

"התקדמות בשלבים קטנים"

שעורים ראשונים בטריגונומטריה

מאת: נירה חטיבה, בית הספר "תיכון חדש", תל אביב

מבוא

בתיק מס' 3 של "שבבים" הופיע מאמר בשם "קוים מנחים למבנה של שיעור במתמטיקה" שעובד על פי מאמר של ד"ר שרגא ישרון. במאמר זה הציע המחבר שלושה עקרונות מתודיים בהוראה. הראשון בהם - "התקדמות בשלבים קטנים" אומר, כי על המורה לפרק את החומר הנלמד ליחידות קטנות של ידיעות אלמנטריות, וכל ידיעה כזו תילמד בנפרד.

כדי להדגים עקרון זה, אנסה כאן לפרק נושא לימודי לידיעות אלמנטריות. בחרתי כהדגמה את הנושא "שעורים ראשונים בטריגונומטריה", מהסיבות הבאות:

- א. נושא זה ניתן להצגה בדרכים רבות והשיטות בהן מציגים מספר יחידות לימודיות בבית אחת מבלבלות את התלמידים ומקשות עליהם את הבנת הנושא.
- ב. נושא זה, לפי החלוקה לשעורים וליחידות לימודיות המפורטת להלן, נוסה על ידי באופן מעשי בשנת הלימודים הזו (תשל"ה) בכיתה י"א ביולוגית טובה. לדעתי, (על פי הבחינות שערכת) החומר נקלט יפה. החלוקה לפי שעות, כפי שמפורטת כאן, מתאימה לכיתה ריאליסטית, ואילו לכיתה ביולוגית בינונית או חלשה ולהומניסטית, הקצב יהיה איטי יותר בהתאם לכיתה.
- ג. בהזדמנות זו אציג גישה השונה במקצת מזו המקובלת במרבית ספרי הלימוד הנהוגים בארץ. רשימת ספרי לימוד בעברית העוסקים בה בחלקה תמצא בסוף המאמר.

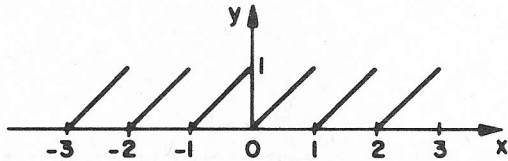
הרקע המתמטי הדרוש לתלמידים

אלגברה: הגדרת פונקציה כהתאמה של אברי קבוצה אחת (תחום) לאיברי קבוצה שניה (טווח) כך שלכל איבר של התחום מתאים איבר אחד ויחיד של הטווח. תיאור פונקציה: בטבלת התאמה, בתבנית (נוסחה) ובגרף במערכת צירים. תכונות של פונקציה וביטויין בגרף כמו: חיוביות ושליליות, זוגיות ואי זוגיות, עליה וירידה.

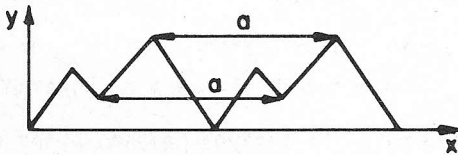
גיאומטריה: מידות של זוויות וקשתות במעגל במעלות. חפיפה ודמיון של משולשים. המשפט על המשולש שזוויותיו הן: 90° , 60° , 30° . סימטריה לגבי נקודה ולגבי ישר, משפט

שיעור מס' I

1. מבוא: הכרת תכונות המחזוריות של פונקציות.
2. תופעות מחזוריות בטבע (יום ולילה, גאות ושפל).
3. גרף של תופעה מחזורית
(שרטוט על סרט ניר של בדיקה באלקטרוקרדיוגרמה, שרטוט של הפונקציה $y = x - [x]$)



- הסבר: $[x]$ הערך השלם של x הוא המספר השלם הגדול ביותר שאיננו גדול מ x .
 לדוגמה: $[2.98] = [2.3] = 2$ $[-2.98] = [2.3] = -3$
- הערה: אם התלמידים אינם מכירים את $[x]$ מלימודיהם הקודמים, מספיק לתת את הגרף ללא ציון תבנית הפונקציה.



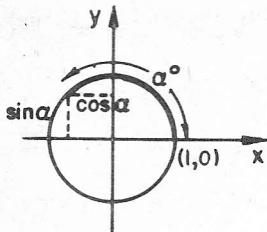
4. משמעות המחזור היסודי a בגרף:

5. ביטוי המחזוריות של פונקציה בתבנית: $f(x+a) = f(x)$
 6. ביטוי כללי לכל המחזורים של הפונקציה $f(x+na) = f(x)$ כאשר n שלם.
 7. תנועה מעגלית כתנועה מחזורית פשוטה.
 8. ארבעת הרביעים במעגל. סימונם נגד כיוון השעון באותיות רומיות I, II, III, IV.
 9. הגדרת קשת בת α° במעגל ה"טריגונומטרי" (מעגל ברדיוס R) כקשת שנקודת קצה אחת שלה קבועה בנקודה $(R,0)$ וקצה השני "נייד" בנקודה כלשהי על המעגל, ומידתה במעלות α .
- הערה: העדפתי לעסוק בשעורים הראשונים במידת זווית במעלות בלבד. מורים שאינם מסכימים עמי יכניסו כאן את מושג הרדיאן ולהלן, לכל נושא שאציין במעלות יחליפו את המידה ברדיאנים. רצוי רק בצורת כתיבה אחת (ראה מבוא סעיף א.).

10. מעלות הקשתות התוחמות את הרביעים. למשל את הרביע הראשון תוחמות הזוויות 0° ו- 90° . משמעות קשת בת $30^\circ, 45^\circ, 70^\circ, 140^\circ, 220^\circ, 300^\circ$.
11. התלכדות נקודת הקצה הניידת של הקשתות: $40^\circ, 400^\circ, 760^\circ$ וכדומה. ובאופן כללי התלכדות נקודת הקצה של הקשתות: $\alpha, 360^\circ + \alpha, 720^\circ + \alpha, \dots$ שלם חיובי.

שיעור מס' II

12. מעגל היחידה (לשם נוחיות נעסוק תחילה במקרה בו $R=1$ ואחר כך נחזור למעגל הכללי).

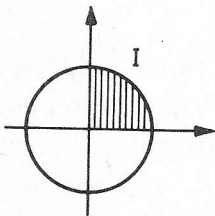


13. הגדרת סינוס וקוסינוס במעגל היחידה כערכי y ו- x של נקודת קצה הקשת (הנייד). הסימונים: $\sin \alpha, \cos \alpha$. שרטוט קשתות שונות במעגל ולכל אחת מהן - שרטוט הסינוס והקוסינוס.

הערות

- (א) אמנם הוגדרו כאן סינוס וקוסינוס בלבד - דבר זה מתבקש מן ההגדרה אך בשעורים הקרובים נעסוק במפורט רק בסינוס ולאחר שנסיים את כל הנושאים הקשורים בו בלבד, נחזור להגדרה זו ונעבור לקוסינוס.
- (ב) הסינוס והקוסינוס מוגדרות כאן כפונקציות של קשת הנמדדת במעלות ולא של זווית מרכזית כפי שנהוג, היות ונראה לי כי לתלמיד הרבה יותר קל מבחינה אינטואיטיבית להבין משמעות של קשת בת $400^\circ, 800^\circ$ וכדומה מאשר של זווית בת אותן מעלות. מורה שאינו מסכים עמי - יגדיר בסעיף 9 במקום קשת, זווית במעגל הטריגונומטרי ויחליף "קשת" ב"זווית" בשלבים הבאים.

14. ערך הסינוס לפי ההגדרה לקשת בת 0° , בת 90°



15. חישוב ערך הסינוס לקשת בת 30° (חזרה על המשפט הגיאומטרי המתאים). ביטוי הערך במספר עשרוני $\sin 30^\circ = 0.5$

16. חישוב ערך הסינוס לקשתות בנות $60^\circ, 45^\circ$. ביטוי אי רציונלי ואח"כ קירוב על ידי מספר עשרוני. ריכוז החישובים בטבלת התאמה:

x°	$\sin x^\circ$
-----------	----------------

