוביות תתקבלנה 4 נקודות.

איילת זוכה בנקודה אם על אחת הקוביות תתקבל נקודה אחת ועל האחרת 4 נקודות.

(אם מתקבל זוג אחר אף אחת לא זוכה בנקודה.)

א. האם המשחק הוגן?

ב. סמנו **נ** במשבצות המתאימות לניצחון של נועה ו- **א** במשבצות המתאימות לניצחון של איילת, ובדקו

את השערתכם.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

ג. פי כמה גדולה ההסתברות של איילת לזכות בנקודה, מזו של נועה?

7. מגלגלים שתי קוביות משחק רגילות ומחשבים את סכום הנקודות.

נדב ינצח אם סכום הנקודות יהיה מספר זוגי ונויה ינצח אם הסכום יהיה אי-זוגי.

א. האם המשחק הוגן? אם כן, נמקו. אם לא, למי מהשניים סיכוי גדול יותר לנצח?

ב. השלימו את הסכומים בטבלה.

ג. מה ההסתברות שהסכום יהיה זוגי?

האם המשחק הוגן?

ד. מה ההסתברות שסכום הנקודות יהיה 12?

ה. לאיזה סכום ההסתברות גבוהה ביותר? מהי?

הסכום	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

8. נדב הציע לרשום תחילה את האפשרויות של מספר נקודות אי-זוגי ואחר כך את מספרי הנקודות הזוגיים. ראו בטבלה.

א. השלימו כעת את הטבלה.

הסכום						
						
						
						
						
						
						

ב. צבעו משבצות בהן הסכום זוגי. מה ההסתברות שהסכום יהיה זוגי?

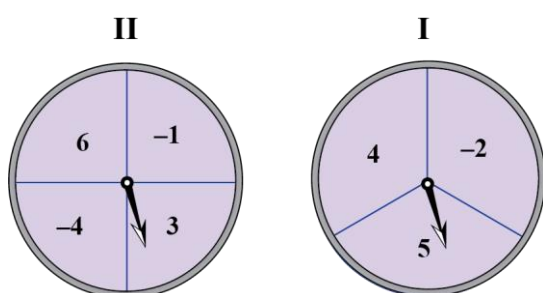
ג. מה היתרון ברישום של נדב?

9. מסובבים את המחוגים של שני השעונים שבתמונה.

יעל תנצח אם מכפלת שני המספרים שמורים מחוגי השעונים כשהם נעצרים, חיובית וורד תנצח אם המכפלה שלילית.

א. האם המשחק נראה הוגן?

ב. השלימו את הטבלה.



מכפלה	-1	-4	3	6
-2				
4				
5				

ג. מההסתברות של יעל לנצח? צבעו משבצות מתאימות.

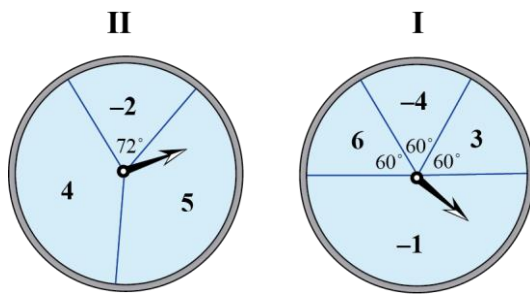
ד. מה ההסתברות של ורד לנצח?

10. לפניכם שני שעונים אחרים עם חלוקה שונה.

כדי לבדוק את הגינות המשחק ולחשב הסתברויות יש לחלק את הטבלה יחסית לגודל השטח המתאים לכל מספר.

לפניכם טבלה שתעזור לכם לחלק לפי השטחים המתאימים.

א. הסבירו מדוע הוקצו שלושה טורים למספר 1- ושתי שורות לכל אחד מהמספרים 4 ו- 5.



שעון I							
שעון II	מכפלה	-1			-4	3	6
	-2						
	4						
	5						

ב. - הדגישו קווי חלוקה אנכיים שיתאימו לשעון I,

- הדגישו קווי חלוקה אופקיים שיתאימו לשעון II.

ג. יעל תנצח אם מכפלת שני המספרים שמורים מחוגי השעונים כשהם נעצרים, חיובית וורד תנצח אם המכפלה שלילית.

צבעו שטחים בטבלה המתאימים לניצחון של יעל. מה ההסתברות שהיא תנצח?

מה ההסתברות שורד תנצח?

תרגילים



1. לפניכם שתי קוביות משחק. על הפאות של כל קובייה רשומים המספרים מ-1 עד 6. מגלגלים את הקוביות ורושמים את המספר הגדול יותר. אם שתי הקוביות מראות אותו מספר נקודות רושמים את המספר הזה.

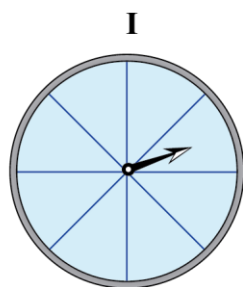
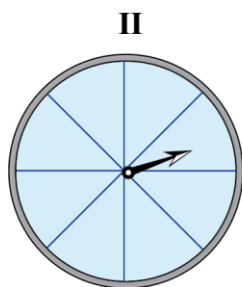
א. השלימו את הטבלה.

ב. מה ההסתברות שהגדול משני המספרים יהיה 6?

ג. מה ההסתברות שהגדול משני המספרים יהיה קטן מ-4?

קובייה א'

הגדול מהשניים	1	2	3	4	5	6
קובייה ב'						
1						
2						
3						
4						
5						
6						



2. מיה ואפרת מסובבים מחוגים של שני שעונים.

כל שעון מחולק ל- שמונה חלקים. בכל חלק רשום מספר.

על שעון א' רשמו 4 מספרים חיוביים ו- 4 מספרים שליליים.

על שעון ב' רשמו 6 מספרים חיוביים ו- 2 מספרים שליליים.

מיה תנצח אם מכפלת שני המספרים המתקבלים על השעונים חיובית ואפרת תנצח אם המכפלה שלילית.

א. שערו אם המשחק הוגן.

ב. רשמו מספרים מתאימים על השעונים, שרטטו והשלימו טבלה מתאימה.

ג. האם המשחק הוגן?

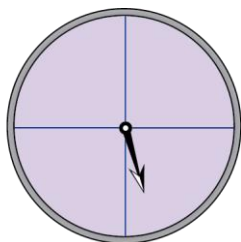
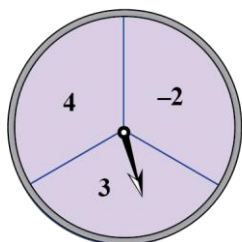
ד. מה ההסתברות של כל אחת מהבנות לנצח?

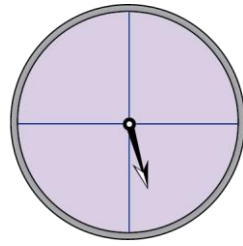
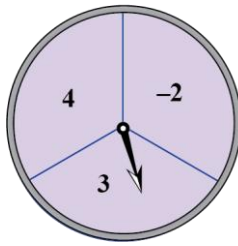
3. יואב וערן מסובבים מחוג בשני שעונים המחולקים לחלקים שווים.

יואב מנצח אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים חיובית וערן מנצח אם מכפלת המספרים שמורים המחוגים שלילית.

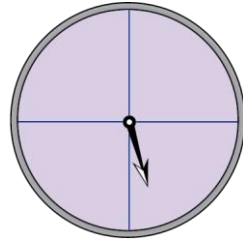
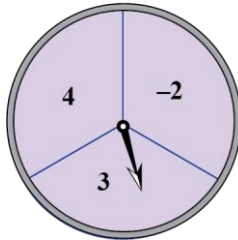
א. השלימו מספרים בשעון הריק כך שההסתברות של יואב לנצח תהיה גדולה מזו של ערן.

ב. ערכו טבלה וחשבו מה ההסתברות של יואב לנצח.

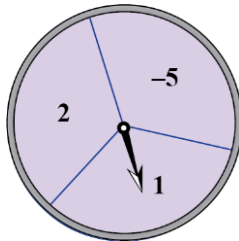




- ג. לפניכם שוב שני השעונים. השלימו מספרים בשעון הריק כך שההסתברות של ערן לנצח תהיה גדולה מזו של יואב.
- ד. ערכו טבלה וחשבו מה ההסתברות של ערן לנצח.



- ה. לפניכם שוב שני השעונים. השלימו מספרים בשעון הריק כך שהמשחק יהיה הוגן. (ההסתברות של יואב לנצח תהיה שווה להסתברות של ערן לנצח).
- ו. ערכו טבלה וחשבו מה ההסתברות של כל אחד מהם לנצח.



4. השעון המשוורטט מחולק לחלקים שווים.

- סובבו את מחוג השעון **פעמיים**, וכופלים את המספרים עליהם מראה המחוג.
- א. השלימו את טבלת האפשרויות שוות ההסתברות.

סיבוב ראשון

	מכפלה	-5	1	2
סיבוב שני	-5			
	1			
	2			

- ב. מה ההסתברות שהמכפלה תהיה חיובית?
- ג. מה ההסתברות שהמכפלה תהיה גדולה מ-2?
- ד. מה ההסתברות שתתקבל מכפלה גדולה מ-25?
- ה. מה ההסתברות שתתקבל מכפלה גדולה מ-10?



5. באחת השאלות הקודמות סופר על נעמה ושירה המראות מספר אצבעות בבת אחת. נעמה מנצחת עם סכום האצבעות ששתיהן מראות הוא מספר זוגי ושירה מנצחת עם סכום האצבעות שמראות שתיהן הוא מספר אי-זוגי. בשלב מסוים במשחק אמרה נעמה: בדרך כלל לא משחקים כך. משתמשים במשחק רק בארבע אצבעות ללא האגודל.

א. שימו לב למספר המשבצות בטבלה והסבירו מדוע בטבלה כמו זו המופיעה כאן לא ייתכן משחק הוגן.

מספר אצבעות שמראה נעמה

+	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

מספר אצבעות שמראה שירה

- ב. נעמה ושירה חזרו לשחק, הפעם רק עם ארבע אצבעות. נעמה זוכה אם סכום מספר האצבעות שמראות שתיהן הוא מספר זוגי ושירה מנצחת אם הסכום הוא מספר אי-זוגי. שרטטו טבלה מתאימה וחשבו מה ההסתברות של כל אחת מהבנות לנצח.

6. על אחת מהפאות של קובייה רשום המספר 1, על שתיים מהפאות הקובייה רשום המספר 2, על שלוש פאות רשום המספר 3.

מגלגלים את קוביית המשחק פעמיים ומחברים את התוצאות. א. השלימו את טבלת הסכומים.

גלגול ראשון

הסכום	1	2	2	3	3	3
1						
2						
2						
3						
4						
3						

גלגול שני

- ב. מהו הסכום שיש לו הסתברות גדולה ביותר להתקבל? מה ההסתברות שיתקבל הסכום הזה?
 ג. מה ההסתברות שיתקבל סכום 4?
 ד. מה ההסתברות שיתקבל סכום גדול מ-1?
 ה. מה ההסתברות שיתקבל סכום קטן מ-2?