

ארגומנטציה והוראת מתמטיקה

חבור לשם קבלת התואר
דוקטור לפילוסופיה

מאת
מיכל איילון

מנחה
פרופ' רוחמה אבן

מוגש למועצה המדעית
של מכון ויצמן למדע
רחובות, ישראל

תשע"א

תקציר עבודת הדוקטורט

המחקר עוסק בארגומנטציה ובהוראת המתמטיקה. הוא כולל שני חלקים. החלק הראשון בוחן כיצד תופסים אנשים העוסקים בחינוך מתמטי את מושג החשיבה הדדוקטיבית ואת ההנחה המקובלת, לפיה ניתן לפתח חשיבה דדוקטיבית באמצעות לימוד המתמטיקה – חשיבה שאינה מוגבלת למתמטיקה בלבד, אלא ישימה גם בתחומים חוץ-מתמטיים. איסוף הנתונים כלל 21 ראיונות אישיים, מובנים למחצה. נמצא כי המרואיינים הקנו משמעויות שונות להנחה לפיה ניתן לפתח חשיבה דדוקטיבית באמצעות לימוד המתמטיקה. אף מרואיין לא טען שניתן לפתח חשיבה המבוססת על כללים לוגיים שתהיה שימושית מחוץ למתמטיקה, אם בגלל שטענו שלא ניתן לפתח חשיבה כזאת, או בגלל שדיברו על פיתוח מאפיינים אחרים של חשיבה דדוקטיבית: הרגלי טיעון כלליים (למשל, בנייה של טיעונים והערכתם) או הרגלי חשיבה שיטתיים. שלוש גישות זוהו בקרב המרואיינים: גישת ההתערבות-ארגומנטציה, גישת הספקנות-דדוקטיביות, וגישת הספונטניות-שיטתיות. כמו כן נמצא כי הגישה של כל מרואיין קשורה באופן שבו הוא/היא תופסת את מושג החשיבה הדדוקטיבית ואת מקומה במתמטיקה ומחוצה לה.

החלק השני של המחקר נובע מממצאים שהועלו בחלקו הראשון: קבוצה גדולה של מרואיינים טענה שניתן לפתח הרגלי ארגומנטציה באמצעות לימוד המתמטיקה תוך התערבות מכוונת של המורה ושל תכנית הלימודים. החלק השני של המחקר בוחן, בקונטקסט של פעילות אלגברית מסוג transformational, את ההזדמנות לארגומנטציה המוצעת על-ידי שתי מורות (שרה ורבקה) בכיתותיהן – כשכל מורה מחזיקה בגישה שונה, כפי שזוהתה בחלק הראשון של המחקר – ואת האופן שבו הזדמנות זו מעוצבת על-ידי הסיטואציה המתמטית והכיתה. כל מורה לימדה בשתי כיתות, ושתיהן השתמשו באותה תכנית לימודים עכשווית בראשית האלגברה. המחקר התמקד ב-15 יחידות לימוד שעוסקות בנושא תבניות מספר תואמות.

כצעד ראשון, המחקר בחן את הרעיונות המתמטיים הקשורים בפעילות האלגברית מסוג transformational (transformation-related [TR] ideas) שהוצעו בארבע הכיתות. הניתוח העלה מספר רעיונות TR, אשר סווגו לשתי גישות קונספטואליות שונות: רעיונות TR הקשורים בפיתוח משמעות לתבניות מספר, ורעיונות TR הקשורים בפיתוח הבנה של

תבניות מספר תואמות. בעוד שנמצא דמיון בין כל הכיתות ביחס לפיתוח משמעות לתבניות מספר, נמצאו הבדלים בין המורות ובין כיתות הלומדות עם אותה המורה ביחס לפיתוח הבנה של תבניות מספר תואמות. הסבר אפשרי לדמיון ולהבדלים אלה קשור בסוגי החשיבה הנדרשים (כלומר, חשיבה אינדוקטיבית אל מול חשיבה דדוקטיבית), כמו גם בפרקטיקות ההוראה הנוגעות באופי השתתפות התלמידים בשיח הכיתתי.

הצעד השני היה לבחון את הארגומנטציה המעודדת בכיתות. בהתבסס על ממצאים שהועלו בחלק הראשון של המחקר, חלקו השני התמקד בארבע יחידות לימוד מרכזיות: שתיים מהן עודדו שימוש בחשיבה אינדוקטיבית, ושתיים אחרות עודדו שימוש בחשיבה דדוקטיבית. ניתוח המהלכים הארגומנטטיביים של המורה ושל התלמידים בפעילות המליאה בכיתה מצא גישה לארגומנטציה argumentation approach הייחודית לכל מורה, שבאה לידי ביטוי בשתי הכיתות שלה ובשני זוגות היחידות. גישת הארגומנטציה של שרה היא כזו שחושפת את התלמידים לטיעונים מתמטיים ולרעיונות מפורשים של הוכחה, אך אינה נותנת לתלמידים תפקיד משמעותי בבנייתם ובהערכתם. גישתה של רבקה לארגומנטציה היא כזו שמעבירה במידה רבה את האחריות להנמקה ולהערכה של הטענות אל התלמידים, ובעצמה ממעיטה בדיון בטיעונים שעלו ובאקפליסיקציה לארגומנטציה שהתרחשה בכיתה. כמו כן הניתוח מצביע על התחזקות מסוימת של גישת הארגומנטציה של כל אחת מהמורות בכיתה שנתפסת על-ידיה כמתקשה יותר. נוסף לכך, בעוד שנמצא דמיון רב בהתרחשויות הארגומנטטיביות בין כיתותיה של שרה, נמצאו הבדלים בהתרחשויות הארגומנטטיביות בין כיתותיה של רבקה. ההבדלים באו לידי ביטוי בסוגים שונים של הצדקות אשר הועלו על-ידי התלמידים (הצדקות המסתמכות על עקרונות מתמטיים לעומת כאלו המסתמכות על דוגמאות מספריות), ובמידה בה התקיים שיח דיאלקטי בין תלמידים בכל אחת מהכיתות. הבדלים אלה יכולים להיות קשורים במפגש בין סיטואציות מתמטיות הדורשות חשיבה דדוקטיבית לבין גישתה של רבקה לארגומנטציה, המשתפת את התלמידים אך לא "עושה סדר" ברעיונותיהם, במגעה עם האינטרקציה עם התלמידים בכל כיתה.

הממצאים מצביעים על הלימה מסוימת בין הגישה של כל מורה בראיון עימה (בחלקו הראשון של המחקר) ובין דרך הוראתה בכיתה. גישתה של רבקה, כפי שזוהתה בראיון עימה, לפיה לימוד המתמטיקה יכול לפתח הרגלים של טיעון וההוראה צריכה להיות מכוונת לכך, אכן ניכרה בדרך הוראתה, אם כי לא קיבלה ביטוי מלא. גישתה של שרה, כפי שזוהתה בראיון עימה, לפיה לימוד המתמטיקה מפתח הרגלים שיטתיים, כאשר פיתוח זה מתרחש באופן טבעי ללא צורך בהתערבות מכוונת, באה לידי ביטוי בהצגה שיטתית ומפורשת של הרעיונות המתמטיים ושל טיעונים שלמים בכיתותיה ובדגש המצומצם שהיא שמה על שיתוף התלמידים בפעילות הטיעונית.