



מתמטיקה

יחידה אחת לבגרות (חלק שני)

סדרות, טריגונומטריה,
סטטיסטיקה והסתברות

רחל בוהדנה
ליליה קוט



יצא לאור במסגרת
משרד החינוך - המנהל הפדגוגי - שחר
המחלקה למרכזי חינוך וכיתות אתגר



המחלקה להוראת המדעים



מתמטיקה

יחידה אחת לבגרות (חלק שני)

סדרות, טריגונומטריה,
סטטיסטיקה והסתברות

רחל בוהדנה
ליליה קוט



יצא לאור במסגרת
משרד החינוך - המנהל הפדגוגי - שחר
המחלקה למרכזי חינוך וכיתות אתגר



המחלקה להוראת המדעים

חובר על-ידי:
רחל בוהדנה
ליליה קוט

ייעוץ:
ד"ר נורית הדס

ראש הפרוייקט:
פרופ' אברהם הרכבי

ניסוי בכיתות בשיתוף עם:
ד"ר חיים נבון
רוחמה ויונטה
ד"ר רוני קרסנטי
ענבר לוי

הדפסה ועריכה במחשב:
טליה מלול

גרפיקה:
טליה מלול

עיצוב והפקה:
אגי (רחל) בוקשפן

תודתנו נתונה לד"ר אבי לוי ולד"ר חיים נבון על התמיכה בפיתוח ספר זה.

יוצא לאור במסגרת משרד החינוך - המנהל הפדגוגי - שחר, המחלקה למרכזי חינוך,
כיתות אתגר ומיפתנים

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או
אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחוברת זו. שימוש מסחרי
מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע ומשרד החינוך

הודפס בישראל, חשון תשס"ד, נובמבר 2003

מבוא לתלמיד ולמורה

ספר זה נכתב בשיתוף פעולה בין המחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן לבין המחלקה שבאגף שחי' שבמשרד החינוך, ומקורו באמונה המשותפת של שני הגופים האלה ביכולתם של כל התלמידים להצליח ולהגיע להישגים בלימודי המתמטיקה.

בספר שלפניכם מושם דגש על שיתוף התלמיד בבניית הנושאים השונים. אנו מאמינים כי רק לימוד המבוסס על מעורבות והבנה הוא לימוד משמעותי העשוי להביא הנאה ללומד.

בהתאם לכך המושגים והנושאים החדשים מבוססים על שימוש בשכל ישר, בהרבה שרטוטים ובהסקת מסקנות חזותיות, ובקשר עם מצבים מהעולם הסובב אותנו. הלימוד אינו מבוסס על זכירת המושגים שנלמדו בשנים קודמות וכשי צורך לעשות שימוש בידע כזה התזכורת וההסבר משולבים בהוראת הנושא החדש. מנסיונו למדנו כי לימוד כזה מאפשר הצלחה גם לתלמידים שלא הצליחו בעבר בלימוד מתמטיקה וההצלחה גוררת בעקבותיה את הרצון והיכולת להמשיך ולהתקדם בנושאי הלימוד השונים.

בספר שלפניכם תלמדו ותעסקו בארבעה נושאים: סדרות (סדרה חשבונית), טריגונומטריה, סטטיסטיקה והסתברות.

כמו בכל לימוד נושא חדש במתמטיקה, תפגשו מושגים ופעילויות שהכרתם קודם, ותכירו מושגים חדשים בעלי חשיבות לגבי לימודיכם בהמשך.

סדרות: בפרק זה תלמדו מושגים הקשורים לסדרות (איבר, מקום סידורי), תכירו דרכים שונות לייצוג סדרות (כלל נסיגה, חוק לפי מקום, רישום מספר איברים ראשונים, שרטוט גרף מתאים) ותעסקו בסדרה חשבונית.

טריגונומטריה: בפרק זה תעסקו בפונקציות מחזוריות בכלל ובפונקציה $\sin(\alpha)$ בפרט, ותלמדו כיצד להשתמש בפונקציה הסינוס לפתרון בעיות חישוב בגיאומטריה. **סטטיסטיקה:** הפרק מביא שיטות שונות לארגון וייצוג מידע במהלכו תלמדו להשתמש במושגים סטטיסטיים בסיסיים המייצגים את המידע: שכיחות, שכיחות יחסית וממוצע.

הסתברות: בפרק זה תשתמשו במושג שכיחות יחסית ותכירו מושגים בהסתברות, תחשבו הסתברויות פשוטות, ותבדקו מידע המופיע בפרסומים ועושה שימוש בהסתברות.

מבנה הספר:

הספר מחולק לפרקים על-פי הנושאים. כל נושא מחולק לסעיפים. בחלק הראשון של כל סעיף תכירו, תוך התנסות, את הנושא והמושגים החדשים המופיעים בו. בחלק השני תפתרו תרגילים לביסוס החומר שנלמד בסעיף עצמו ובסעיפים הקודמים. חשוב לציין שגם התרגילים האלה משלבים את הכלים המוחשיים בהם נעזרתם בעת ההסבר של הנושא.

אנו מקווים שצורת לימוד תוך פעילות והתנסות תעזור לכם להפיק תועלת וליהנות מהלימוד.

הערה חשובה: סדר הפרקים בספר אינו מחייב. אפשר ללמוד את הפרקים גם בסדר שונה, פרט לפרק "הסתברות" אותו יש ללמוד **לאחר** סטטיסטיקה.

באור סמלים:

תרגיל חזרה		תרגיל "מפתח"	
תרגיל בעזרת מחשבון		עבודה עצמית	
להנאתכם!		שימו לב	
תזכורת		אתגר	
סיכום		דיון	

תוכן עניינים

עמודים

פרק א': סדרות 7-68

- 7 סדרות, חוקים ומושגים
- 13 סדרות ותאורן
- 22 בסימן טוב – רישום החוק
- 26 סדרה לפי מקום
- 32 סדרה חשבונית
- 41 עוד על סדרה חשבונית
- 52 סכומים של סדרות
- 57 תבנית לסכום של סדרה (חשבונית)
- 67 כמה איברים חיברנו?

פרק ב': טריגונומטריה 69-180

משפחה חדשה של פונקציות

- 69 פונקציות מחזוריות
 - 78 הפונקציה $\sin$ (סינוס)
 - 85 פעילות מחשב
 - 88 פונקציות ומשוואות
- ##### שימושים בהנדסה

- 91 מה אפשר ומה עדיין אי אפשר
- 95 משולש ישר זווית
- 99 הגדלות ודמיון משולשים
- 103 יחסי צלעות במשולשים דומים
- 105 יוצאים מהמעגל
- 111 חישובי זוויות
- 118 משולש שווה שוקיים
- 121 גובה, תיכון וחוצה זווית במשולש
- 132 יצירת משולש ישר זווית וחישובי זוויות
- 137 ניצבים במשולשים ישרי זווית
- 140 שטח משולש

146	על כל המרובעים
154	מלבן
160	מקבילית
167	מעויין
170	עוד על חישובי צלעות
176	חזרה וסיכום
181-242	פרק ג': סטטיסטיקה
181	ייצוג מידע
189	ארגון נתונים
195	שכיחות יחסית
201	דיאגרמת עיגול
212	על שכיחות יחסית ואחוזים
218	עוד על ייצוג גרפי
223	שכיח וממוצע
227	ממוצע חשבוני מטבלת שכיחויות
236	עוד על ממוצע
243-260	פרק ד': הסתברות
243	שער ובדוק
245	שכיחות יחסית והסתברות
250	קו סיכוי
254	תוצאות שוות הסתברות
261-264	נספח 1: הוראות הפעלה לתוכנות השונות
265-268	נספח 2

פרק א': סדרות

סדרות, חוקים ומושגים

1. גלו את החוק על פיו נוצרה ה"סדרה" ורשמו שלושה איברים נוספים.

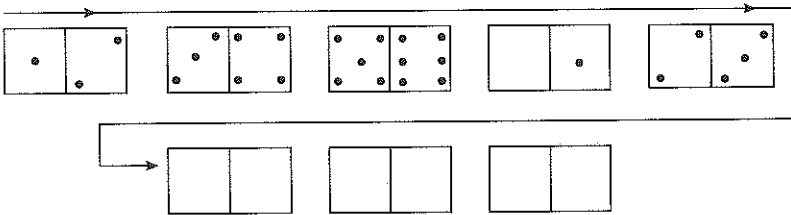


(א) 11, 14, 17, 20, _____, _____, _____

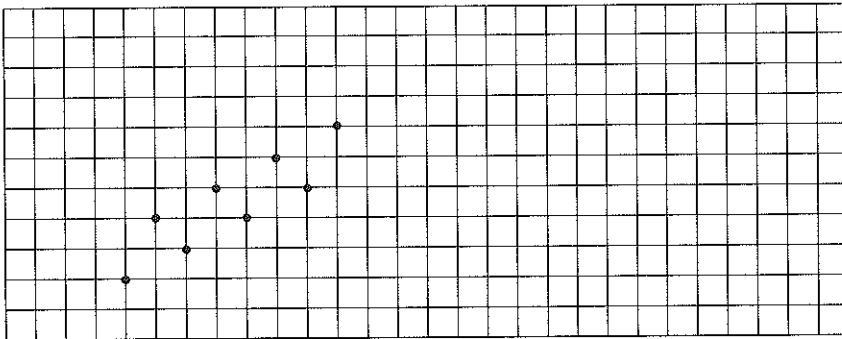
(ב) 32, 27, 22, 17, 12, 7, _____, _____, _____

(ג) 1, 2, 4, 8, _____, _____, _____

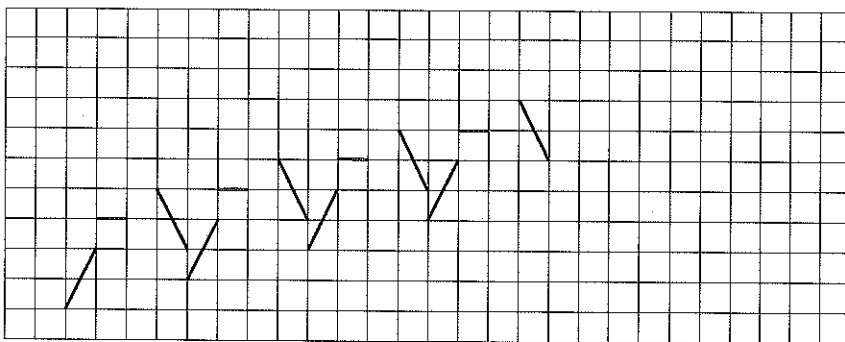
(ד) אבני דומינו:



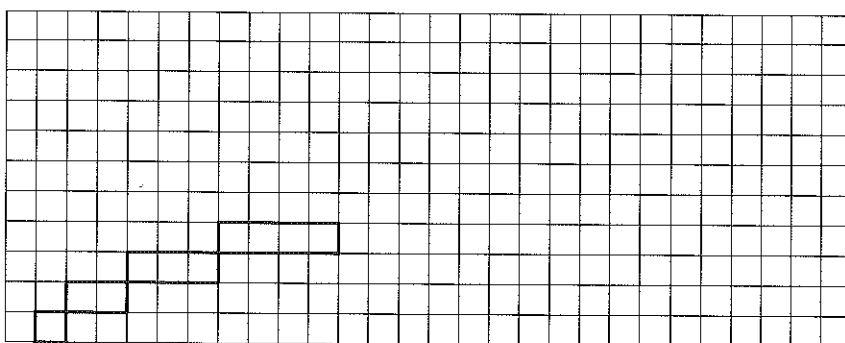
(ה)



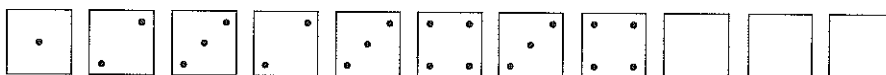
(1)



(2)



(3)



כפי שראיתם בדוגמאות, **סדרה** היא שורה של מספרים, צורות, ציורים...
בדרך כלל, סדרה נבנית על פי חוק. המספרים, הצורות, הציורים... נקראים
איברי הסדרה.

הגרף 1 היה עליכם ללא אף חוק כדי להמשיך את הסדרה, הגרף 2
הבא חוק נגון.



2. א) רשמו שבעה איברים נוספים של סדרה, שהאיבר הראשון שלה 2 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 3.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 2

ב) רשמו שמונה איברים ראשונים של סדרה, שהאיבר הראשון שלה 2 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי כפל ב- 3.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

במה דומות שתי הסדרות, שרשמתם בסעיפים א' ו ב', ובמה הן שונות?

ג) רשמו שישה איברים ראשונים של סדרה, שהאיבר הראשון שלה 128 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי חילוק ב- 2.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

ד) רשמו שישה איברים ראשונים של סדרה, שהאיבר הראשון שלה 196 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי חילוק ב- 2.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

במה דומות שתי הסדרות, שרשמתם בסעיפים ג' ו ד', ובמה הן שונות?

ה) רשמו שישה איברים ראשונים של שתי סדרות שונות זו מזו שיש להן אותו חוק.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

ו) רשמו שישה איברים ראשונים של סדרה, שהאיבר השני שלה 3 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 4.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , 3

אחת הדרכים ליצור סדרה, היא לקבוע את החוק של האיבר הראשון ואת
איבר אחר בסדרה.

לכל איבר יש מקום בסדרה.

למשל בסדרה ... 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1 האיבר 9 מופיע
במקום החמישי ובמקום התשיעי מופיע האיבר 17.

3. א) המשיכו את הסדרה ומצאו את האיבר העשירי. 
____, ____, ____, ____, ____, ____, 7, 3, -1, -5

ב) רשמו במילים מהו החוק על פיו נבנתה הסדרה.

ג) האם 27 הוא איבר בסדרה? אם כן, באיזה מקום הוא מופיע?

ד) האם 42 הוא איבר בסדרה? אם כן, באיזה מקום הוא מופיע?

גרעזאן

4. הוסיפו שני איברים לכל סדרה ורשמו את החוק במילים.

(א) 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, _____, _____

(ב) 3, 6, 12, 24, 48, 96, _____, _____

(ג) 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, _____, _____ 

5. – אסף טען, שאם לשתי סדרות אותו חוק, אז לשתיהן אותם איברים בדיוק.

– איילת טענה, שיתכנו שתי סדרות, שאין להן אף איבר משותף ובכל זאת יש להן אותו חוק.

– חגית טענה, שאם יש לשתי סדרות אותו חוק, אז לפחות חלק מהאיברים של שתי הסדרות שווים.

מי צודק? נמקו בעזרת דוגמאות.

6. (א) רשמו חמישה איברים ראשונים של שתי סדרות שונות, שהחוק שלהן: כל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 2.

(ב) רשמו חמישה איברים ראשונים של שתי סדרות שונות, שהחוק שלהן: כל איבר מתקבל מקודמו על-ידי כפל ב-2.

7. (א) רשמו שתי סדרות שונות, שיש להן אותו איבר ראשון.

(ב) רשמו שתי סדרות שונות, שיש להן אותו חוק.

(ג) רשמו שתי סדרות שונות, שיש להן אותם שני איברים ראשונים.



8. המשיכו את הסדרה הבאה:

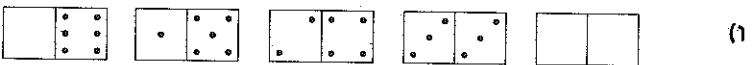
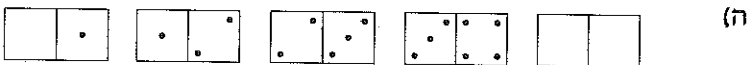
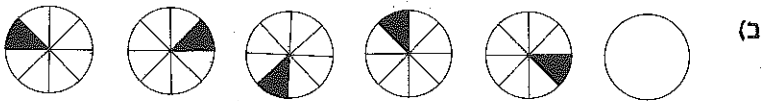
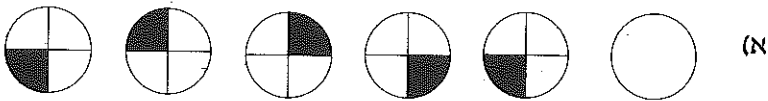
3, 5, 7, 9, _____, _____, _____, _____

(א) האם 13 הוא איבר בסדרה? אם כן, מה מקומו?

(ב) האם 45 הוא איבר בסדרה? אם כן, מה מקומו?

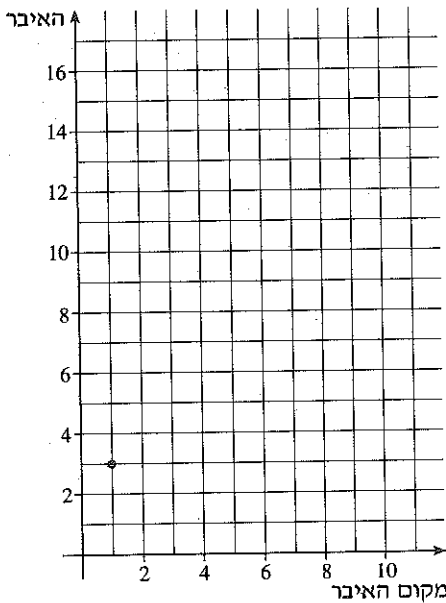
(ג) האם 160 הוא איבר בסדרה? אם כן, מה מקומו?

9. גלו את החוק והוסיפו איבר לכל סדרה.



סדרות ותאורן

אפשר לאתר סדרה של מספרים לא פזורה. על ציר x נייצג את מקומם של האברים. על ציר y את האברים עצמם. נלמד לזהות את סדרה של נקודות.



1. א) במקום הראשון בסדרה



3, 5, 7, 9, ... מופיע 3.

הנקודה (1, 3) מסומנת

במערכת הצירים.

במקום השני מופיע 5. סמנו

במערכת הצירים את הנקודה

(2, 5).

במקום השלישי בסדרה

מופיע 7. סמנו את הנקודה

במערכת הצירים.

המשיכו את איברי הסדרה

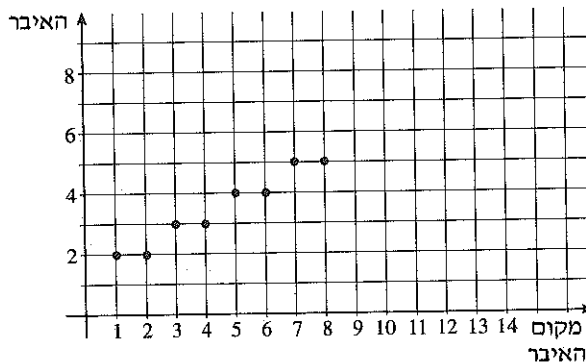
עד המקום השמיני, רשמו

וסמנו אותם במערכת

הצירים.

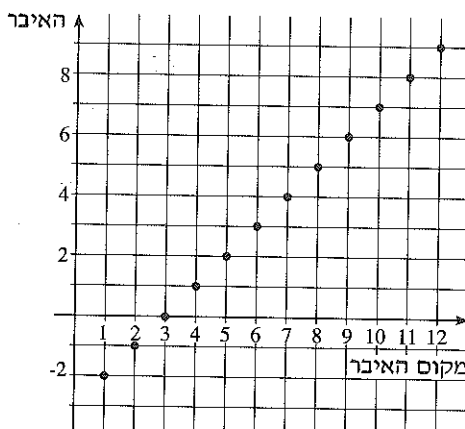
ב) המשיכו את הגרף המתאים לסדרה הבאה, עד המקום ה-12.

2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, ...

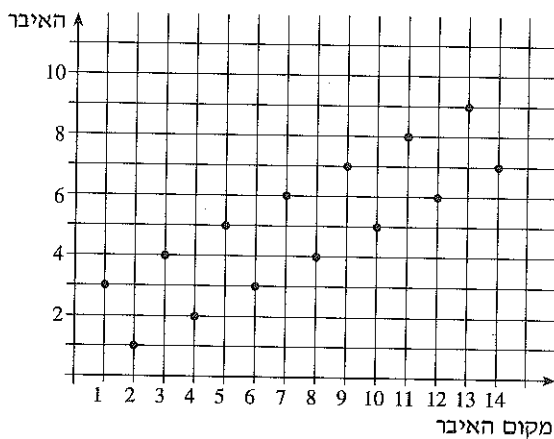




2. א) רשמו 20 איברים ראשונים של הסדרה המתוארת בגרף.



ב) רשמו 16 איברים ראשונים של הסדרה המתוארת בגרף.

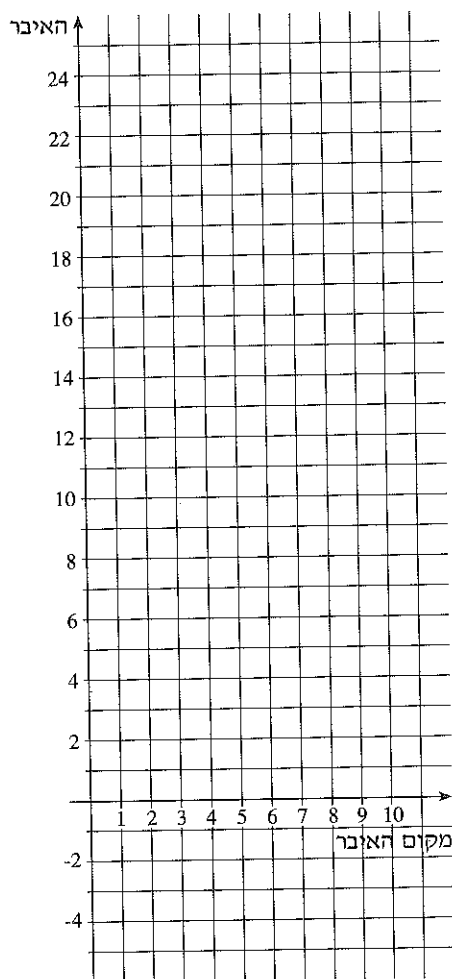


3. המשיכו כל סדרה לפי הכתוב בסעיף, וסמנו את האיברים במערכת הצירים.

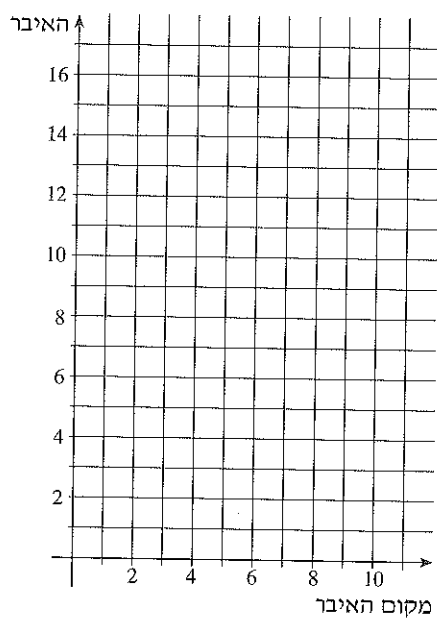


א) עד המקום השמיני

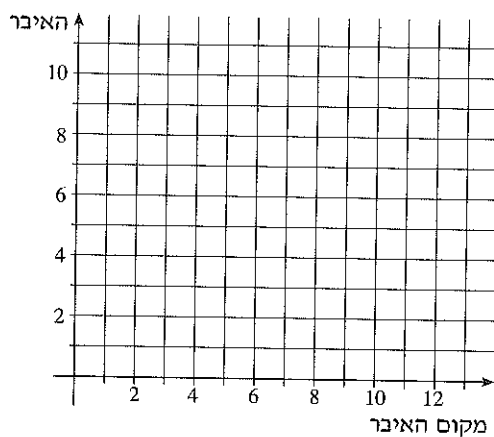
-5 , -1 , 3 , 7 , 11 , _____ , _____ , _____



(ב) עד המקום השביעי $\frac{1}{2}$, 1 , 2 , 4 , ...

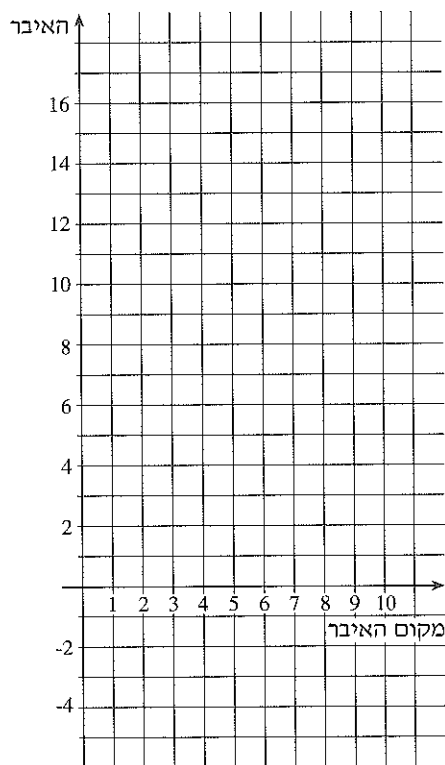


(ג) עד המקום העשירי 0 , 3 , 2 , 5 , 4 , 7 , 6 , ...





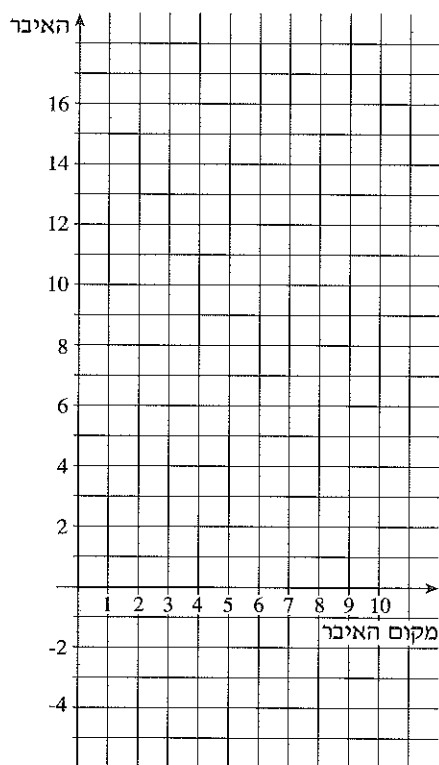
4. א) רשמו שמונה איברים ראשונים של סדרה שהאיבר הראשון שלה 3- וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 2.
סמנו את האיברים במערכת הצירים.



- ב) רשמו שמונה איברים ראשונים של סדרה שהאיבר הראשון שלה 1 וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 2.
סמנו בצבע אחר את האיברים במערכת הצירים הנ"ל.

ג) רשמו שמונה איברים של שתי סדרות שונות להן אותו חוק ואיבר ראשון שונה.

סמנו נקודות מתאימות במערכת הצירים. (לכל סדרה צבע משלה).



ד) מה תוכלו לומר על גרפים של שתי סדרות שיש להן אותו חוק ואיבר ראשון שונה?

נהוג לסמן איברי הסדרה בצורה: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$
המספר מציינ את מקומו של האיבר בסדרה.

5. (א) איך יסומן האיבר העשירי בסדרה? _____

(ב) איך יסומן האיבר ה-12 בסדרה? _____

(ג) מהו a_{21} ? (רשמו במילים) _____



6. א) המשיכו את הסדרה:

____ , ____ , ____ , ____ , -2 , -5 , -8 , -11 , -14

ב) השלימו:

$$\begin{array}{cccc} a_{10} = & a_7 = & a_1 = & a_3 = -8 \\ a_{12} = & a_8 = & a_6 = & a_4 = \end{array}$$



7. א) בסדרה נתון $a_1 = -1$, וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי כפל ב-2. רשמו שישה איברים ראשונים של הסדרה.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

השלימו: $a_7 =$

$$a_{10} =$$

ב) בסדרה נתון $a_3 = 5$, וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 3. רשמו שישה איברים ראשונים של הסדרה.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____



8. נתון:

$$\begin{array}{ll} a_4 = 1 & a_1 = -14 \\ a_5 = 6 & a_2 = -9 \\ a_6 = 11 & a_3 = -4 \end{array}$$

רשמו שמונה איברים ראשונים של הסדרה.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , -14

גרעלויס

9. המשיכו את הסדרות (שימו לב להפרשים).

א) $1, 2, 5, 10, 17, 26, 37, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

ב) $50, 49, 47, 44, 40, 35, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

ג) $1, 3, 7, 15, 31, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

ד) $-3, 0, 5, 12, 21, 32, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

10. השלימו ומצאו בכל סדרה את a_8 .

א) $1, 3, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, 11, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

ב) $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, 4 \cdot 5, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

ג) $-1, 1, -1, 1, -1, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

ד) $0, 1, 3, 6, \underline{\hspace{1cm}}, 15, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

ה) $1, 3, 7, 13, 21, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

ו) $\underline{\hspace{1cm}}, -3, -1, 2, 6, 11, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \quad a_8 =$

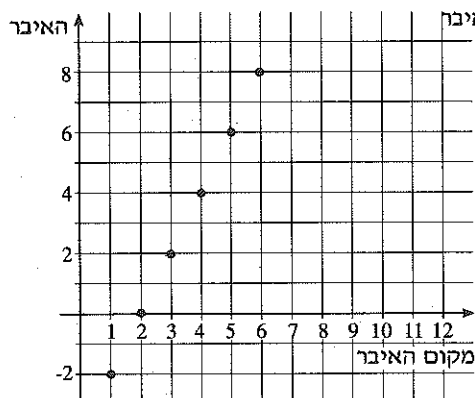
11. א) $a_1 = 2$ וכל איבר בסדרה מתקבל מקודמו על-ידי העלאה בריבוע.
מצאו את a_3 ואת a_5 .

ב) $a_3 = 4$ וכל איבר מתקבל מקודמו על-ידי תוספת 2.
מצאו את a_4 , את a_5 ואת a_1 .

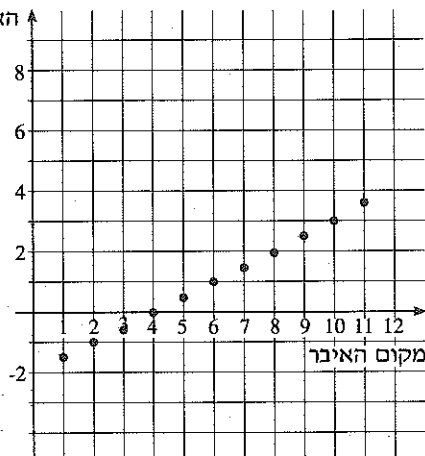
ג) $a_1 = 3$ וכל איבר מתקבל על-ידי חיבור האיבר הקודם עם מקומו של האיבר הקודם. מצאו את a_2 , את a_3 ואת a_4 .

12. רשמו את איברי הסדרה על-פי הגרף והוסיפו 3 איברים.

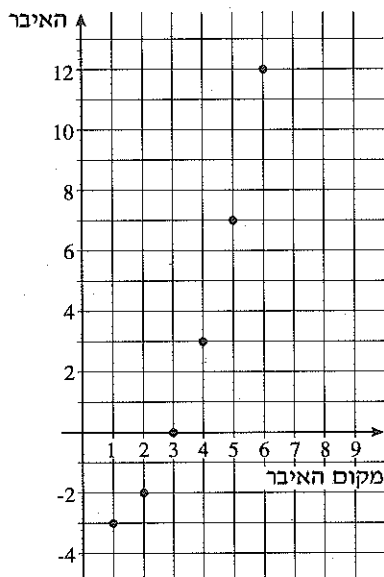
(ב)



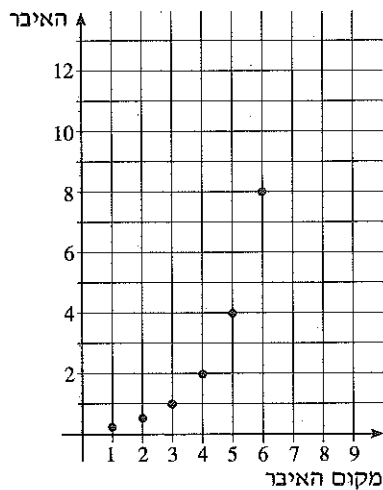
(א)



(ד)



(ג)



בסימן טוב - רישום החוק

1. נתונה סדרה כלשהי a_1, a_2, a_3, a_4 .

האיבר הקודם ל- a_7 הוא a_6 .

– איזה איבר קודם ל- a_{1000} ?

– איזה איבר עוקב ל- a_9 ? (האיבר שאחרי a_9).

– איזה איבר עוקב ל- a_{100} ?

2. נתון: $a_2 = a_1 + 3$

$$a_3 = a_2 + 3$$

$$a_4 = a_3 + 3$$

בקיצור אפשר לרשום:

$$a_n = \boxed{\begin{array}{c} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{array}} + 3$$

כאשר a_n הוא האיבר במקום n (כלשהו) בסדרה.

או במילים: כל איבר בסדרה מתקבל מקודמו על-ידי _____

(א) בטאו בעזרת האיבר הקודם: $a_7 = a_6 + \underline{\hspace{2cm}}$

$$a_8 =$$

$$a_9 =$$

(ב) המשיכו את הסדרה המתאימה לחוק הני"ל.

2 , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____

(ג) רשמו סדרה אחרת המתאימה לחוק הני"ל.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____

3. חוק של סדרה הוא $a_n = \boxed{\begin{smallmatrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{smallmatrix}} \cdot 4$ 

א) בטאו כל איבר בעזרת האיבר הקודם.

$$a_2 = a_1 \cdot 4$$

$$a_3 =$$

$$a_5 =$$

$$a_{10} =$$

$$a_{100} =$$

ב) רשמו חמישה איברים ראשונים של סדרה, המקיימת את החוק אם ידוע: $a_1 = 1$

1 , _____ , _____ , _____ , _____

ג) רשמו סדרה אחרת המקיימת את החוק הנ"ל.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

4. רשמו חמישה איברים ראשונים של כל סדרה. 

א) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \frac{6}{\boxed{\begin{smallmatrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{smallmatrix}}} \end{cases}$

ב)

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 10 - \boxed{\begin{smallmatrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{smallmatrix}} \end{cases}$$

המשיכו:

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

$$a_5 =$$

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

$$a_5 =$$

גרעילויס

5. נתון חוק של סדרה: $a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} \cdot 3$

(א) השלימו: $a_4 = a_3 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ $a_{25} =$

$a_2 =$ $a_{10} =$

$a_{200} =$ $a_{19} =$

(ב) רשמו חמישה איברים ראשונים של סדרה, המקיימת את החוק.

— , — , — , — , —

6. רשמו את חמשת האיברים הראשונים של כל אחת מהסדרות.

(א) $\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} \cdot 3 \end{cases}$ (ג) $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} - 4 \end{cases}$

(ב) $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} : 2 \end{cases}$ (ד) $\begin{cases} a_3 = 2 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} + 7 \end{cases}$

(ה) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} \cdot 2 \end{cases}$

$$a \square = \triangle$$

7. (א) ערכו של האיבר החמישי הוא 9.

רשמו 5 ו-9 במקומות המתאימים.

$$a \square = \triangle$$

(ב) ערכו של האיבר השביעי הוא 10.

רשמו 7 ו-10 במקומות המתאימים.

$$a \square = \triangle$$

(ג) ערכו של האיבר השישי הוא 12.

רשמו 6 ו-12 במקומות המתאימים.

$$a_3 = -2 \quad (ד)$$

השלימו: ערכו של האיבר ה-_____ הוא _____.

$$a_9 = 105 \quad (ה)$$

השלימו: ערכו של האיבר ה-_____ הוא _____.

8. רשמו נכון / לא נכון.

(א) אם $a_7 = 8$, אז 7 מציין את מקומו של האיבר בסדרה.

(ב) אם $a_8 = 7$, אז 7 מציין את מקומו של האיבר בסדרה.

(ג) אם $a_4 = 5$, אז 5 מציין את ערכו של האיבר הרביעי בסדרה.

(ד) a_{3+1} הוא האיבר במקום הרביעי בסדרה.

(ה) $a_3 + 1$ הוא האיבר במקום הרביעי בסדרה.

(ו) בכל סדרה a_5 עוקב ל- a_4 .

(ז) $a_3 + a_2$ הוא סכום של שני איברים עוקבים בסדרה.

(ח) לא ייתכן שמקומו של איבר יהיה שווה לערכו של האיבר.

סדרה לפי מקום

1. (א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה. 

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} + 4 \end{cases}$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

מאוד לא נוח לחשב את a_{100} על פי החוק הנגזר.

(ב) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

המשיכו:

$$a_n = 4 \cdot \boxed{n} - 3$$

$$a_{\boxed{1}} = 4 \cdot \boxed{1} - 3 =$$

$$a_{\boxed{2}} = 4 \cdot \boxed{2} - 3 =$$

$$a_{\boxed{3}} =$$

$$a_{\boxed{4}} =$$

$$a_{\boxed{5}} =$$

האם קבלתם אותם חמישה איברים ראשונים כמו בסעיף א'?

חשבו: $a_{100} =$

אפשר להוכיח, לבעלישם אי ו-בי הולדרה אלה סדרה. בסעיף אי בניגוד כן איבר של הסדרה על-פי קודמו, בסעיף בי יכולה למצוא איברים בסדרה בלי קשר אם מצאנו, או לא מצאנו, איברים אחרים בה.

הגדרת סדרה, המבוססת על מקומו של האיבר בסדרה בלבד, נקראת הגדרה על-פי מקום.

בדרך כזו קשה יותר למצוא את האיבר האחרון על-פי מקומו, אך אם היא נכונה, קל יותר לחשב על פיה.

2.  הכלל לפי מקום של סדרה הוא $a_n = 5 \cdot \boxed{n} - 3$.
(א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים.

$$a_{\boxed{1}} = 5 \cdot \boxed{} - 3 =$$

$$a_{\boxed{2}} = 5 \cdot \boxed{} - 3 =$$

$$a_{\boxed{3}} =$$

$$a_{\boxed{4}} =$$

$$a_{\boxed{5}} =$$

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד 3 איברים.

2, , , , , , ,

(ג) חשבו: $a_9 =$

$$a_{50} =$$

$$a_{100} =$$

3.  הכלל לפי מקום של סדרה הוא $a_{\boxed{n}} = 2^{\boxed{n}}$.
(א) חשבו את ארבעת האיברים הראשונים של הסדרה:

$$a_{\boxed{1}} = 2^{\boxed{1}}$$

$$a_{\boxed{2}} = 2^{\boxed{2}}$$

$$a_{\boxed{3}} =$$

$$a_{\boxed{4}} =$$

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד 3 איברים.

2, , , , , ,

4. (א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה: $a_n = 4 \cdot \boxed{n} - 3$ 

$$a_{\boxed{1}} = 4 \cdot \boxed{1} - 3 =$$

$$a_{\boxed{2}} = 4 \cdot \boxed{2} - 3 =$$

$$a_{\boxed{3}} =$$

$$a_{\boxed{4}} =$$

$$a_{\boxed{5}} =$$

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד שלושה איברים.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

(ג) רשמו איך מתקבל כל איבר מהאיבר הקודם לו.

(ד) לפי איזו הגדרה נוח יותר לחשב את a_9 ? חשבו.

לפי איזו הגדרה נוח יותר לחשב את a_{100} ? חשבו.

5. (א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה: $a_n = 3 \cdot 2^n$ 

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

$$a_5 =$$

המשיכו!

$$a_{\boxed{1}} = 3 \cdot 2^{\boxed{}}$$

$$a_{\boxed{2}} = 3 \cdot 2^{\boxed{}}$$

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד שני איברים.

(ג) רשמו איך מתקבל כל איבר מקודמו.

גרלוס

6. (א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה:

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n + 1}$$

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד שני איברים.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

(ג) איך מתקבל כל איבר מקודמו?

7. (א) חשבו את ששת האיברים הראשונים של הסדרה:

$$a_n = \frac{n^2 + n}{n + 1}$$

(ב) איך מתקבל כל איבר מקודמו?

8. (א) החוק לפי מקום של סדרה הוא: $a_n = 4 - 3n$.

חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד שלושה איברים.

(ג) חשבו את a_{20} ואת a_{70} .

9. החוק לפי מקום של סדרה הוא: $a_n = 2 + 3n$

(א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

(ב) רשמו את האיברים בשורה והוסיפו עוד שני איברים.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

(ג) איך מתקבל כל איבר מקודמו?

(ד) חשבו את a_{12} ואת a_{15} .

10. (א) $a_n = n^2 + n$

חשבו את a_1 , a_2 , a_3 , a_{10} .

(ב) $a_n = \frac{n+4}{2}$

חשבו את a_1 , a_4 , a_{12} .

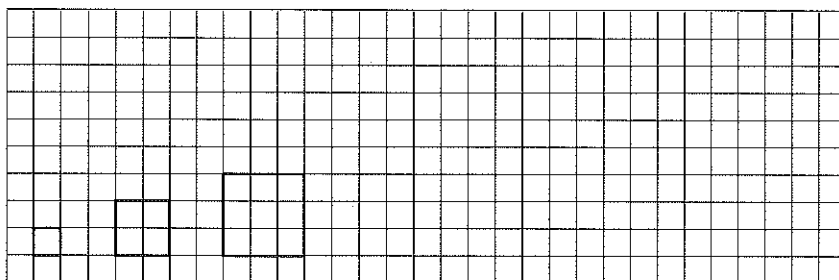
(ג) $a_n = (n-1)(n+2)$

חשבו את a_1 , a_2 , a_{10} , a_{15} .

(ד) $a_n = n(n+1)(n+2)$

חשבו את a_1 , a_2 , a_{10} .

11.א) המשיכו ובנו ריבועים נוספים, רשמו על הצלעות את אורכן ובתוך הריבוע את שטחו (יחידת המידה משבצת).



ב) רשמו תבנית לסדרת השטחים (לפי n).

ג) רשמו את הסדרה של היקפי הריבועים.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

ד) רשמו תבנית לסדרת ההיקפים.

סדרה חשבונית



1. א) - רשמו חמישה איברים ראשונים לסדרה

$$a_n = 5 + 2n$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

- השלימו לסדרה זו חוק לפי האיבר הקודם.

$$a_n = \boxed{\begin{array}{c} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{array}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

ב) - רשמו חמישה איברים ראשונים לסדרה

$$a_n = 3n - 1$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

- רשמו לסדרה זו חוק לפי האיבר הקודם.

$$a_n =$$

ג) - רשמו חמישה איברים ראשונים לסדרה

$$a_n = 10 - 2n$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

- רשמו לסדרה זו חוק לפי האיבר הקודם.

$$a_n =$$

ד) מה התכונה המשותפת לכל הסדרות האלה?

סדרה כאלה נקראת סדרה חשבונית.

בסדרה חשבונית, כל איבר מתקבל מקודמו על-ידי "תוספת" קבועה.

בסעיף זה נאמצא חוק על פי מקום סידורי, עבור סדרה מסוג זה.

2.  לפניכם סדרות, המוגדרות באמצעות כלל לפי איבר קודם.

- רשמו חמישה איברים ראשונים לכל סדרה.
- קבעו אילו מהן חשבוניות.

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} \cdot 3 \end{cases} \quad (\alpha)$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

$$\begin{cases} a_1 = 10 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} - 3 \end{cases} \quad (\beta)$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \boxed{\text{האיבר הקודם}} + 3 \end{cases} \quad (\gamma)$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_n = 10 - \boxed{\text{האיבר הקודם}} \end{cases} \quad (\delta)$$

____ , ____ , ____ , ____ , ____

- האם יש לדעת את ערכו של a_1 , כדי לקבוע אם סדרה היא חשבונית?



3. א) קבעו מהי התוספת הקבועה בסדרה

2, 5, 8, 11, 14, 17, 20,

כדי לקבוע אם מדובר בסדרה חשבו את ההפרש בין איברי הסדרה.
יש לקבוע כמה פעמים נוספו 3 בסדרה מהאיבר הראשון (2) לקדמי האיבר 3.

ב) — כמה פעמים נוספו במעבר מ- $a_1 = 2$ ועד ל- a_4 ?

— כמה פעמים נוספו במעבר מ- $a_1 = 2$ ועד ל- a_6 ?

— כמה פעמים נוספו במעבר מ- $a_1 = 2$ ועד ל- a_{20} ?

ג) כמה פעמים נוספו במעבר מ- a_1 ל- a_n בסדרה?



4. א) קבעו מהי התוספת הקבועה בסדרה:

....., 1, -1, -3, -5

— כמה פעמים יש להוסיף ל- a_1 את התוספת הקבועה, כדי לקבל את a_{10} ?

— חשבו את a_{10} .

— חשבו את a_{17} .

ב) השלימו:

$$a_{25} = -5 + \square \cdot 2 =$$

$$a_{30} = -5 + \square \cdot 2 =$$

$$a_n = -5 + (n - 1) \cdot 2 =$$



5. א) קבעו מהי התוספת הקבועה בסדרה:

....., 27, 22, 17, 12

$$a_{10} = 12 + \square \cdot 5 = \text{_____} \quad \text{ב) השלימו:}$$

$$a_{27} = 12 + \square \cdot 5 = \text{_____}$$

$$a_{100} = 12 + \square \cdot 5 = \text{_____}$$

6.  א) קבעו מהי התוספת הקבועה בסדרה: $7, 2, -3, -8, -13, -18$

ב) השלימו: $a_7 = 7 + 6 \cdot \square$
ה"תוספת" הקבועה

$$a_{10} = 7 + 9 \cdot \square$$

הגסטר פקמאלה יכולה לפילג מספר חילומי, שלילי או אפס.

ג) רשמו חמישה איברים של סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון 2 וה"תוספת" הקבועה 0.

7.  האיבר הראשון בסדרה חשבונית 3 והתוספת הקבועה 6.
השלימו:

$$a_5 = 3 + \square \cdot 6 =$$

$$a_{10} = 3 + \square \cdot 6 =$$

8.  האיבר הראשון בסדרה חשבונית 3. נסמן את התוספת באות d.
השלימו:

$$a_5 = 3 + \square \cdot d$$

$$a_7 = 3 + \square \cdot d$$

$$a_n = 3 + (\quad) \cdot d \quad \text{התבנית:}$$

9. האיבר הראשון של סדרה חשבונית 1 והתוספת הקבועה d . 

א) השלימו: $a_5 =$

$$a_{10} =$$

$$a_{100} =$$

.

.

.

ב) התבנית: $a_n =$

10. נסמן את התוספת הקבועה של סדרה חשבונית ב- d . 

השלימו: $a_5 = a_1 + \square \cdot d$

$$a_7 =$$

$$a_{10} =$$

$$a_n =$$

בגרעונים הקדומים דאגת, שניגן אפכאז: כדי אקבל איבר כלשהו בסדרה חשבונית, יש להוסיף לאיבר הראשון אג "הוספת" הקבועה מספר פעמים הקטן ב 1 ממקומו של האיבר.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

11. בטאו את איברי הסדרה החשבונית בעזרת a_1 ו- d . 

$$a_5 = a_1 +$$

$$a_7 =$$

$$a_9 =$$

$$a_{19} =$$

$$a_{50} =$$

12. בסדרה חשבונית נתון $a_1 = 3$.
 (א) בטאו בעזרת d :

$$a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(ב) נתון $d = 7$. חשבו:

$$a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$$

13. רשמו תבנית (בעזרת n) של כל אחת מהסדרות הבאות ופשטו אותה.

דוגמה: $a_1 = 10$

$d = 7$

התבנית:
$$a_n = 10 + (n - 1) \cdot 7$$

$$= 10 + 7n - 7 = 3 + 7n$$

(ג) $a_1 = 12$

$d = -3$

התבנית:

(א) $a_1 = 3$

$d = 10$

התבנית:

(ד) $a_1 = 17$

$d = -3$

התבנית:

(ב) $a_1 = -2$

$d = 8$

התבנית:

גרסאות

14. אילו מהסדרות הבאות הן סדרות חשבוניות.

(א) $7, 6, 4, 1, -3, -8, -14, \dots$

(ב) $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

(ג) $1000, 100, 10, 1, 0.1, 0.01, 0.001, \dots$

(ד) $1, 1, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 9, 9, 11, 11, \dots$

(ה) $5, 8, 7, 10, 9, 12, 11, 14, 13, 16, \dots$

(ו) $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$

(ז) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \dots$

(ח) $10, 8, 6, 4, 2, \dots$

15. בטאו את איברי הסדרה החשבונית בעזרת a_1 ו- d .

$a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$a_{27} = \underline{\hspace{2cm}}$ $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$a_{30} = \underline{\hspace{2cm}}$ $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$

16. מצאו בכל סדרה חשבונית את איברים הבאים.

$$a_1 = 4 \quad (\alpha)$$

$$d = 7$$

$$a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_1 = -3 \quad (\beta)$$

$$d = 3$$

$$a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_1 = 3 \quad (\gamma)$$

$$d = -5$$

$$a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{15} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4 = 12 \quad (\tau)$$

$$d = 3$$

$$a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

17. במחנה אימונים מבצעים בכל יום 8 כפיפות בטן יותר מאשר ביום הקודם.

ביום שישי ביצעו 47 כפיפות.

(א) כמה יבצעו ביום העשירי לאימון?

(ב) כמה כפיפות ביצעו ביום הראשון?

18. לפניכם תאור גרפי של סדרות חשבוניות.

(א) רשמו חמישה איברים ראשונים בכל סדרה.

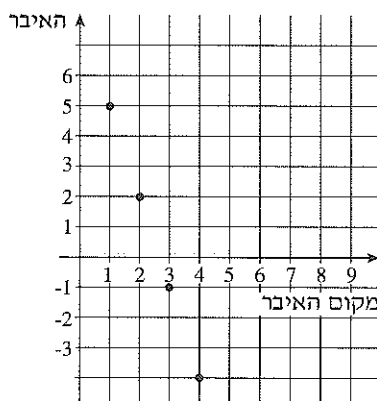
(ב) רשמו תבנית לכל סדרה.

(ג) מצאו את a_{20} לכל סדרה.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

_____ התבנית:

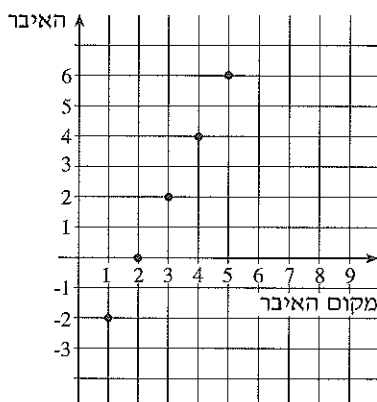
$$a_{20} =$$



_____ , _____ , _____ , _____ , _____

_____ התבנית:

$$a_{20} =$$



עוד על סדרה חשבונית

1. השלימו כך שהמספרים יהוו סדרה חשבונית. 

(א) 5, _____, 11

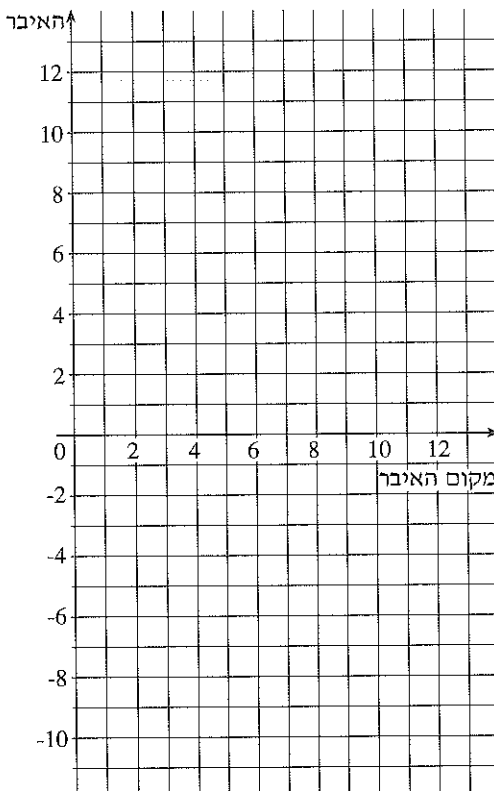
(ב) 1, _____, _____, 13

(ג) 2, _____, _____, _____, 30

(ד) -1, _____, _____, _____, _____, 9

2. (א) בסדרה חשבונית 

_____ , _____ , -4 , _____ , -10



מצאו את d ואת ששת האיברים הראשונים של הסדרה. סמנו את הנקודות המתאימות במערכת הצירים והוסיפו עוד 3 נקודות המתאימות לסדרה.

ב) מצאו 6 איברים ראשונים של סדרה חשבונית בה $a_1 = -2$, $a_4 = 7$.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____

– סמנו את הנקודות המתאימות במערכת צירים.

– במה שונה ובמה דומה סדרה זו לסדרה שבסעיף א'?

– איך מתבטא הדמיון והשוני בגרפים של שתי הסדרות?

ג) כיצד מאופיינת התוספת הקבועה (d) בגרף המתאר את הסדרה?

3. א) בסדרה חשבונית נתון: _____ , _____ , 22 , 8 , _____ , _____

– השלימו את שבעת האיברים הראשונים של הסדרה.

– רשמו תבנית לסדרה (לפי n).

ב) בסדרה חשבונית נתון: $a_2 = 7$, $a_4 = 20$.

רשמו בשורה את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

ג) בסדרה חשבונית נתון: $a_3 = 4$, $a_5 = 20$.

– מצאו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

– רשמו תבנית לסדרה (לפי n).



4. א) בטאו את איברי הסדרה החשבונית בעזרת a_1 ו- d .

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

ב) השלימו את סכום שני האיברים הראשונים בעזרת a_1 ו- d .

$$a_1 + a_2 = a_1 + (a_1 + d) =$$

ג) השלימו את סכום שני האיברים השני והשלישי בעזרת a_1 ו- d .

$$a_2 + a_3 = (\quad) + (\quad) =$$

ד) בטאו את הסכום של שני האיברים השלישי והרביעי, בעזרת a_1 ו- d .

ה) בטאו את הסכום של ארבעת האיברים הראשונים, בעזרת a_1 ו- d .

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = (\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad) =$$



5. סכום שני האיברים הראשונים של סדרה חשבונית הוא 9 וסכום האיבר השני והשלישי הוא 7.

א) האם, לדעתכם, הסדרה עולה או יורדת? נמקו.

ב) בטאו את הסכום של האיברים הראשון והשני בעזרת a_1 ו- d .

$$a_1 + a_2 =$$

ג) בטאו את הסכום של האיברים השני והשלישי בעזרת a_1 ו- d .

$$a_2 + a_3 =$$

ד) רשמו מערכת משוואות המתאימה לנתוני הבעיה בעזרת a_1 ו- d .

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

- (ה) פתרו את מערכת המשוואות שבסעיף ד'.
 (ו) רשמו את שלושת האיברים הראשונים של הסדרה ובידקו.

_____ , _____ , _____

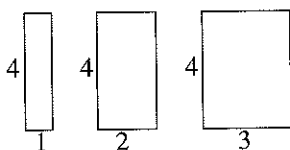
6. סכום שני האיברים הראשונים של סדרה חשבונית הוא 8 וסכום האיברים השלישי והרביעי שלה 24. 

- (א) רשמו את הנתונים בכתב אלגברי.
 (ב) רשמו משוואות בהן d ו- a_1 משתנים יחידים. (היעזרו בביטויים שרשמתם בתרגיל 4).
 (ג) פתרו ומצאו את d ו- a_1 .
 (ד) רשמו את ארבעת האיברים של הסדרה ובידקו.

7. באיזה מקום נמצא האיבר הרשום בסוף הסדרה החשבונית?

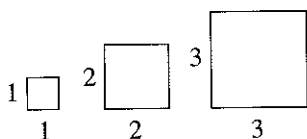
- (א) $-4, -1, 2, \dots, 23$
 (ב) $7, 3, -1, \dots, -25$
 (ג) $3, 3 + d, 3 + 2d, 3 + 3d, \dots, 3 + 12d$
 (ד) $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + 15d$
 (ה) $m, 2m, 3m, \dots, 12m$

8. רשמו שישה איברים בכל סדרה וקבעו אם היא חשבונית. אם כן, ציינו מהי התוספת הקבועה.



(א) שטחי המלבנים.
(אחת הצלעות גִדְלָה ביחידה.)

(ב) היקפי המלבנים בסדרה שבסעיף א'.



(ג) היקפי הריבועים.
(צלע הריבוע גִדְלָה ביחידה.)

(ד) שטחי הריבועים שבסעיף ג'.

(ה) מספר הנרות שמדליקים בכל אחד מימי החנוכה.

9. לפניכם סדרות המוגדרות בעזרת תבנית.

(i) סמנו ב- n סדרות שנראות לכם חשבוניות.

(ii) חשבו חמישה איברים ראשונים של כל סדרה וקבעו אילו מהסדרות הן חשבוניות.

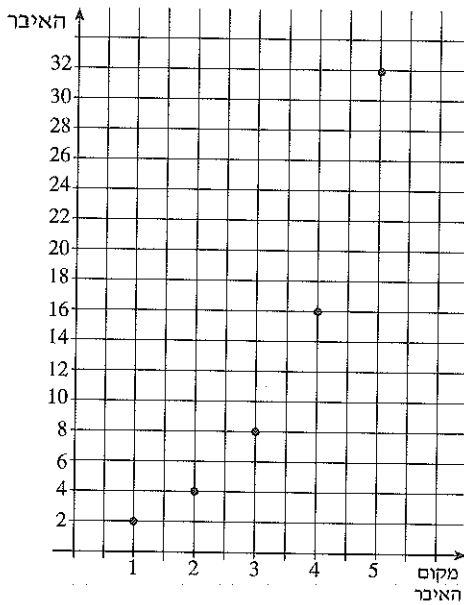
$$a_n = n \quad (\text{ד}) \quad a_n = n^2 \quad (\text{א})$$

$$a_n = -n \quad (\text{ה}) \quad a_n = 5 - 2n \quad (\text{ב})$$

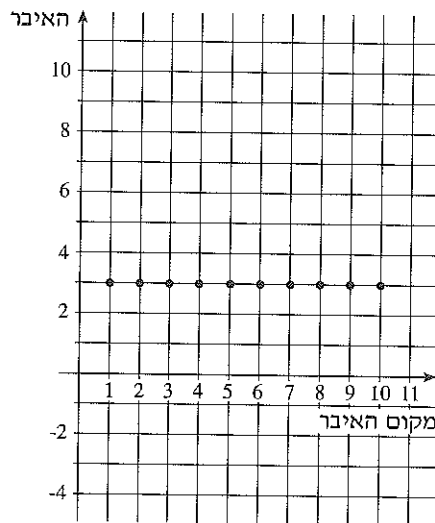
$$a_n = 4n - 1 \quad (\text{ו}) \quad a_n = 2^n \quad (\text{ג})$$

10. "קראו" מהגרף את איברי הסדרה ורשמו אותם.
 רשמו שלושה איברים נוספים, וקבעו אם הסדרה חשבונית.

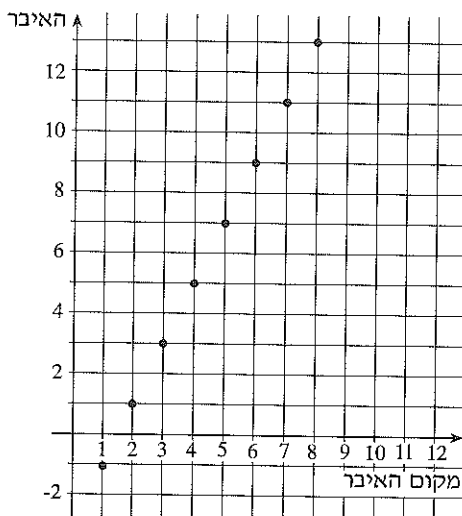
(ב)



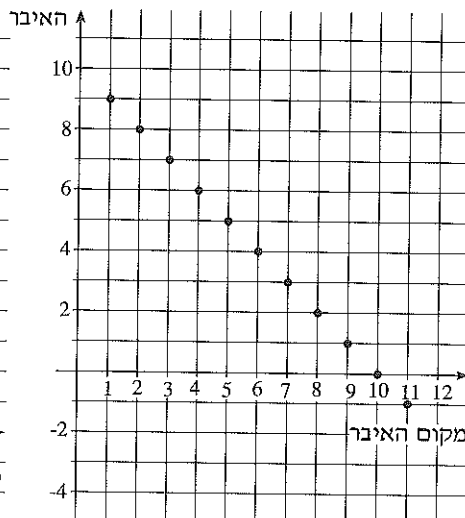
(א)



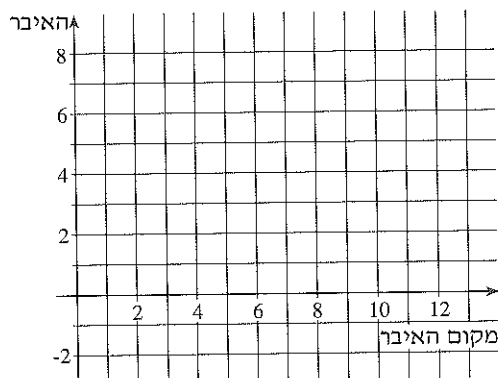
(ד)



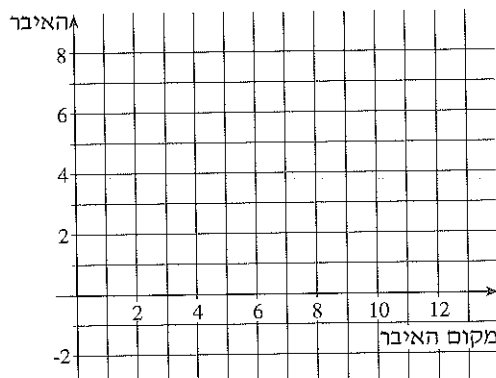
(ג)



11. א) שרטטו גרף של סדרה חשבונית כלשהי (שונה מהמשורטטות לעיל).



ב) שרטטו גרף של סדרה שאינה חשבונית (שונה מהמשורטטות לעיל).



12. האיבר החמישי של סדרה חשבונית הוא -5 .

האיבר השלישי של הסדרה הוא 1 .

א) מצאו את האיבר הרביעי.

ב) מצאו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

ג) מצאו תבנית לסדרה: $a_n =$

13. האיבר השלישי של סדרה חשבונית הוא 8 והאיבר השישי הוא 17.

(א) כמה פעמים נוסף d במעבר מהאיבר השלישי לשישי?

(ב) מצאו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה.

(ג) מצאו תבנית לסדרה: $a_n =$

14. (א) האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 2 – והתוספת הקבועה 4.

באיזה מקום בסדרה נמצא איבר שערכו 14?

(ב) האם יש בסדרה איבר שערכו 35? נמקו.

(ג) האם יש בסדרה איבר שערכו 105–? נמקו.

15. (א) $a_1 = 5$, $d = 3$. האם קיים בסדרה איבר שערכו 38?

אם כן, קבעו באיזה מקום. אם לא, נמקו.

(ב) $a_1 = -1$, $d = -2$. האם קיים בסדרה איבר שערכו 11?

אם כן, קבעו באיזה מקום. אם לא, נמקו.

(ג) $a_2 = 2$, $d = -3$. האם קיים בסדרה איבר שערכו 28 –?

אם כן, קבעו מה מקומו. אם לא, נמקו.

(ד) $a_3 = 1$, $d = -5$. האם קיים בסדרה איבר שערכו 10 –?

אם כן, קבעו מה מקומו. אם לא, נמקו.

16. בסדרה חשבונית נתון $d = 3$ $a_n = 50$.

(א) מה ערכו של a_{n-1} ? מה ערכו של $a_n - 1$?

(ב) מה ערכו של a_{n-2} ? מה ערכו של $a_n - 2$?

(ג) מה ערכו של a_{n+1} ? מה ערכו של $a_n + 1$?

(ד) מה ערכו של a_{n+2} ? מה ערכו של $a_n + 2$?

17. סכום האיברים השני והחמישי בסדרה חשבונית הוא 80.

סכום האיברים השישי והשביעי בסדרה זו הוא 122.

(א) בטאו את a_2 ואת a_5 בעזרת a_1 ו- d , ורשמו משוואה.

(ב) בטאו את a_6 ואת a_7 בעזרת a_1 ו- d , ורשמו משוואה.

(ג) פתרו את מערכת המשוואות שהתקבלו בסעיפים א' ו- ב' ומצאו את a_1 ואת d .

18. בסדרה חשבונית האיבר השני גדול פי 8 מהאיבר הראשון.

סכום האיבר השלישי והשישי הוא 102.

מצאו את a_1 ו- d .

(כדי לבצע זאת, בטאו את a_2, a_3 ו- a_6 בעזרת a_1 ו- d , רשמו משוואות מתאימות לנתונים ופתרו.)

19. ספורטאי מבצע כפיפות מרפקים לקראת תחרות בתרגילי כושר.
ביום הראשון הוא יבצע 20 כפיפות ובכל יום ב- 2 כפיפות יותר מאשר ביום הקודם לו.

א) כמה כפיפות יבצע ביום העשירי? ביום ה- 14?

ב) – האם הגיוני לחשב במקרה זה את a_{50} ?
– עד איזה איבר יש, לדעתכם, הגיון בחישוב איברי הסדרה כסדרה חשבונית? הסבירו.

20. מכונית עוברת 20 מ' בשניה הראשונה לבלימה, ובכל שניה ב- 4 מ' פחות מאשר בשניה הקודמת.
א) רשמו את סדרת המרחקים שעברה המכונית מרגע הלחיצה על הבלמים עד שהמכונית נעצרה.
ב) כמה שניות עברו עד שהמכונית נעצרה?
ג) חברו ומצאו מה המרחק שעוברת המכונית במשך כל השניות האלה.

21. שחיין שוחה בכל יום ב- 4 בריכות יותר מאשר ביום הקודם, עד ליום ה- 20.
ביום הראשון לאימון שחה 40 בריכות.
כמה שחה ביום העשירי?
כמה שחה ביום ה- 20?

22. איילת וגליה רוכבות כל יום על אופניים. בשבוע הראשון רכבו בכל יום 4 ק"מ. בכל שבוע הוסיפו מספר שווה של ק"מ.
כמה ק"מ עליהן להוסיף בכל שבוע, אם הן רוצות להגיע בשבוע השביעי לרכיבה של 16 ק"מ ביום?

23. בתחרות מחלקים עשרה פרסים. הזוכה בפרס הראשון מקבל 100,000 ש"ח והזוכה במקום העשירי מקבל 23,500 ש"ח. סדרת הפרסים היא חשבונית. בכמה ש"ח קטן כל פרס מקודמו?

24. בסדרה חשבונית נתון: $a_3 = 1$, $a_8 = 8.5$. מצאו את עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

25. מכונית אחת עוברת 24 מ' בשניה הראשונה לבלימה, ובכל שניה ב- 3 מ' פחות מאשר בקודמת.
מכונית שנייה עוברת 28 מ' בשניה הראשונה לבלימה, ובכל שניה ב- 4 מ' פחות מאשר בקודמת.
לאיזו משתי המכוניות זמן בלימה קטן יותר?
(חשבו כמה שניות עוברות עד שכל אחת מהמכוניות נעצרת.)

סכומים של סדרות

1.  לאסף יש שנה עד לגיוס לצה"ל. הוא החליט לעבוד 10 חודשים במפעל של אביו, כדי לחסוך כסף. האב הציע לו לבחור באחת משלוש השיטות לקבל משכורת.

(א) לקבל 2000 ש"ח בכל חודש.

(ב) לקבל 1000 ש"ח בחודש הראשון ובכל חודש ב- 200 ש"ח יותר.

(ג) לקבל 200 ש"ח בחודש הראשון, 200 ש"ח בחודש השני, ובכל חודש לאחר מכן משכורת, השווה לסכום שתי המשכורות הקודמות.

באיזו מהשיטות יחסוך אסף סכום גדול ביותר?

סכום n האיברים הראשונים של סדרה מסומן ב- S_n .
למשל, סכום עשרת האיברים הראשונים יסומן ב- S_{10} .

2.  רשמו כסכום של איברים.

$$S_5 = a_1 + a_2 + \dots \quad (\text{א})$$

$$S_7 = \quad (\text{ב})$$

$$S_1 = \quad (\text{ג})$$

$$S_8 = S_5 + \dots \quad (\text{ד})$$

$$S_{10} = S_7 + \dots \quad (\text{ה})$$

$$S_{12} = S_{11} + \dots \quad (\text{ו})$$



3. לפניכם סדרות. השלימו את השורה לעשרת האיברים הראשונים, ומצאו את S_5 ואת S_8 .

(א) $-1, 4, 9, 14, 19, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ב) $1, 2, 3, 4, 5, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) $1, 2, 4, 8, 16, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ד) $1, 2, 4, 7, 11, 16, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ה) $1, 1, 2, 3, 5, 8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$



4. בסדרה חשבונית $a_1 = 3$

$d = 4$

(א) חשבו את חמשת האיברים הראשונים.

(ב) חשבו את S_2, S_3, S_4, S_5

$S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$S_4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$S_5 = \underline{\hspace{2cm}}$

5.  רשמו נכון/או לא נכון, ותקנו במקרה שמה שרשום אינו נכון.

(א) $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

(ב) $S_2 = a_1 \cdot a_2$

(ג) $S_1 = a_1$

(ד) $S_3 = S_2 + a_3$

(ה) $S_5 = S_4 + a_4$

(ו) $S_6 = S_4 + a_4 + a_5$

(ז) $S_8 = S_6 + a_7 + a_8$

6.  (א) השלימו את עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

(ב) חשבו את S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 , ורשמו אותם בשורה.

(ג) נסו, ללא חיבור האיברים, לנחש את ערכם של S_8, S_{10} , ובדקו על-ידי חיבור האיברים.

7.  (א) המשיכו עד a_{12}

1, 2, 3, 4, ...

(ב) חשבו את $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$.

(ג) מה יהיה, לדעתכם, S_8 ?



8. היכן כדאי יותר לעבוד?

בפיצריה "פיצֶרְלָה", מקבל נער המביא פיצות לבתים, 8 ש"ח על כל משלוח.
בפיצריה "תוֹמָתו", מקבל נער המביא פיצות לבתים, 5 ש"ח על המשלוח הראשון
באותו יום, ושקל אחד יותר על כל משלוח נוסף.

(א) מי הרוויח יותר, אם מכל פיצריה נשלחו 5 משלוחים?

(ב) מי הרוויח יותר, אם מכל פיצריה נשלחו 8 משלוחים?

(ג) האם קיים מספר משלוחים עבורו שני הנערים ישתכרו אותו מחיר?

גרלילים

9. השלימו לששת האיברים הראשונים וחשבו את S_6 .

(א) $1, 3, 9, 27, \dots$

(ב) $16, 12, 8, 4, \dots$

(ג) $2, 3, 5, 8, 12, \dots$

10. השלימו על פי הדוגמה: $S_3 = S_2 + \boxed{a_3}$

(א) $S_4 = S_3 + \boxed{}$

(ב) $S_5 = S_4 + \boxed{}$

(ג) $S_5 = S_3 + \boxed{} + \boxed{}$

(ד) $S_5 - S_4 = \boxed{}$

(ה) $S_{10} - a_{10} = \boxed{}$

11. חשבו את ארבעת האיברים הראשונים בכל סדרה ומצאו את S_4 .

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases} \quad \text{(א) סדרה חשבונית:}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \boxed{\begin{matrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{matrix}} \cdot 3 \end{cases} \quad \text{(ב)}$$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \boxed{\begin{matrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{matrix}} \cdot n \end{cases} \quad \text{(ג)}$$

$$a_n = n^2 - n \quad \text{(ד)}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2 \cdot \boxed{\begin{matrix} \text{האיבר} \\ \text{הקודם} \end{matrix}} \end{cases} \quad \text{12. (א) רשמו שמונה איברים של הסדרה}$$

(ב) חשבו את S_6, S_5, S_4, S_3, S_2 .

(ג) מצאו את S_8 בעזרת S_6 .

תבנית לסכום של סדרה (חשבונית)

אליג'ס אפטר אמצא אבניג אסכא ש סדרה (S_n) לפי ת.
ניאא זאא אגלילי אבאא.

1. א) השלימו ורשמו תבנית לסכום סדרת המספרים האי-זוגיים. 

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 3 =$$

$$S_3 = 1 + 3 + 5 =$$

$$S_4 = 1 + 3 + 5 + 7 =$$

$$S_5 =$$

$$S_6 =$$

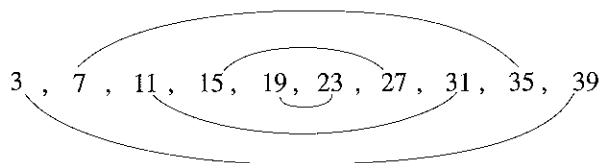
$$S_n =$$

התבנית:

ב) מה יהיה סכום 12 האיברים הראשונים בסדרה?

בסוף זא אמצא אבניג אסכא ש ת האיברים הראשונים ש כ סדרה חשבאניג
 (S_n) .

2. א) רשמו מעל כל קשת את סכום האיברים המחוברים בקשת. 



ב) כמה זוגות כאלה יש בסדרה בת עשרה איברים?

ג) מה הסכום של כל עשרת האיברים?

6. בסדרה חשבונית נתון: $a_1 = 2, d = 3$.
 (א) מצאו את a_{10} .

- (ב) – כמה זוגות יוצרו, אם נחבר את כל האיברים בזוגות: הראשון עם האחרון, השני עם הלפני אחרון, וכו'?
- מה יהיה הסכום של כל זוג כזה?
- מה הסכום של 10 האיברים הראשונים?

7. בסדרה חשבונית נתון: $a_1 = -5, d = 2$.
 (א) מצאו את a_{100} .

- (ב) – כמה זוגות יוצרו אם נחבר את כל האיברים בזוגות: הראשון עם האחרון, השני עם הלפני אחרון, וכו'?
- מה יהיה הסכום של כל זוג כזה?
- מה הסכום של 100 האיברים הראשונים?

8. בסדרה חשבונית מספר זוגי של איברים.
 n מבטא את מספר איברי הסדרה.
 כמה זוגות יוצרו, אם נחבר את כל איברי הסדרה בזוגות: הראשון עם האחרון, השני עם הלפני אחרון, וכו'?

ראויים לעמוד סדרה חשבונית עם מספר זוגי של איברים מקיים:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

9. (א) רשמו את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה החשבונית.

3, 10, _____, _____, _____

(ב) חברו ומצאו את S_5 .

(ג) הציבו את a_1 ואת a_5 וחשבו: $S_5 = (a_1 + a_5) \cdot \frac{5}{2} =$

(ד) המשיכו את הסדרה הנ"ל עד a_9 וחשבו על-ידי חיבור את S_9 .

הציבו וחשבו: $S_9 = (3 + a_9) \cdot \frac{9}{2} =$

10. (א) רשמו את שבעת האיברים הראשונים של סדרה חשבונית בה

$$a_1 = 8$$

$$d = 5$$

(ב) מצאו את S_7 .

(ג) האם לאחר הצבה בנוסחה $S_7 = (a_1 + a_7) \cdot \frac{7}{2}$ וחישוב, מתקבלת

התוצאה שקיבלתם בסעיף ב'?

הנוסחה שמצאתם לחישוב סכום n האיברים הראשונים של סדרה חשבונית, עבור n זוגי, מתאימה למעשה למציאת כל סכום של סדרה חשבונית.

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}, \quad n \text{ טבעי.}$$

או במילים: הסכום של האיבר הראשון והאחרון כפול במספר הזוגות (מחצית מספר האיברים)

11. בסדרה חשבונית נתון:  $a_9 = 48$, $a_1 = 8$
חשבו את S_9 .

12. בסדרה חשבונית נתון:  $a_{12} = 30$, $a_1 = 12$
חשבו את S_{12} .

13. בסדרה חשבונית נתון:  $d = 3$, $a_1 = 2$
מצאו את a_{15} ואת S_{15} .
(תזכורת: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$)

14. בסדרה חשבונית נתון:  $d = -3$, $a_1 = 10$
(א) מצאו את a_{10} ואת S_{10} .
(ב) מצאו את a_{100} ואת S_{100} .

15. נתונה סדרה  $1, 2, 3, \dots$
- מהו a_{20} ? חשבו את S_{20} .
- מהו a_{40} ? חשבו את S_{40} .
- מהו a_{100} ? חשבו את S_{100} .

16.  שירה מרוויחה בשבוע הראשון לעבודתה 200 ש"ח ובכל שבוע ב- 50 ש"ח יותר מאשר בשבוע הקודם. שירה עבדה 12 שבועות.
(א) כמה הרוויחה בשבוע האחרון לעבודתה?
(ב) כמה הרוויחה ב- 12 השבועות האלה?
(ג) כמה הרוויחה בחודש האחרון? (4 השבועות האחרונים)?



17. בסדרה חשבונית 10 איברים. האיבר הראשון הוא 3, ו- $S_{10} = 120$.
 - כמה זוגות יוצרו, אם נחבר את כל האיברים בזוגות: הראשון עם האחרון, השני עם הלפני אחרון, וכו'.
 - מה יהיה סכום של כל זוג כזה?
 - מהו a_{10} ?
 - חשבו את d .



18. באולם ספורט יש 40 מקומות בשורה הראשונה, ובכל שורה יש 10 מקומות יותר מאשר בשורה הקודמת.
 (א) חשבו את מספר המקומות בשורה החמישית ובשורה העשירית.
 (ב) באולם 50 שורות. חשבו את a_{50} ואת S_{50} .
 (ג) מה מתאר a_{50} ? מה מתאר S_{50} ?
 (ד) מה מתאר a_n בסדרה זו? מה מתאר S_n ?

גרעילים

19. (א) רשמו סדרה למספר הנרות שמשתמשים בכל אחד משמונת ימי החנוכה (כולל השמשים).

2,

- (ב) מצאו את a_8 ואת S_8 .

20. חשבו את a_{10} ואת S_{10} בסדרות החשבוניות.

$a_1 = -3$	(ג)	$a_1 = -2$	(א)
$a_3 = 15$		$a_2 = 5$	
$a_2 = 7$	(ד)	$a_1 = 10$	(ב)
$a_3 = 15$		$d = 8$	

21. כמה ירוויח נער במשך 6 חודשים, אם בחודש הראשון הוא מקבל שכר של 1000 ש"ח, ובכל חודש 200 ש"ח יותר מאשר בחודש הקודם?

22. בשורה הראשונה באמפיתאטרון יש 20 מושבים, ובכל שורה ב- 4 מושבים יותר מאשר בשורה הקודמת לה. באמפיתאטרון יש סך הכל 24 שורות. חשבו את מספר המקומות באמפיתאטרון. (חשבו תחילה את מספר המקומות בשורה האחרונה, a_{24}).

23. נהג של קטר רכבת רואה מרחוק חבילה מונחת על הפסים ומפעיל את הבלמים. בשניה הראשונה של הפעלת הבלמים עוברת הרכבת 28 מ'. בכל שניה אחר כך 4 מ' פחות מאשר בשניה הקודמת. (א) אחרי כמה שניות נעצרה הרכבת? (ב) מה המרחק שעברה הרכבת בכל השניות האלה (S_n) ? (ג) כשהפעיל נהג הקטר את הבלמים, היתה הרכבת במרחק 120 מ' מהחבילה. האם הספיקה לעצור לפני החבילה? אם כן, כמה מטרים לפני?

24. גוף נע מנקודה A לנקודה B. בשניה הראשונה עבר הגוף 4 מטרים ובכל שניה אחר כך 3 מטרים יותר מאשר בשניה הקודמת. (א) כמה מטרים עבר הגוף בשניה ה- 12? (ב) מה המרחק בין A ל- B (כמה מטרים עבר הגוף בכל 12 השניות)?

25. איילת ונועה רוצות לצאת לטיול בחו"ל. כל אחת עבדה 8 חודשים כדי לממן את הטיול. איילת הרוויחה בחודש הראשון 1200 ש"ח, ובכל חודש 100 ש"ח יותר מאשר בחודש הקודם. נועה הרוויחה 1500 ש"ח בכל חודש. מי מהן חסכה סכום כסף גדול יותר?

26. מכונית מגבירה את מהירותה. בשניה הראשונה להגברת המהירות עברה המכונית 15 מ' ובכל שניה עברה ב- 1.5 מ' יותר מאשר בשניה הקודמת.
- (א) כמה מטרים עברה המכונית בשניה הרביעית?
- (ב) מה מתאר a_n בסדרה זו? (n מייצג את מספר השניות).
- (ג) באיזו שניה עברה המכונית מרחק של 27 מ'?
- (ד) מה מתאר S_n בסדרה זו?
- (ה) כמה מטרים עברה המכונית סך הכל במשך 12 השניות הראשונות?
27. האיבר הראשון של סדרה חשבונית הוא 2. ידוע גם, כי סכום 30 האיברים הראשונים הוא 1800. מצאו את a_{30} ואת d .
28. האיבר השנים עשר של סדרה חשבונית הוא -4. $S_{12} = 150$. מצאו את a_1 ואת d .
29. דן עבד בחנות ספרים וקיבל שכר באופן הבא:
- בשבוע הראשון קיבל 200 ש"ח. בכל שבוע קיבל בסכום קבוע יותר מאשר בשבוע הקודם. דן עבד 8 שבועות.
- סה"כ קיבל דן 3280 ש"ח.
- (א) כמה קיבל דן בשבוע השמיני?
- (ב) מה היתה התוספת הקבועה בכל שבוע?
30. רותי ואיילת קיבלו בקיץ עבודה למשך 12 יום. כל אחת יכולה לבחור בתנאי תשלום.
- איילת בחרה לקבל ביום הראשון 40 ש"ח ובכל יום בסכום קבוע יותר מאשר ביום הקודם לו.
- רותי בחרה לקבל בכל יום 150 ש"ח.
- (א) כמה הרוויחה רותי?
- (ב) מה צריכה להיות התוספת הקבועה, שתקבל איילת, על מנת שתרוויח כמו רותי?

31. בסדרה חשבונית בת 10 איברים. הסכום $a_3 + a_8$ הוא 35.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

- חברו בעזרת קשתות את האיברים שסכומם הוא 35.
- כמה קשתות ישנן?
- מהו סכום איברי הסדרה?

32. בסדרה חשבונית סכום האיבר הראשון והחמישי 100.
מצאו את האיבר השלישי.

33. בסדרה חשבונית נתון: $a_2 + a_{29} = 60$.

- (א) מצאו את $a_1 + a_{30}$.
- (ב) חשבו את S_{30} .

34. בסדרה חשבונית נתון: $a_{10} = 32$.

- (א) חשבו את $a_1 + a_{19}$.
- (ב) חשבו את S_{19} .

35. בסדרה חשבונית נתון: $a_1 = 68$, $S_{30} = 300$.
מצאו את a_{30} ואת d .

36. בסדרה חשבונית 10 איברים. סכום האיברים השמיני והשלישי הוא 45.



- מהו סכום $a_1 + a_{10}$?
- חברו בעזרת קשתות את זוגות האיברים שסכומם הוא 45.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

- מה סכום כל עשרת איברי הסדרה?

37. בסדרה חשבונית 50 איברים.



נתון: $a_3 + a_{48} = 190$

א) מצאו את S_{50} .

ב) נתון גם $a_{50} = 193$. מצאו את a_1 .

ג) מצאו את d .

38. בסדרה חשבונית נתון: $a_7 = 20$, $a_4 + a_{11} = 43$.



____, _____, _____, _____, _____, _____, 20, _____, _____, _____, _____

- היעזרו בקשתות ומצאו את a_8 .

- מהו הפרש הסדרה?

- מהו a_1 ?

כמה איברים חיברנו?

1. בסדרה חשבונית $d = 4, a_1 = 3$



- רשמו את איברי הסדרה וחברו אותם עד שסכומם יהיה 210.

- כמה איברים חיברתם?

2. שרה חסכה כסף למתנה. בשבוע הראשון חסכה 10 שקלים ובכל שבוע חסכה



3 ש"ח יותר מבשבוע שקודם לו.

שרה הצליחה לחסוך 105 ש"ח.

כמה שבועות חסכה שרה?

3. בסדרה חשבונית $d = -4, a_1 = 20$



רשמו את איברי הסדרה וחברו אותם עד שסכומם יהיה 60.

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

- כמה איברים חיברתם?

- כמה תשובות יש לשאלה?

4. בסדרה חשבונית $d = -2, a_1 = 9$



____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

(א) כמה איברים צריך לחבר כדי שסכומם יהיה 21?

(ב) הוסיפו עוד ארבעה איברים לסדרה וחשבו את הסכום מ- a_1 . מה קיבלתם? הסבירו.

כמה תשובות לשאלה שנשאלה בסעיף א'?



5. בסדרה חשבונית $d = 3$, $a_1 = 6$.
 (א) כמה איברים צריך לחבר כדי שסכומם יהיה 62?
 (ב) כמה תשובות יש לסעיף א'? הסבירו.

מה יקרה אם צריך למצוא כמה איברים חברנו כאשר מדובר במספר רב של איברים?



6. בשורה ראשונה של אולם תיאטרון 50 מקומות ובכל שורה ב- 6 מקומות יותר מאשר בשורה הקודמת.
 ידוע שיש באולם 2140 מקומות.
 מה מספר השורות?
הצרכי:

- (א) נשער, למשל, כי מדובר ב- 10 שורות.
 - חשבו את מספר המקומות בשורה העשירית (a_{10}).
 - כמה מקומות באולם במקרה הזה?
 - האם התשובה שקיבלתם גדולה או קטנה מ- 2140?

- (ב) כעת, נשער מספר אחר של שורות (למשל 15 שורות).
 - חשבו את מספר המקומות בשורה החמש עשרה (a_{15}).
 - כמה מקומות באולם במקרה הזה?

(ג) המשיכו עד שתגיעו לסכום 2140.



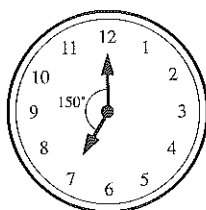
7. רץ עובר בדקה הראשונה לתנועתו 500 מ'.
 בכל דקה נוספת הוא עובר ב- 10 מ' פחות מאשר בדקה הקודמת.
 בכמה זמן עובר הרץ מסלול שאורכו 6800 מ'?

פרק ב': טריגונומטריה

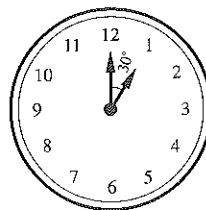
משפחה חדשה של פונקציות

פונקציות מחזוריות

1. מתחת לשני השעונים רשומה הזווית שנוצרה בין המחוגים (בשעה שלמה). 

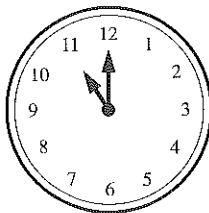
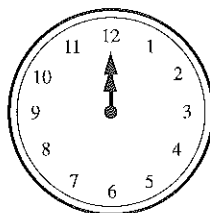
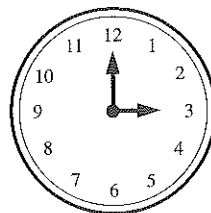
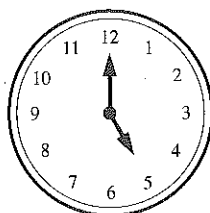
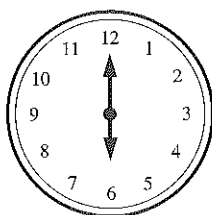


השעה 7:00
הזווית 150°



השעה 1:00
הזווית 30°

א) רשמו את גודל הזווית בין המחוגים בכל אחד מהשעונים.
שימו לב, הזווית בין 0° ל- 180° .



(ב) בטבלה, כאן למטה, t מסמנת את השעה ו- α היא הזווית שנוצרה בין המחוגים בכל שעה שלמה (מ- 0° ל- 180°).
השלימו את הטבלה לכל שעה שלמה.

	חצות												צהריים											
(שעה)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
זווית α	0°																							
בין המחוגים																								60°

(ג) רשמו את כל השעות השלמות, המתאימות ל- $\alpha = 30^\circ$.

(ד) השלימו:

דוגמה: $60^\circ \rightarrow 2$ (הזווית המתאימה לשעה 2.00 היא 60°).

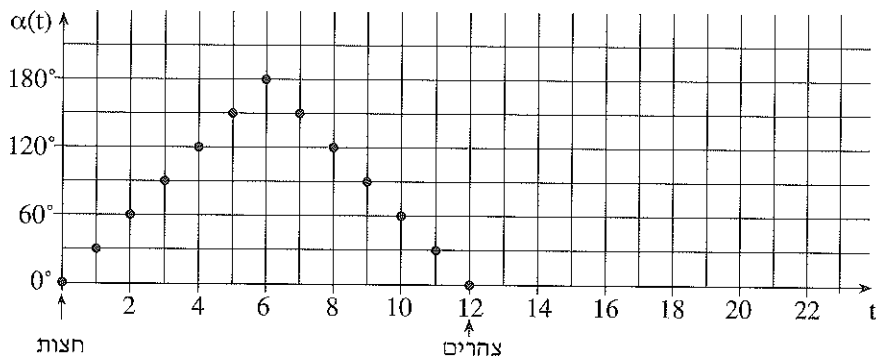
$4 \rightarrow$

$8 \rightarrow$

180°

150°

(ה) במערכת הצירים משורטט חלק מהגרף של הפונקציה המחזורית.
המשיכו לסמן נקודות על-פי הטבלה.



ראינו כי מ-12:00 בצהריים עד 23:00 צורת הגרף חוזרת על עצמה.
לכן נאמר, כי אורך המחזור בשעון הוא 12 שעות.

ו) האם השעה 11:00 היא במחזור הראשון או השני?

ז) האם הזווית 30° מופיעה פעם אחת בכל מחזור?

ח) האם הזווית 180° מופיעה פעם אחת בכל מחזור?

ט) (i) לשעה 2:00 מתאימה הזווית 60° ($2 \rightarrow 60^\circ$).

השלימו את הזוג המתאים במחזור השני $60^\circ \rightarrow$ _____.

(ii) לשעה 15:00 מתאימה הזווית 90° ($15 \rightarrow 90^\circ$).

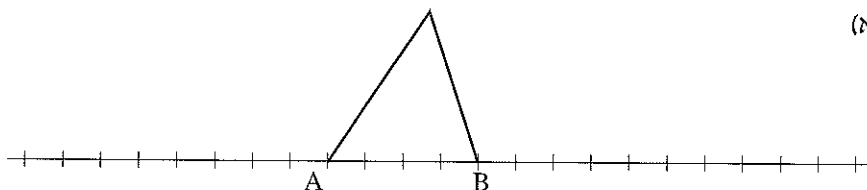
השלימו את הזוג המתאים במחזור הראשון $90^\circ \rightarrow$ _____.



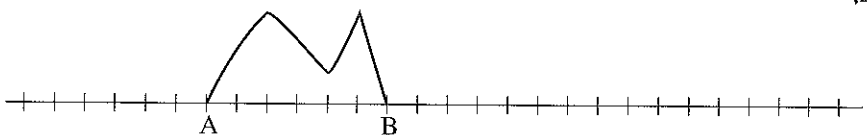
2. שרטטו גרפים מחזוריים.

(i) תלשו את דף שקוף א', ובצעו את ההוראות הרשומות בו.

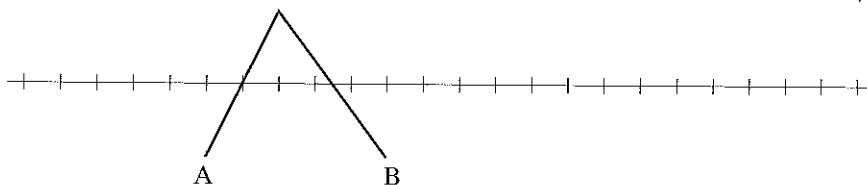
(א)



(ב)



(ג)



(ii) שרטטתם על הדף השקוף גרפים של פונקציות מחזוריות.

אורך המחזור של גרף הפונקציה (בסעיף א') הוא ארבע יחידות.

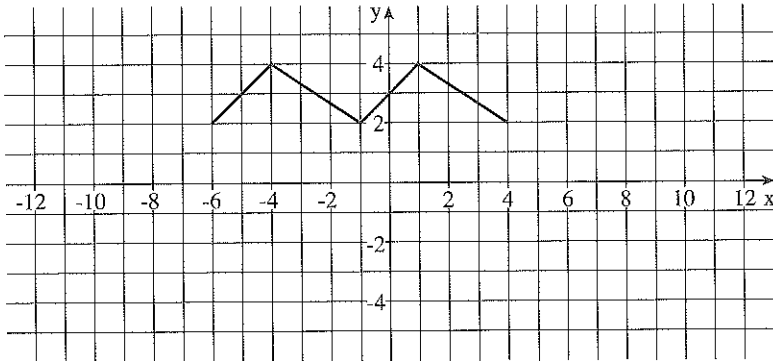
- מהו אורך המחזור של הגרף בסעיף ב'?

- מהו אורך המחזור של הגרף בסעיף ג'?

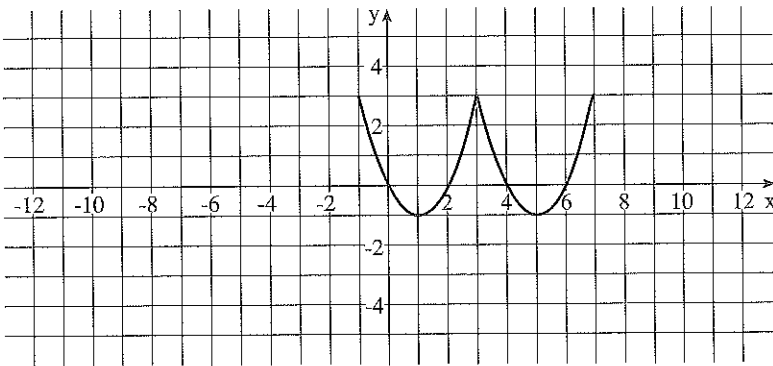


3. בכל סעיף משורטטים שני מחזורים של פונקציה מחזורית.

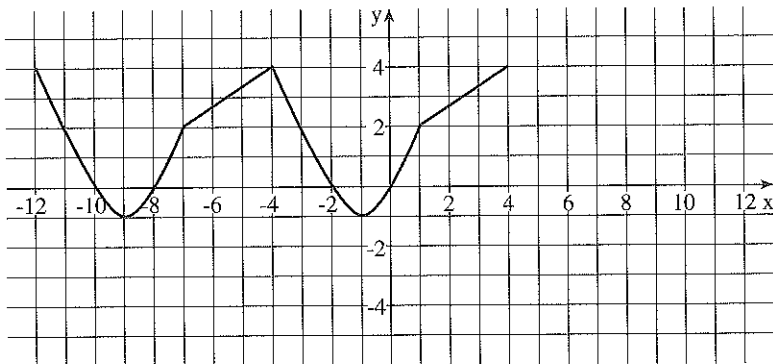
(א) שרטטו שני מחזורים נוספים. מהו אורך המחזור?



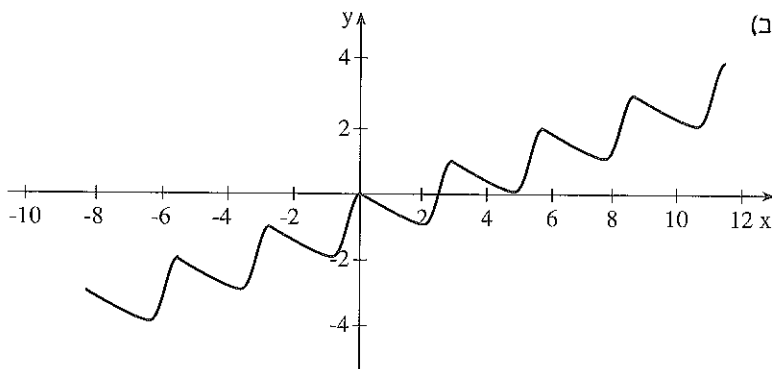
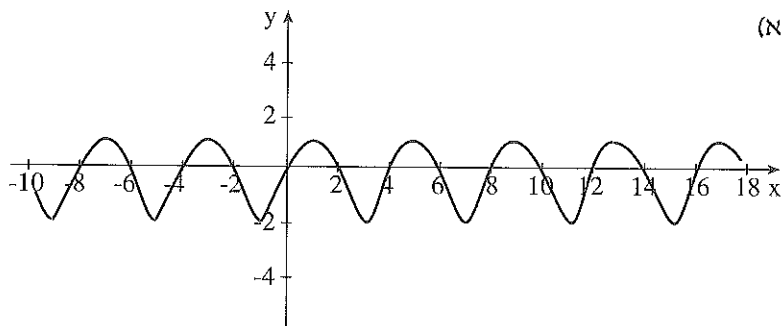
(ב) שרטטו שלושה מחזורים נוספים. מהו אורך המחזור?



(ג) שרטטו מחזור אחד נוסף. מהו אורך המחזור?



4. רשמו, לגבי כל אחת מהפונקציות המשורטטות, אם היא מחזורית. אם כן, רשמו את אורך המחזור. 



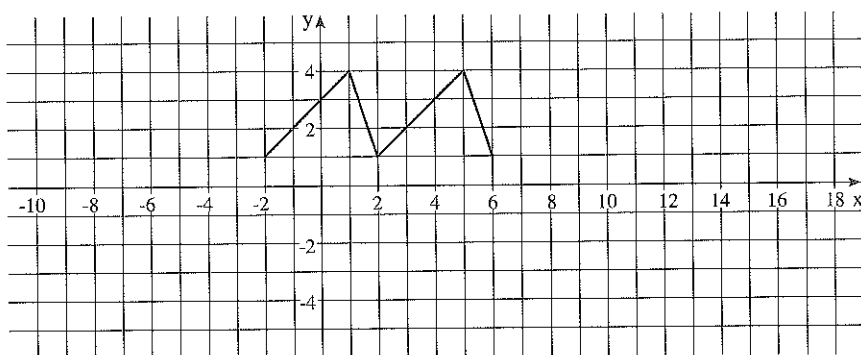
5. (א) שרטטו גרף של פונקציה מחזורית, שאורך המחזור שלה ארבע יחידות, ויש לה מקסימום ב- $(0, 3)$. (שרטטו לפחות ארבעה מחזורים). 
 (ב) רשמו שיעורי נקודת מקסימום במחזור אחר.

6. שרטטו גרף של פונקציה מחזורית, שיש לה מקסימום ב- $(0, 1)$, מינימום ב- $(3, -1)$, ואורך המחזור שלה חמש יחידות. (שרטטו לפחות שלושה מחזורים). 

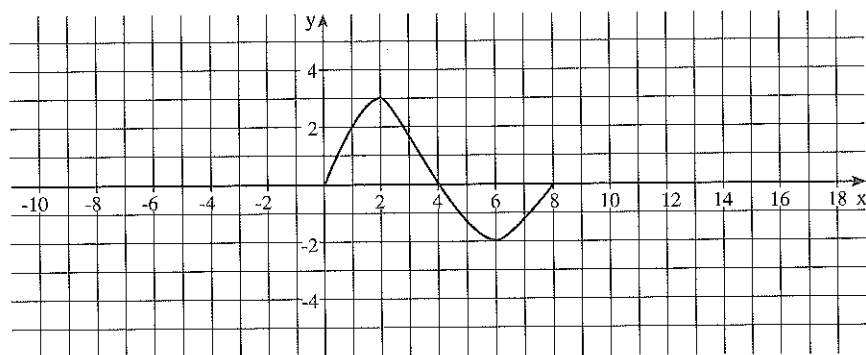
גרפים

7. בכל סעיף משורטטים מחזור אחד או שניים של פונקציה מחזורית.
רשמו את אורך המחזור והוסיפו לכל גרף מחזור מימין ומחזור משמאל.

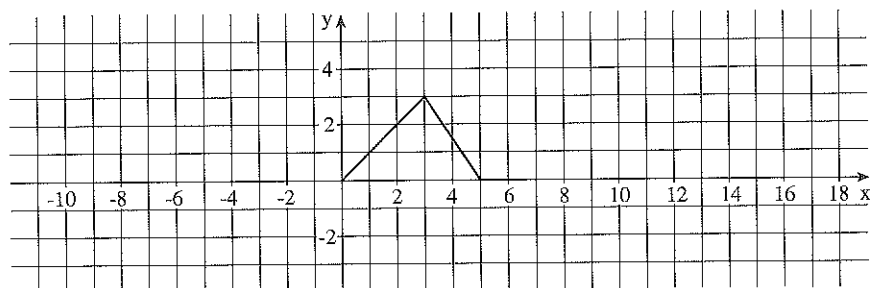
(א)



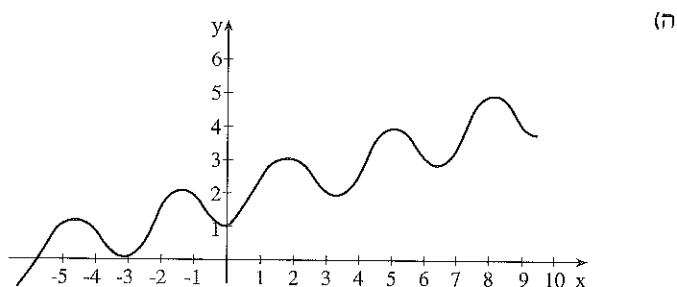
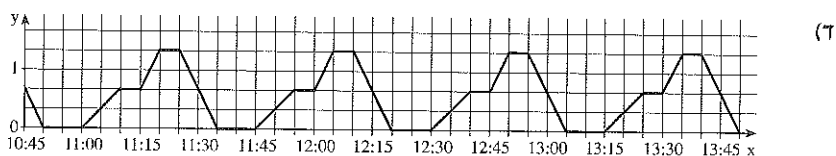
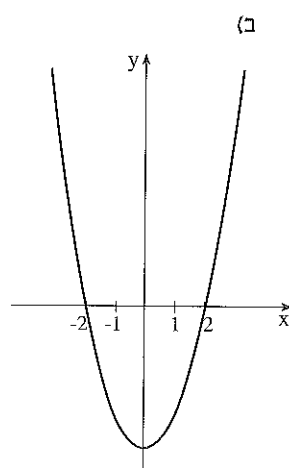
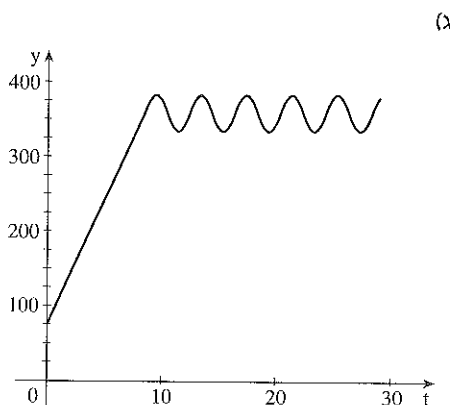
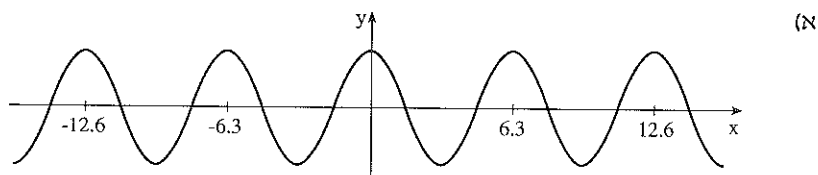
(ב)



(ג)



8. רשמו לגבי כל אחת מהפונקציות המפורטות, אם היא מחזורית. אם כן, רשמו את אורך המחזור.



9. א) שרטטו במחברתכם פונקציה מחזורית כלשהי. (שרטטו לפחות ארבעה מחזורים).

ב) שרטטו במחברתכם פונקציה מחזורית שאורך המחזור שלה חמש יחידות. (שרטטו לפחות שלושה מחזורים).

ג) סמנו במערכת צירים את הנקודה $(-4, 2)$ ושרטטו גרף של פונקציה מחזורית שאורך המחזור שלה ארבע יחידות, וגרף הפונקציה עובר דרך הנקודה שסימנתם. (שרטטו לפחות שלושה מחזורים).

ד) סמנו במערכת צירים את הנקודות $(5, 3)$, $(7, 0)$ ושרטטו גרף של פונקציה מחזורית, שאורך המחזור שלה ארבע יחידות, וגרף הפונקציה עובר דרך הנקודות שסימנתם. (שרטטו לפחות שלושה מחזורים).

10. א) שרטטו גרף של פונקציה מחזורית, שאורך המחזור שלה חמש יחידות, ונקודת החיתוך שלה עם ציר y היא $(0, 2)$. (שרטטו לפחות שלושה מחזורים).

ב) כמה נקודות חיתוך עם ציר y יש לפונקציה?

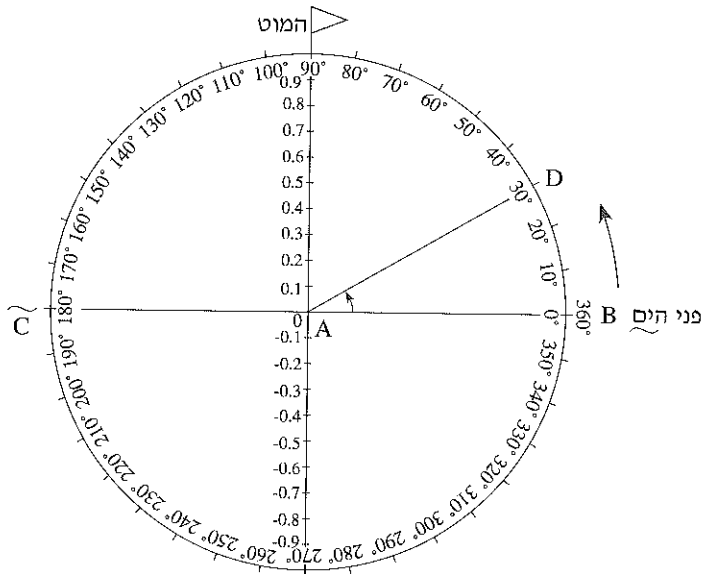
ג) שרטטו, על-פי אותם הנתונים, גרף שונה מזה ששרטטתם.

הפונקציה Sin (סינוס)



1. בשרטוט שלפניכם הקו המאוזן (CB) הוא קו פני הים.

A מרכז מעגל שאורך הרדיוס שלו יחידה אחת. בנקודה A העמידו מוט הניצב לקו פני הים. על המוט מסומנות שנתות למדידה. נקודה נעה על המעגל מנקודה B נגד כיוון השעון. נניח שהנקודה הגיעה ל- D. $\angle DAB = 30^\circ$.



גובה D מעל פני הים הוא 0.5 יחידות.

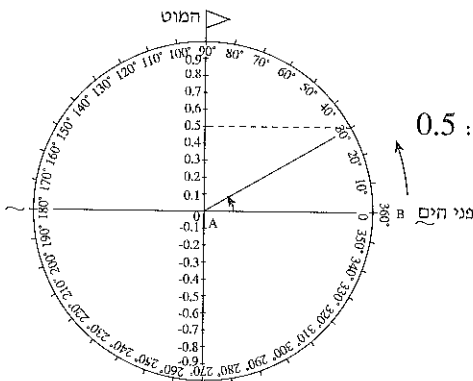
(א) לכל אחד מהמעגלים הבאים רשמו את הזווית ואת הגובה מעל או מתחת

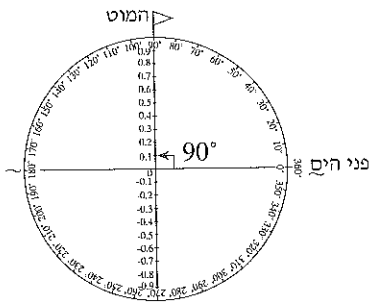
פני הים אליה הגיעה הנקודה.

לדוגמה:

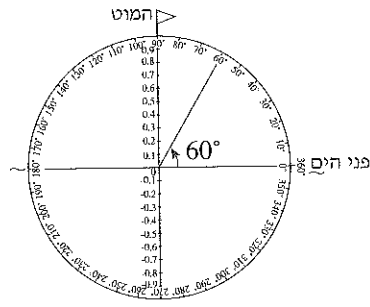
הזווית: 30°

הגובה מעל או מתחת פני הים: 0.5

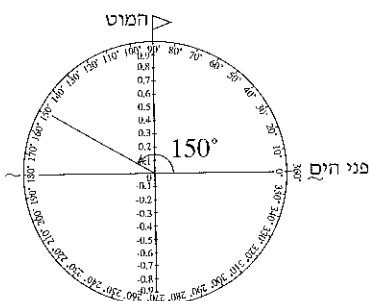




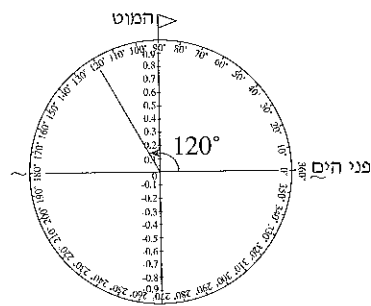
הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____



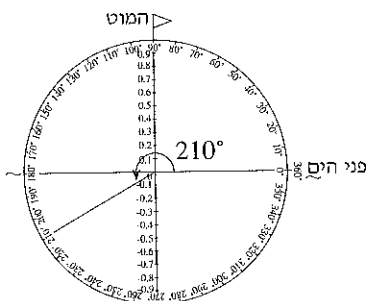
הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____



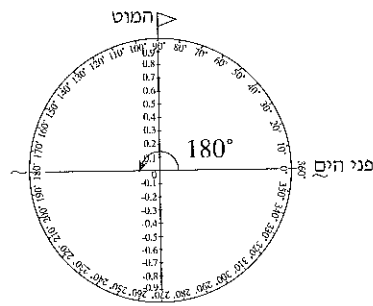
הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____



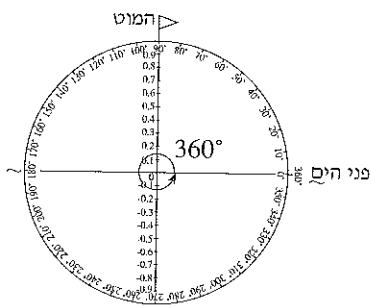
הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____



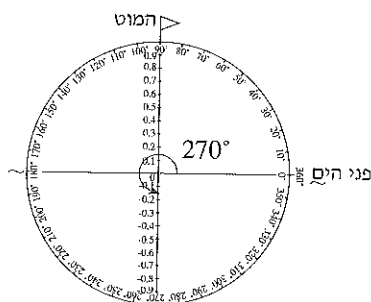
הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____



הזווית: _____
 הגובה מעל או מתחת
 פני הים: _____

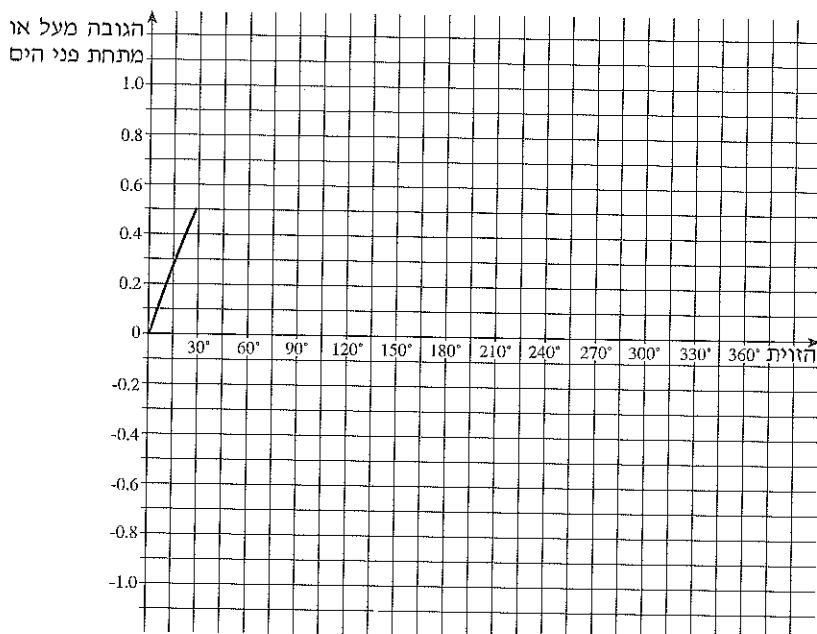


_____ הזווית:
 הגובה מעל או מתחת
 _____ פני הים:



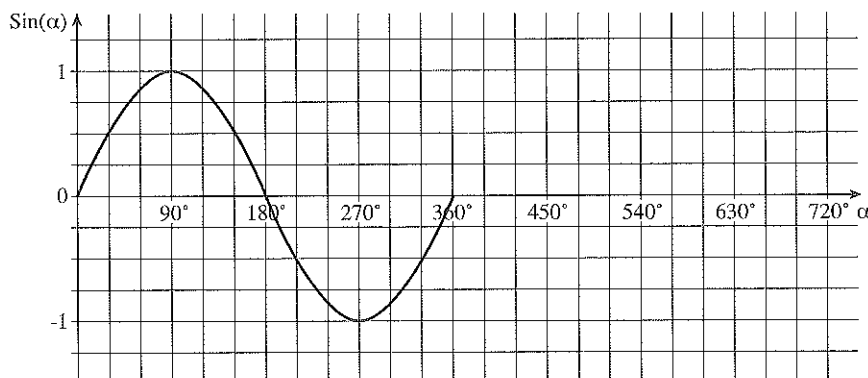
_____ הזווית:
 הגובה מעל או מתחת
 _____ פני הים:

ב) סמנו את הנקודות, על-פי המעגלים, והשלימו את גרף הפונקציה בין 0° ל- 360° .



אם נמשך אפסגה, נגדף יחידה על צמח, כאמר, גקבל פונקציה מחזורית.
שמה סינאס α , מסמנים $\sin(\alpha)$.

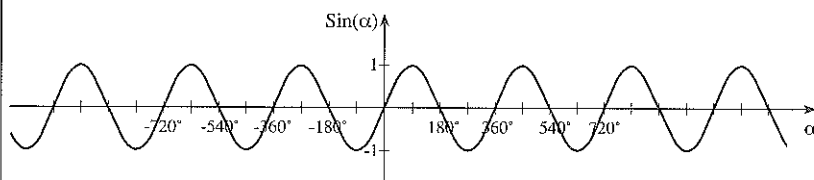
ג) שרטטו מחזור נוסף.



- (ד) i) מהן נקודות החיתוך של הגרף המשורטט עם ציר α (ציר הזווית)?
- ii) הפונקציה חיובית בין 0° ל- 180° .
רשמו תחום נוסף (קטע על ציר α), בו הפונקציה חיובית.
- iii) הפונקציה עולה בין 270° ל- 450° .
רשמו שני תחומים נוספים בגרף המשורטט (קטעים על ציר α), בהם הפונקציה עולה.
- iv) מהו הערך הגדול ביותר של הפונקציה? מהו הערך הקטן ביותר שלה?
- ה) מהו אורך מחזור הפונקציה?

2. 

הפונקציה המתארת את הגובה מעל או מתחת פני הים נקראת בשם **סינוס** ורשמים $\sin(\alpha)$



אורך מחזור הפונקציה הוא 360° , לכן ערכי $\sin(\alpha)$, עבור זוויות הנבדלות זו מזו ב- 360° , שווים.

(א) - מהו הערך הגדול ביותר שיכולה הפונקציה $\sin(\alpha)$ לקבל?
 - כמה פעמים בכל מחזור מקבלים ערך זה?

(ב) - מהו הערך הקטן ביותר שיכולה הפונקציה $\sin(\alpha)$ לקבל?
 - כמה פעמים בכל מחזור מקבלים ערך זה?

(ג) האם מתקיים $\sin(\alpha) = 2$? הסבירו.

(ד) אילו ערכים יכולה לקבל הפונקציה $\sin(\alpha)$?

3.  השלימו, בקירוב, על-פי הגרף.

(א) $\sin(30^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ד) $\sin(60^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

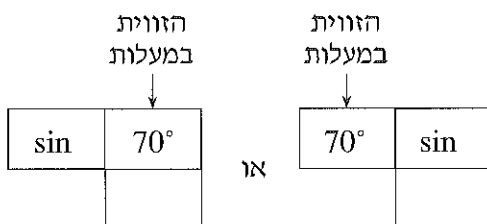
(ב) $\sin(45^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ה) $\sin(160^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) $\sin(53^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ו) $\sin(225^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

קשה לדיוק בקביעת ערך הסיוס על-פי המעלל או על-פי העלל. כדי לדיוק יאג
ניגן אפיעזר במחשבון.

4. חשבו באמצעות מחשבון. 

דוגמה: כדי לחשב את $\sin(70^\circ)$ הקישו:



בהתאם למחשבון

דאגו שהאותיות DEG יופיעו על מצג המחשבון.
DEG היא תחילת המילה DEGREE, שפירושה מעלה. יש יחידות שונות למדידת
זוויות. כאן נמדוד זוויות בעזרת מעלות בלבד.



(א) $\sin(53^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ה) $\sin(157^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ב) $\sin(32^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ו) $\sin(48.3^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) $\sin(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ז) $\sin(200^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ד) $\sin(180^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ח) $\sin(240^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

5. (א) דני אמר: $\sin(90^\circ) = 1$, לכן אם אחבר $\sin(30^\circ) + \sin(60^\circ)$ אקבל 1. 
בידקו את טענתו.

(ב) חפשו שתי זוויות שונות כך שאם תתקברו ככל האפשר ל-1.
 $\sin(\underline{\hspace{1cm}}) + \sin(\underline{\hspace{1cm}}) \approx 1$
רשמו בסוגריים את הזוויות שבחרתם.

(ג) חפשו שלוש זוויות שונות כך שאם תתקברו ככל האפשר ל-1.
 $\sin(\underline{\hspace{1cm}}) + \sin(\underline{\hspace{1cm}}) + \sin(\underline{\hspace{1cm}}) \approx 1$
רשמו בסוגריים את הזוויות שבחרתם.

6. השלימו בעזרת מחשבון.

א) $\sin(20^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ ה) $\sin(60^\circ) + \sin(20^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב) $\sin(45^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ ו) $3 \cdot \sin(60^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג) $\sin(180^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ ז) $0.52 \cdot \sin(80^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

ד) $\sin(60^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ ח) $\frac{\sin(75^\circ)}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

7. רשמו אחד הסימנים $>$, $<$, $=$, כך שתתקבל טענה נכונה.

א) $\sin(50^\circ) \underline{\hspace{1cm}} 0$ ד) $\sin(60^\circ) \underline{\hspace{1cm}} \sin(120^\circ)$

ב) $\sin(10^\circ) \underline{\hspace{1cm}} \sin(70^\circ)$ ה) $2 \underline{\hspace{1cm}} \sin(130^\circ)$

ג) $\sin(300^\circ) \underline{\hspace{1cm}} 0$ ו) $\sin(60^\circ) \underline{\hspace{1cm}} \sin(30^\circ)$

8. היעזרו במחשבון ורשמו "נכון" או "לא נכון".

א) $\sin(70^\circ) = 0.47$

ב) $\sin(150^\circ) = \sin(30^\circ)$

ג) $\sin(60^\circ) = 2 \cdot \sin(30^\circ)$

ד) $\sin(60^\circ + 50^\circ) = \sin(60^\circ) + \sin(50^\circ)$

ה) $\sin(70^\circ - 30^\circ) = \sin(70^\circ) - \sin(30^\circ)$

ו) $\sin(60^\circ) + \sin(50^\circ) = \sin(110^\circ)$

פעילות מחשב

הוראות להפעלה על-פי תוכנות שונות תמצאו בנספח 1 שבסוף הספר.

1. א) שרטטו גרף של הפונקציה $y = \sin(x)$ בתחום $0^\circ \leq x \leq 940^\circ$

ב) "הלכו" על הגרף, קראו את שיעורי הנקודות והשלימו.

$$\sin(120^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sin(50^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(220^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sin(180^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(27^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sin(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(65^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sin(150^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(360^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sin(270^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

ג) "הלכו" על הגרף וענו על השאלות:

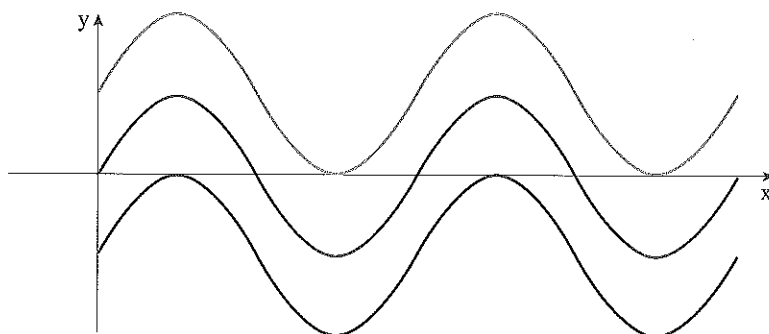
- מהן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים?
- מהו הערך הגדול ביותר של הפונקציה?
- מהו הערך הקטן ביותר של הפונקציה?
- מהו אורך המחזור?

2. א) שרטטו גרף של הפונקציה $y = \sin(x) + 1$ בתחום $0^\circ \leq x \leq 940^\circ$

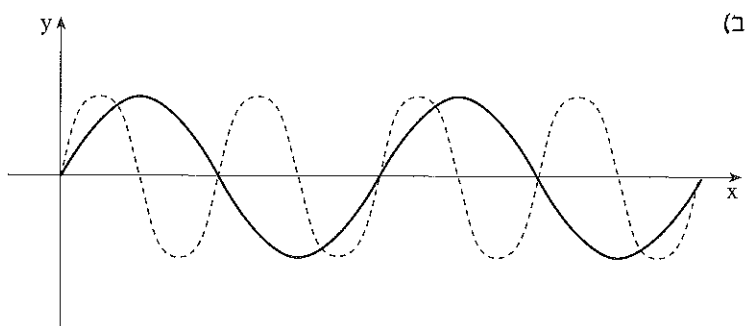
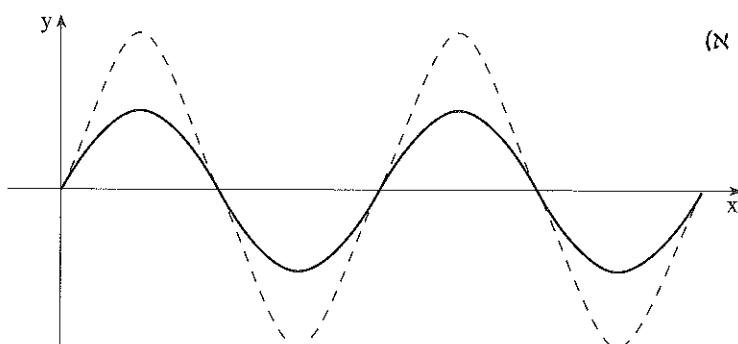
ב) "הלכו" על הגרף וענו על השאלות:

- מהן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים?
- מהו הערך הגדול ביותר של הפונקציה?
- מהו הערך הקטן ביותר של הפונקציה?
- מהו אורך המחזור?

3. על המסך מופיעים הגרפים של שתי הפונקציות מתרגילים קודמים.
שרטטו פונקציה נוספת כך שיתקבל על המסך השרטוט הבא:



4. רשמו פונקציות ושרטטו כך שיתקבלו על המסך השרטוטים הבאים.



5. א) נקו את המסך.

ב) שרטטו את גרף הפונקציה $y = \sin(x)$ בתחום $0^\circ \leq x \leq 940^\circ$.

ג) שרטטו, באותה מערכת צירים, את הישר $y = 0.3$.

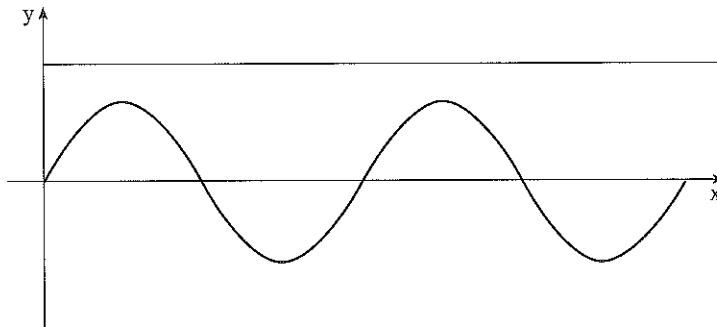
ד) "הלכו" על הגרף של פונקצית הסינוס, מצאו פתרונות למשוואה $\sin(x) = 0.3$ בתחום המשורטט.

ה) - שרטטו, באותה מערכת צירים, את הישר $y = -0.5$.

- "הלכו" על הגרף של פונקצית הסינוס ומצאו פתרונות למשוואה $\sin(x) = -0.5$ בתחום המשורטט.

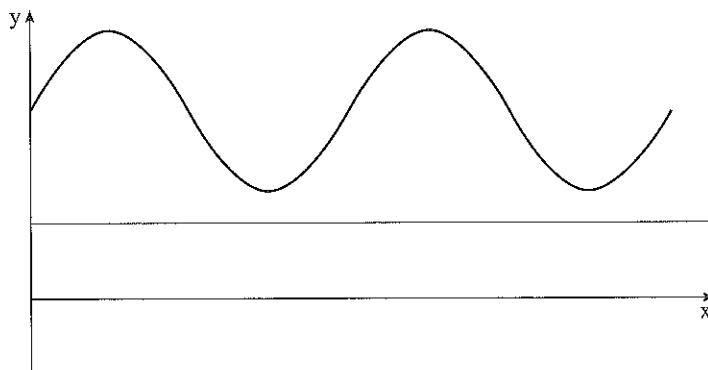
6. א) נקו את המסך.

ב) רשמו פונקציות ושרטטו כך שיתקבל על המסך השרטוט הבא.



ג) נקו את המסך.

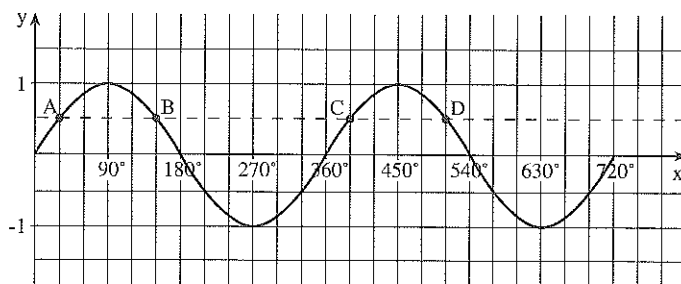
ד) רשמו פונקציות ושרטטו כך שיתקבל על המסך השרטוט הבא.



פונקציות ומשוואות

1. א) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של $y = \sin(x)$ והישר $y = 0.5$ (הנקודות A, B, C, D)

A(, 0.5) B(,) C(,) D(,)



ב) רשמו את פתרונות המשוואה $\sin(x) = 0.5$ בתחום המשורטט.

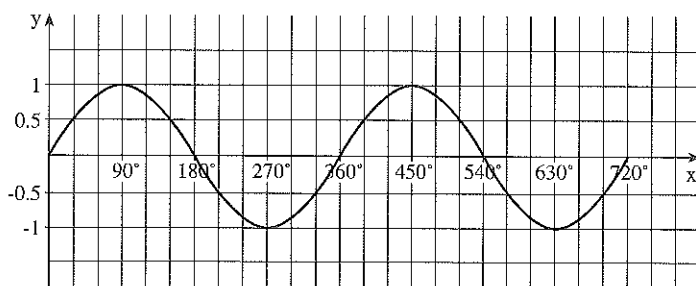
פתרונות המשוואה הם שיעורי x של נקודת החיתוך של שני הגרפים (שיעורי x של הנקודות A, B, C, D).



2. א) שרטטו את הישר $y = 1$.

- סמנו בשרטוט את נקודות החיתוך של $y = \sin(x)$ והישר $y = 1$.

- רשמו את פתרונות המשוואה $\sin(x) = 1$ בתחום המשורטט.



ב) שרטטו את הישר $y = -1$.

- סמנו בשרטוט את נקודות החיתוך של $y = \sin(x)$ והישר $y = -1$.

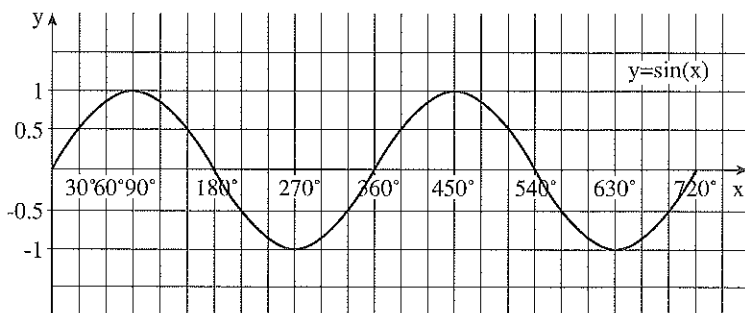
- רשמו את פתרונות המשוואה $\sin(x) = -1$ בתחום המשורטט.



3. היעזרו בגרף, שרטטו ישר (אם יש צורך), ופתרו את המשוואות.

א) $\sin(x) = 0$ ב) $\sin(x) = 0.5$ ג) $\sin(x) = 1$

ד) $\sin(x) = -0.5$ ה) $\sin(x) = -1$ ו) $\sin(x) = 2$



לד כה נלכדנו בעזרת אינדיקטור אמצעי, $\sin(x) = a$, ניקח אפלט של a במחשבון ואז נזכיר.

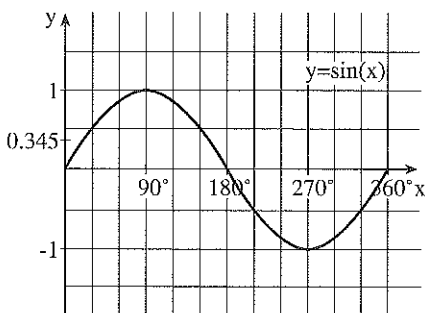


4. א) היעזרו במחשבון למציאת פתרון אחד למשוואה $\sin(x) = 0.345$.

shift	sin	0.345	או	0.345	shift	sin
-------	-----	-------	----	-------	-------	-----

בהתאם למחשבון

השלימו $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ (עגלו למספר מעלות שלם).



סמנו את x_1 על ציר x במערכת הצירים.

מצאתם פתרון אחד של המשוואה.

ב) העבירו ישר מתאים וסמנו עוד פתרון בין 0° ל- 180° . בידקו בעזרת המחשבון.



5. (א) היעזרו במחשבון למציאת פתרון אחד למשוואה $\sin(x) = 0.825$.

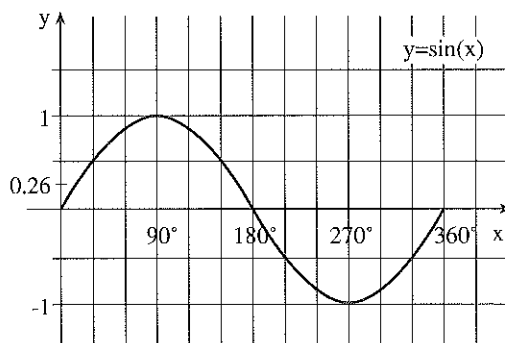
(ב) היעזרו בשרטוט ומצאו פתרון נוסף למשוואה, בידקו במחשבון.

(ג) נסו למצוא קשר בין זוג הפתרונות שמצאתם.

גרף

6. (א) היעזרו במחשבון למציאת פתרון אחד למשוואה: $\sin(x) = 0.26$. (עגלו

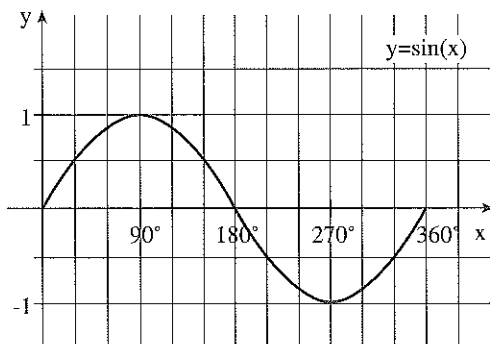
למספר מעלות שלם), וסמנו את הפתרון על הציר.



(ב) רשמו פתרון נוסף למשוואה $\sin(x) = 0.26$. בידקו בעזרת מחשבון.

7. היעזרו בשרטוט ובמחשבון, ורשמו פתרון לכל משוואה (עגלו למספר מעלות

שלם). סמנו את הפתרונות על הציר.



(א) $\sin(x) = 0.573$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(ב) $\sin(x) = 0.866$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) $\sin(x) = 0.985$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

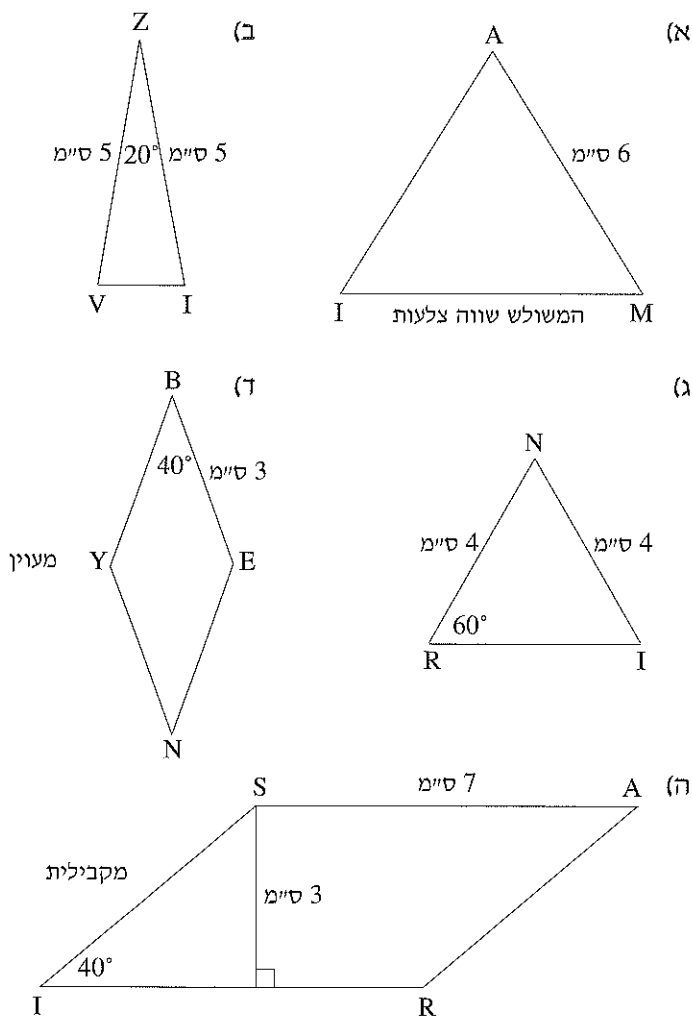
(ד) $\sin(x) = 0.174$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

שימושים בהנדסה

מה אפשר ומה עדיין אי-אפשר

1. במקרים שאפשר, חשבו על-פי הנתונים את אורכי הצלעות וגודל הזוויות. (רשמו בצד את הזוויות והצלעות שאינכם יכולים לחשב).
תזכורת, סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° .



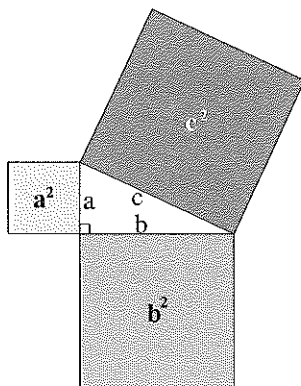
בהמשך היחידה גלמזא אהלם עס אהר פלעצאס שילא יכאלהם אהלם עגה.

משפט פיתגורס



$$c^2 = a^2 + b^2$$

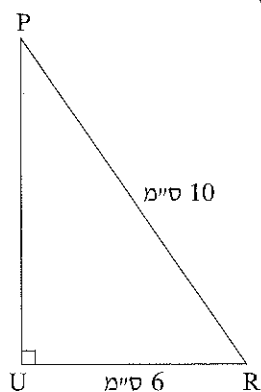
כלומר, סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.



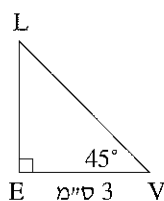
2. במקרים שאפשר, חשבו על-פי הנתונים, את אורכי הצלעות וגודל הזוויות.



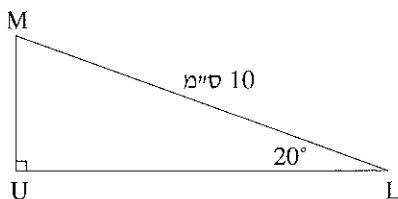
(ב)



(א)



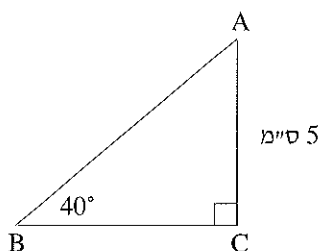
(ג)



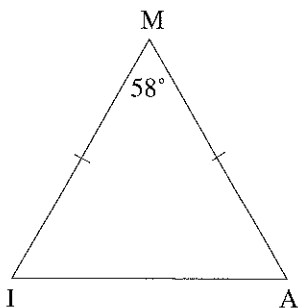


3. א) חשבו את הזוויות.

האם, לדעתכם, אורך BC גדול
מ- 5 יחידות או קטן מ- 5 יחידות.



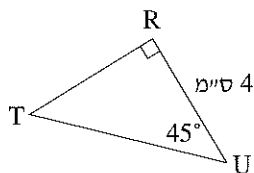
ב) $MI = MA$. חשבו את הזוויות החסרות.
האם, לדעתכם, אורך IA גדול או קטן
מאורך MA ?



ג) נסו לסכם: מה הקשר בין גודל הזוויות במשולש לאורכי הצלעות שמולן.

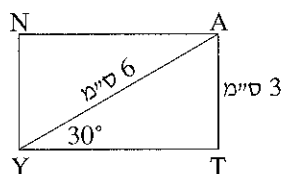
4. חשבו את גודל הזוויות והצלעות החסרות במשולש RUT.

מאיזה סוג הוא?

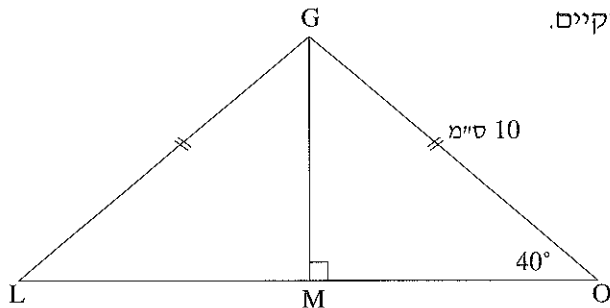


5. במקרים שאפשר, חשבו את גודל הצלעות והזוויות החסרות.
(רשמו בצד את הזוויות והצלעות שאינכם יכולים עדיין לחשב.)

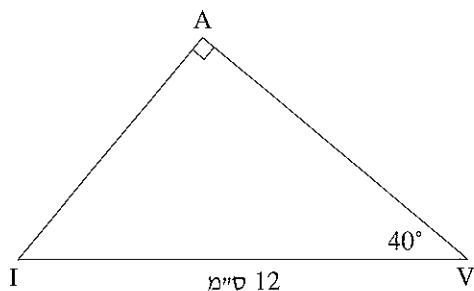
א) NATY מלבן.



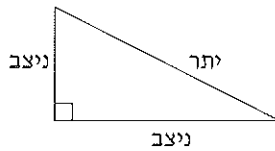
ב) $\triangle GOL$ שווה שוקיים.



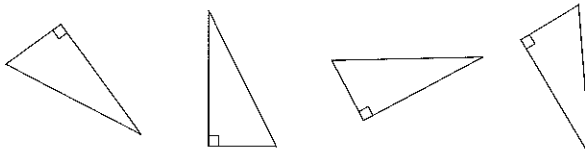
ג)



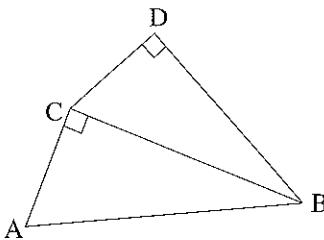
משולש ישר זווית



1. רשמו ליד כל צלע את השם המתאים: **יתר**, **ניצב**.



2. השלימו ("ניצב" או "יתר").

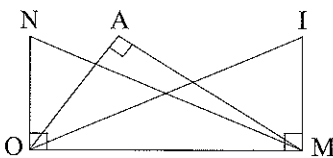


$\triangle ABC$ ב- _____ AB (א)

$\triangle CDB$ ב- _____ CD

$\triangle ABC$ ב- _____ BC

$\triangle CDB$ ב- _____ BC



$\triangle OMI$ ב- _____ IM (ב)

$\triangle OMI$ ב- _____ OI

$\triangle NOM$ ב- _____ NO

$\triangle OAM$ ב- _____ OM

$\triangle ONM$ ב- _____ OM

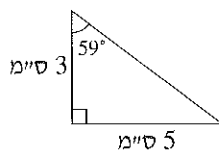
$\triangle OMI$ ב- _____ OM



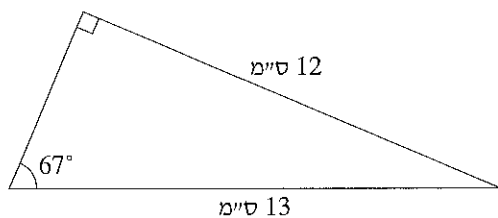
3. - חשבו, בעזרת משפט פיתגורס, את הצלע החסרה בכל משולש.

- חשבו, אם אפשר, את זוויות המשולש.

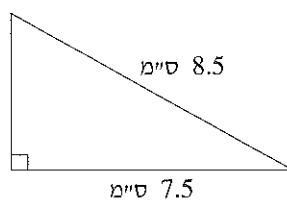
(א)



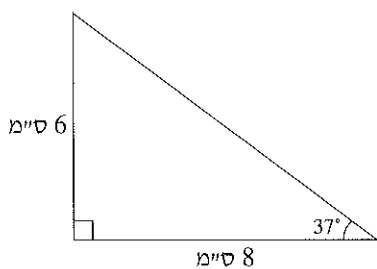
(ב)



(ג)



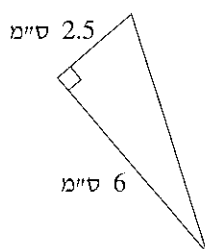
(ד)

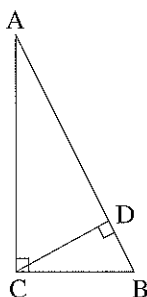


(ה)



(ו)





4.  $\triangle ABC$ ישר זווית, ($\angle ACB = 90^\circ$).

$CD \perp AB$

$\angle A = 24^\circ$

(א) חשבו זוויות ב- $\triangle ACD$.

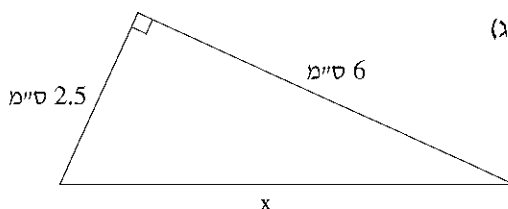
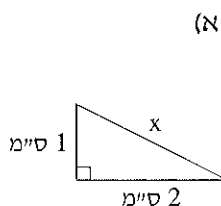
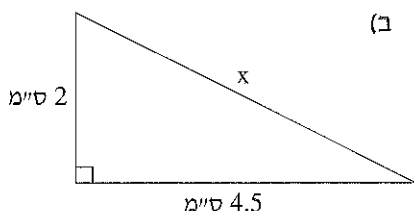
(ב) חשבו זוויות ב- $\triangle CDB$.

(ג) נתון כי: $AD = 8.4$ ס"מ, $BD = 1.7$ ס"מ, $AC = 9.2$ ס"מ.

רשמו את הנתונים בשרטוט וחשבו את אורכי הקטעים CD ו- CB .

גרעיון

5. חשבו, בעזרת משפט פיתגורס, את אורך היתר.



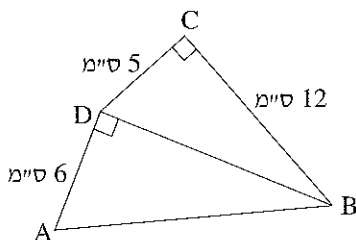
6. המשולשים $\triangle DCB$, $\triangle ABD$ הם

ישרי זווית.

(א) חשבו אורך DB .

(ב) חשבו אורך AB .

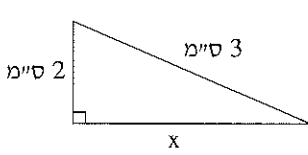
(ג) חשבו את היקף המרובע $ABCD$.



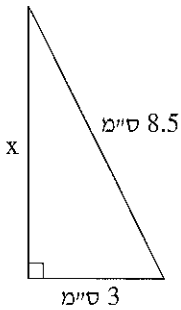
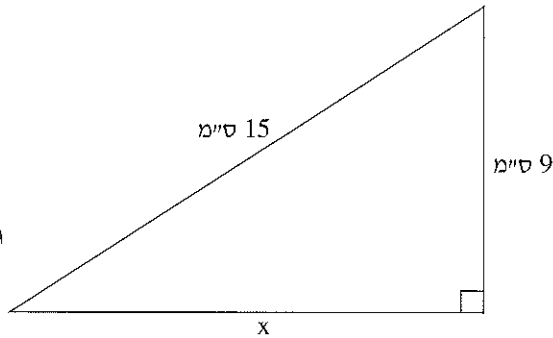
7. חשבו את אורך הניצב החסר.

(א)

(ב)



(ג)

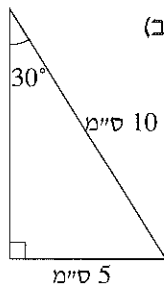
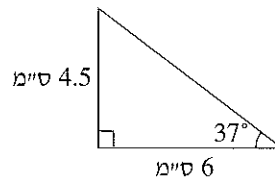


8. - חשבו, בעזרת משפט פיתגורס, את אורך הצלע החסרה בכל אחד מהמשולשים.

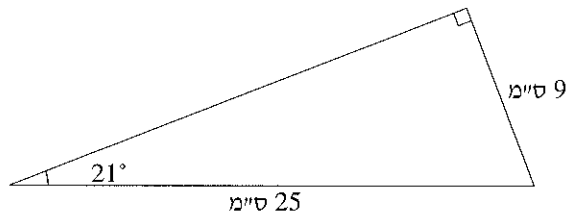
- חשבו את הזווית החסרה בכל משולש.

(א)

(ב)



(ג)



הגדלות ודמיון משולשים

בסעיפים הקודמים ראיתם, שבאמצעות הידע הקודם בלבד, לא ניתן למצוא את גודל כל הזוויות והצלעות במצולעים השונים. לשם כך, נשתמש בפונקציה הסינוס שהכרנו, וכן נשתמש במעט דמיון משולשים אותו נכיר להלן.

1. (א) על המשך הקטעים MA ו- MB סומנו שתי נקודות C ו- D .



השלימו:

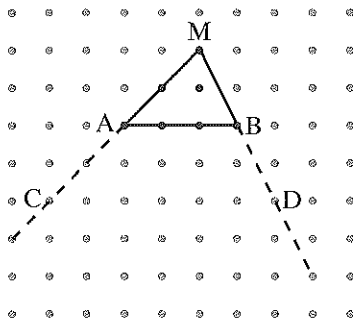
MC גדול פי _____ מ- MA

MD גדול פי _____ מ- MB

חברו את הנקודות C ו- D .

פי כמה גדול CD מ- AB ?

CD מקביל ל- AB .



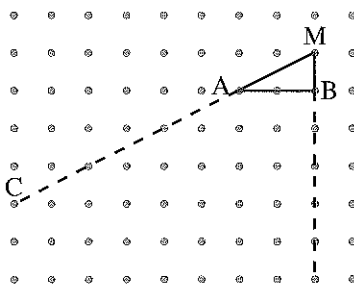
(ב) על המשך הקטע MA סומנה נקודה C כך ש- MC גדול פי 4 מ- MA .

סמנו על המשך MB , נקודה D ,

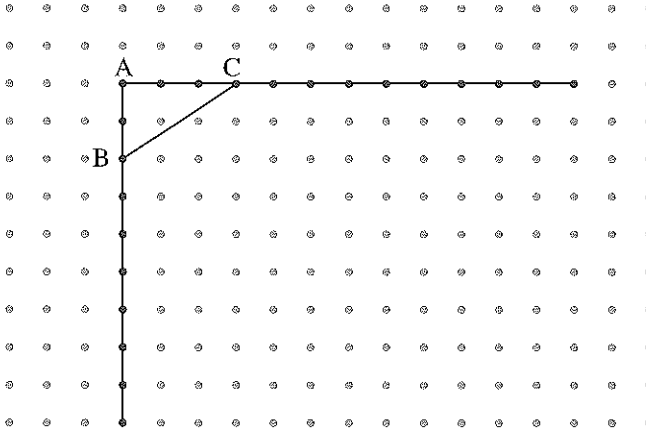
כך ש- MD יהיה גדול פי 4 מ- MB .

חברו את הנקודות C ו- D .

פי כמה גדול CD מ- AB ?

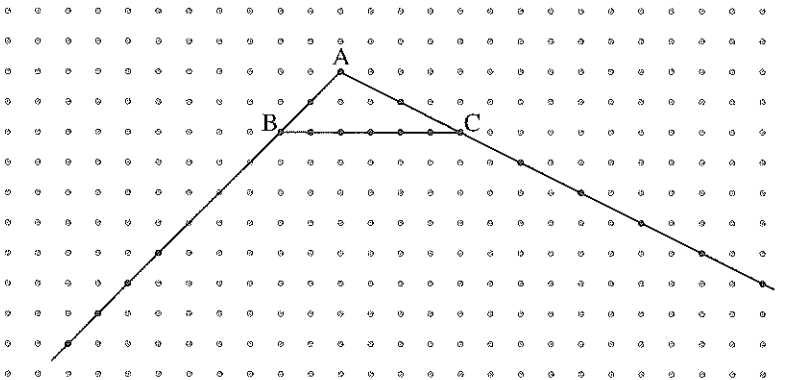


2. א) הגדילו את $\triangle ABC$ פי 2. 



בידקו אם המקביל ל-BC הוא אכן פי 2 מ-BC.

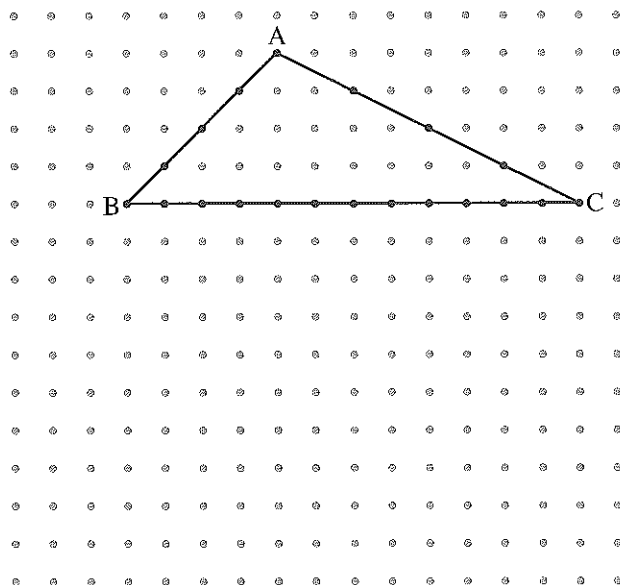
ב) הגדילו את המשולש ABC פי 3.



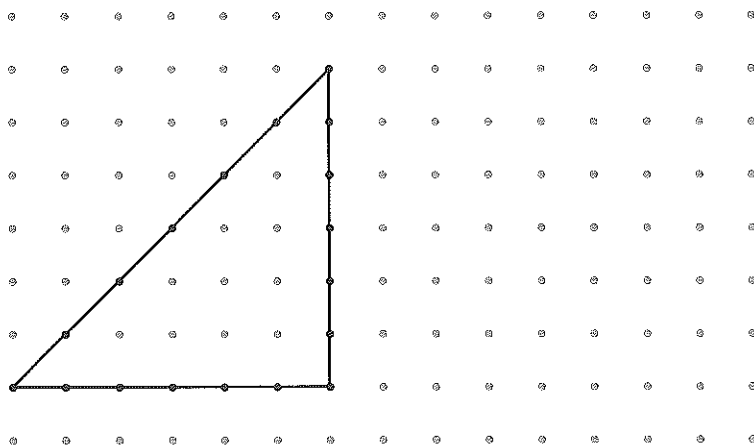
בידקו אם המקביל ל-BC הוא אכן פי 3 מ-BC.



3. א) הקטינו את המשולש ABC פי 2.



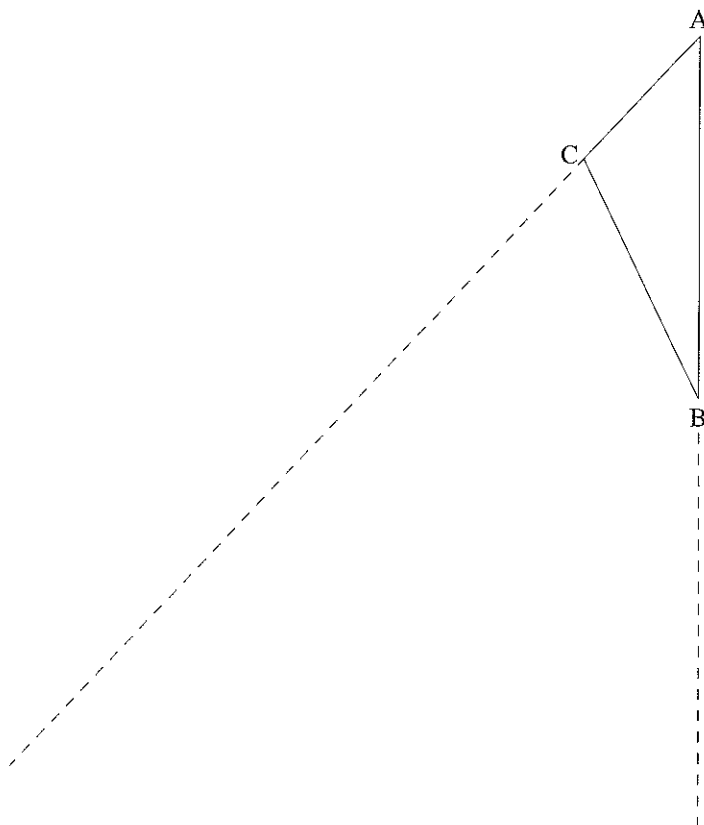
ב) הקטינו את המשולש פי 3.



צורות שהן הגדלה או הקטנה אחת של השנייה נקראות צורות דומות.



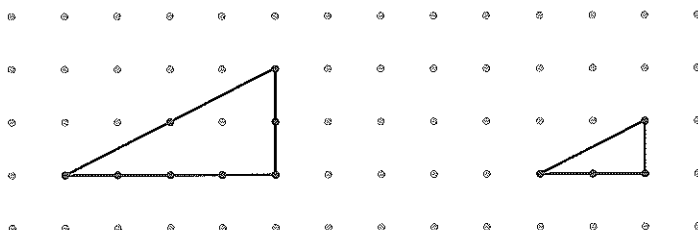
4. על דף שקוף ב' תמצאו שלושה משולשים, ($\triangle AKLM$, $\triangle AGHI$, $\triangle ADEF$).
גזרו כל משולש ובידקו אם הוא הגדלה (הקטנה) של משולש ABC המשורטט להלן.



במשולשים דומים הזוויות שוות, וצלעות של משולש אחד הן כפולה בגודל קבוע של צלעות המשולש השני. גודל זה נקרא **יחס הדמיון**.

יחסי צלעות במשולשים דומים

1. בדף הנקודות שלפניכם המרחק בין כל זוג נקודות סמוכות הוא 1 יחידה.

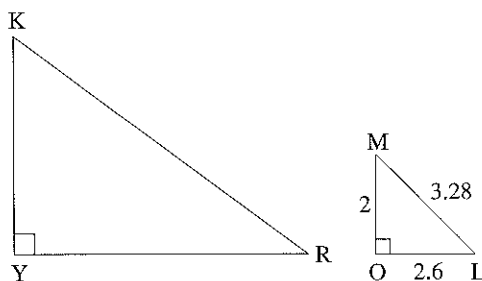


(א) רשמו בשרטוט את אורכי הניצבים.

(ב) חשבו את אורך היתר בכל משולש.

(ג) חשבו, בכל משולש, את היחס בין אורך הניצב הקטן לאורך היתר.

2. הגדילו את כל הצלעות במשולש ישר הזווית MOL פי 3, נוצר המשולש KYR, הדומה לו.



(א) חשבו ורשמו את אורכי צלעות המשולש KYR שנוצר.

(ב) חשבו את היחס בין הניצב הקטן (MO) ליתר (ML) במשולש הקטן.

(ג) מה, לדעתכם, יהיה היחס בין הניצב הקטן (KY) ליתר (KR) במשולש הגדול?

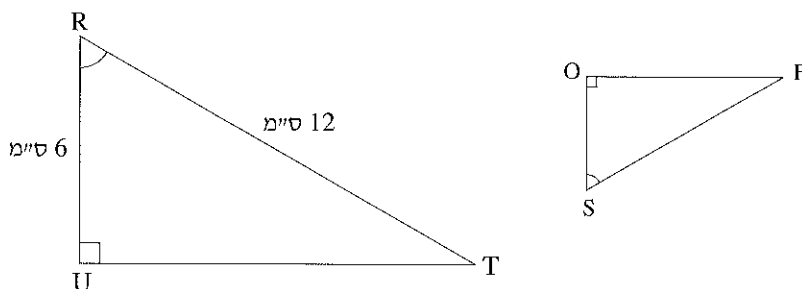
(ד) חשבו את היחס בין הניצב הקטן ליתר במשולש KYR, והשוו עם השערתכם בסעיף ג'.

במשולשים דומים (שהם הגדלה/הקטנה אחד של השני), הזוויות שוות בהתאמה, והיחס בין שתי צלעות במשולש אחד, שווה ליחס בין שתי הצלעות המתאימות במשולש הדומה לו.

כממשך היחידה גאומטרי על הקשר בין יחס הצלעות הצולאות במשולש.

גרעיון

3. הגדילו את צלעות המשולש SOF פי 2, כך שהתקבל המשולש RUT.



- (א) - חשבו את אורך הצלע UT.
- מצאו את אורכי הצלעות במשולש SOF.

(ב) חשבו את היחס בין אורך הניצב הגדול לאורך היתר, בכל משולש.

- (ג) - חשבו את היחס בין אורך הניצב הקטן לאורך הניצב הגדול במשולש RUT.

- מה תוכלו לומר על יחס זה במשולש SOF?

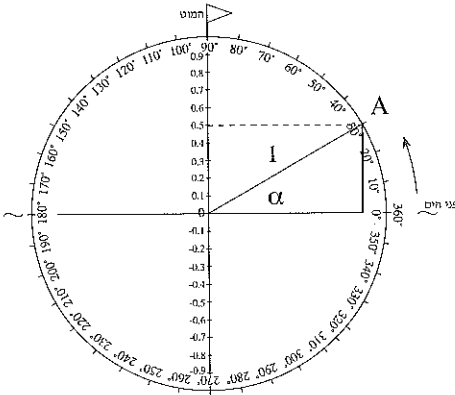
יוצאים מהמעגל

1. בפרק פונקציות מחזוריות, הכרתם את הפונקציה $y = \sin(\alpha)$.



ראיתם שגובה הנקודה A מעל פני הים הוא ערך $\sin(\alpha)$ המתאים לזווית α .
אורך רדיוס המעגל הוא יחידה אחת.

קראו את אורך הקטע המודגש והשלימו: $\sin(\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$

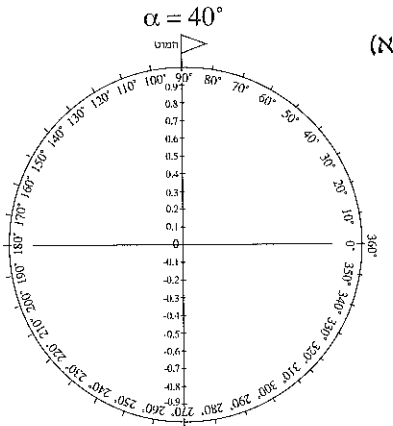
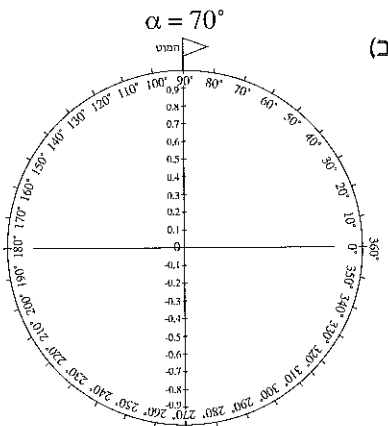


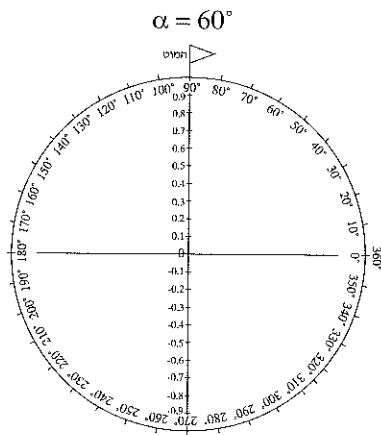
2. בכל מעגל שרטטו את הזווית α הנתונה.



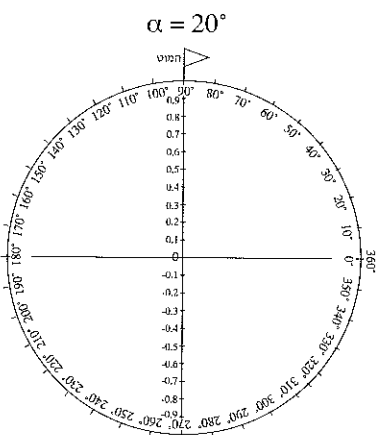
קראו ורשמו את $\sin(\alpha)$.

(העבירו אנך לציר האנכי ורשמו בשרטוט את אורכו.)



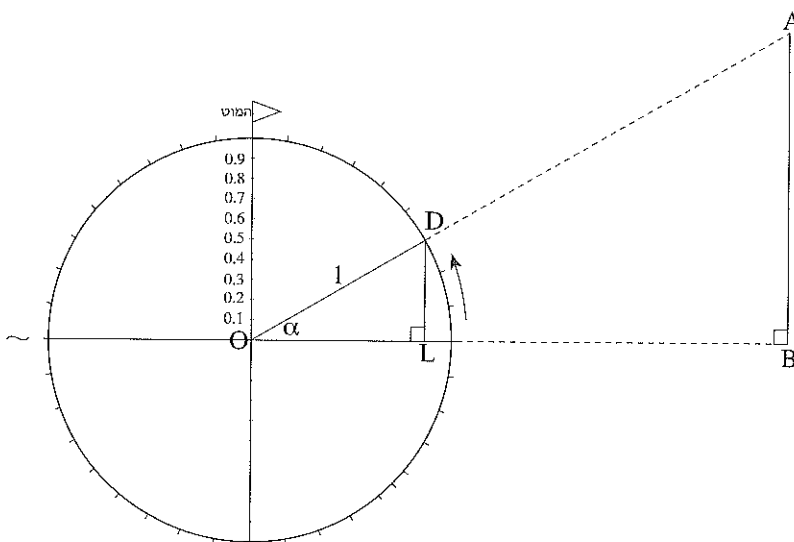


(ד)



(ג)

3. (א) קראו על הציר והשלימו: $DL = \sin(\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$



- (ב) הגדילו, בשרטוט, את משולש ODL פי 3, והתקבל משולש ABO.
- חשבו במשולש המוגדל, את אורך הניצב מול α (AB), ואת אורך היתר (AO), רשמו בשרטוט.
 - חשבו את היחס בין אורך הניצב הנל לאורך היתר, והשוו עם הערך של $\sin(\alpha)$.
 - השלימו: $\sin(\alpha) = \frac{\text{אורך הניצב מול } \alpha}{\text{אורך היתר}} = \underline{\hspace{2cm}}$

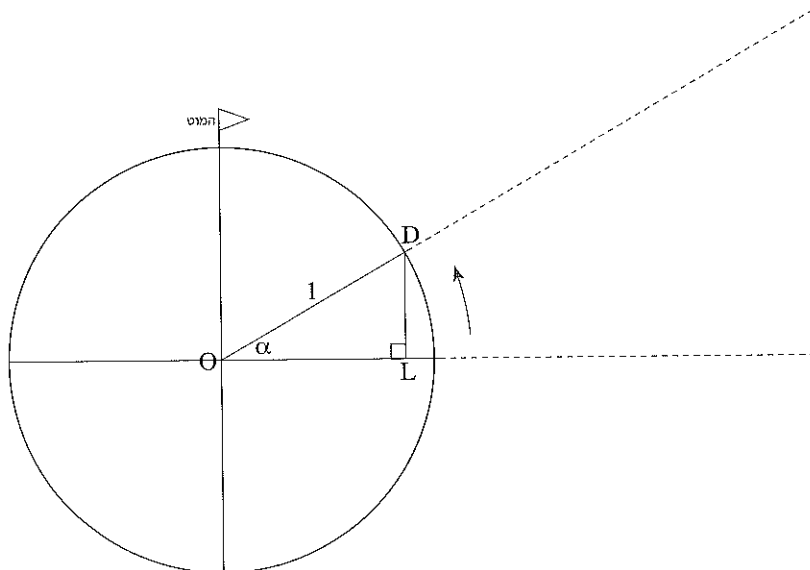


4. (א) הניחו את המשולש ODL, מדף שקוף ג' על השרטוט.

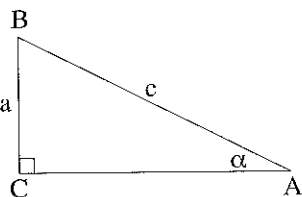
- רשמו $\sin(\alpha)$ על הקטע המתאים במשולש השקוף.

- השלימו: $\frac{DL}{OD} =$

(ב) הגדילו פי מספר כלשהו את OD ואת OL, על הדף השקוף והתקבל משולש ABO.



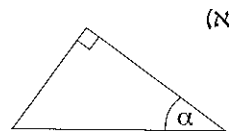
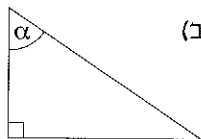
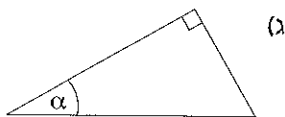
הניחו את הדף השקוף מחוץ למעגל והשלימו: $\frac{AB}{AO} =$



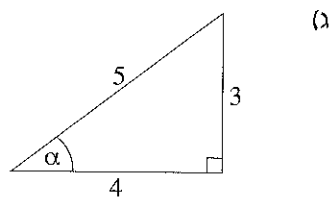
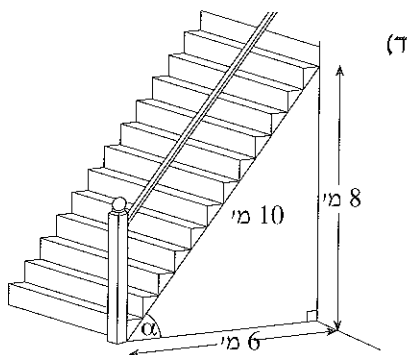
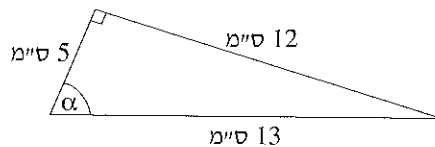
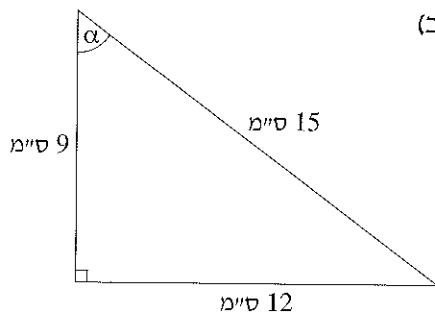
במשולש ישר זווית ABC:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{אורך הניצב מול } \alpha}{\text{אורך היתר}} = \frac{a}{c}$$

5. בכל אחד מהמשולשים הבאים סמנו ב- a את הניצב מול הזווית α . 



6. רשמו את היחס המתאים ל- $\sin(\alpha)$, בכל אחד מהמשולשים הבאים. 

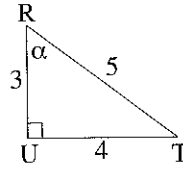


ניגן ארלוס $\sin(\alpha)$, α סולא סולגריי.

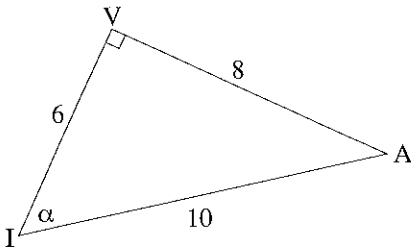
7. (i) חשבו את $\sin \alpha$, בכל משולש.



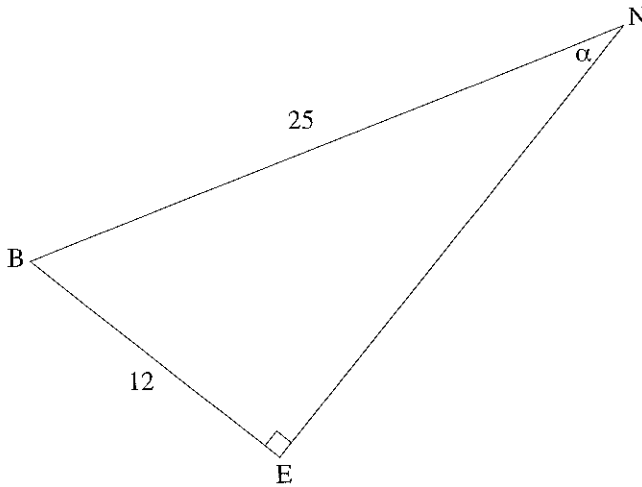
(א)



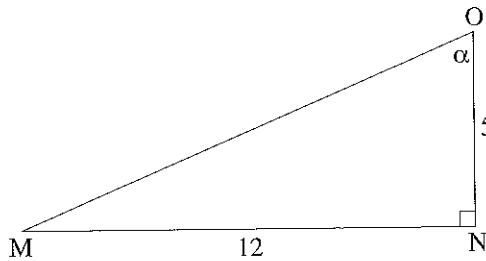
(ב)



(ג)



(ד)



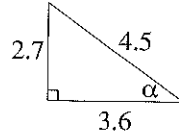
(ii) שניים מבין המשולשים RUT, AVI, BEN, MON הם הגדלה האחד של השני, ולכן הם דומים. אילו הם? מה ערכו של $\sin \alpha$ בשני המשולשים הדומים?



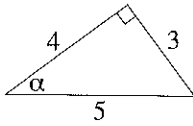
גרזונים

8. חשבו את $\sin \alpha$ במשולשים הבאים.

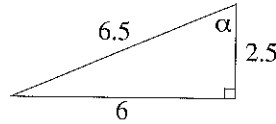
(א)



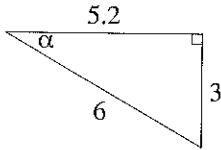
(ב)



(ג)

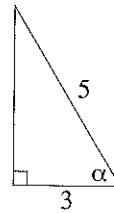


(ד)

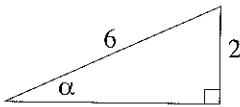


9. חשבו את $\sin \alpha$ במשולשים הבאים. (אם יש צורך, חשבו תחילה גדלים אחרים).

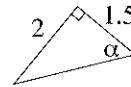
(א)



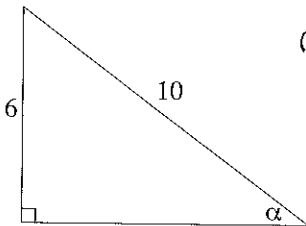
(ב)



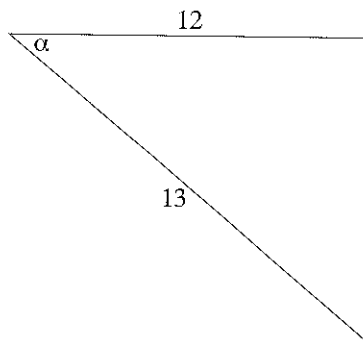
(ג)



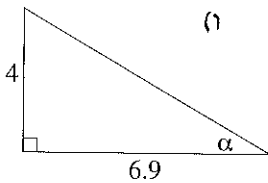
(ד)



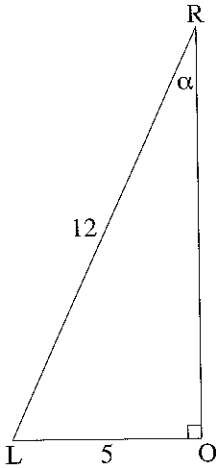
(ה)



(ו)



חישובי זווית



1. (א) חשבו את $\sin \alpha$ במשולש ROL.
 (ב) היעזרו במחשבון וחשבו את גודל הזווית α .

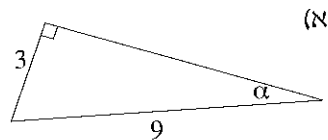
2. α זווית חדה במשולש ישר זווית. אם אפשר מצאו את α , אם לא הסבירו.

(i) $\sin \alpha = 0.2$

(ii) $\sin \alpha = 0.99$

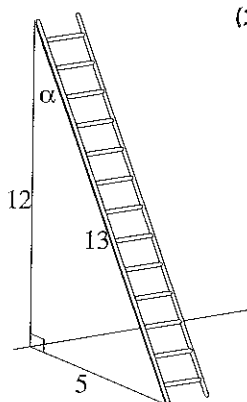
(iii) $\sin \alpha = 1.2$

3. השלימו בכל אחד מהמשולשים הבאים:



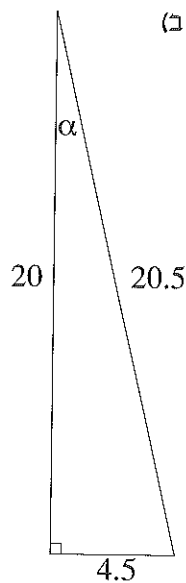
$\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$



$$\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

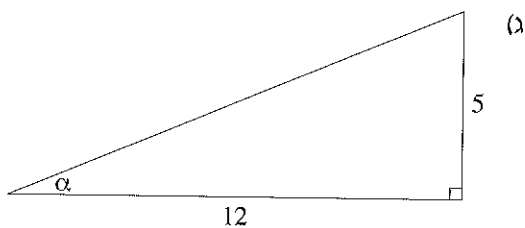
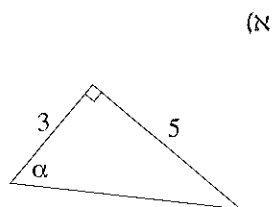
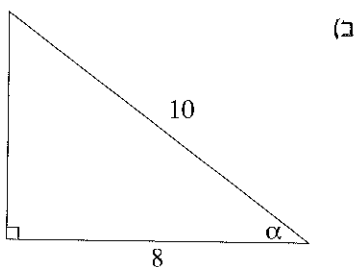
$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

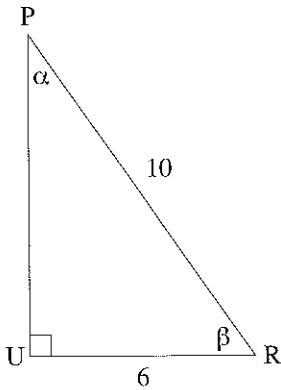
$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. חשבו את הזווית α בכל אחד מהמשולשים הבאים. (אם יש צורך, חשבו תחילה גדלים אחרים). 

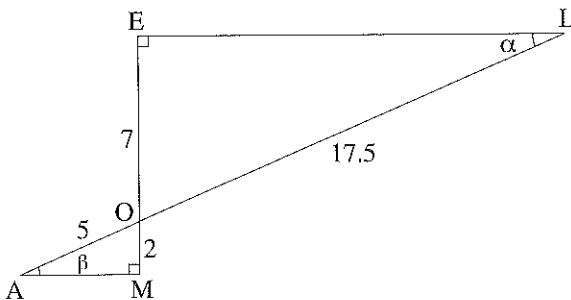




5. (א) חשבו אורך הניצב PU.
(ב) חשבו את גודל הזוויות α ו- β .



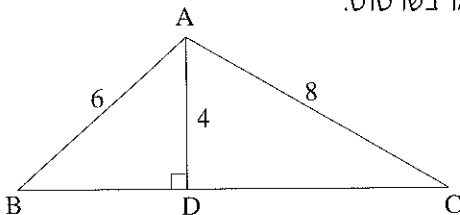
6. (א) חשבו את גודל הזווית α .
(ב) חשבו את גודל הזווית β .
(ג) קיים קשר בין הגדלים של הזוויות α ו- β שחיבתם, הסבירו אותו.



אפשר להיעזר בפונקציה $y = \sin(\alpha)$ כדי לחשב זוויות במשולש שאינן ישר
זווית, לשם כך, יש לחלק את המשולש למשולשים ישרי זווית.



7. (א) חשבו את זוויות $\triangle ABD$ ורשמו בשרטוט.
(ב) חשבו את זוויות $\triangle ADC$ ורשמו בשרטוט.
(ג) חשבו את זוויות $\triangle ABC$.



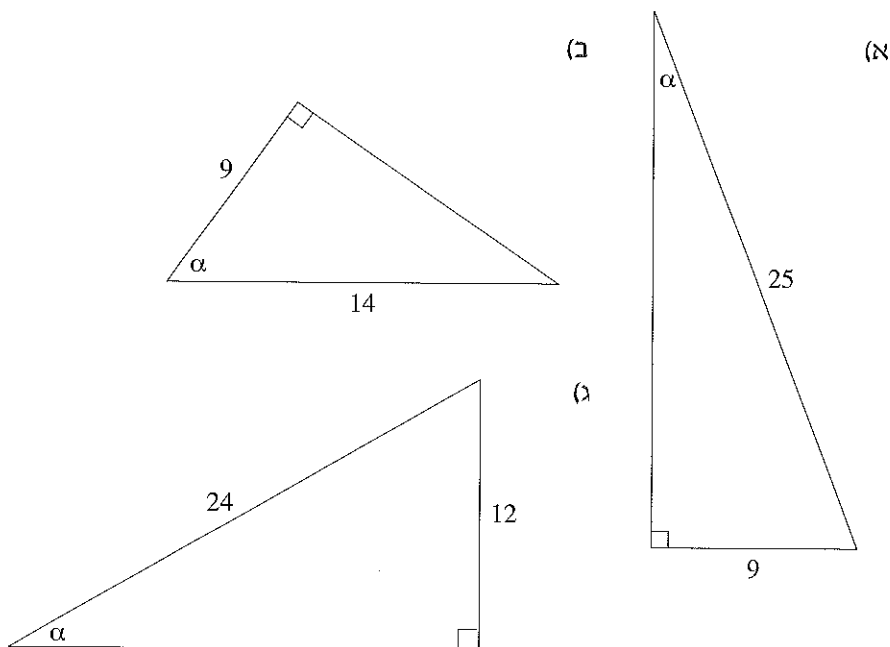
$$\sin \alpha = 0.3091 \quad 8.$$



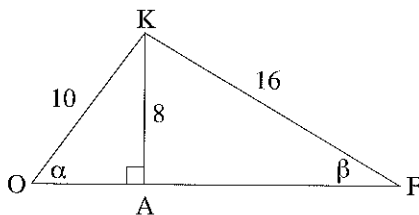
מה צריך להיות ערכו של $\sin \beta$, כך ש- α ו- β תהיינה הזוויות החדות של אותו משולש ישר זווית?

גרעילים

9. חשבו את גודל הזווית α בכל אחד מהמשולשים הבאים. (אם יש צורך, חשבו תחילה את הניצב שגודלו אינו נתון).



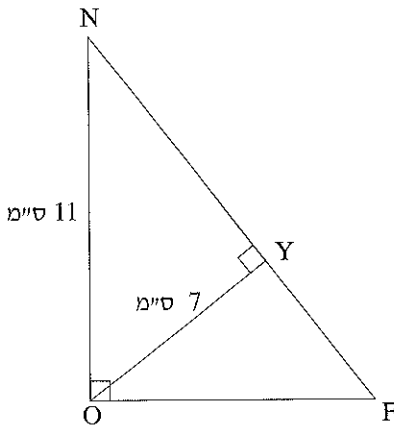
10. חשבו את זוויות המשולש KOF.



$$\sin \alpha = 0.9063 \quad 11.$$

$$\sin \beta = 0.5736$$

האם α , β יכולות להיות, הזוויות החדות של אותו משולש ישר זווית? נמקו.



12. משולש NOF ישר זווית ($\angle O = 90^\circ$).

OY גובה ליתר.

נתון: $OY = 7$ ס"מ

$NO = 11$ ס"מ

(א) חשבו את זוויות המשולש NOY.

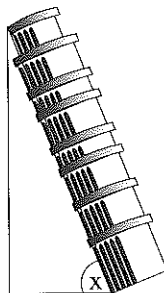
(ב) חשבו את זוויות המשולש NOF.

13. גלילאו ביצע ניסויים באמצעות זריקת עצמים מראש המגדל הנטוי בפיוזה שבאיטליה.

"אורך" המגדל 55 מ'. העצמים נפלו במרחק של 4.8 מ' מבסיס המגדל.

רשמו את הנתונים בשרטוט.

מה הייתה זווית הנטייה של המגדל בזמנו של גלילאו? (הזווית המסומנת).



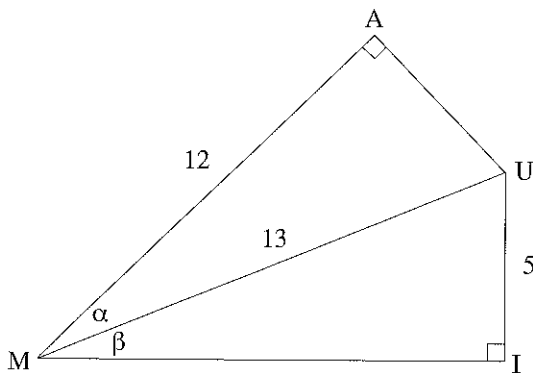
בגרעליום שאינם מאלוים בשרטוט, שרטוט אפני פחישלם שרטוט מדלים וסקיפס, כאמר, שרטוט שאינו בהכרח קל-פי פלדלים פנגלנים, אך ניגן אסמן בו אג פנגלנים ופילפזר בו אחישלם.

14. חשבו זוויות של משולש ישר זווית שאורך היתר שלו 5 ס"מ, ואורך אחד הניצבים 4 ס"מ. שרטטו תחילה שרטוט מדגים.

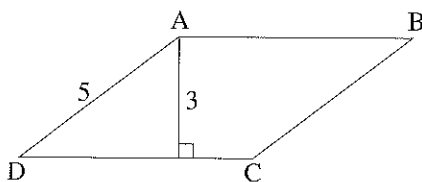
15. חשבו זוויות של משולש ישר זווית שאורכי צלעותיו הם: 2.5 ס"מ, 6 ס"מ ו- 6.5 ס"מ. (שרטטו שרטוט מדגים).

16. $\triangle ABC$ ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 BD חוצה את הזווית B, ואורכו 5.32 ס"מ. אורך BC 5 ס"מ.
 א) שרטטו ורשמו את הנתונים בשרטוט.
 ב) חשבו את זווית $\angle DBC$.
 ג) חשבו את זווית $\angle ABC$.

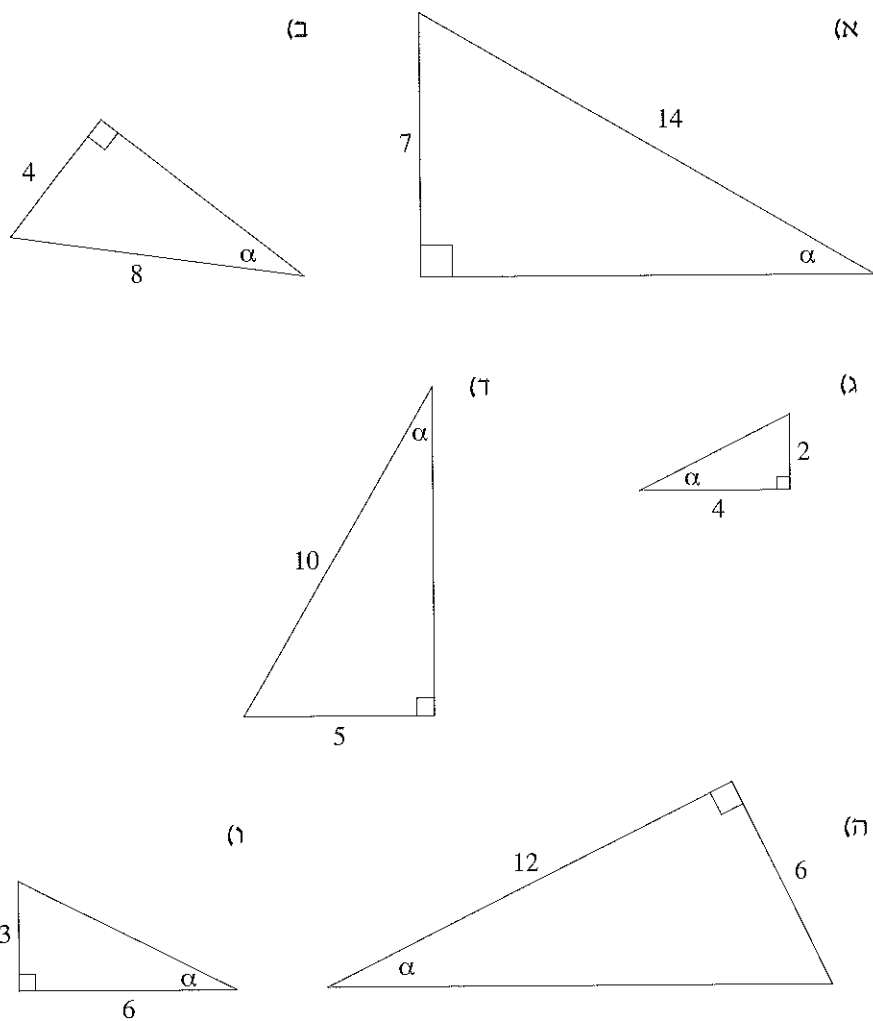
17. א) חשבו את הזוויות α ו- β שבשרטוט.
 ב) האם הישר MU חוצה את $\angle AMI$?
 ג) חשבו את $\angle AMI$.



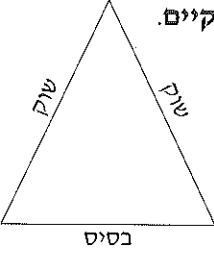
18. חשבו את זוויות המקבילית.



19. סמנו את המשולשים בהם $\sin \alpha = 0.5$, ורשמו את גודל הזוויות של משולשים אלה.

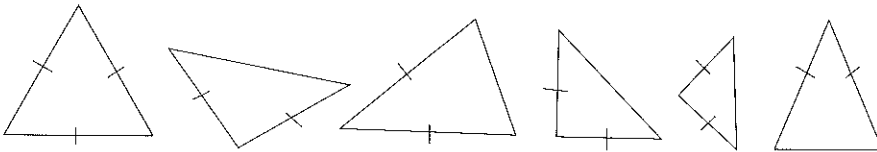


משולש שווה שוקיים

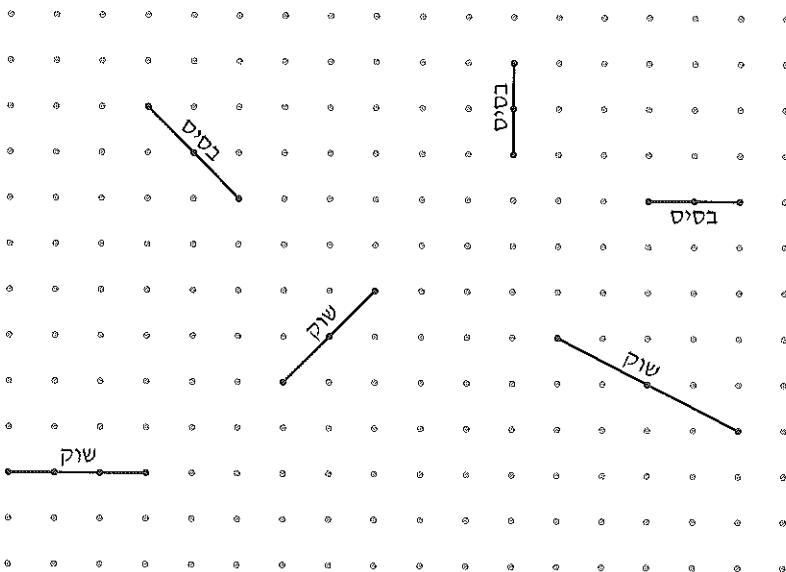


משולש ששתיים מצלעותיו שוות נקרא **משולש שווה שוקיים**.
 הצלעות השוות נקראות **שוקיים**.
 הצלע השלישית נקראת **בסיס**
 (זה נכון גם אם מסובבים את המשולש).

1. כל המשולשים בשרטוטים הבאים הם שווי שוקיים.
 רשמו ליד כל צלע את השם המתאים: **שוק**, **בסיס**.
 סמנו בקשת את זווית הראש.



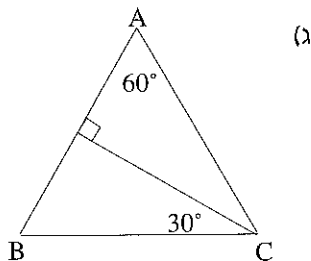
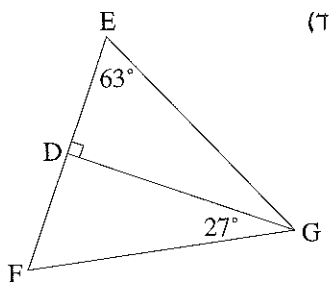
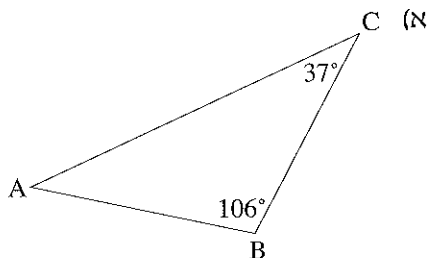
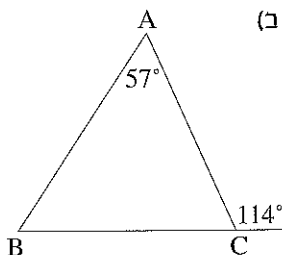
2. השלימו למשולשים שווי שוקיים. (הקודקודים בנקודות).



במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות.
ולהיפך: אם במשולש יש שתי זוויות שוות, אז המשולש שווה שוקיים.



3. חשבו את גדלי הזוויות **על סמך הנתונים**, וקבעו אם המשולש שווה-שוקיים. אם כן, רשמו מיהן הצלעות השוות.



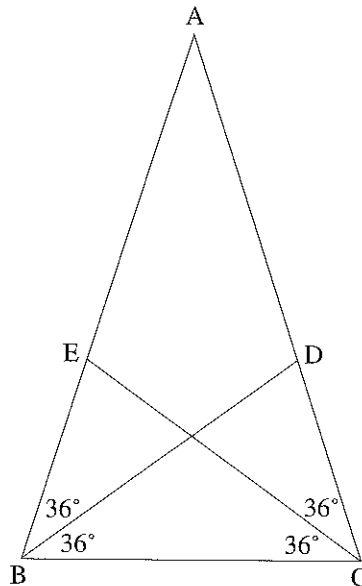
4. נסו לשרטט משולשים המתאימים לנתונים בכל סעיף. אם אי-אפשר, נמקו.



- (א) משולש שווה-שוקיים בו זווית הראש קהה.
- (ב) משולש שווה-שוקיים בו זווית הבסיס קהה.
- (ג) משולש שווה-שוקיים בו כל הזוויות שוות.
- (ד) משולש שווה-שוקיים בו זווית הבסיס בת 45° .
- (ה) משולש שווה-שוקיים בו זווית הראש בת 45° .

5. (א) חשבו את כל הזוויות ורשמו בשרטוט.

(ב) כמה משולשים שווים שוקיים ישנם בשרטוט?



6. (א) שרטטו משולש שווה שוקיים שאחת מזוויותיו ישרה.

מה גודל כל אחת מהזוויות האחרות?

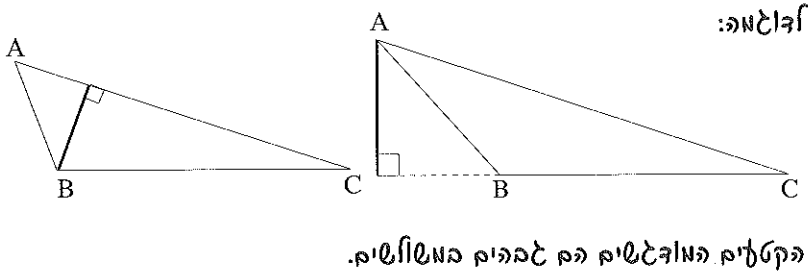
(ב) שרטטו משולש שווה שוקיים שאחת מזוויותיו 120° . מה גודל כל אחת

מהזוויות האחרות.

(ג) האם זווית הבסיס במשולש שווה שוקיים יכולה להיות בת 95° ? הסבירו.

גובה, תיכון, וחוצה זווית במשולש

אנך המשורטט מאחד הקודקודים אל הצלע שמולו, או אל המשכה, נקרא גובה.



אם יש באפשרותכם להשתמש בלומדה "הנדסה בתנועה" בצעו את הפעילות בתרגילים 1-3, אם לא עברו לתרגיל 4.
כהכנה לפעילות המחשב ניתן לבצע את פעילות המבוא המופיעה בנספח 2 שבסוף הספר.

1. גובה במשולש

בפעילות זו תחקרו את הקשר בין מקום הגבהים במשולש לבין זוויותיו, ותסבירו את השערותיכם וממצאיכם.

← בנה אנך מנקודה B אל ישר AC ← בנה צבע ← ירוק ← ...	בחרו משולש כלשהו. שרטטו גובה מ- B ל- AC. צבעו את הגובה בירוק. שנו את המשולש על-ידי גרירת B, ובידקו היכן נמצא הגובה במשולשים השונים.
--	---

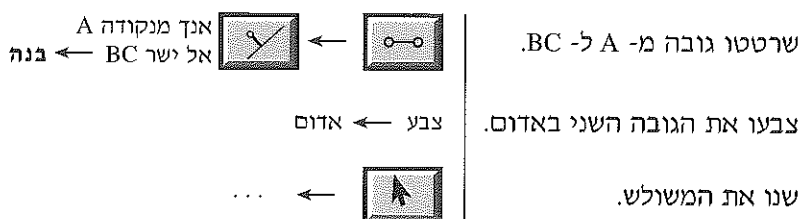
(א) בידקו, באיזה מקרה הגובה בתוך המשולש, באיזה מקרה הגובה מחוץ למשולש, ובאיזה מקרה הגובה מתלכד עם צלע המשולש.

(ב) שנו את המשולש, כך שצלע AC תהיה בכיוון שונה, ואחר כך גררו מחדש את B, ובידקו היכן נמצא הגובה במשולשים השונים.

(ג) נסו להכליל: מה הקשר, בין מקום הימצאות הגובה לזווית שלאחת משוקיה הגובה מועבר?

2. האם ייתכן?

שנו את המשולש על-פי ההוראות הבאות ורשמו איזה סוג של משולש מתקבל: קהה-זווית, ישר-זווית או חד-זווית. אם יש במשולש זווית קהה או ישרה רשמו איזו היא.



(א) האם אפשר לשנות את המשולש כך שהגובה **הירוק** יהיה **מחוץ** למשולש, הגובה **האדום** יהיה **בתוכו**? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ב) האם אפשר לשנות את המשולש, כך שהגובה **הירוק** יהיה **בתוך** המשולש, הגובה **האדום** **יתלכד** עם אחת הצלעות של המשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ג) האם אפשר לשנות את המשולש, כך שהגובה **האדום** יהיה **מחוץ** למשולש, הגובה **הירוק** **יתלכד** עם אחת הצלעות של המשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ד) האם אפשר לשנות את המשולש, כך **ששני** הגבהים יהיו **מחוץ** למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ה) האם אפשר לשנות את המשולש, כך **ששני** הגבהים **יתלכדו** עם הצלעות של המשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

3. שרטטו את הגובה השלישי של המשולש.
צבעו אותו בשחור.
שנו את המשולש.

אנך מנקודה C אל ישר AB ← בנה

צבע ← שחור

... ←

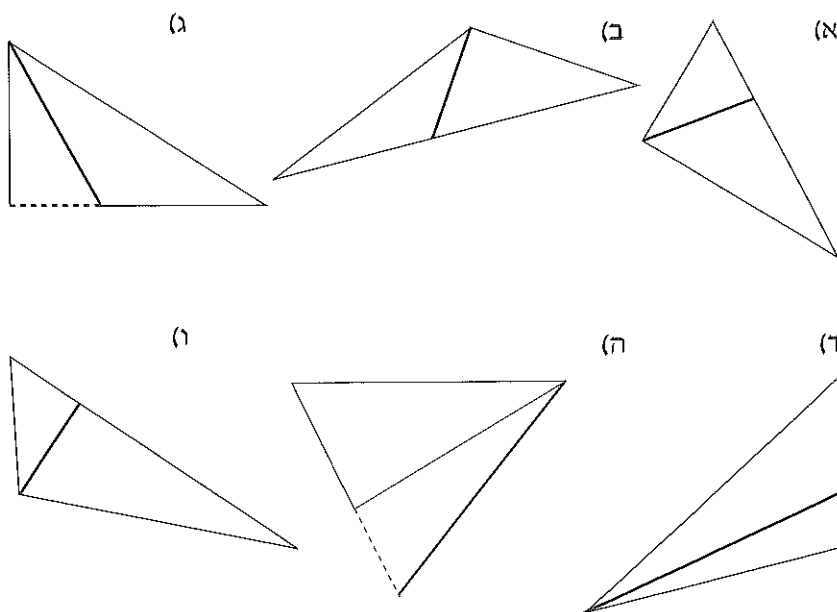
(א) האם אפשר לשנות את המשולש כך ששלושת הגבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ב) האם אפשר לשנות את המשולש, כך ששני גבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

(ג) האם אפשר לשנות את המשולש, כך שגובה אחד בלבד יהיה מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

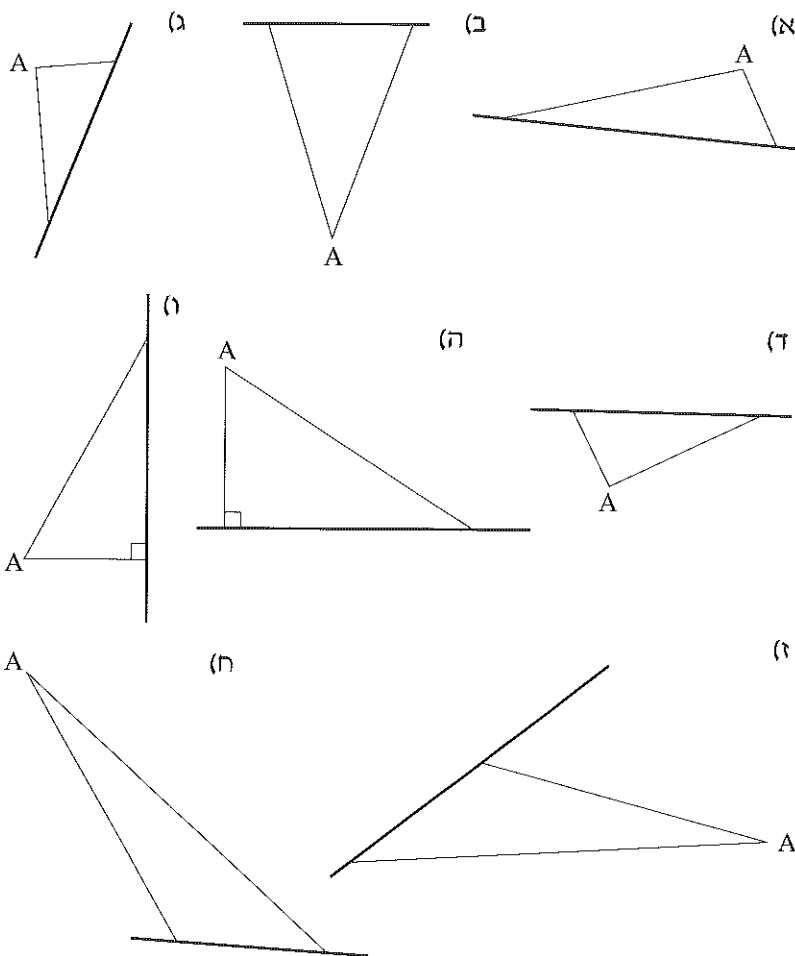
(ד) האם אפשר לשנות את המשולש כך שגובה אחד יהיה מחוץ למשולש וגובה אחר יתלכד עם צלע? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

4. באלו מהמשולשים המשורטטים הקטע המודגש הוא גובה לאחת הצלעות? סמנו את הזווית הישרה.





5. שרטטו, בכל משולש, גובה מקודקוד A לצלע שמולו (הצלע המודגשת).



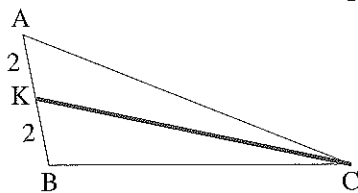
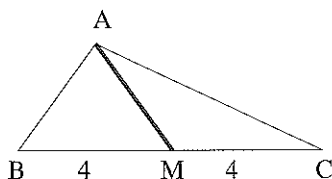
6. (א) שרטטו שרטוט מדגים למשולש ישר-זווית, שאורך אחד מניצביו הוא 10 יחידות, והגובה ליתר 5 יחידות.



(ב) חשבו את זוויות המשולש.

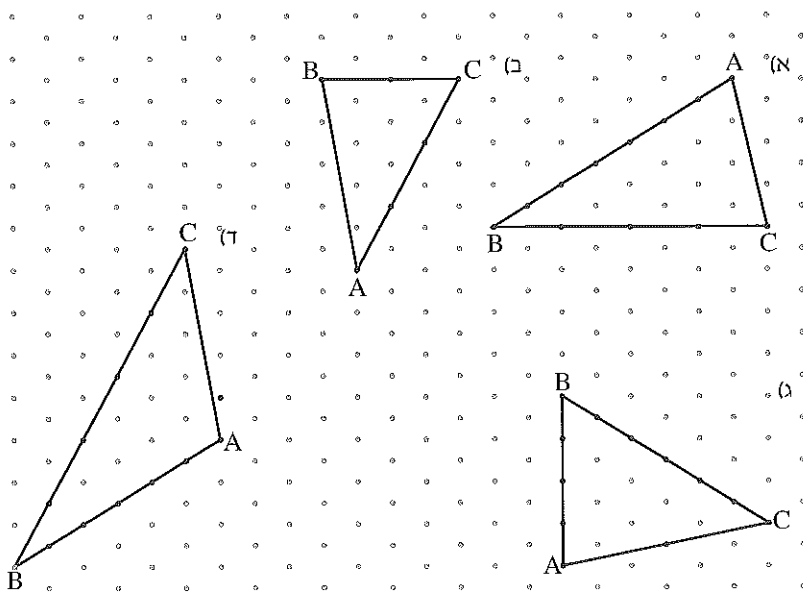
הישר המחבר קודקוד עם אמצע הצלע שמולו נקרא תיכון.

אבלמה:

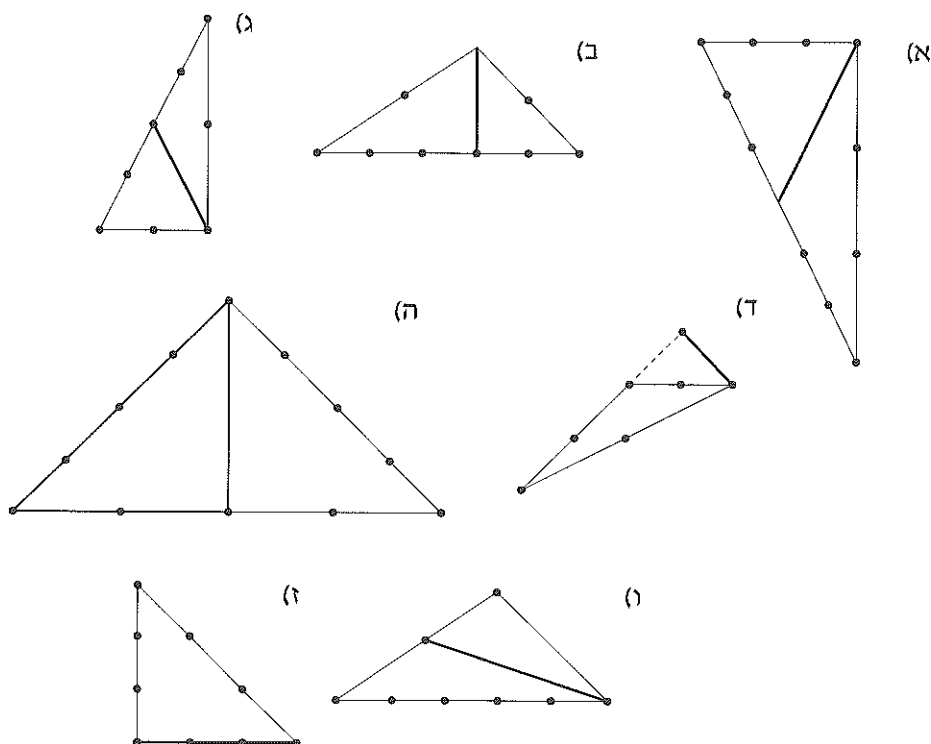


נקטלים המודגלים הם גיבונים במשולש.

7. שרטטו, בכל משולש, תיכון לצלע BC.



8. קיבעו, אם הקטע המודגש הוא תיכון, ו/או גובה.



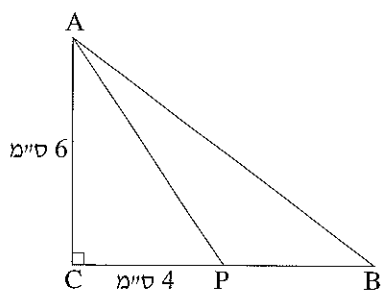
9. AP הוא תיכון במשולש ישר זווית ABC.



(א) חשבו אורך התיכון AP.

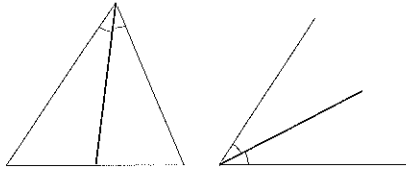
(ב) חשבו אורך הצלע BC.

(ג) חשבו את אורך הצלע AB.



קטע המחלק זווית לשני חלקים שווים, נקרא חוצה זווית.

אלגמא:



הקטעים האדגלשים הם חוצי זווית.

10. חוצה זווית וגובה במשולש.

פעילות מחשב באמצעות הלומדה "הנדסה בתנועה".

שרטטו משולש, העבירו בו חוצה-זווית לאחת הזוויות, וגובה היוצא מאותו קודקוד.

	←		בנה
חצו את זווית ABC.	←		
	←		צבע ...
הביאו את הסמן ל-D, גררו ושחררו.	←		
אנך מנקודה B אל ישר AC.	←		
	←		צבע ...
	←		

בחרו משולש כלשהו.

חצו את זווית ABC.

צבעו את חוצה-הזווית.

האריכו את חוצה-הזווית.

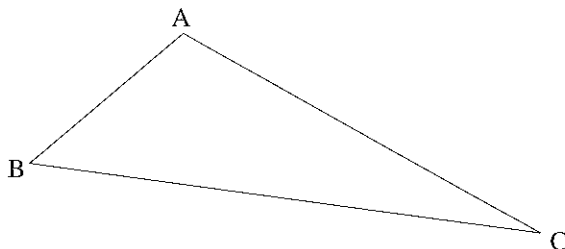
שרטטו גובה לצלע AC.

צבעו את הגובה בצבע שונה.

שנו את המשולש ובידקו.

האם ייתכן כי חוצה-הזווית והגובה יתלכדו? אם כן, באיזה משולש מדובר?
העתיקו את השרטוט מהמחשב.

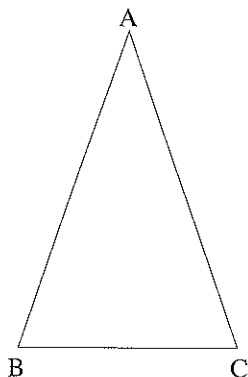
11. א) שרטטו שרטוט מדגים של גובה מקודקוד A, חוצה של זווית A ותיכון BC. 11. א) שרטטו שרטוט מדגים של גובה מקודקוד A, חוצה של זווית A ותיכון BC.



ב) במשולש ABC נתון: $AB = AC$.

שרטטו שרטוט מדגים של:

- חוצה-הזווית A.
- גובה מקודקוד B.

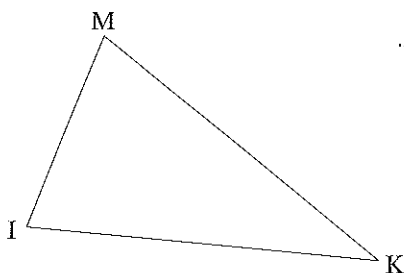


- איזה מהקטעים ששרטטתם הוא גם תיכון לצלע?

ג) במשולש KMI נתון: $KI = MK$.

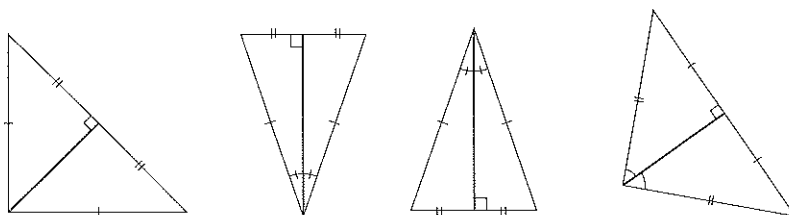
שרטטו שרטוט מדגים של:

- תיכון לצלע MI.
- גובה לצלע IK.

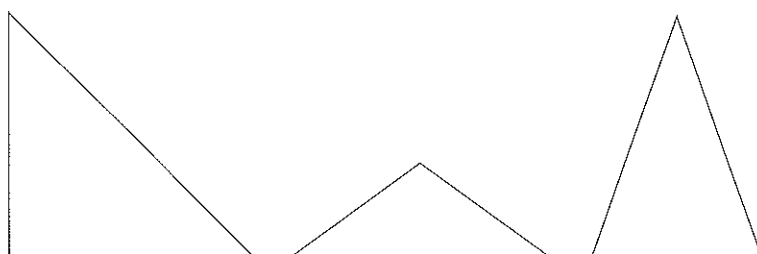


- איזה מהקטעים הוא גם חוצה-זווית?

במשולש שווה-שוקיים הלאה אפסים, הגיבון אפסים, ואזה-זאליה פראט
מאכדיס.

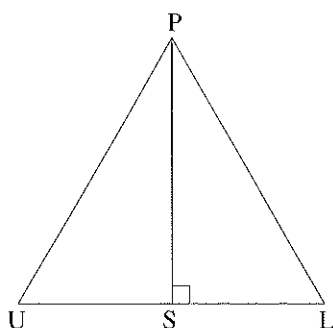


12. שלושת המשולשים שבשרטוט הם שווי שוקיים.
(א) שרטטו בכל משולש גובה שמתלכד עם חוצה הזווית.



(ב) שרטטו גובה שלא מתלכד עם חוצה זווית.

13. במשולש שווה שוקיים PUL ($PU = PL$), אורך הבסיס 12 ס"מ, ואורך הגובה 10.39 (PS) ס"מ.



(א) רשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את אורך השוקיים PL , PU .

(ג) חשבו את זוויות המשולש PUL .

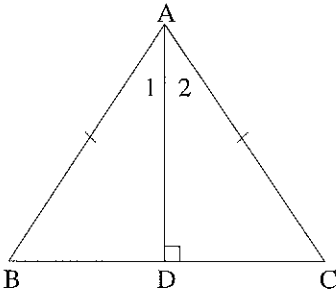
גרעוליס

14. א) במשולש ABC נתון:

$$AB = AC$$

$$AD \perp BC$$

האם ניתן להסיק כי $\angle A_1 = \angle A_2$?
נמקד.

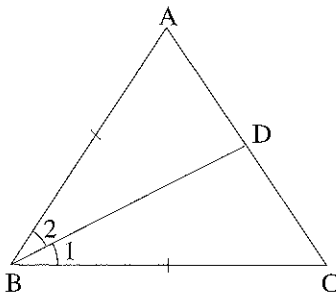


ב) במשולש ABC נתון:

$$AB = BC$$

$$\angle B_1 = \angle B_2$$

האם ניתן להסיק כי $BD \perp AC$?
נמקד.



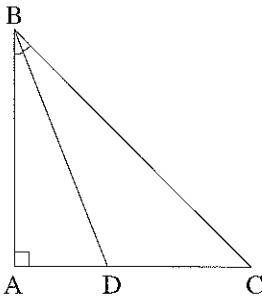
ג) במשולש ABC נתון:

$$AB = AC$$

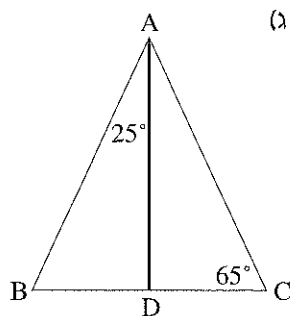
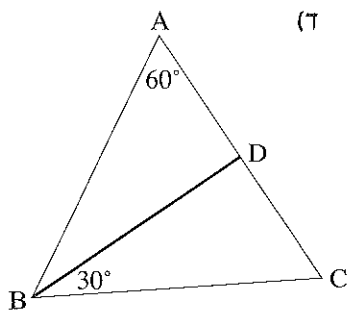
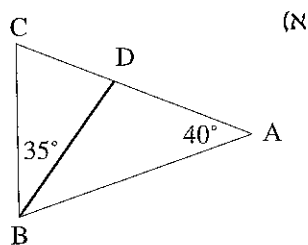
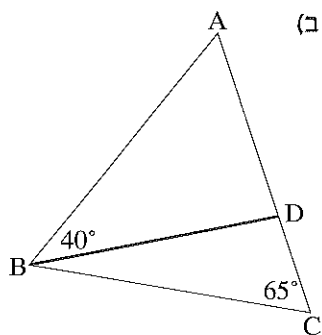
BD חוצה את זווית B.

$$BA \perp AC$$

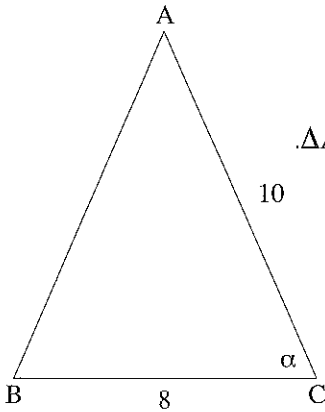
האם ניתן להסיק כי $AD = CD$? נמקד.



15. כל המשולשים המשורטטים הם משולשים שוו-שוקיים ($AB = AC$).
 חשבו זוויות וקיבעו, על סמך החישובים ולא על סמך השרטוט, אם הקטע
 המודגש הוא גובה במשולש או חוצה זווית במשולש.



יצירת משולש ישר זווית וחישובי זוויות



1. משולש ABC שווה-שוקיים ($AB = AC$).



(א) העבירו גובה מ-A (AD).

(ב) חשבו ורשמו את הגדלים של צלעות $\triangle ADC$.

(ג) בטאו את $\sin \alpha$.

(ד) חשבו את α .

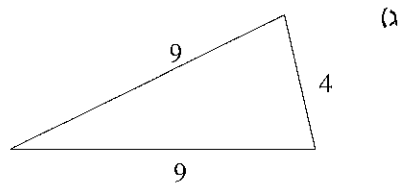
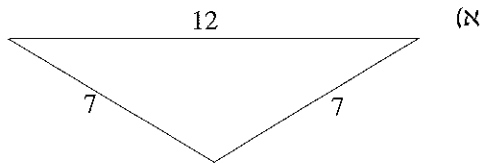
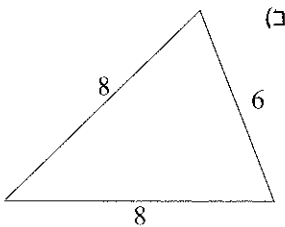
(ה) חשבו את זווית הראש של $\triangle ABC$.

2. שרטטו גובה בכל משולש, כך שיהיה נח לחשב את זוויותיו של המשולש בעזרת

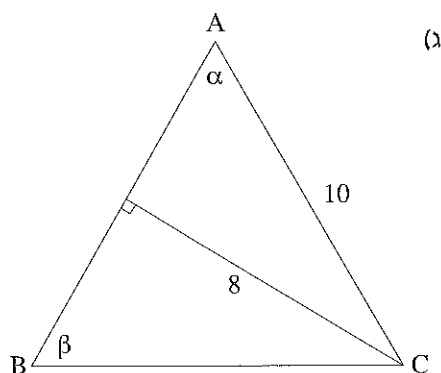
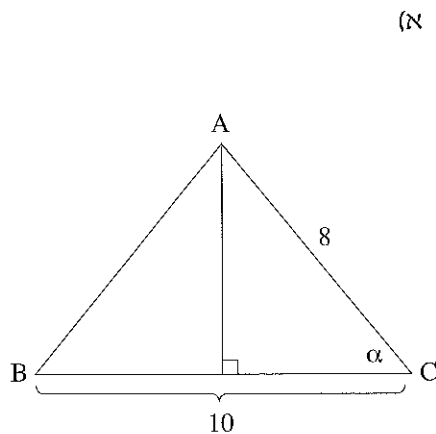
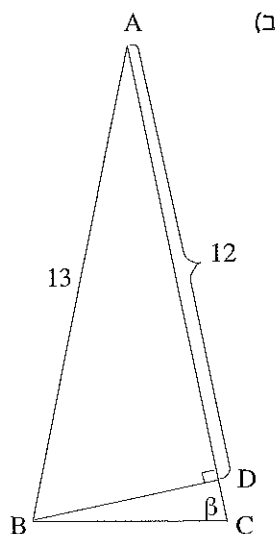


הפונקציה $\sin$.

חשבו את זווית המשולש.



3. כל אחד מהמשולשים הבאים הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 חשבו את הזוויות המסומנות בכל משולש (α ו/או β).

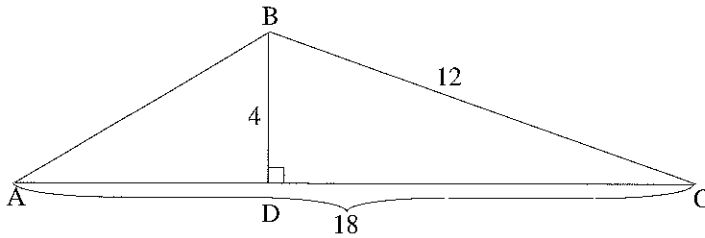


4. במשולש שווה שוקיים אורך השוק 12 ס"מ, ואורך הגובה לשוק 8.5 ס"מ.
 (א) שרטטו שרטוט מדגים ורשמו את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשבו את זוויות המשולש שווה-השוקיים.

5. (א) חשבו את הזוויות והצלעות במשולש DBC.

(ב) חשבו את צלעות המשולש ABD.

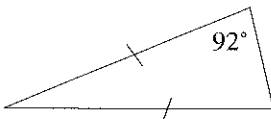
(ג) חשבו את זוויות המשולש ABC.



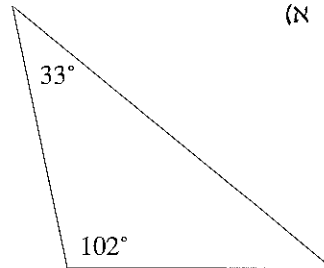
גרזונים

6. בחלק מהשרטוטים חלה טעות ברישום הנתונים. על סמך החישובים קיבעו באילו מהם.

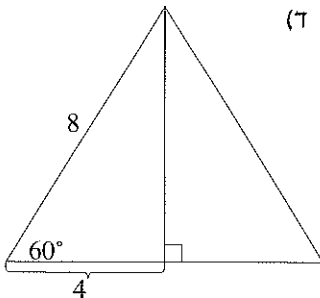
(ב)



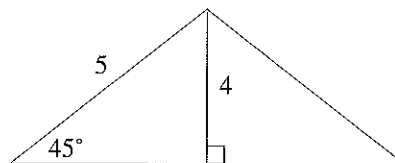
(א)



(ד)



(ג)

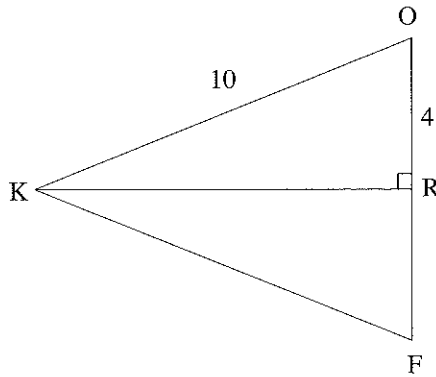


7. נתון: $KO = KF$

$KR \perp OF$

(א) חשבו את KR (על-פי משפט פיתגורס).

(ב) חשבו את זוויות המשולש KOF .

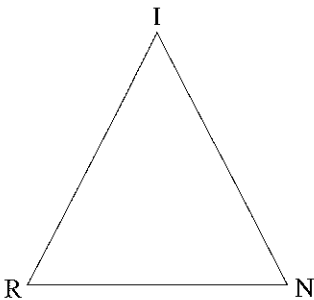


8. $\triangle NIR$ שווה שוקיים $RI = IN$

אורך הגובה לשוק 5.4 יחידות (שרטטו).

אורך בסיס המשולש 7 יחידות.

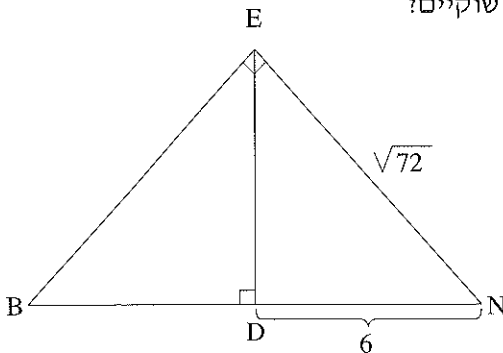
חשבו את זוויות המשולש.



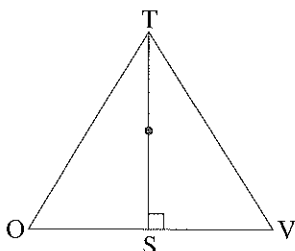
9. (א) חשבו את אורך ED .

(ב) חשבו את זוויות $\triangle BEN$.

(ג) האם המשולש BEN שווה שוקיים?



10. אורך השוק של משולש שווה-שוקיים 12 יחידות, ואורך הבסיס 6 יחידות.
 (א) שרטטו ורשמו את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשבו את זווית המשולש.



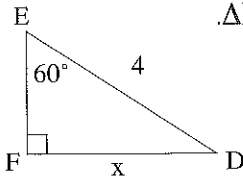
11. $\triangle TOV$ שווה צלעות. אורך הצלע 8 יחידות.

- (א) חשבו את אורך הגובה TS.
 (ב) סמנו ב- N את אמצע הגובה וחשבו את זווית המשולש NOV.

12. במשולש SIR, אורך הצלע SI היא 5 יחידות, אורך הצלע IR הוא 20 יחידות. 
 אורך הגובה (SD) המורד אל IR הוא 3 יחידות.

- (א) שרטטו ורשמו את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשבו את הזוויות והצלעות במשולש SID.
 (ג) חשבו את צלעות המשולש SDR.
 (ד) חשבו את זווית המשולש SIR.

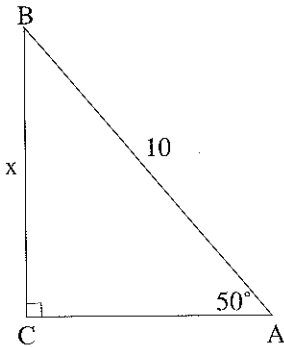
ניצבים במשולשים ישרי זווית



1. (א) רשמו משוואה הקושרת את x , ו- $\sin 60^\circ$ ב- $\triangle EFD$.

(ב) חשבו במחשבון את $\sin 60^\circ$.

(ג) הציבו במשוואה שרשמתם ומצאו את x .

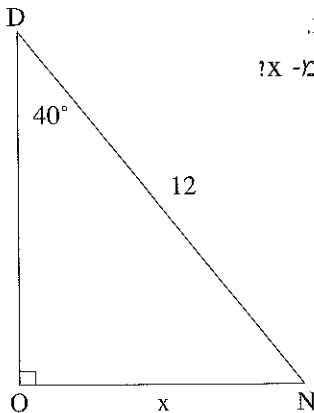


2. (א) רשמו משוואה הקושרת את x , ו- $\sin 50^\circ$.

(ב) מצאו את $\sin 50^\circ$.

(ג) פתרו את המשוואה ומצאו את BC .

(ד) חשבו את אורך AC .

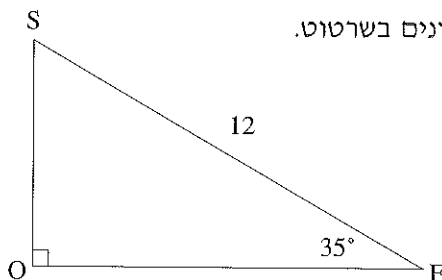


3. (א) רשמו משוואה, על-פי הנתונים, וחשבו את x .

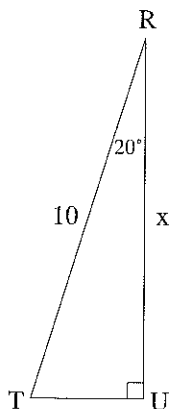
(ב) האם, לדעתכם, הצלע OD גדולה או קטנה מ- x ?

(ג) חשבו את OD , בידקו תשובתכם לסעיף ב'.





4. חשבו את ניצבי המשולש, על-פי הנתונים בשרטוט.



5. (א) חשבו את גודל הזווית RTU.

(ב) חשבו את הניצב RU.



6. משולש ZYV ישר-זווית ($\angle Z = 90^\circ$).

11 ס"מ $VY =$

$\angle Y = 42^\circ$

(א) שרטטו שרטוט מדגים.

(ב) חשבו את אורך הניצב ZV.

(ג) איזה מהמספרים הבאים יכול להיות אורך הניצב השני (ZY)

3.41 , 7.36 , 8.17 , 11.52 , נמקו, ובידקו בעזרת חישוב.



7. אורכו של סולם 5 מ'. מטעמי בטיחות זווית הנטיה

המקסימלית היא 55° .

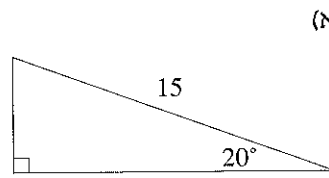
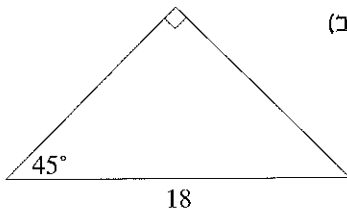
(א) מה גובה הקיר עד ראש הסולם?

(ב) מה מרחק תחתית הסולם מהקיר?



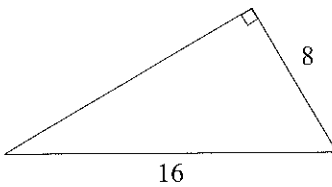
גרזולים

8. חשבו את אורכי הניצבים.



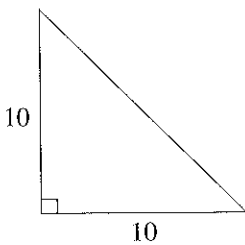
9. אורך היתר במשולש ישר זווית 12 ס"מ, וגודל אחת הזוויות 30° . שרטטו שרטוט מדגים וחשבו את אורכי הניצבים.

10. מתחו קווים המתאימים את הזוויות למשולשים.



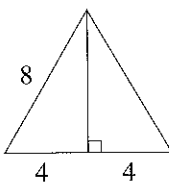
•

• $45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$



•

• $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$

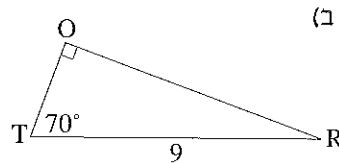
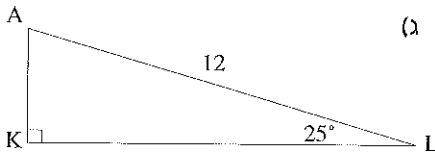
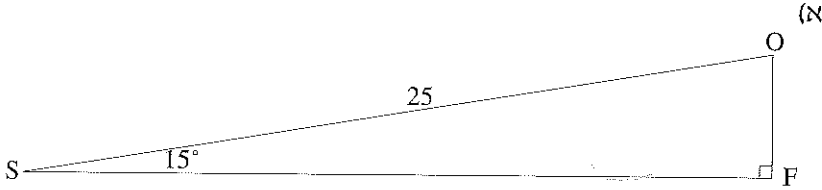


•

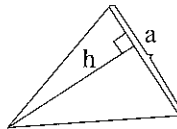
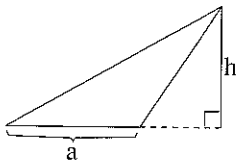
• $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

שטח משולש

1. חשבו את אורך הניצב מול הזווית הנתונה.



בעבר למדתם כי שטח משולש שווה: מחצית מכפלת האורך של אחת הצלעות באורך הגובה אליה.

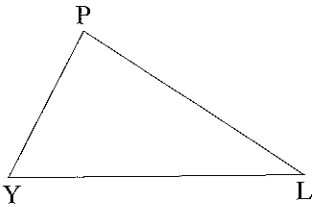


$$\text{שטח המשולש} = \frac{a \cdot h}{2}$$

2. (א) במשולש PYL אורך צלע YL הוא 10 יחידות. ואורך הגובה אליה



4 יחידות. חשבו את שטח המשולש.

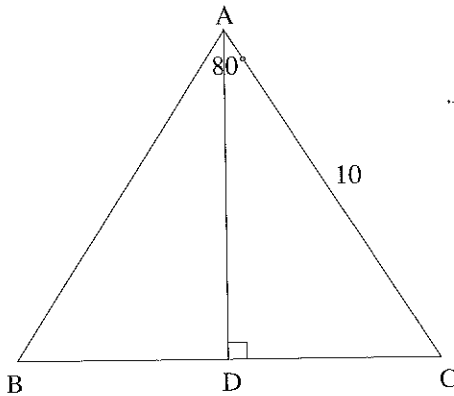


(ב) אורך הצלע PY היא 5 יחידות ואורך הגובה אליה 8 יחידות.

חשבו את שטח המשולש.

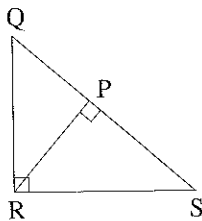
(ג) בכמה אופנים ניתן לחשב את שטחו של המשולש?

3. במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$), זווית הראש היא 80° , ואורך השוק 10 יחידות.



- (א) חשבו את אורך DC ,
ואת אורך בסיס המשולש ABC .
(ב) חשבו את אורך AD .
(ג) חשבו את שטח המשולש ABC .

4. שרטטו משולש ABC ובו שלושה גבהים: AD , BE , CF .
רשמו שלושה ביטויים לשטח המשולש.



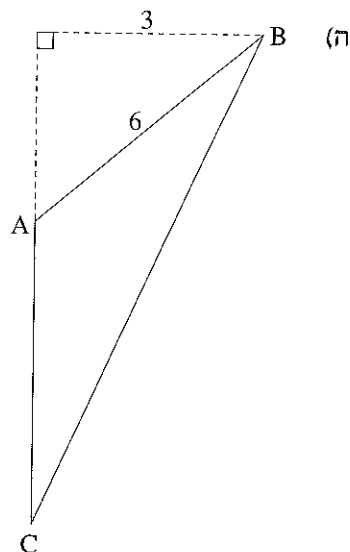
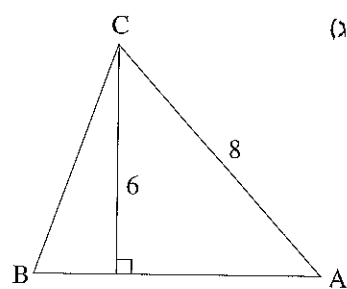
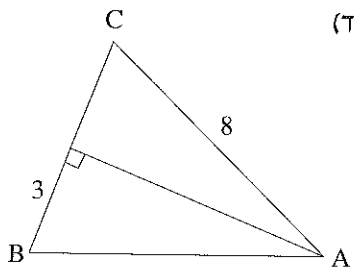
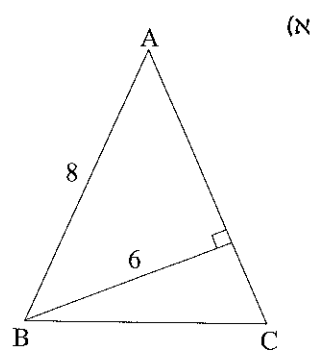
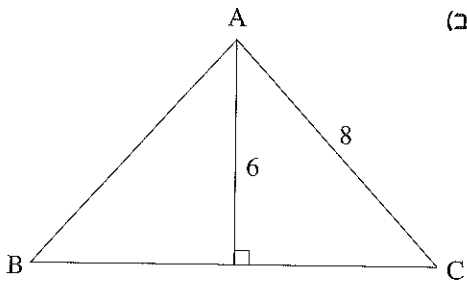
5. RP הוא גובה במשולש ישר זווית QRS ($\angle R = 90^\circ$).

- מי הם שני הגבהים האחרים?
 - כמה ביטויים שונים לשטח המשולש
- תוכלו לרשום במקרה זה?



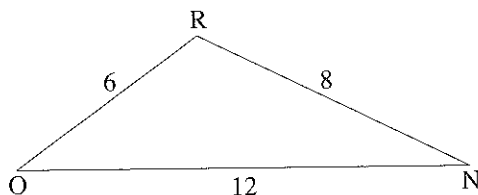
6. דן טוען: "במשולש ששרטטתי אורך אחת הצלעות 6 יחידות, ואורך הגובה אליה 4 יחידות. אורך צלע אחרת 5 יחידות, ואורך הגובה אליה 5 יחידות." יאיר טען שהמדידה אינה מדויקת.
מי מהם צודק? נמקו.

7. כל המשולשים המשורטטים הם שוו-שוקיים בהם $AB = AC$.
 באילו מהם השטח הוא 24 יחידות ריבועיות?





8. אורכי הצלעות של $\triangle ARON$ רשומים בשרטוט.
אורכי הגבהים לצלעות הם: 7.1 יחידות, 5.325 יחידות, 3.55 יחידות.
התאימו לכל צלע את אורך הגובה. הסבירו כיצד התאמתם.



9. במשולש $\triangle BAR$ נתון:

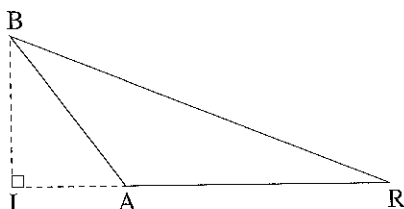
$$AB = 4 \text{ ס"מ}, AR = 7 \text{ ס"מ}$$

$$\angle BAR = 100^\circ$$

(א) חשבו את $\angle BAI$.

(ב) חשבו את אורך BI .

(ג) חשבו את שטח המשולש $\triangle BAR$.



10. במשולש $\triangle RAN$ נתון:

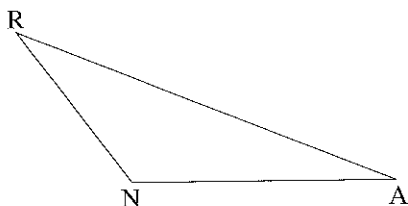
$$NA = 10 \text{ ס"מ}$$

$$RN = 6 \text{ ס"מ}$$

$$\angle RNA = 120^\circ$$

(א) שרטטו גובה מ- R אל NA וחשבו את אורכו.

(ב) חשבו את שטח המשולש $\triangle RAN$.



11. שטח המשולש $\triangle BEN$ הוא 36 סמ"ר.

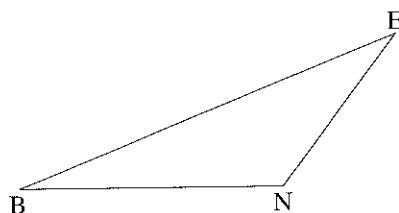
$$\text{נתון } BN = 8 \text{ ס"מ}$$

$$EN = 6 \text{ ס"מ}$$

(א) שרטטו גובה מ- E אל BN

וחשבו את אורכו.

(ב) חשבו את גודל הזווית $\angle BNE$.



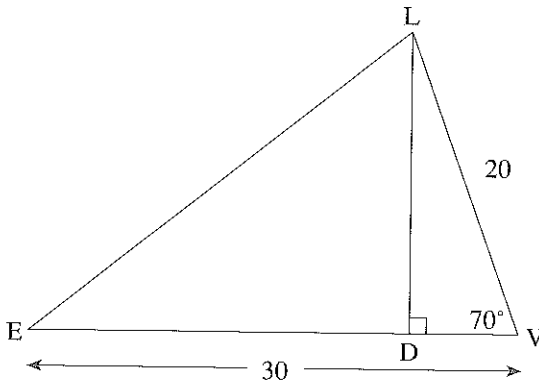
גרזילים

12. נתון:

אורך LV 20 יחידות.

אורך EV 30 יחידות.

$\angle V = 70^\circ$.



חשבו את שטח המשולש ELV.

13. משולש BUL שווה שוקיים ($BU = UL$).

$\angle U = 40^\circ$ (זווית הראש).

אורך השוק (UL) 20 יחידות.

(א) שרטטו שרטוט מדגים ורשמו בו את הנתונים.

(ב) חשבו את זוויות המשולש.

(ג) שרטטו וחשבו את אורך הגובה לבסיס.

(ד) חשבו את אורך הבסיס.

(ה) חשבו את שטח המשולש BUL.

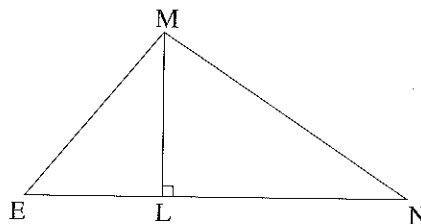
14. במשולש MEN אורך הצלע ME 10 יחידות. אורך הצלע EN הוא 18 יחידות.

גודל הזווית E הוא 50° .

(א) רשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את הגובה ML.

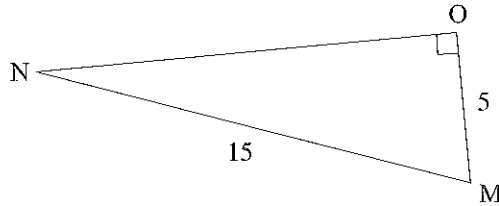
(ג) חשבו את שטח המשולש EMN.



15. (א) חשבו את זוויות המשולש MON.

(ב) חשבו את אורך הניצב NO.

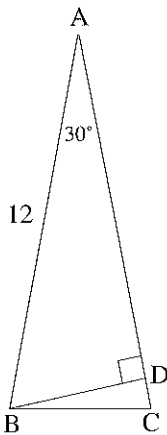
(ג) חשבו את שטח המשולש MON.



16. $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).

(א) חשבו את BD.

(ב) חשבו את שטח המשולש BAC.



17. משולש LEV שווה-שוקיים ($LE = EV$).

אורך שוק המשולש 4 יחידות וזווית הראש 30° .

(א) שרטטו ורשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את אורך הגובה לשוק במשולש LEV.

(ג) חשבו את שטח המשולש LEV.

על כל המרובעים

בתחילה נעסוק בכל המרובעים גם יחד - שמותיהם, צורתם ותכונות בולטות שלהם. נשתמש בפונקציה ה- $\sin$ כדי לחשב בהם גדלים שונים. לאחר מכן נטפל במרובעים מלבן, מקבילית ומעוין באופן נפרד. אם אתם יכולים להשתמש בתוכנה "הנדסה בתנועה", בצעו תחילה את תרגיל 1 ועברו אחר כך לתרגיל 4, אם לא התחילו מתרגיל 2.

1. בפעילות זו תכירו סוגי מרובעים וגם משהו על תכונותיהם.

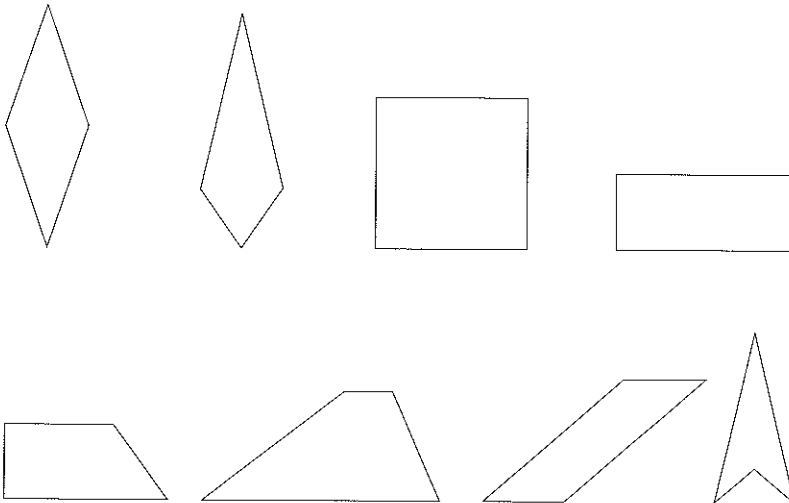
בחרו מרובע.



שנו את המרובע, כך שיתקבלו כל אחד מהמרובעים המפורטים. הביאו את החץ לאחד הקודקודים, הזיזו ושחררו.

שנו את המרובע, כך שיתקבלו כל אחד מהמרובעים המפורטים.

שמו מרובעים אלה על מסך המחשב.



אם אתם מכירים את שם המרובע, רשמו את השם בתוך השרטוט. נקו את המסך.

בחרו את המרובע הראשון מימין.

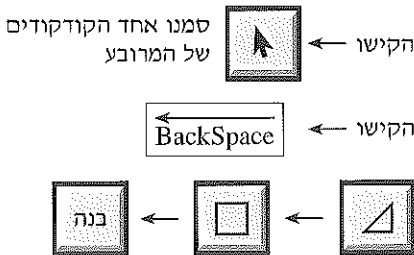
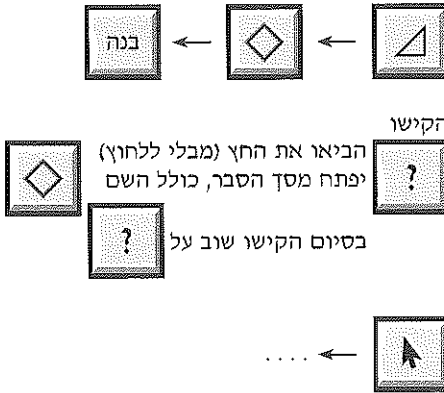
בצעו את ההוראות הבאות: בדקו אם השם שרשמתם בתוך השרטוט הנכון.

שנו את הצורה.

סמנו בכל משבצת שמתארת תכונה המתקיימת במרובע הנתון.

מחקו את הצורה.

חזרו על ההוראות הנ"ל עבור כל אחד מחמשת המרובעים (שרטוט, שרטוט, בידקו אם השם מתאים וסמנו בטבלה את תכונותיו).



שם המרובע	שרטוט	צלעות נגדיות שוות	זוויות נגדיות שוות	כל הצלעות שוות	כל הזוויות שוות
מלבן					
ריבוע					
מקבילית					
מעוין					
דלתון					
טרפז					

2. (א) גזרו מדף שקוף ג':

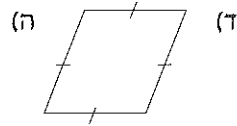
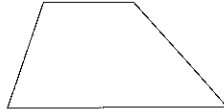
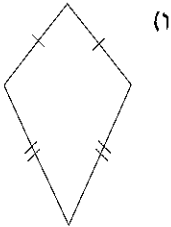
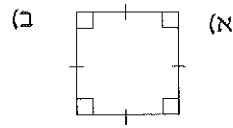
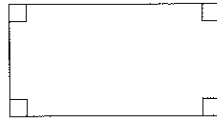
- ארבעה קטעים שאורכם 5 ס"מ.
- שני קטעים שאורכם 7 ס"מ.

- (ב) - בנו בעזרת שני קטעים שאורכם 5 ס"מ ושני הקטעים שאורכם 7 ס"מ, שתי מקבילות שונות.
- אם עדיין לא בניתם, בנו בעזרת אותם קטעים מלבן.

- (ג) - בנו מרובע בעזרת ארבעה קטעים שאורכם 5 ס"מ.
- איך נקרא מרובע כזה?
- האם הצלעות הנגדיות מקבילות?
- אם עדיין לא בניתם, בנו בעזרת אותם קטעים ריבוע.

- (ד) - בנו בעזרת שני קטעים שאורכם 5 ס"מ ושני הקטעים שאורכם 7 ס"מ, מרובע שאיננו מקבילית.
- שרטטו מרובע זה.
- אילו הן הצלעות השוות?
- איך נקרא מרובע כזה?

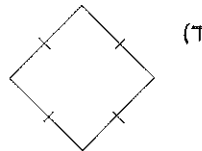
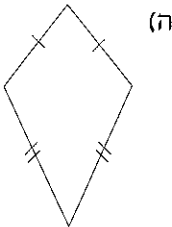
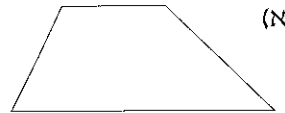
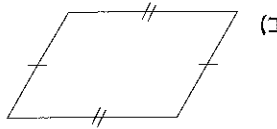
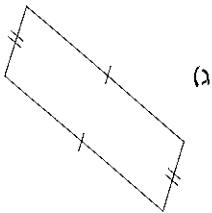
3. (i) רשמו בתוך כל צורה את השם המאפיין אותה. 



(ii) השלימו טבלה:

שם המרובע	שרטוט	צלעות נגדיות שוות	זוויות נגדיות שוות	כל הצלעות שוות	כל הזוויות שוות
מלבן					
ריבוע					
מקבילית					
מעוין					
דלתון					
טרפז					

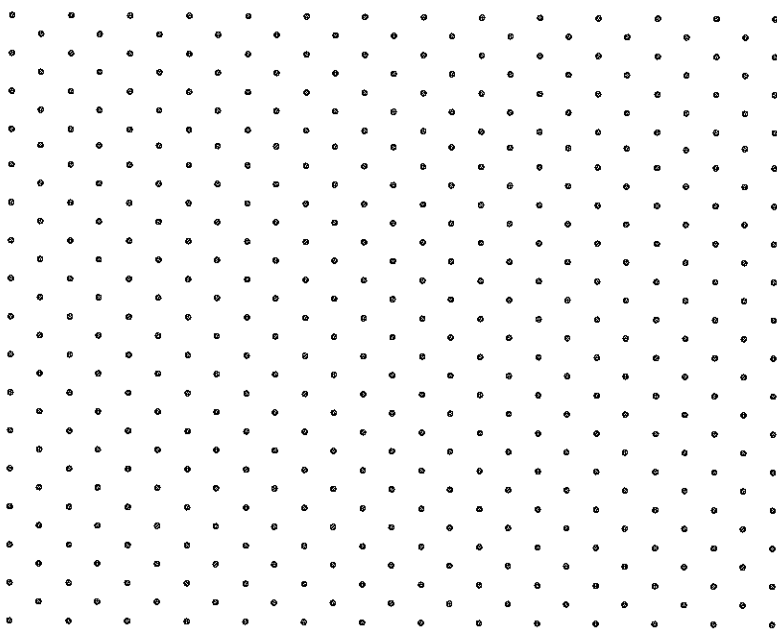
4. סמנו את המרובעים שהם מקביליות. 





5. (i) שרטטו את המרובעים הבאים, כך שהקודקודים בנקודות.

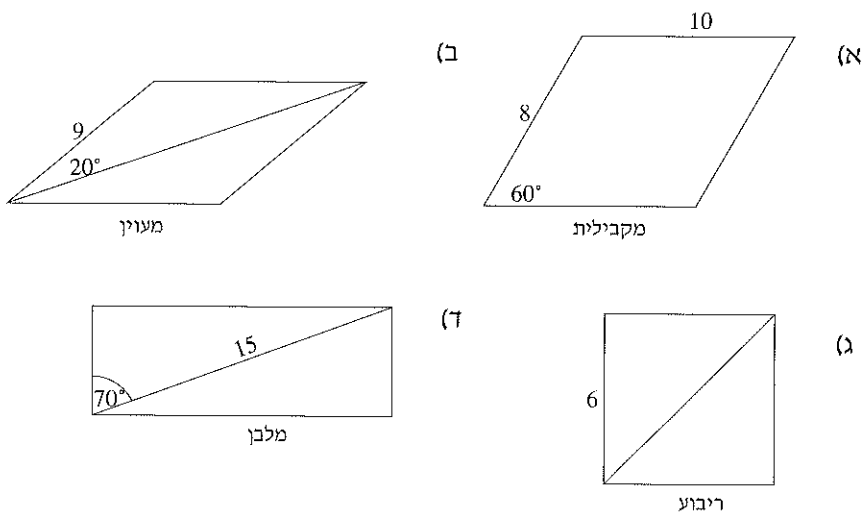
(א) מעוין (ב) דלתון (ג) מלבן (ד) טרפז (ה) מקבילית.



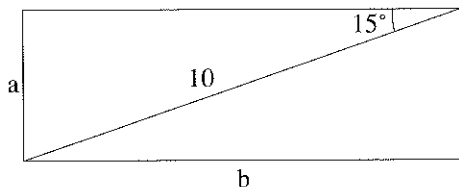
(ii) האם ניתן לשרטט, באופן זה, ריבוע? הסבירו.



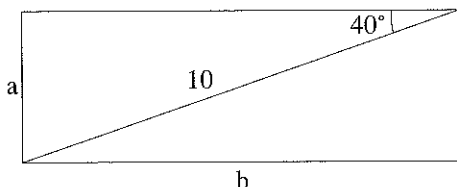
6. השלימו את הגדלים של הצלעות והזוויות בכל מרובע.



7. א) - חשבו את צלעות המלבן.
 - חשבו את שטח המלבן.



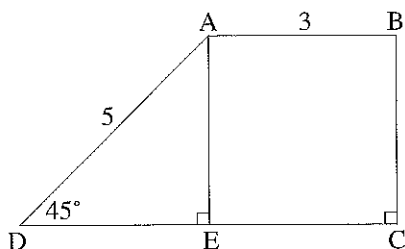
- ב) - חשבו את צלעות המלבן.
 - חשבו את שטח המלבן.



- ג) האם השטח שהתקבל בסעיף ב' גדול או קטן מזה שהתקבל בסעיף א'?
 ד) שער, עבור איזו זווית יתקבל שטח מקסימלי.

8. א) חשבו את אורך AE.

- ב) חשבו את צלעות הטרפז.
 ג) מה היקף הטרפז?



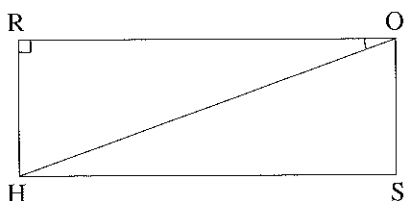
9. שטח המלבן ROSH 64 יחידות ריבועיות.

אורך הצלע RO 10 יחידות.

א) מצאו את אורך הצלע RH.

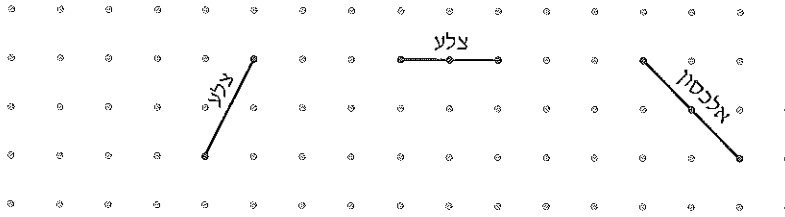
ב) מצאו את אורך האלכסון OH.

ג) מצאו את גודל הזווית ROH.

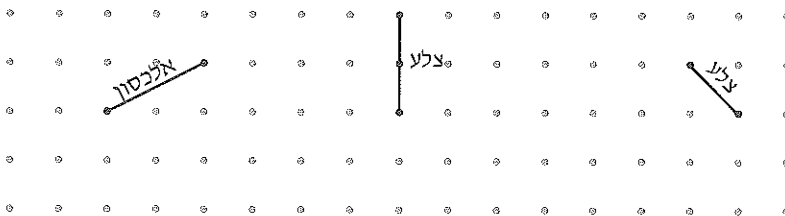


תרגילים

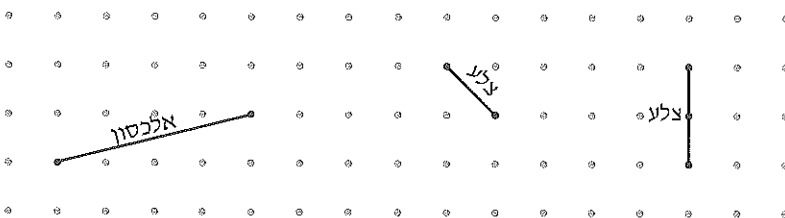
10. א) השלימו כל שרטוט לריבוע (הקודקודים בנקודות).



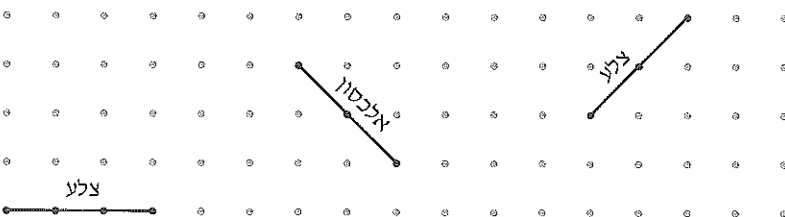
ב) השלימו כל שרטוט למלבן (הקודקודים בנקודות).



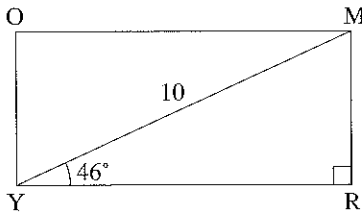
ג) השלימו כל שרטוט למקבילית (הקודקודים בנקודות).



ד) השלימו כל שרטוט למעוין (הקודקודים בנקודות).



11. במלבן OMRY, אורך האלכסון הוא 10 יחידות.



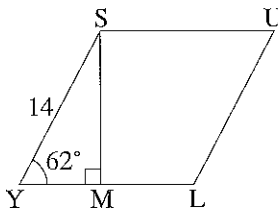
הזווית MYR היא בת 46° .

(א) חשבו את צלעות המלבן.

(ב) חשבו את היקף המלבן.

(ג) חשבו את שטח המלבן.

12. אורך צלע המעוין SLY 14 יחידות, והזווית החדה בו (זווית SYL) היא



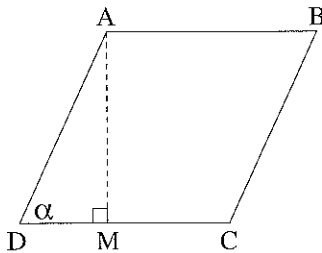
בת 62° .

(א) חשבו את היקף המעוין.

(ב) חשבו את גובה המעוין (SM).

(ג) חשבו את שטח המעוין.

13. אורך צלע המעוין 25 יחידות. גובה המעוין 23 יחידות.



(א) רשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את זוויות המעוין.

מלבן

אם יש באפשרותכם להשתמש במחשב בתוכנה "הנדסה בתנועה", פתרו תרגיל 1 ועברו אחר כך לתרגיל 3. אם לא, התחילו מתרגיל 2.

1. בפעילות זו תחקרו מה מיוחד באלכסוני המלבן.

  	(א) בחרו מלבן ושרטטו את אלכסוניו.
 	הביאו את הסמן ל-A. לחצו, הזיזו ל-C ושחררו. העבירו גם את BD.
 	ב) סמנו את נקודת החיתוך של האלכסונים.
	ג) שנו את המלבן, על-ידי גרירת קודקודים. קבעו אילו מהטענות הבאות (i, ii, iii) מתקיימות בכל מלבן.
	תוכלו להיעזר במדידת קטעים
	במדידת זוויות
	במדידת שטחים

(i) האלכסונים במלבן חוצים את הזוויות.

(ii) האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

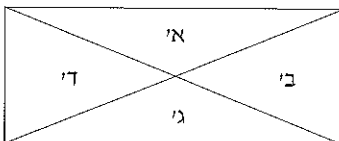
(iii) האלכסונים במלבן חוצים זה את זה.

(ד) - מה תוכלו לומר על 4 המשולשים הקטנים, שנוצרו על-ידי האלכסונים? נמקו.

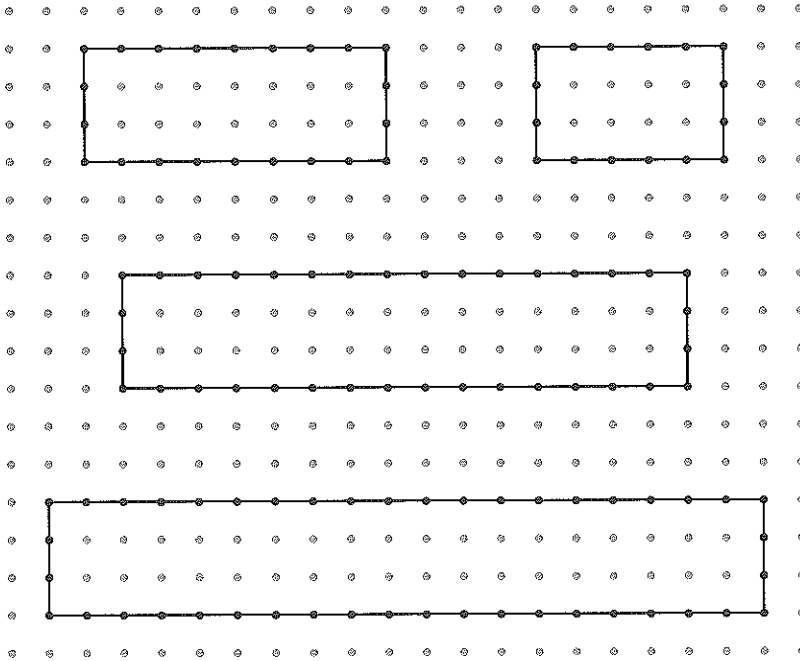
- מאיזה סוג הם?

- האם יש ביניהם משולשים חופפים?

- האם יש ביניהם משולשים שווים בשטחם?



2. א) העבירו אלכסונים בכל אחד מהמלבנים המשורטטים.

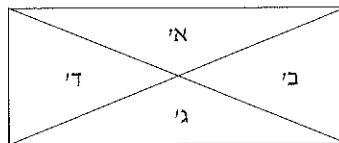


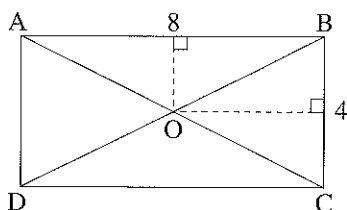
ב) קבעו, אילו מהטענות הבאות מתקיימות בכל מלבן.

- האלכסונים במלבן חוצים את הזוויות.
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה.
- האלכסונים במלבן חוצים זה את זה.

ג) - מה תוכלו לומר על 4 המשולשים הקטנים, שנוצרו על-ידי האלכסונים?

- מאיזה סוג הם? נמקו.
- האם יש ביניהם משולשים חופפים?
- האם יש ביניהם משולשים שווים בשטחם?

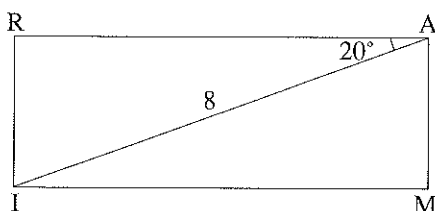




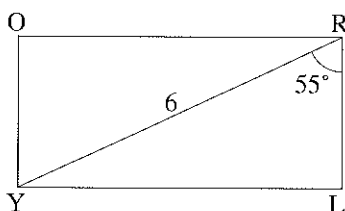
3. (א) חשבו את שטח המשולש AOB.
(ב) חשבו את שטח המשולש BOC.



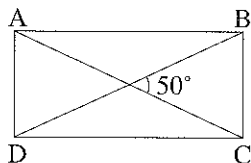
האלכסונים במלבן, מחלקים אותו לארבעה משולשים שווים שוקיים.
בדרך זו נוצרים שני זוגות של משולשים חופפים, וכל ארבעת המשולשים שווים שטח.



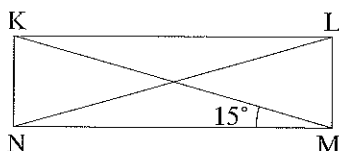
4. (א) - חשבו את צלעות המלבן.
- חשבו את שטח המלבן.



- (ב) - חשבו את צלעות המלבן.
- חשבו את שטח המלבן.



5. (א) הזווית החדה הנוצרת בין אלכסוני מלבן היא בת 50° .
חשבו את כל הזוויות שיוצרים האלכסונים עם הצלעות.



- (ב) הזווית שיוצר האלכסון עם אחת מצלעות המלבן היא בת 15° .
חשבו את הזווית החדה בין אלכסוני המלבן.

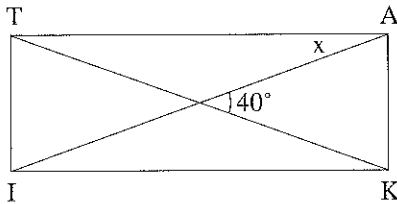


6. (א) חשבו את אורכי צלעות המלבן, אם אורך האלכסון 15 יחידות, והזווית שהוא יוצר עם אחת הצלעות היא 20° . שרטטו שרטוט מדגים.

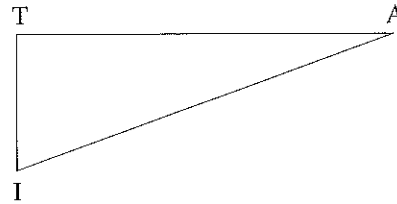
(ב) חשבו את אורכי צלעות המלבן, אם אורך האלכסון 15 יחידות, והזווית שהוא יוצר עם אחת הצלעות היא 45° . שרטטו שרטוט מדגים.
באיזה מלבן מדובר?



7. במלבן KITA, הזווית החדה בין האלכסונים היא 40° , אורך האלכסון 10 יחידות.



(א) חשבו את גודל הזווית המסומנת ב-x.



(ב) העתקנו את המשולש $\triangle TAI$ מחוץ למלבן.

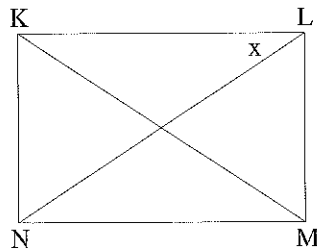
- רשמו בשרטוט את גודל האלכסון, ואת גודל הזווית שחישבתם.

- חשבו את אורכי הצלעות IT ו-AT, ורשמו בשרטוט.

(ג) חשבו את שטח המלבן KITA.



8. במלבן KLMN, הזווית החדה בין האלכסונים היא 70° , אורך האלכסון 12 יחידות.



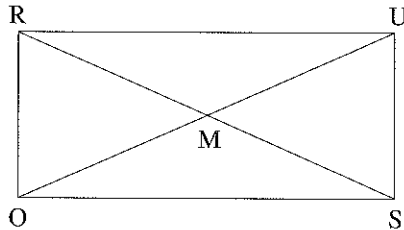
(א) רשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את גודל הזווית המסומנת ב-x, ורשמו בשרטוט.

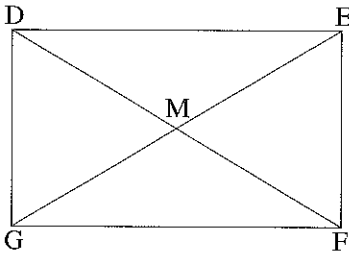
(ג) חשבו את אורכי צלעות המלבן.

(ד) חשבו את שטח המלבן.

9. במלבן $RUSO$, אורך האלכסון OU הוא 12 יחידות, ואורך הצלע US הוא 4 יחידות.



- (א) - העתיקו את אחד המשולשים ישרי הזווית, עם נתוני השאלה.
- חשבו את זווית המשולש שהעתיקתם.
- (ב) - רשמו במלבן את גדלי הזווית שמצאתם.
- חשבו את גודל הזווית החדה בין אלכסוני המלבן.



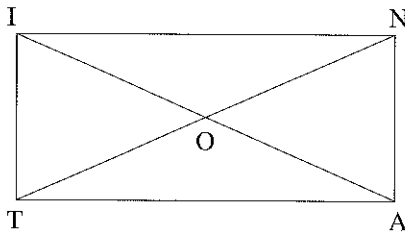
10. אורך אלכסוני המלבן $DEFG$

12 יחידות.

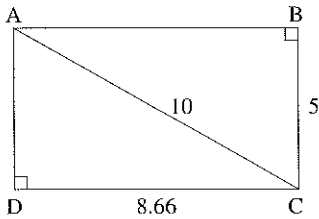
אורך הצלע DE הוא 9.5 יחידות.

חשבו את הזווית החדה בין האלכסונים.

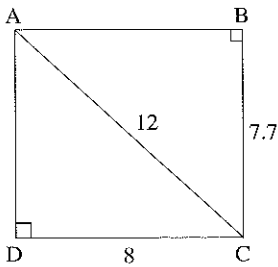
11. במלבן $NATI$, נתון $OA = 6$ ס"מ, $AT = 10$ ס"מ.



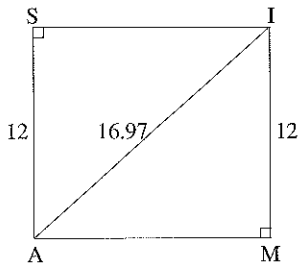
- (א) מהו אורך האלכסון?
- (ב) חשבו את הזווית בין אלכסון לצלע AT .
- (ג) חשבו את זווית המשולש OAT .
- (ד) חשבו את שטח המלבן.



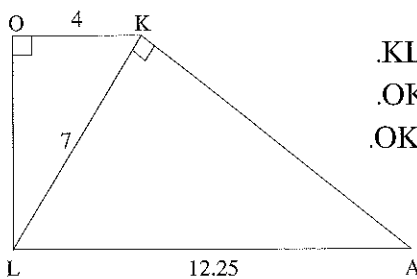
12. חשבו על סמך הנתונים הרשומים
בשרטוט. (אל תקבעו על סמך השרטוט,
שאינו בהכרח על-פי הנתונים).
א) חשבו את $\angle ACB$ ואת $\angle ACD$.
האם המרובע ABCD הוא מלבן?
נמקו.



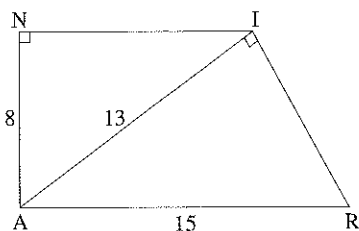
ב) האם מרובע ABCD הוא מלבן?
חשבו ונמקו.



ג) חשבו ובידקו האם המרובע
SIMA הוא ריבוע? נמקו.



13. א) - חשבו את זוויות המשולש KLA.
- חשבו את זוויות המשולש OKL.
- חשבו את היקף המרובע OKAL.



ב) - חשבו את זוויות המשולש NAI.
- חשבו את זוויות המשולש IAR.
- חשבו את היקף המרובע NIRA.

מקבילית

1. אם ברשותכם מחשב והתוכנה "הנדסה בתנועה" בצעו את תרגיל 1 ועברו לאחר מכן לתרגיל 3, אם לא, התחילו מתרגיל 2.

שרטטו את אלכסוניה.

הביאו את הסמן ל- A
לחצו, הזיזו ל- C ושחררו.
העבירו גם את BD.

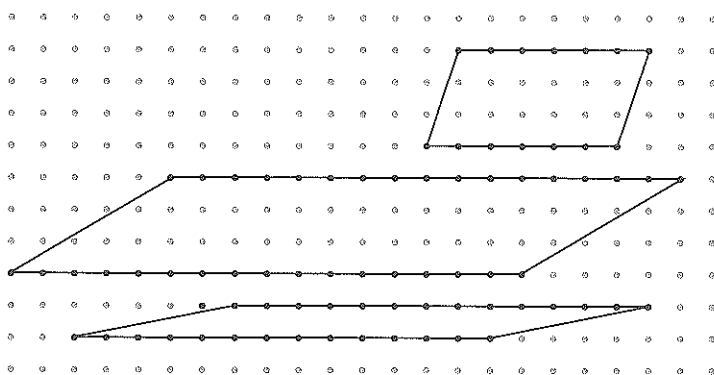
...

בחרו מקבילית ושרטטו את אלכסוניה.

בידקו תוך שינוי המקבילית, אילו מהתכונות הבאות מתקיימות בכל מקבילית.

- האלכסונים חוצים זה את זה.
 - האלכסונים מאונכים זה לזה.
 - האלכסונים שווים זה לזה.
 - האלכסונים חוצים את הזוויות.
- רק אחת מהתכונות הנ"ל מתקיימת בכל המקביליות, איזו? נסו להסביר מדוע.

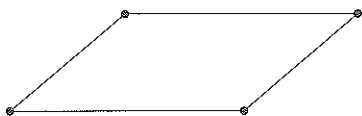
2. (א) העבירו אלכסונים בכל אחת מהמקביליות המשורטטות.



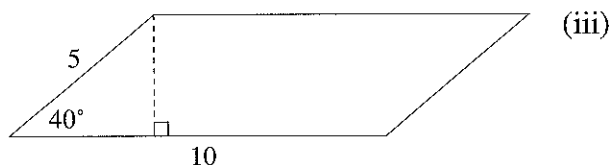
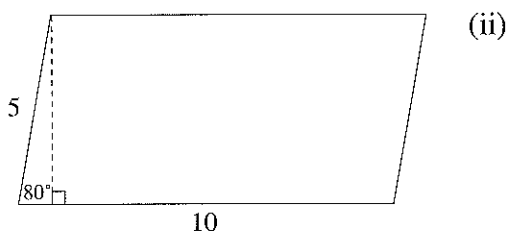
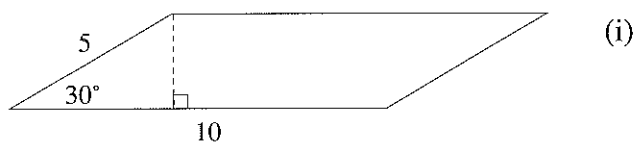
- (ב) אילו מהתכונות הבאות מתקיימות, בכל אחת מהמקביליות? נמקו.
- האלכסונים חוצים זה את זה.
 - האלכסונים שווים זה לזה.
 - האלכסונים מאונכים זה לזה.
 - האלכסונים חוצים את הזוויות.

ג) אילו מהתכונות הרשומות לעיל, אינן בהכרח תכונות של מקבילית?
(כלומר, אינן מתקיימות בכל מקבילית).

3.  בתחילת הפרק ראיתם שאפשר לבנות מקביליות שונות עם אותן צלעות.



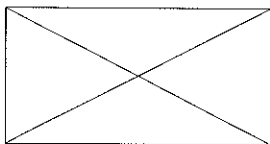
א) חשבו את גובהה ושטחה של כל מקבילית.



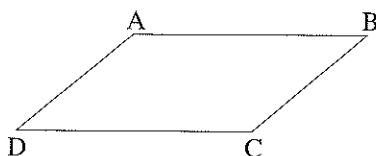
ב) לאיזו משלוש המקביליות הנ"ל השטח הגדול ביותר?

ג) שרטטו מקבילית נוספת, שאורכי צלעותיה 10 יחידות ו-5 יחידות. קבעו זווית חדה, כך שיתקבל שטח גדול יותר מהשטח של המקביליות הנתונות.

ד) נסו לשרטט מקבילית שאורכי צלעותיה 10 יחידות ו-5 יחידות והיא בעלת השטח הגדול יותר מכל המקביליות להן אותם אורכי צלעות.



4. ראייתם שהאלכסונים במלבן יוצרים ארבעה משולשים שווים-שוקיים.



(א) שרטטו את אלכסוני המקבילית.

(ב) סמנו את מפגש האלכסונים ב-M.

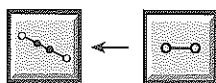
(ג) מה תוכלו לומר על ארבעת המשולשים שנוצרו? (בידקו חפיפה, שוויון שטחים וכד').

5. אם ברשותכם מחשב והתוכנה "הנדסה בתנועה" בצעו את התרגיל והמשיכו, אם לא, עברו לתרגיל 6.

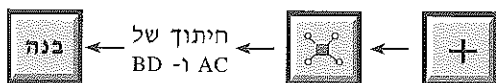
בחרו מקבילית.



הביאו את הסמן ל-A לחצו, הזיזו ל-C ושחררו. העבירו גם את BD.



שרטטו את אלכסוני המקבילית.



הביאו את המסגרת למסך, הקישו ושחררו. רשמו במסגרת את שם המשולש להפסקת הכתיבה הקישו Enter. הביאו מסגרות נוספות ומדדו את השטחים של שאר המשולשים.



מדדו את השטחים של ארבעת המשולשים.

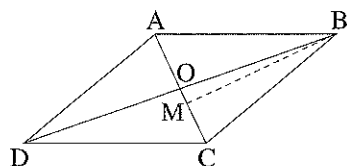
הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו, הזיזו ושחררו.



שנו את המקבילית על-ידי גרירת אחד הקודקודים.

מה תוכלו לומר על השטחים של ארבעת המשולשים?

ניתן להוכיח את העובדה ששטחי ארבעת המשולשים הנוצרים שווה.



משרטטים אנך לאלכסון מאחד הקודקודים (לדוגמא BM).

אנך זה הוא הגובה למשולש BOC וגם למשולש AOB.

אורכי הצלעות אליהן הגובה משורטט

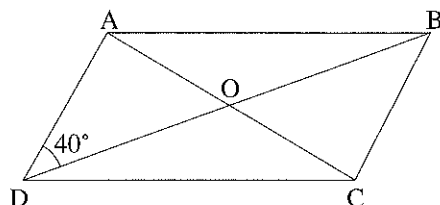
בשני המשולשים שווים ($OC=OA$) ולכן שטחי שני המשולשים שווה.

שני המשולשים האחרים במקבילית חופפים בהתאמה ולכן השטח של 4 המשולשים שווה.

6. במקבילית ABCD נתון:



$AD = 7$ ס"מ, $DB = 12$ ס"מ.

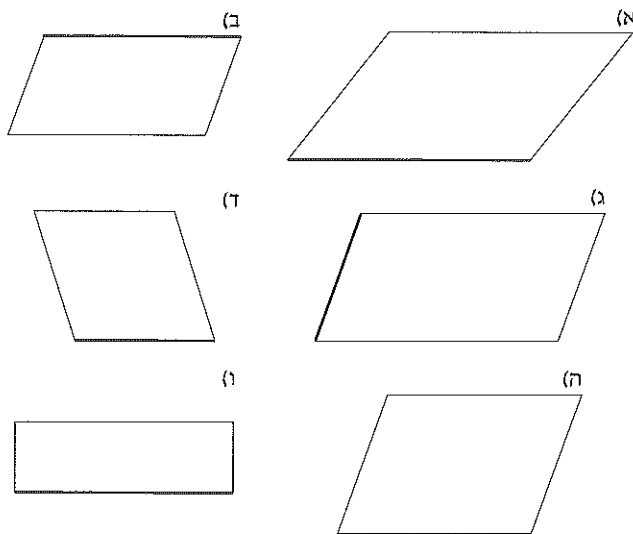


(א) שרטטו אנך מ-A לאלכסון BD, וחשבו את אורכו.

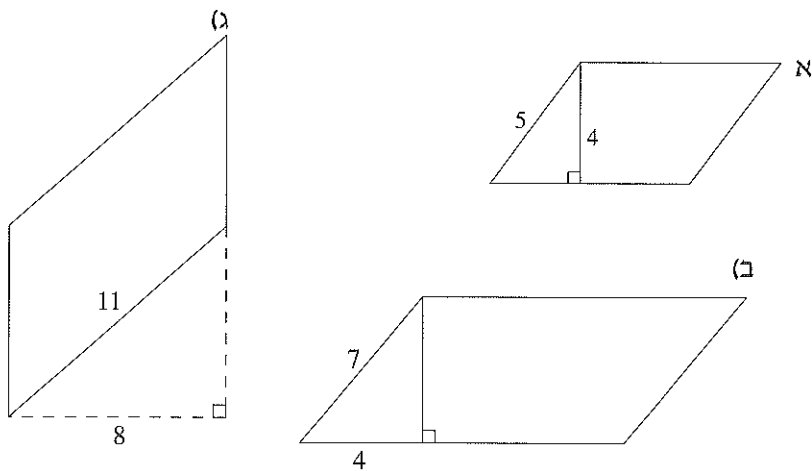
(ב) חשבו את שטחי המשולשים AOD ו-AOB.

(ג) נסו להסביר מדוע השטחים של ארבעת המשולשים שווים.

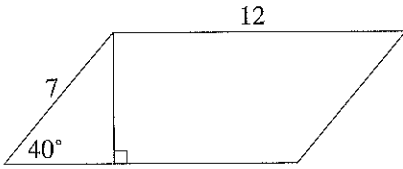
7. שרטטו גובה לצלע המודגשת בכל מקבילית.



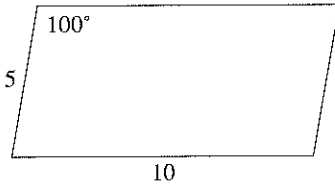
8. חשבו את גודל הזוויות בכל אחת מהמקביליות הבאות.



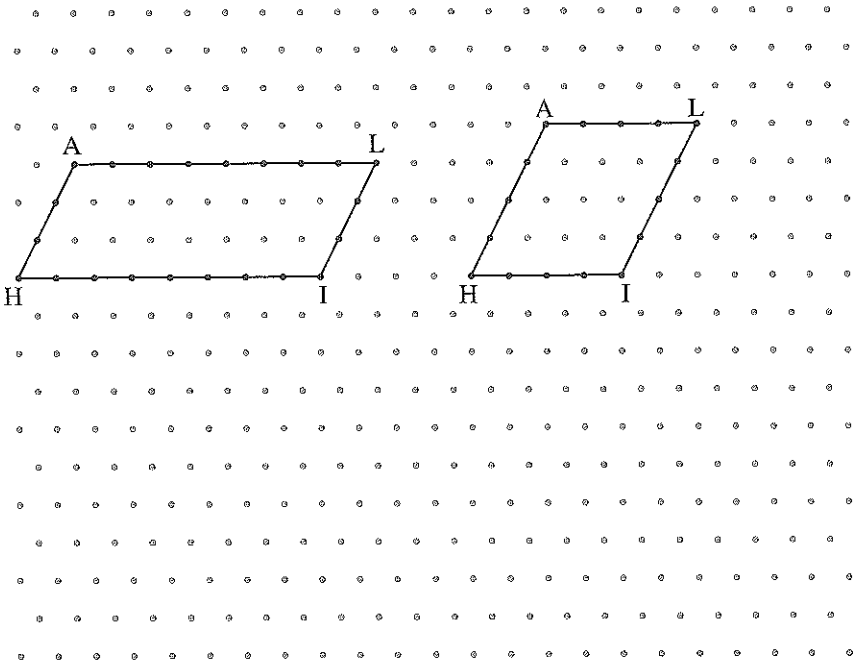
9. א) - חשבו את גובה המקבילית.
 - חשבו את שטח המקבילית.



- ב) - שרטטו וחשבו את גובה המקבילית.
 - חשבו את שטח המקבילית.

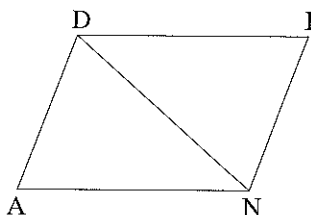


10. א) שרטטו בכל מקבילית את חוצי הזוויות A ו-I ואת האלכסון AI.



- ב) שרטטו על הדף המנוקד מקבילית נוספת, שהאלכסון בה חוצה-זווית, ומקבילית נוספת שהאלכסון בה אינו חוצה זווית.

11. במקבילית DINA נתון: $\angle I = 60^\circ$, $\angle NDI = 40^\circ$.



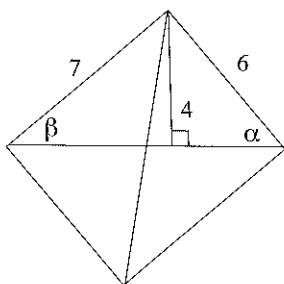
(א) חשבו את שאר הזוויות, ורשמו את גודלן בשרטוט.

(ב) האם האלכסון DN חוצה את זוויות המקבילית?

(ג) נתון $AD = 5$ ס"מ, $DN = 6.74$ ס"מ.

- שרטטו גובה במקבילית מהנקודה D לצלע AN, וחשבו את אורכו.
- חשבו את אורך הצלע AN.
- חשבו את שטח המקבילית.

12. (א) חשבו את גודל הזוויות α ו- β שבשרטוט.

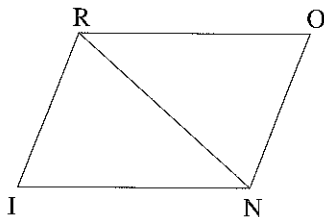


(ב) חשבו את גודל הזוויות במקבילית.

13. מרובע RONI מקבילית. $\angle O = 80^\circ$, $\angle NRO = 50^\circ$.

(א) חשבו את גודל שאר הזוויות, ורשמו את גודלן בשרטוט.

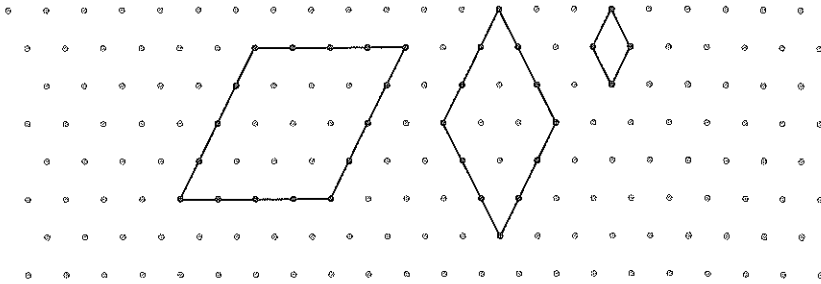
(ב) האם האלכסון RN חוצה את זוויות המקבילית?



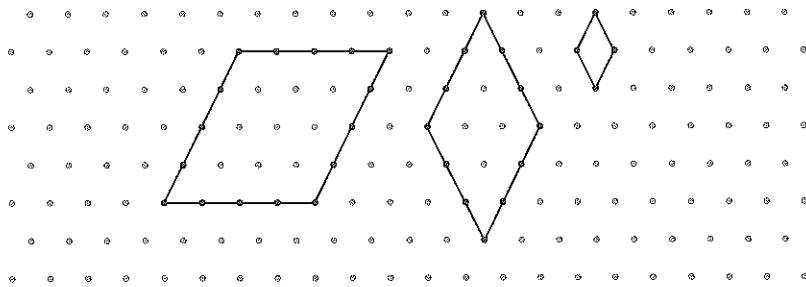
מעוין

מעוין הוא מקבילית, ולכן הוא מקיים את כל תכונות המקבילית, אך יש לו תכונות נוספות (אחת מהן נרמזה בתרגיל האחרון בסעיף הקודם).

1. (א) העבירו את האלכסון הארוך בכל מעוין. מה תוכלו לומר על המשולשים שהתקבלו?



(ב) העבירו את האלכסון הקצר בכל מעוין. מה תוכלו לומר על המשולשים שהתקבלו?



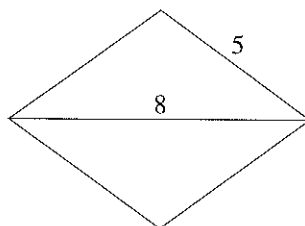
(ג) הסבירו מדוע האלכסונים במעוין חוצים את הזוויות.

(ד) העבירו בכל מעוין בסעיף ב' גם את האלכסון השני. מאיזה סוג ארבעת המשולשים הקטנים שהתקבלו? הסבירו.

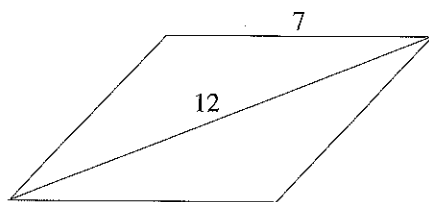
(ה) רשמו תכונה נוספת של אלכסוני המעוין.

2. חשבו את זוויות המעוין (שרטטו תחילה גם את האלכסון השני). 

א)



ב)



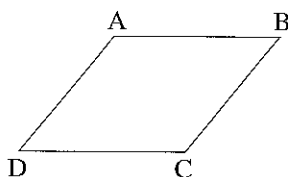
3. במעוין ABCD 

$AC = 10$ יחידות, $DB = 6$ יחידות.

א) חשבו את צלעות המעוין.

ב) חשבו את זוויות המעוין.

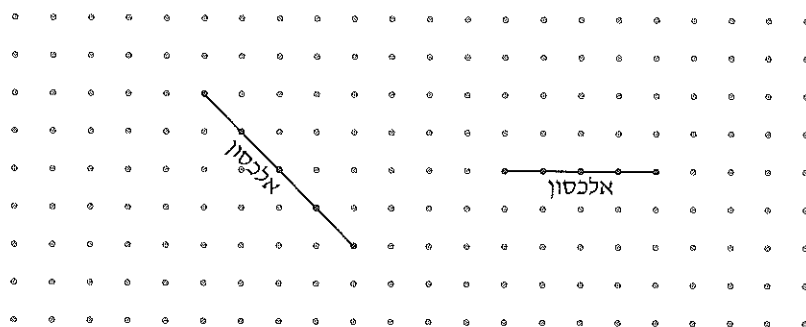
ג) חשבו את שטח המעוין.



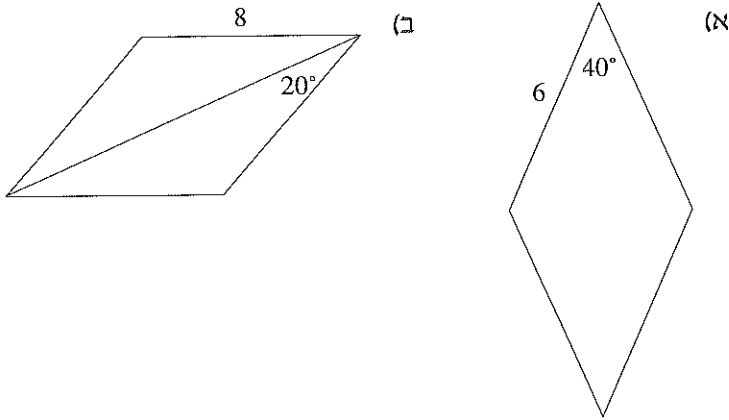
האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה, וחוצים את הזוויות מהן הם יוצאים.

תרגילים

4. שרטטו לכל אלכסון שלושה מעוינים שונים. (הקדקודים בנקודות).



5. חשבו את אורך אלכסוני המעוין ואת שטחו.



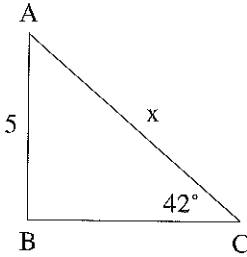
6. אחת מזוויות המעוין היא בת 60° ואורך הצלע 10 יחידות.
 (א) שרטטו שרטוט מדגים וחשבו את אורכי האלכסונים.
 (ב) חשבו את שטח המעוין.

7. אורך אחד האלכסונים במעוין 10 יחידות.
 אורך הצלע 7 יחידות.
 שרטטו שרטוט מדגים וחשבו את זוויות המעוין.

8. צלע המעוין גדולה פי 2 מהאורך של אחד מאלכסוני המעוין.
 (א) - בחרו אורך צלע ואורך אלכסון למעוין, על-פי הנתון.
 - שרטטו שרטוט מדגים.
 - חשבו את זוויות המעוין.
 (ב) חזרו על כל השלבים עבור מעוין בעל אורך צלע ואורך האלכסון שונים.

9. אורך צלע המעוין שווה לאורך אחד האלכסונים. חשבו את זוויות המעוין.

עוד על חישובי צלעות



1. (א) רשמו משוואה שקושרת את 5, x , $\sin 42^\circ$.



(ב) פתרו ומצאו את ערכו של x .

2. (i) פתרו את המשוואות.



$$0.67 = \frac{10}{x} \quad (א)$$

$$\frac{8}{x} = 0.43 \quad (א)$$

$$\frac{4.5}{x} = 0.12 \quad (ד)$$

$$0.51 = \frac{12}{x} \quad (ב)$$

(ii) פתרו את המשוואות

$$\frac{x}{10} = 0.67 \quad (א)$$

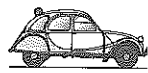
$$\frac{x}{8} = 0.43 \quad (א)$$

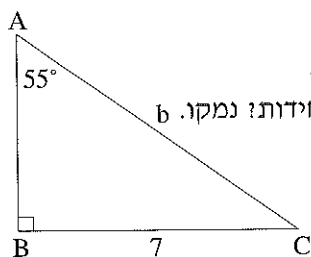
$$\frac{x}{4.5} = 0.12 \quad (ד)$$

$$\frac{x}{12} = 0.51 \quad (ב)$$

(iii) שרטטו שביל המוביל למכונית.

מותר לעבור רק דרך משבצות בהן פתרון המשוואה הוא מספר גדול מ-10.
האחילון

$\frac{12}{x} = 0.32$	$\frac{10}{x} = 0.74$	$\frac{12.7}{x} = 24$	$\frac{17.3}{x} = 0.64$	$\frac{x}{13.7} = 0.5$
$\frac{15}{x} = 3.71$	$14.78 = \frac{x}{3}$	$\frac{x}{5} = 1.5$	$\frac{x}{6} = 0.58$	$\frac{x}{12} = 0.5$
$31.8 = \frac{21.7}{x}$	$\frac{6.17}{x} = 0.6$	$\frac{x}{19.7} = 0.6$	$\frac{x}{0.6} = 20$	$0.93 = \frac{3.1}{x}$
$54.75 = \frac{9}{x}$	$\frac{14}{x} = 1.43$	$\frac{13.75}{x} = 3$	$\frac{x}{10.6} = 0.64$	



3. (א) רשמו משוואה הקושרת את 7 , $\sin 55^\circ$, b .

(ב) פתרו ומצאו את ערכו של b , רשמו בשרטוט.

(ג) האם, לדעתכם, AB גדולה או קטנה מ-7 יחידות? נמקו. b

(ד) חשבו את AB .



4. במשולש KOR שווה שוקיים ($KO = OR$), אורך בסיסו 30 יחידות, וזווית הראש בת 50° . OM חוצה את זווית הראש.

(א) שרטטו שרטוט מדגים ורשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את זווית המשולש KOM .

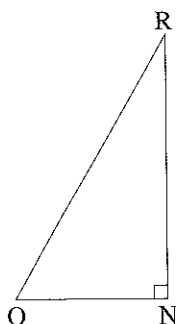
(ג) מצאו את אורך השוק KO .



5. משולש GIL שווה שוקיים ($GI = IL$). אורך בסיסו 20 יחידות, וזווית הראש היא 40° .

(א) שרטטו שרטוט מדגים ורשמו את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשבו את צלעות המשולש.



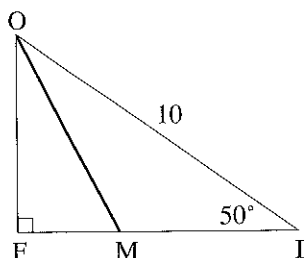
6. משולש RON הוא ישר זווית.

$\angle RON = 54^\circ$, $OR = 15$ ס"מ

(א) חשבו אורכי הניצבים ON , RN .

(ב) שרטטו את חוצה הזווית $\angle RON$

וחשבו את אורכו.



7. OM חוצה הזווית O במשולש ישר זווית OFI .

חשבו את אורך OM .

הדרכה: חשבו תחילה את אורך הניצב OF , ואת

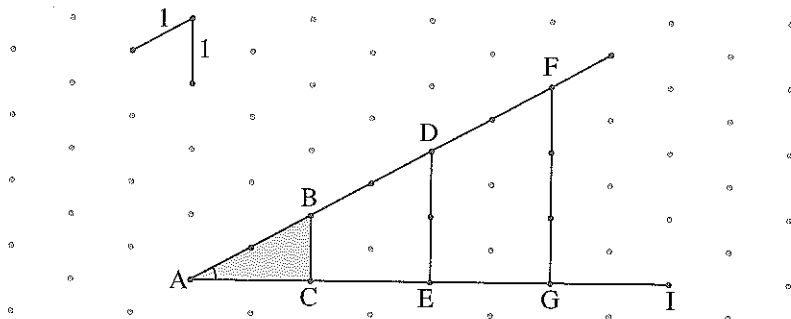
הזוויות FOM ו- FMO בעזרת הנתונים של

המשולש OFI .



8. נקח כיחידת אורך אחת המרחק הקצר בין שתי נקודות סמוכות (ראו שרטוט).

(א) מה אורך היתר במשולש האפור (משולש ABC)?



(ב) חשבו את גודל הזווית החדה, את אורך הניצב השני ואת שטח המשולש.

(ג) - חשבו את אורכי הצלעות במשולש ADE.

- מה שטח המשולש?

- פי כמה גדלו אורכי הצלעות?

- פי כמה גדל השטח?

(ד) - חשבו את אורכי הצלעות במשולש AFG.

- מה שטח המשולש?

- פי כמה גדלו אורכי הצלעות?

- פי כמה גדל שטח המשולש?

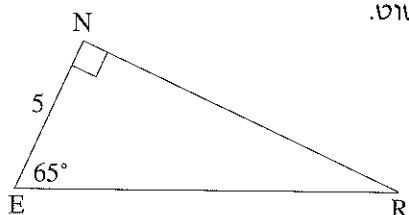
9. משולש NER ישר זווית ($\angle N = 90^\circ$).

(א) חשבו את היתר (ER) ורשמו בשרטוט.

(ב) חשבו את NR ורשמו בשרטוט.

(ג) חשבו את שטח המשולש NER.

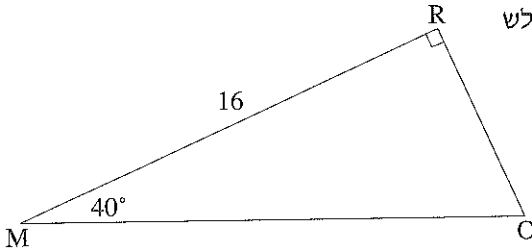
(ד) שרטטו גובה ליתר.



(ה) חשבו את שטח המשולש NER, בדרך שונה מזו שחשבתם בסעיף ג'.



10. חשבו את שטחו של משולש MOR.



11. ME תיכון במשולש ישר זווית MUS ($\angle U = 90^\circ$).

סדרו לפי סדר גודל את הקטעים ME, MU ו-MS.

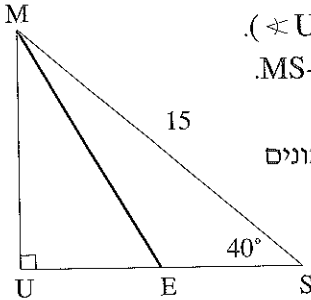
חשבו את אורכו של התיכון ME.

הדרכה: חשבו תחילה את MU ו-MS בעזרת הנתונים

של משולש MUS.

בדקו אם תשובתכם הגיונית. השוו עם סדר גודל

הקטעים שרשמתם למעלה.

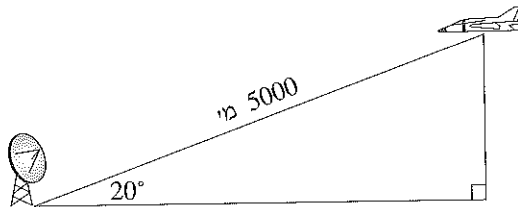


גרילים

12. תחנת רדאר, העוקבת אחרי מטוסים, מזהה מטוס בזווית 20° ובמרחק

5000 מ' (ראו שרטוט).

מה גובה המטוס מעל פני האדמה?

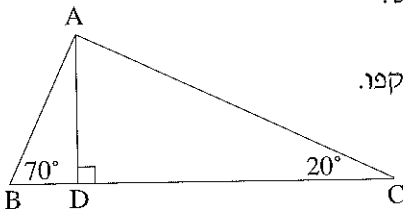


13. (א) חשבו את זוויותיו של כל משולש.

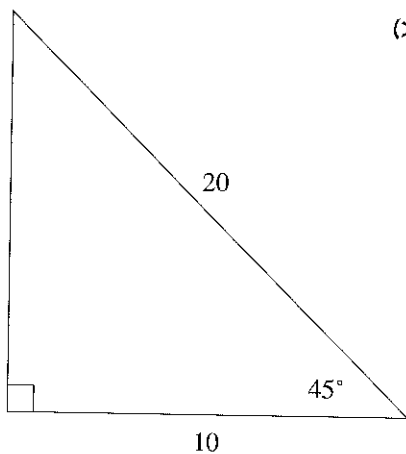
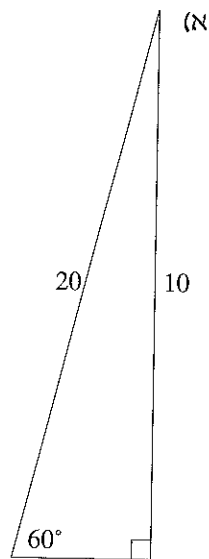
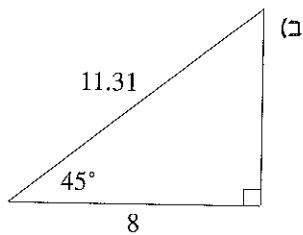
(ב) כמה משולשים ישרי זווית בשרטוט?

(ג) אורך הגובה AD הוא 8 יחידות.

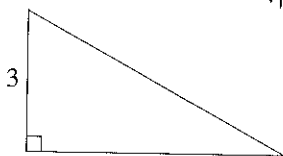
חשבו את צלעות המשולש ואת היקפו.



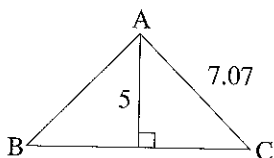
14. בשניים מבין המשולשים הבאים נפלה טעות בחישוב היתר. התוכלו לנחש באילו? בידקו ותקנו.



15. חשבו, בכל סעיף, את זוויות המשולש.
(א) אורך היתר גדול פי שניים מאורך הניצב הנתון.



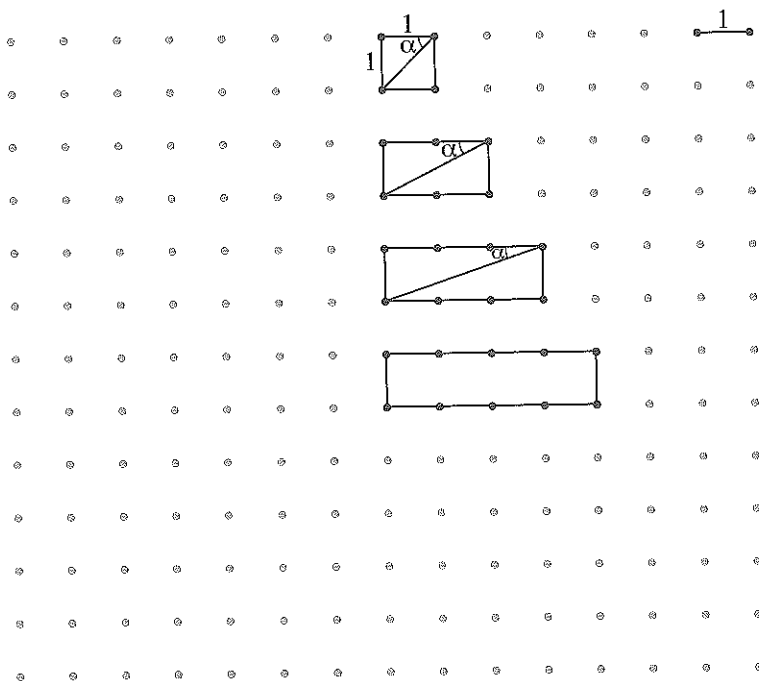
(ב) $AB = AC$



16. במשולש ישר זווית SOF ($\angle O = 90^\circ$), אורך היתר 12 ס"מ וגודל הזווית OSF הוא 28° .

- (א) חשבו את אורך חוצה הזווית OSF, (שרטטו תחילה שרטוט מדגים).
 (ב) חשבו את אורך התיכון לצלע OF. (שרטטו תחילה שרטוט מדגים).

17. (א) חשבו בכל מלבן את אורך האלכסון ואת גודל הזווית (קטע בין 2 נקודות באותה שורה או טור אורכו 1)



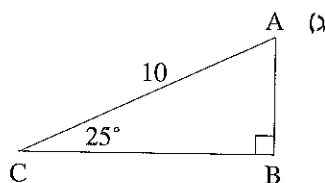
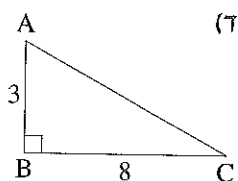
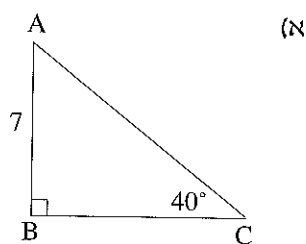
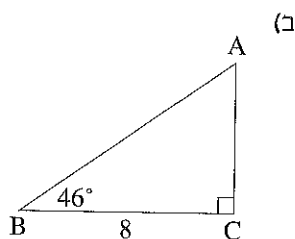
(ב) המשיכו וחשבו את אורך האלכסון ואת גודל הזווית עבור שלושה מלבנים נוספים.

רשמו את סדרת הזוויות שהתקבלה.

..... , _____ , _____ , _____ , _____

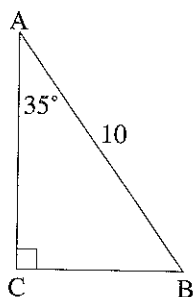
חזרה וסיכום

1. חשבו את כל הצלעות והזוויות במשולשים הבאים.



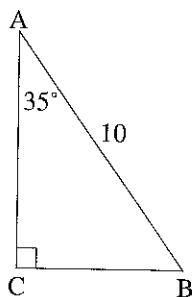
2. (א) חשבו את CB .

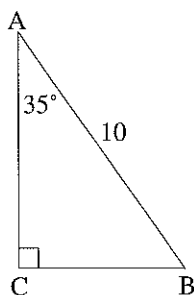
(ב) שרטטו את התיכון AD ל- CB , וחשבו את אורכו.
(רשמו בכל שלב, באיזה משולש אתם עובדים)



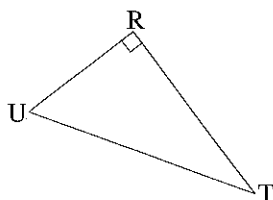
3. (א) שרטטו חוצה לזווית A , AD .

(ב) חשבו את אורך חוצה הזווית.
(רשמו בכל שלב, באיזה משולש אתם עובדים)



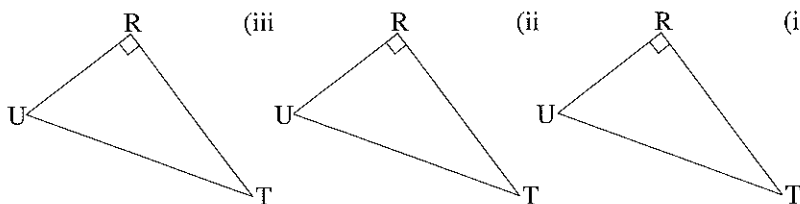


4. CD הוא הגובה ליתר AB, במשולש ABC. שרטטו אותו.
 (א) חשבו את אורכו.
 (ב) חשבו את שטח המשולש ABC.

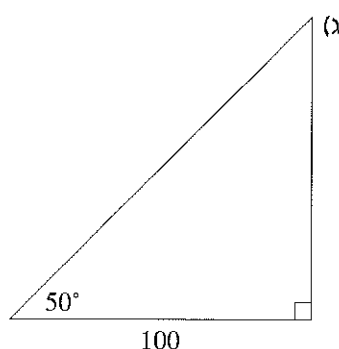
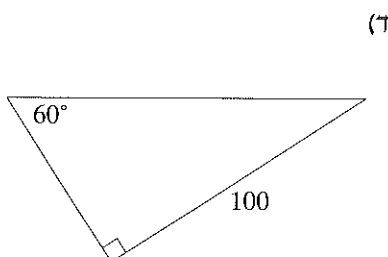
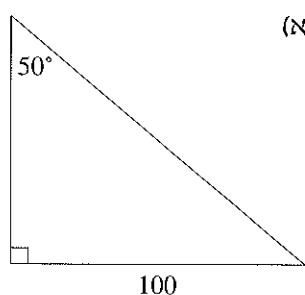
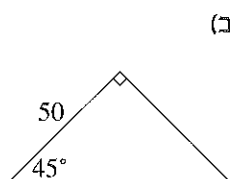


5. (א) $RU = 7$ יחידות
 $UT = 13$ יחידות
 - חשבו את אורך הניצב החסר.
 - חשבו את הזוויות.

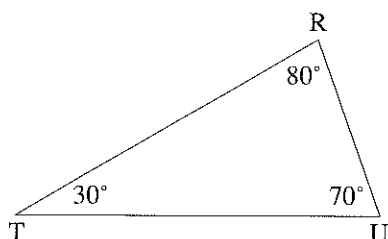
- (ב) בשלושת השרטוטים הבאים משורטט שוב $\triangle RUT$ שבסעיף א'.
 שרטטו ב- (i) את הגובה ליתר. אם אתם יכולים חשבו את אורכו, אם לא, נמקו.
 שרטטו ב- (ii) את התיכון ליתר. אם אתם יכולים חשבו את אורכו, אם לא, נמקו.
 שרטטו ב- (iii) את חוצה $\angle R$. אם אתם יכולים חשבו את אורכו, אם לא, נמקו.



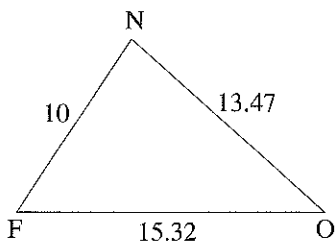
6. אורכי הניצבים החסרים במשולשים הבאים הם (בקירוב): 120 יחידות, 84 יחידות, 58 יחידות, 50 יחידות.
רשמו בכל משולש את אורך הניצב החסר, על-פי אומדן.
תוכלו לבדוק על-ידי חישוב.



7. האם קיים משולש שווה שוקיים המקיים את כל התנאים הבאים:
אורך בסיסו 20 יחידות, זווית הבסיס 45° , שטחו 100 יחידות ריבועיות?
שרטטו שרטוט מדגים על-פי שני נתונים, חשבו ובידקו.



8. במשולש RUT אורכי הצלעות, בקירוב, הם: 15.72 יחידות, 7.98 יחידות ו-15 יחידות.
רשמו את אורכי הצלעות המתאימות בשרטוט. הסבירו כיצד קבעתם.



9. הגדלים של זוויות המשולש NOF

הם: $60^\circ, 40^\circ, 80^\circ$.

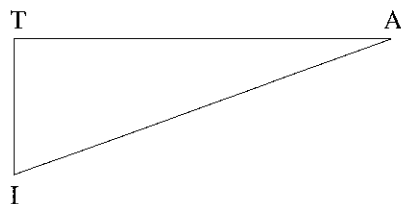
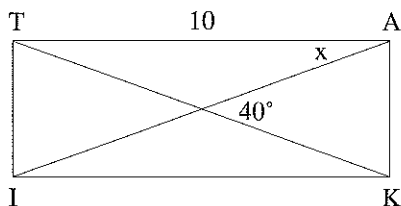
רשמו כל זווית במקום המתאים בשרטוט.

הסבירו כיצד קבעתם.

10. במלבן KITA, הזווית החדה בין האלכסונים היא בת 40° , אורך אחת הצלעות

10 ס"מ.

(א) חשבו את גודל הזווית המסומנת ב-x.



(ב) העתקו את המשולש $\triangle TIA$ מחוץ למלבן.

- רשמו בשרטוט את גודל הצלע הנתונה, ואת גודל הזווית שחישבתם.

- חשבו את אורכי הצלעות IA ו-IT, ורשמו בשרטוט.

- חשבו את שטח המלבן.

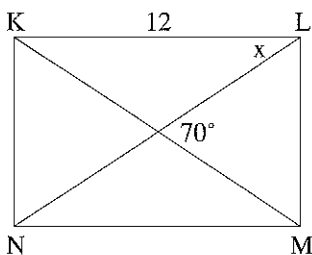
11. במלבן KLMN, הזווית החדה בין האלכסונים היא בת 70° , אורך אחת

הצלעות 12 ס"מ.

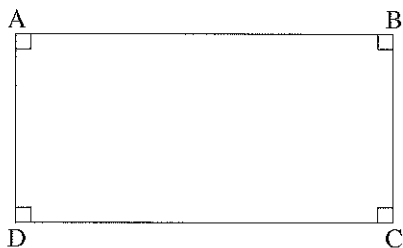
(א) חשבו את גודל הזווית המסומנת ב-x, ורשמו בשרטוט.

(ב) חשבו את אורך האלכסון ואת הצלע השנייה.

(ג) חשבו את שטח המלבן.

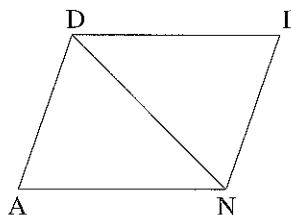


12. במלבן ABCD אורכי הצלעות 4 יחידות ו- 9 יחידות.



(א) חשבו את הזווית בין האלכסון BD לבין הצלע DC.

(ב) חשבו את הזווית בין האלכסונים.



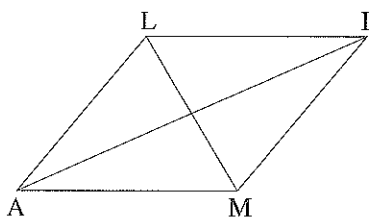
13. במקבילית DINA נתון:

$$\angle I = 60^\circ$$

$$\angle NDI = 40^\circ$$

(א) חשבו את שאר הזוויות, ורשמו את גודלן בשרטוט.

(ב) האם האלכסון DN חוצה את זווית המקבילית?



14. במעוין LIMA אורכי האלכסונים 18

יחידות ו-14 יחידות.

חשבו את זוויות המעוין.

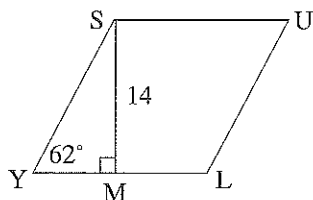
15. במעוין SLYU, אורך הגובה לצלע YL (SM), הוא 14 יחידות.

גודל הזווית SYL הוא 62° .

(א) חשבו את צלע המעוין.

(ב) חשבו את היקף המעוין.

(ג) חשבו את שטח המעוין.



פרק ג': סטטיסטיקה

ייצוג מידע

ייצוגים שונים של מידע מופיעים במקומות רבים: במערכת שעות בבית-ספר, בלוחות זמנים של תחבורה ציבורית, ברשימות של מרכיבים על מוצרי מזון שונים, בתוצאות של סקרים, בפרסומות למוצרים וכו'... לא תמיד קל ופשוט להוציא ממידע זה את הדרוש או את המעניין אותנו. בסעיף זה נכיר ייצוגים שונים של מידע ונלמד לקרוא מהם את הדרוש.

1.  הטבלה הבאה מציגה נתונים על כמות הקלוריות של מוצרי מזון עתירי סידן. (עיתון "מדע – עיתון מדעי לכל", כרך ל"ג מס' 6, 1989).

המצרך	מיליגרם סידן	קלוריות
100 גרם גבינה כחושה	115	77
100 גרם גבינת קוטג'	105	147
100 גרם גבינה צהובה	800	300
100 גרם שומשום	100	582
100 גרם בוטנים	74	582
100 גרם שקדים	254	629
100 גרם תאנים יבשות	126	274
100 גרם תפוזים	41	49
100 גרם סרדינים	345	311
100 גרם ברוקולי מבושל	75	47

א) כמה מיליגרם סידן יש ב- 100 גרם גבינה צהובה?

ב) איזה מוצר מבין אלה שבטבלה, הוא הכי דל בסידן?

- ג) על בסיס טבלה זו, נסו להרכיב "ארוחה", ש:
— יהיו בה בין 1200 ל- 1300 מיליגרם סידן.
— תכלול ארבעה מוצרים לפחות.

ד) כמה קלוריות יש בארוחה שהרכבתם בסעיף ג?

ה) המינון המומלץ של סידן הוא 800-1000 מיליגרם ליום.
ליוסי אסור לאכול מוצרי חלב כלשהם.
אילו מוצרים מהטבלה ניתן להציע לו כדי שהוא יקבל את הסידן הדרוש לו?

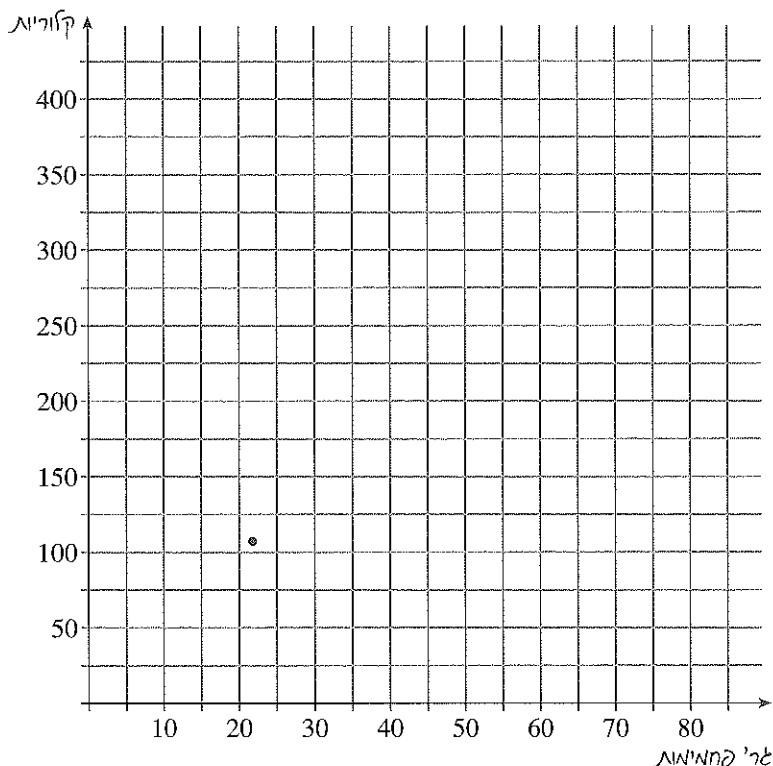
ו)  האם, לפי דעתכם, ועל-פי נתוני הטבלה, ככל שיש למזון יותר סידן יש בו יותר קלוריות? הסבירו.

2.  הטבלה הבאה מציגה את כמות הפחמימות הזמינות בגרמים (לא כולל תאית), של פירות וירקות.
(על-פי הספר "ערכם התזונתי של המזונות" מאת י. אילני, הוצאת ש. זק ושות' 1993-1994, עמודים 28, 29).

המזון	פחמימות בגרמים	קלוריות
100 גרם שעועית ירוקה	4.5	27
100 גרם תאנים יבשות	61	271
100 גרם תירס מבושל	21	107
100 גרם פופקורן	76.7	380
100 גרם תמרים	35	146
100 גרם תפוחי-אדמה אפויים	23	103
100 גרם תפוחי-עץ מיובשים	62.5	256
100 גרם תרד מבושל	3	23

(א) האם, לדעתכם ועל-פי נתוני הטבלה, ככל שיש למזון יותר פחמימות יש בו יותר קלוריות? הסבירו.

(ב) ניתן להציג בגרף את הנתונים שבטבלה.
 במערכת הצירים מסומנת הנקודה 21 גרם פחמימות ו- 107 קלוריות
 המתאימה לכמות הפחמימות והקלוריות של תירס מבושל.
 – סמנו נקודות מתאימות עבור כל שאר הפריטים בטבלה.



– בדקו שנית, הפעם בעזרת הגרף, האם ככל שיש במזון יותר פחמימות יש בו גם יותר קלוריות.
 כיצד מתבטאת התופעה בגרף?



3. לפניכם טבלה עם מידע על מספר חתני פרס נובל במדע, בין השנים 2002-1901.

מספר חתני פרס נובל בכימיה, פיסיקה ופיסילוגיה-רפואה במדינות נבחרות בשנים 2002-1901							
תקופה	ס"ה	ארה"ב	בריטניה	גרמניה	צרפת	בריה"מ לשעבר	אחרות
1915-1901	52	3	7	15	10	2	15
1930-1916	41	3	8	12	3	—	15
1945-1931	49	14	11	11	2	—	11
1960-1946	74	38	14	4	—	4	14
1978-1961	111	55	22	8	6	4	16
1990-1979	82	47	6	10	2	—	17
2002-1991	83	48	8	6	3	1	17
סה"כ		208	76	66	26	11	102

- (א) כמה פרסי נובל קיבלה ארה"ב בתקופה 2002-1961?
- (ב) באיזו תקופה קיבלה צרפת הכי הרבה פרסים?
- (ג) בכמה פרסי נובל סך הכל זכתה בריטניה?
- (ד) כמה פרסי נובל סך הכל חולקו בתקופה 1960-1946?
- (ה) כמה פרסי נובל במדע חולקו מ- 1901 עד 2002 בסך הכל?
- (ו) אזרחים של איזו מדינה זכו במספר הגדול ביותר של פרסי נובל?
- (ז) באילו מדינות מספר חתני הפרס עלה במשך הזמן, ובאילו מדינות המספר ירד? (התוכלו להציע הסבר?).

4. הטבלה הבאה מופיעה על אריזה של קרקרים.

קריקר עם שיבולת שועל		
הרכב תזונתי	פרוסה	100 גרם
קלוריות (קק"ל)	20	310
חלבון	0.8 ג'	12.0 ג'
פחמימות	4.0 ג'	62.0 ג'
שומן	0.1 ג'	1.5 ג'
סיבים תזונתיים	1.1 ג'	17.5 ג'
כולסטרול	0 ג'	0 ג'
נתרן	20.0 מ"ג	300 מ"ג
סידן	6.5 מ"ג	100 מ"ג
מגנזיום	23.0 מ"ג	350 מ"ג

לאחר הפתיחה רצוי לשמור במיכל אטום רכיבים: שיבולת שועל וסיבים משיבולת-שועל, קמח חיטה מלאה, קמח חיטה, סוכרים, מלח, שמן חמניות, סידן. משקל נקי: 200 גרם כשר פרווה בהשגחת הרבנות, ערד

ג' פירוש גרם, מ"ג פירושו מיליגרם.

(א) כמה קלוריות יש בפרוסה?

(ב) כמה קלוריות יש ב- 100 גרם קרקרים?

(ג) כמה פרוסות, בערך, יש ב- 100 גרם קרקרים?

(ד) מה המשקל של קופסת קרקרים?

(ה) כמה פרוסות בקופסה? כיצד מצאתם?

(ו) מה המשקל של כל פרוסה?



5. בטבלאות הבאות רשומים זמני הנסיעה של רכבת ישראל בשנת 2003, בימים א' עד ה' חוץ מערבי חג וחגים. התחנה המסומנת ברקע אפור היא תחנת החלפה, כלומר, בתחנה זו יש להחליף רכבות כדי להגיע ליעד.

מחिפה ומתל-אביב לרחובות					
בימים א' עד ה' חוץ מערבי חג וחגים					תחנות
					הערות
19:12	18:12	8:12	7:10	6:10	יוצאת מרכז
19:17	18:16	8:17	7:15	6:15	חיפה בת-גלים
19:24	18:22	8:24	7:24	6:24	חוץ הכרמל
—	18:38	—	—	—	בנימינה
20:01	19:02	9:01	8:01	7:01	ת"א - אוניברסיטה
20:05	19:06	9:05	8:05	7:05	תל-אביב מרכז
20:20	19:20	9:20	8:21	7:20	ת"א - השלום
20:22	19:22	9:22	8:23	7:22	ת"א - הגנה
20:25	19:25	9:25	8:27	7:25	כפר חב"ד
20:35	19:35	9:35	8:38	7:35	לוד
20:41	19:41	9:41	8:44	7:41	באר-יעקב
20:46	19:46	9:46	8:49	7:46	רחובות
20:51	19:51	9:51	8:54	7:51	באה

מרחובות ומתל-אביב לחיפה							
בימים א' עד ה' חוץ מערבי חג וחגים							תחנות
							הערות
21:41	18:16	17:16	16:16	15:16	7:16	6:16	יוצאת רחובות
21:44	18:19	17:19	16:19	15:19	7:19	6:19	באר-יעקב
21:50	18:25	17:25	16:25	15:25	7:25	6:25	לוד
—	18:31	17:31	16:31	15:31	7:31	6:31	כפר חב"ד
22:02	18:39	17:39	16:39	15:39	7:39	6:39	ת"א - הגנה
22:05	18:43	17:43	16:43	15:43	7:43	6:43	ת"א - השלום
22:08	18:47	17:47	16:47	15:47	7:47	6:47	באה תל-אביב מרכז
22:23	19:04	18:04	17:04	16:04	8:04	7:04	יוצאת ת"א - אוניברסיטה
22:27	19:08	18:08	17:08	16:08	8:08	7:08	בנימינה
22:55	—	—	—	—	—	—	עתלית
23:08	—	—	—	—	—	—	חוף הכרמל
23:17	19:45	18:45	17:45	16:45	8:45	7:45	חיפה בת-גלים
23:24	19:53	18:53	17:53	16:53	8:53	7:52	באה חיפה מרכז
23:32	19:56	18:56	17:56	16:56	8:56	7:59	

א) באיזו שעה מגיעה לחיפה הרכבת שיוצאת מרחובות בשעה 15:16?

ב) באיזו שעה מגיעה לתל אביב מרכז רכבת שיוצאת מחיפה בשעה 7:10?

ג) באיזו שעה יוצאת רכבת מחיפה ויש לה תחנת עצירה בבנימינה?

ד) כמה תחנות ביניים בין רחובות לתל אביב מרכז יש לרכבת שיוצאת מרחובות בשעה 2:41? אילו הן?

ה) דני עלה בתחנת חיפה מרכז בשעה 7:10, שהה בתל אביב מרכז שעה אחת והמשיך לרחובות. באיזו שעה הגיע לרחובות?

ו) משה עלה בתחנת לוד בשעה 6:25 לכיוון חיפה. באיזו שעה הוא יגיע לחוף הכרמל? כמה זמן נמשכת הנסיעה?

6. לפניכם טבלת מרחקים בק"מ בין ישובים שונים בארץ.

אילת															
											באר-שבע	243	באר-שבע		
										חברון	48	291	חברון		
									חדרה	119	162	405	חדרה		
								חיפה	49	168	208	451	חיפה		
							טבריה	70	86	201	248	491	טבריה		
						ירושלים	198	158	112	37	83	326	ירושלים		
					יריחו	35	181	146	132	73	119	364	יריחו		
				לוד	86	51	152	112	66	88	98	341	לוד		
			מטולה	216	220	262	64	122	150	266	312	555	מטולה		
		נצרת	96	122	126	135	32	38	56	172	218	461	נצרת		
	סדום	296	390	176	171	135	326	286	240	100	78	187	סדום		
צפת	362	57	48	188	192	234	36	74	122	271	284	527	צפת		
שכם	139	197	73	167	61	78	62	103	93	54	99	145	388	שכם	
	64	171	191	105	199	18	98	63	135	95	49	100	113	356	תל-אביב

- (א) מה מציין המלבן המודגש?
- (ב) מהו המרחק מאילת לתל אביב?
- (ג) מהו המרחק מלוד למטולה?
- (ד) מהו המרחק מחדרה לנצרת?
- (ה) דני טוען כי הטבלה מציינת רק מרחק ליעד אחד מבאר שבע, ואילו מתל אביב יש מרחקים ל- 14 יעדים? האם הוא צודק? למה?
- (ו) על נהג משאית לנסוע מטבריה לצפת, ומשם לחיפה, כמה ק"מ יסע? האם בדרכו חזרה לטבריה, כדאי לו לנסוע דרך צפת?
- (ז) מה המרחק בין חדרה לאילת? האם כשנוסעים מחדרה לאילת דרך באר שבע מאריכים את הדרך?
- (ח) כמה ערים מיוצגות בטבלה זאת?
- (ט) כמה מרחקים מתוארים בטבלה?



ארגון נתונים



1. בטבלה רשומים השיאים האולימפיים שהושגו בריצת 100 מטר גברים, ב-21 האולימפיאדות שהתקיימו מאז שנת 1896 ועד היום. שיאים אולימפיים הם התוצאות הטובות ביותר, שהושגו במסגרת התחרויות באולימפיאדות, הנערכות אחת לארבע שנים.
- מקור הנתונים: The World Almanac and Book of Facts, 1993 ואתרי אינטרנט שונים).

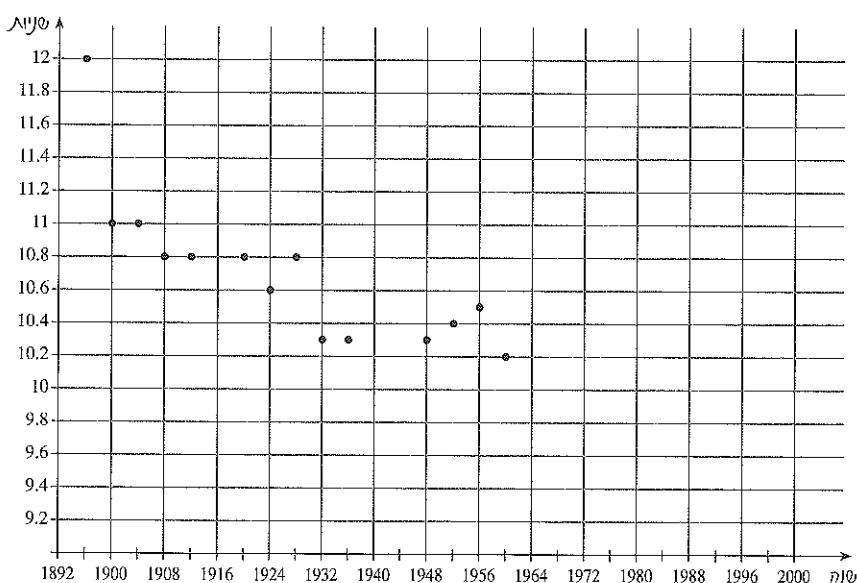
שנות ל- 100 מ'	מדינה	שם הרץ	שנה	עיר האולימפיאדה
12	ארה"ב	תומס ברק	1896	אתונה
11	ארה"ב	פרנסיס ג'רביס	1900	פריס
11	ארה"ב	ארצי האן	1904	סנט-לואיס
10.8	דרום אפריקה	רגינלד וולקר	1908	לונדון
10.8	ארה"ב	רלף קרייג	1912	שטוקהולם
10.8	ארה"ב	צירלס פדוק	1920	אנטוורפן
10.6	בריטניה	הרולד אברהמס	1924	פריס
10.8	קנדה	פרסי ויליאמס	1928	אמסטרדם
10.3	ארה"ב	אדי טולן	1932	לוס אנג'לס
10.3	ארה"ב	ג'סי אוונס	1936	ברלין
10.3	ארה"ב	הריסון דילרד	1948	לונדון
10.4	ארה"ב	לינדי רמיגנו	1952	הלסינקי
10.5	ארה"ב	בובי מורו	1956	מלבורן
10.2	גרמניה	ארמין הרי	1960	רומא
10	ארה"ב	בוב הייס	1964	טוקיו
9.95	ארה"ב	ג'ים היינס	1968	מקסיקו
10.14	בריה"מ	ולרי בורזוב	1972	מינכן
10.06	טרינידד	הסלי קרופורד	1976	מונטריאול
10.25	בריטניה	אלן וולס	1980	מוסקבה
9.99	ארה"ב	קרל לואיס	1984	לוס אנג'לס
9.92	ארה"ב	קרל לואיס	1988	סאול
9.96	בריטניה	לינגפורד קריסטי	1992	ברצלונה
9.84	קנדה	באלי דונובן	1996	אטלנטה

- א) בחרו שורה אחת בטבלה ותארו במילים מה מתארת שורה זו?
- ב) בחרו עמודה כלשהי בטבלה ותארו במילים מה מתארת עמודה זו?

ג) ב- 2000 התקיימה בסידני האוליפיאדה ה- 24. גרין מאוריס מארה"ב השיג שם את השיא האולימפי בריצת 100 מטר גברים. ההישג היה 9.79 שניות. הוסיפו נתונים אלה לטבלה.

ד) המשחקים האולימפיים מתקיימים כל ארבע שנים. שלוש פעמים לא התקיימו המשחקים, באילו שנים? מדוע, לדעתכם, לא התקיימו אז המשחקים?

2.  בגרף מסומנות נקודות המתארות את ההישגים בריצה באולימפיאדות, לפי שנים.  א) השלימו את הגרף.



היעזרו בגרף או בטבלה כדי לענות על השאלות הבאות.

- ב) באיזו שנה היה השיא הטוב ביותר?
- ג) בין אילו שתי אולימפיאדות היה השיפור הגדול ביותר?
- ד) בין אילו שתי אולימפיאדות הייתה הנסיגה הגדולה ביותר?
- ה) האם רצוי, לדעתכם, לחבר את נקודות הגרף? הסבירו.



3. השלימו את הטבלה (כולל הנתון שהוספתם בסעיף ג' של שאלה 1).

מספר הזכיות	ארצות הזכייה
	ארה"ב
	דרום אפריקה
	בריטניה
	קנדה
	גרמניה
	בריה"מ
	טרינידד

טבלה כזאת נקראת טבלת שכיחויות.

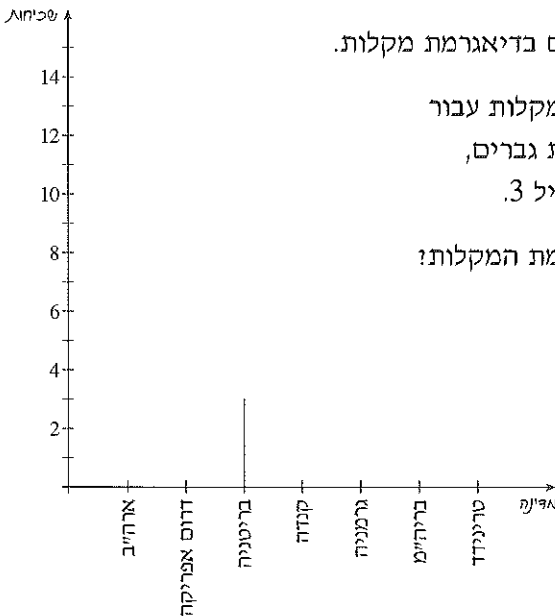
שכיחות היא מספר הפעמים שמתקבלת תוצאה מסוימת.
נהוג לסמנה ב- f (frequency).



4. לעתים נוח להציג נתונים בדיאגרמת מקלות.

(א) השלימו דיאגרמת מקלות עבור נתוני הזכייה בריצת גברים, לפי הטבלה שבתרגיל 3.

(ב) מה מדגישה דיאגרמת המקלות?



5. בטבלה רשומות הקבוצות ששיחקו במשחק הגמר בין השנים 1987-2001 וזכו בגביע המדינה בכדורגל.

עונה	הקבוצה האלופה	הקבוצה היריבה	תוצאת המשחק
1987-88	מכבי תל אביב	הפועל תל אביב	1:2
1988-89	בית"ר ירושלים	מכבי חיפה	3:4
1989-90	הפועל כפר סבא	שמסון תל אביב	0:1
1990-91	מכבי חיפה	הפועל תל אביב	1:3
1991-92	הפועל פתח תקוה	מכבי תל אביב	1:3
1992-93	מכבי חיפה	מכבי תל אביב	0:1
1993-94	מכבי תל אביב	הפועל תל אביב	0:2
1994-95	מכבי חיפה	הפועל חיפה	0;2
1995-96	מכבי תל אביב	עירוני ראשל"צ	1:4
1996-97	הפועל באר שבע	מכבי תל אביב	0:1
1997-98	מכבי חיפה	הפועל ירושלים	0:2
1998-99	הפועל תל אביב	בית"ר ירושלים	1:3
1999-2000	הפועל תל אביב	בית"ר ירושלים	1:4
2000-2001	מכבי תל אביב	מכבי פתח תקוה	0:3

א) בעונה 2001-02 שיחקו בגמר הקבוצות "מכבי חיפה" ו"מכבי תל אביב". הקבוצה האלופה היתה "מכבי תל אביב" ותוצאת המשחק היתה 4:5. הוסיפו נתונים אלה לטבלה.

ב) בחרו שורה אחת בטבלה ותארו במילים מה מתארת שורה זו.

ג) השלימו את טבלת השכיחויות, כולל השורה האחרונה שהוספתם בטבלה.

מספר הזכיות בגביע המדינה	הקבוצה האלופה
	מכבי תל אביב
	בית"ר ירושלים
	הפועל כפר סבא
	מכבי חיפה
	הפועל פתח תקוה
	הפועל באר שבע
	הפועל תל אביב

ד) שרטטו דיאגרמת מקלות עבור נתוני הזכייה בגביע המדינה.

6. במבחן במתמטיקה קיבלו תלמידים את הציונים הבאים (בכיתה 32 תלמידים).

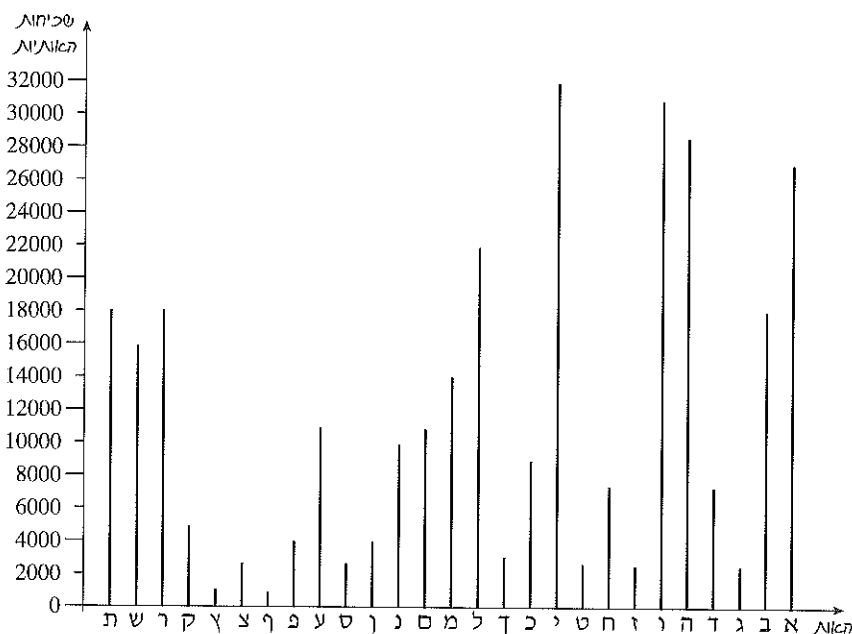
70, 90, 81, 85, 70, 88, 90, 80, 72, 76, 73, 75, 80, 77, 80, 72
82, 81, 76, 79, 76, 78, 80, 86, 79, 82, 81, 81 79, 80, 78, 74

א) בנו טבלת שכיחויות.

שכיחות - f (מספר התלמידים)	הציונים
	70 - 74
	75 - 79
	80 - 84
	85 - 89
	90 - 94
סה"כ:	

ב) מהי קבוצת הנתונים השכיחה ביותר (מופיעה הכי הרבה פעמים)?

7. לפניכם דיאגרמת מקלות המתארת את שכיחות האותיות בספר.



(א) מהי האות השכיחה ביותר בספר (מופיעה הכי הרבה פעמים)? ומהי, בקירוב, השכיחות שלה?

(ב) לאילו אותיות שכיחות נמוכה ביותר (מופיעה הכי פחות פעמים)? ומהי, בקירוב, השכיחות הזו?

(ג) בנו טבלת שכיחויות עבור חמש האותיות הנפוצות ביותר.

8. לפניכם תוצאות מבחן במתמטיקה בכיתה.

ארבעה תלמידים קיבלו ציון 8, שישה תלמידים קיבלו ציון 7, ארבעה קיבלו ציון 6, ארבעה קיבלו ציון 5, ושניים קיבלו 4.

(א) בנו טבלת שכיחויות.

(ב) כמה תלמידים בכיתה?

(ג) שרטטו דיאגרמת מקלות מתאימה.

שכיחות יחסית

1.  (א) בשתי כיתות י"א נערך מבחן, בכיתה י"א עברו את המבחן 15 תלמידים ובכיתה י"א2 עברו אותו 20 תלמידים. האם תוכלו לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר?
- (ב) בכיתה י"א1 יש בסך הכל 20 תלמידים ובכיתה י"א2 30 תלמידים. האם כעת תוכלו לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר?

2.  אריה ירה במטרה 20 פעם ופגע 15 פעם. טומי ירה 25 פעם ופגע 20 פעם. מי מהם הצליח יותר? (חשבו באיזה חלק מהיריות פגע אריה ובאיזה חלק מהיריות פגע טומי. היעזרו במחשבון.)

3.  נתונה טבלת שכיחות המתארת את מספר המשפחות ביישוב מסוים, לפי ארץ מוצאן.

ארץ מוצא	מספר משפחות
ארה"ב	20
אנגליה	30
מרוקו	250
בריה"מ	150
ישראל	300
יוון	10
תימן	50
עירק	100
צרפת	15

- (א) כמה משפחות ביישוב?
- (ב) איזה חלק מכלל המשפחות הם יוצאי מרוקו?



השלימו את הטור האחרון של הטבלה (דייקו עד 3 מקומות מימין לנקודה העשרונית).

ארץ מוצא	מספר משפחות	חלק מכלל המשפחות ביישוב
ארה"ב	20	
אנגליה	30	
מרוקו	250	$\frac{250}{925} = 0.270$
בריה"מ	150	
ישראל	300	
יוון	10	
תימן	50	
עירק	100	
צרפת	15	
סה"כ		

שכיחות יחסית של נתון מסוים בתוך קבוצת נתונים, מתארת איזה חלק מהקבוצה מהווה שכיחותו.

במקרים רבים נוה לייצג את השכיחות היחסית באחוזים, כלומר במאות.

100% הם השלם: 1
אחוז 1 (1%) הוא $\frac{1}{100}$ או בשבר עשרוני 0.01 (תוכלו לבדוק במחשבון).

הערה: אם יש צורך, אפשר לעגל חזרה על אחוזים מאך הספר הראשון ליחידה אחת בעמוד 97.



4. א) השלימו: 0.35 פירושו 35 מאיות או 35%

0.25 פירושו _____ מאיות או _____

0.05 פירושו _____ מאיות או _____

0.1 פירושו 10 מאיות או _____

0.5 פירושו _____ מאיות או _____

0.75 פירושו _____ מאיות או _____

ב) הוספנו טור בטבלה שבסוף תרגיל 3.
השלימו את הטור של השכיחות היחסית באחוזים.

ארץ מוצא	מספר משפחות	חלק מכלל המשפחות ביישוב	השכיחות היחסית באחוזים
ארה"ב	20	0.022	
אנגליה	30	0.033	
מרוקו	250	0.270	
בריה"מ	150	0.162	
ישראל	300	0.324	
יוון	10	0.011	
תימן	50	0.054	
עירק	100	0.108	
צרפת	15	0.016	
סה"כ			



5. הטבלה הבאה, מתארת את התפלגות העולים לארץ בחודש מסוים לפי ארצות מוצאם.



א) השלימו את הטבלה. היעזרו מחשבון.

שכיחות יחסית באחוזים	שכיחות יחסית	מספר עולים שכיחות - f	ארץ מוצא (x)
	$\frac{65}{2500} = 0.026$	65	אוקראינה
		330	גרוזיה
		50	סיביר
		1520	רוסיה
		400	אתיופיה
		55	אוסטרליה
		30	צרפת
		50	ארה"ב
		N = 2500	סה"כ

ב) סכמו את הנתונים בטור "השכיחות היחסית" ובטור "השכיחות היחסית באחוזים". מה קיבלתם?

6.

ביישוב א' 400 תינוקות מתוכם 20 תינוקות חלו בחודש פברואר באבעבועות רוח. ביישוב ב' 200 תינוקות וגם שם חלו באותו חודש 20 תינוקות באבעבועות רוח. קבעו נכון/לא נכון ונמקו!

א) בשני היישובים אותו מספר תינוקות חלו באבעבועות רוח בפברואר.

ב) ביישוב א' חלו 5% מהתינוקות באותו חודש, וביישוב ב' 10%.

ג) בשני היישובים שיעור החולים במחלה באותו חודש הוא זהה.

גרפיקה

7. בטבלה נתונים על העדרויות תלמידים בכיתות ז' ו- ח' בבית ספר, בזמן מגיפת שפעת.

(א) השלימו את הטבלה. 

הכיתה	1ז	2ז	3ז	1ח	2ח	3ח
מספר התלמידים בכיתה	32	30	25	40	40	36
מספר התלמידים החסרים בכיתה	8	6	4	6	12	6
שכיחות יחסית של התלמידים החסרים	0.25					
שכיחות יחסית באחוזים						

(ב) מאיזו כיתה חסרו יותר תלמידים, מ- ז' או מ- ח'?

(ג) באיזו כיתה חסר חלק גדול יותר מהתלמידים, ב- ז' או ב- ח'.

(ד) באיזו כיתה היה אחוז ההיעדרות גדול ביותר ובאיזו כיתה קטן ביותר.

(ה) — מהו מספר התלמידים הלומדים בכיתות ז'-ח'?

— כמה תלמידי כיתות ז'-ח' היו חסרים בגלל המגיפה?

— איזה אחוז מכלל תלמידי ז'-ח' חסרים בגלל המגיפה?

8. לפניכם טבלת שכיחויות של ציונים במתמטיקה בשלוש כיתות.

כיתה 3		כיתה 2		כיתה 1	
השכיחות (מספר התלמידים)	הציון	השכיחות (מספר התלמידים)	הציון	השכיחות (מספר התלמידים)	הציון
1	10	3	10	2	10
4	9	2	9	3	9
8	8	5	8	6	8
14	7	12	7	12	7
4	6	5	6	6	6
1	5	1	5	1	5

(א) כמה תלמידים בכל כיתה?

(ב) באיזו כיתה חלק גדול יותר של תלמידים קיבלו ציון 7, בכיתה 1 או בכיתה 2?

(ג) באיזו כיתה אחוז המצטיינים (קיבלו ציון 9 או 10) גדול ביותר? ובאיזו קטן ביותר?

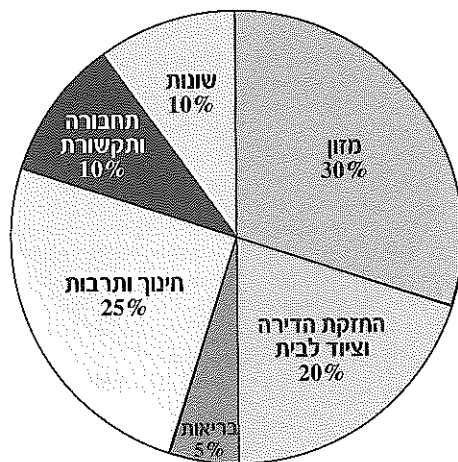
(ד) — מהו מספר התלמידים בשלוש הכיתות ביחד?

— כמה תלמידים מצטיינים יש בשלוש הכיתות ביחד?

— איזה אחוז מכלל תלמידי שלוש הכיתות הם מצטיינים?

דיאגרמת עיגול

1.  לפניכם דיאגרמת עיגול המתארת הוצאות לתצרוכת חודשית של משפחת שרוני.

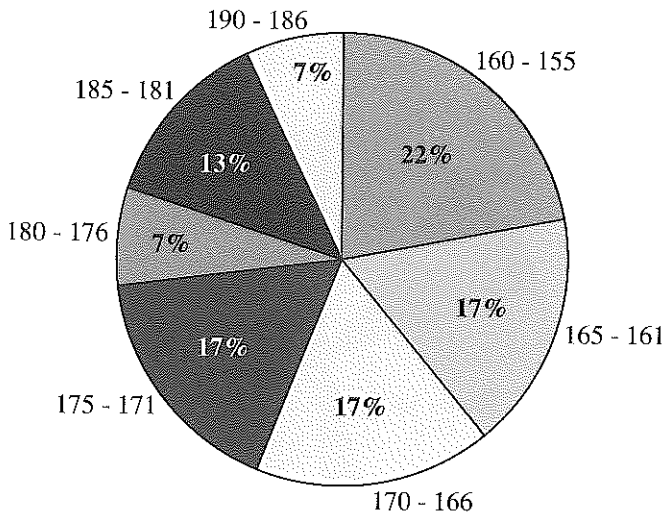


- (א) באיזה תחום מוציאה משפחת שרוני סכום כסף גדול ביותר?
- (ב) באיזה תחום מוציאה משפחת שרוני סכום כסף קטן ביותר?
- (ג) האם יש תחום בו מוציאה המשפחה רבע מהכנסתה החודשית? אם כן, באיזה סעיף?
- (ד) מה מייצג העיגול כולו?

בדיאגרמת עיגול מתוארים נתונים המהווים חלקים של שלם.



2. לפניכם דיאגרמת עיגול המתארת נתוני גבהים (בס"מ) של תלמידים בכיתות ט', י' בבית הספר.



- (א) באיזו קבוצה נמצא המספר הרב ביותר של תלמידים?
- (ב) — רשמו דוגמה של שתי קבוצות שבהן מספר התלמידים שווה.
— כיצד זה מתבטא בדיאגרמה?
- (ג) מה מייצג העיגול כולו?
- (ד) מה % התלמידים שגובהם בין 155 ס"מ ל- 165 ס"מ? האם הם יותר או פחות ממחצית התלמידים?
- (ה) סמנו נכון/לא נכון.
(i) יותר ממחצית התלמידים גובהם בין 160 ס"מ ל- 175 ס"מ.
(ii) יותר ממחצית התלמידים גובהם פחות מ- 170 ס"מ.
(iii) רבע מהתלמידים גובהם פחות מ- 160 ס"מ.
(iv) מחצית מהתלמידים הם בגובה שבין 165 ס"מ ל- 185 ס"מ.

- ו) ידוע כי בבית הספר, בכיתות ט' ו- י', 800 תלמידים.
— השלימו את הטור של שכיחות יחסית.

שכיחות	שכיחות יחסית	גובה
		160 - 155
		165 - 161
		170 - 166
		175 - 171
		180 - 176
		185 - 181
		190 - 186
		סה"כ

- חשבו כמה תלמידים בכל קבוצה והשלימו את הטור של השכיחות.

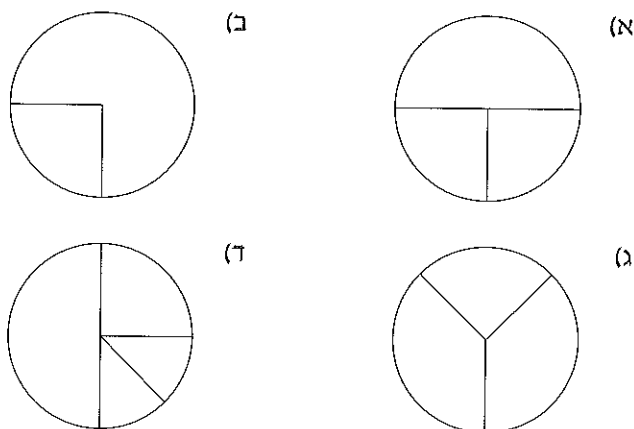
לדוגמה: בקבוצת הגובה 155-160 יש 22% מהתלמידים, כדי

$$\text{למצוא את מספרם מחשבים: } 800 \cdot \frac{22}{100} = 176$$

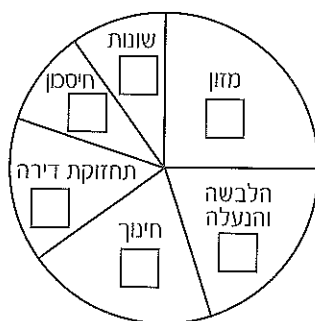
דיאגרמת עיגול היא דרך לתאר באופן חזותי את השכיחות היחסית של הנתונים.



3. לפניכם דיאגרמות עיגול. רשמו איזה % (או איזה חלק) מתאר כל חלק של הדיאגרמה.



4. לפניכם דיאגרמת עיגול המתארת את סעיפי ההוצאות השונים של משפחה בת 4 נפשות.



- (א) — על איזה תחום מוציאה המשפחה את הסכום הגדול ביותר?
— על אילו תחומים היא מוציאה את הסכומים הקטנים ביותר?

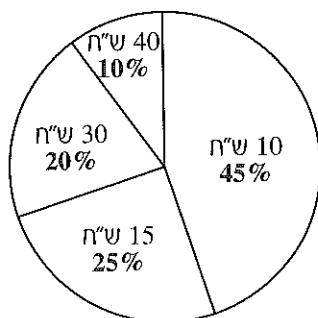
(ב) גודל הגזרות הוא: 20%, 15%, 10%, 25%, 20%.
רשמו במשבצות המתאימות בדיאגרמה, והסבירו כיצד מצאתם.

(ג) ידוע שבחודש מסוים הייתה הכנסת המשפחה 5000 ₪.
רשמו בטבלה מהו הסכום המתאים לכל תחום הוצאות.

תחום ההוצאה	מזון	חלבשה והנעלה	חינוך	תחזוקת דירה	חיסכון	שונות
סה"כ						



5. במבצע "הקש בדלת" נאספו תרומות בסכומים של 10 ש"ח, 15 ש"ח, 30 ש"ח, 40 ש"ח. יואב שרטט עיגול:



אסף ערך טבלה:

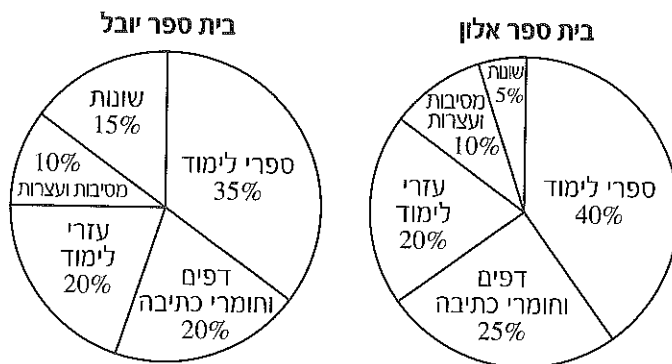
שכיתות יחסית	הסכום בש"ח
$\frac{450}{1000}$	10
$\frac{250}{1000}$	15
$\frac{200}{1000}$	30
$\frac{100}{1000}$	40

(א) האם יואב ואסף ייצגו את אותם הנתונים?

(ב) איזה ייצוג נראה לכם טוב יותר? הסבירו.



6. הדיאגרמות הבאות מתארות את חלוקת התקציב של שני בתי ספר.



- (א) — על איזה סעיף הוציא בייס אלון סכום כסף הגדול ביותר?
 — על איזה סעיף הוציא את סכום הכסף הקטן ביותר?
- (ב) — על איזה סעיף הוציא בייס יובל סכום כסף הגדול ביותר?
 — על איזה סעיף הוציא את סכום הכסף הקטן ביותר?
- (ג) בייס יובל מוציא 20% מתקציבו על קניית דפים וחומרי כתיבה וכן 20% מתקציבו לקניית עזרי לימוד.
 האם הסכומים של הוצאות אלו שווים? נמקו.
- (ד) בדיאגרמות רואים כי כל אחד מבתי הספר הוציא 10% מתקציבו למסיבות ועצרות. האם, לדעתכם, הם הוציאו אותו סכום?
- (ה) בשנה מסויימת היה תקציבו של בייס אלון 200,000 ש"ח ובייס יובל 160,000 ש"ח.

הוצאה של בית ספר יובל	הוצאה של בית ספר אלון	הסעיף בתקציב
		ספרי לימוד
		דפים וחומרי כתיבה
		עזרי לימוד
		מסיבות ועצרות
		שונות

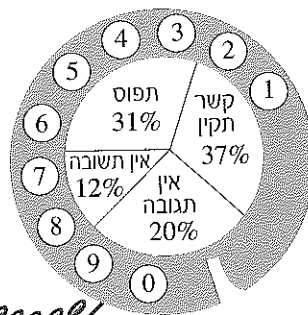
השלימו את הטבלה.

- (ו) בדקו בעזרת הטבלה את תשובותיכם לסעיפים ג' ו- ד'.

7. שתי דיאגרמות אלו הופיעו בקטעי עיתונות.

דיאגרמה I

מתארת חלוקת התגובות לחיוביים.



דיאגרמה II

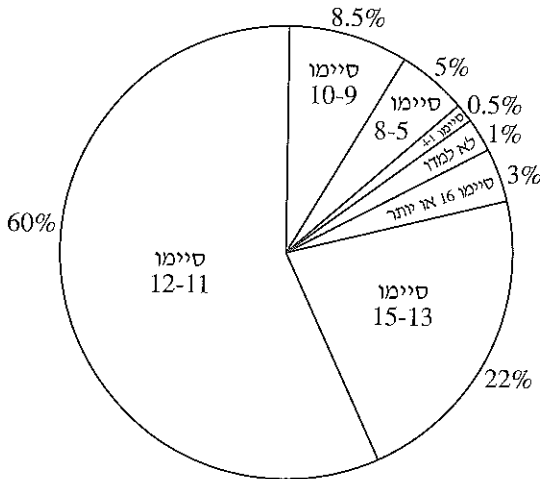
מתארת איזה חלק מהאוכלוסייה של כל מדינה מחזיק במניות.



האם שתי קבוצות הנתונים שלעיל, מתאימות לייצוג בדיאגרמת עיגול? נמקו.

גרף

8. ערכו סקר בין כל הצעירים בגיל 18-24, וסימנו כמה שנות לימוד סיימו עד לסוף שנת 1995.

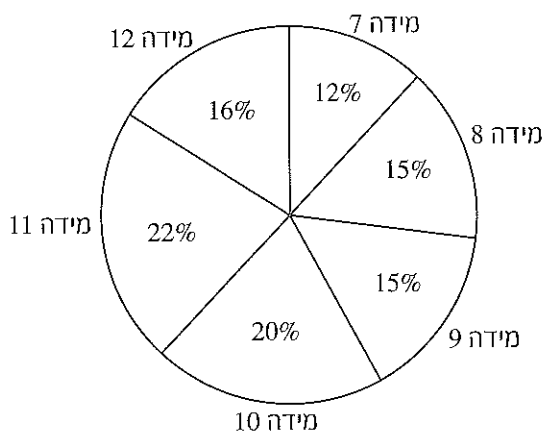


- (א) איזה אחוז מהנבדקים סיימו ללמוד עד אותה שנה, 8 שנים או פחות?
- (ב) איזה אחוז מהנבדקים סיימו ללמוד עד אותה שנה, יותר מ- 10 שנים?
- (ג) השלימו נכון/לא נכון.
- (i) יותר ממחצית הצעירים סיימו 11-12 שנות לימוד.
- (ii) רבע מהצעירים סיימו יותר מ- 12 שנות לימוד.
- (iii) מספר הצעירים שסיימו 16 או יותר שנות לימוד קטן מאלו שסיימו 4-1 שנים.

(ד) ידוע כי באותה שנה היו 660,000 צעירים בגילאים 18-24. השלימו את הטבלה.

מספר שנות לימוד	אחוז הנבדקים לפי שנות לימוד	מספר הנבדקים לפי שנות לימוד
0		
1 - 4		
5 - 8		
9 - 10		
11 - 12		
13 - 15		
16 או יותר		

9. מרכז קייטנה הזמין חולצות עבור הקייטנים.
דיאגרמת העיגול שלפניכם מתארת את התפלגות המידות השונות של חולצות שהוזמנו.



- (א) איזו מידה של חולצה הוזמנה במספר הגדול ביותר?
- (ב) איזה אחוז מהקייטנים לובש חולצה במידה 9 או פחות?
- (ג) איזה אחוז מהקייטנים לובש חולצה שמידתה 11 או יותר?
- (ד) ידוע שבקייטנה השתתפו 200 תלמידים.
השלימו את הטבלה:

מידת החולצה	שכיחות יחסית	מספר החולצות
מידה 7		
מידה 8		
מידה 9		
מידה 10		
מידה 11		
מידה 12		

10. דיאגרמת העיגול שלפניכם מתארת את אמצעי התחבורה השונים בהם מגיעים התלמידים לבית הספר.



(א) באיזה אופן מגיעים לבית הספר המספר הרב ביותר של תלמידים?

(ב) רשמו נכון/לא נכון.

(i) יותר ממחצית התלמידים מגיעים לבית הספר ברגל.

(ii) רבע מהתלמידים מגיעים באוטובוס או באופניים.

(iii) מספר התלמידים שמגיע באוטובוס קטן ממספר התלמידים שמגיע באופניים או במכונית.

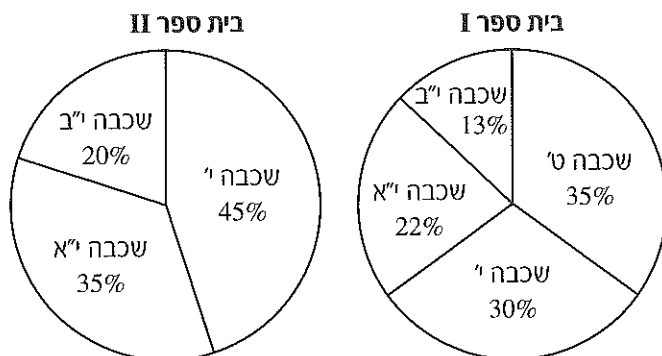
(ג) ידוע כי בבית הספר 1800 תלמידים.

השלימו את הטבלה.

מספר התלמידים	שכיחות יחסית	אמצעי תחבורה
		רגלי
		אופניים
		אוטובוס
		מכונית

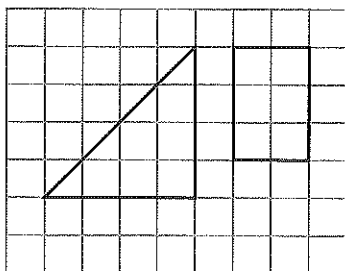
(ד) האם, לדעתכם, חשוב להתקין מתקן לאופניים בחצר בית הספר? הסבירו.

11. הדיאגרמות הבאות מתארות את חלוקת התלמידים לכיתות בשני בתי ספר.



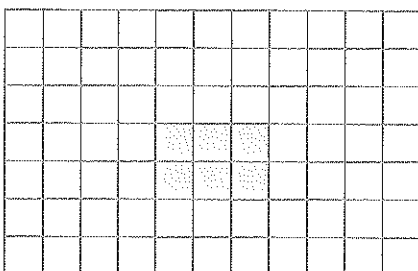
- (א) — כמה שכבות בבית ספר I?
 — כמה שכבות בבית ספר II?
- (ב) — באיזו שכבה בבית ספר I יש מספר גדול ביותר של תלמידים?
 — באיזו שכבה בבית ספר II יש מספר גדול ביותר של תלמידים?
- (ג) איזה נתון חסר, כדי לקבוע באיזה בית ספר יש יותר תלמידים בשכבת כיתות י"ז?
- (ד) בבית ספר I היו בשנת הלימודים תשס"ג 500 תלמידים.
 כמה תלמידים בכל שכבה?
- (ה) בבית ספר II היו בשנת הלימודים תשס"ג 400 תלמידים.
 כמה תלמידים בכל שכבה?
- (ו) באיזה בית ספר יש יותר תלמידים בשכבת כיתות י"ז?

על שכיחות יחסית ואחוזים



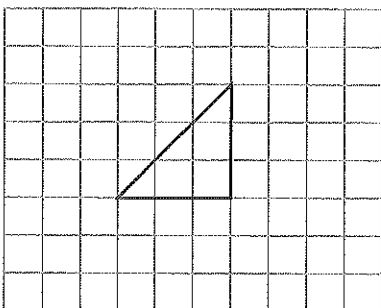
1. בתוך דף משובץ משורטטים מלבן ומשולש.

- (א) צבעו 50% משטח המלבן.
כמה משבצות במלבן?
כמה משבצות צבעתם?
(ב) — מהו שטח המשולש?
— צבעו 50% משטח המשולש.
כמה משבצות צבעתם?
— מה שטח המשולש הצבוע?



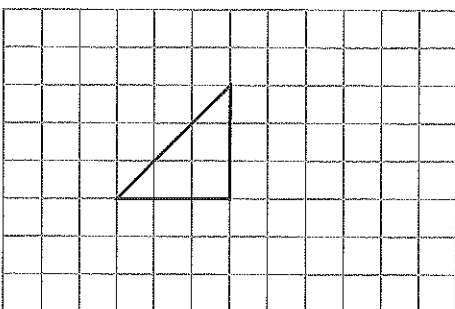
2. (א) המלבן הצבוע ששטחו 6 משבצות מהווה 50% משטחו של מלבן אחר.

- השלימו את המלבן כולו.
— האם שרטטתם אותו מלבן כמו שכנכם?
— מה שטח המלבן כולו?



(ב) — מה שטח המשולש המשורטט?

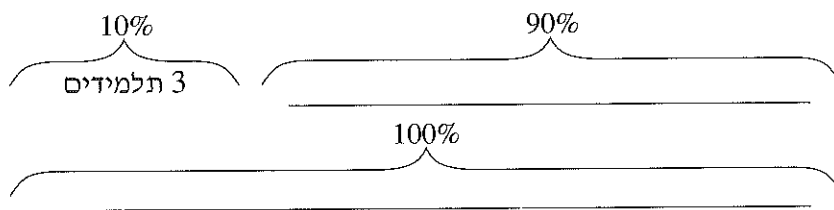
- המשולש המשורטט מהווה 50% משטחה של צורה מסויימת. שרטטו אותה.
— מה שטח הצורה כולה?



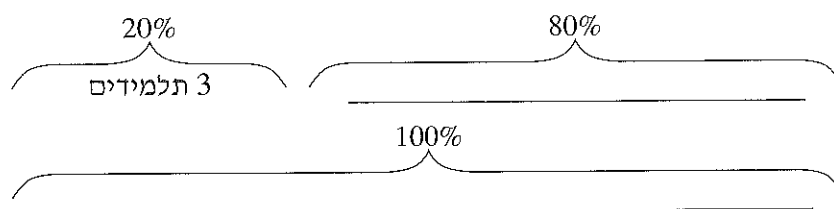
- (ג) — המשולש המשורטט מהווה 20% משטחה של צורה מסויימת. שרטטו אותה.
— מה שטח הצורה כולה?



3. ביום חורפי אחד לא הגיעו לבית הספר 3 תלמידים.
 א) מה גודל הכיתה אם הם מהווים 10% מהכיתה?
 (תוכלו להשלים את השרטוט ולהיעזר בו).

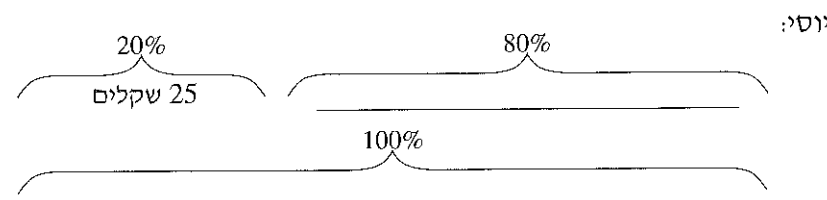
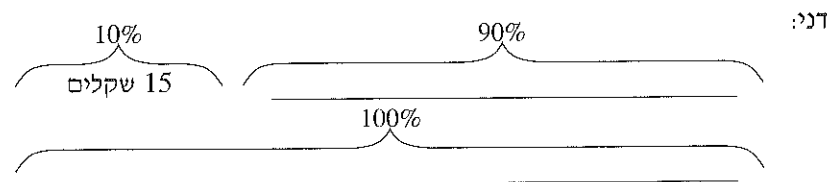


- ב) בכיתה אחרת 3 תלמידים מהווים 20% מהכיתה.
 (השלימו שרטוט מתאים).



4. למי יש יותר כסף בקופה?

} או
 לדני שתרם 15 שקלים והם היוו 10% מהסכום בקופתו
 ליוסי שתרם 25 שקלים שהיוו 20% מהסכום בקופתו?

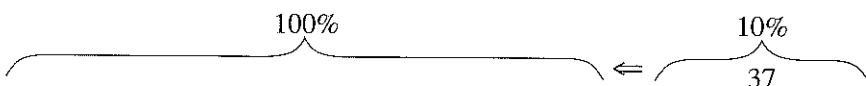




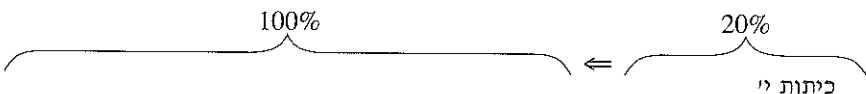
5. (א) בבית ספר 37 תלמידים בכיתה י' והם מהווים 50% ממספר התלמידים בשכבת י'. כמה תלמידים בשכבה של כיתות י'.



(ב) כיתה י' מהווה 10% מכלל תלמידי בית הספר. כמה תלמידים בכל בית הספר?



(ג) כל כיתות י' מהוות 20% מכל תלמידי בית הספר. כמה תלמידים בבית הספר?



(ד) השוו את התשובות לסעיפים ב' ו- ג' והסבירו.



6. (א) אם 50% של מספר הם 30, מהו המספר?

(ב) אם 50% של מספר הם 6, מהו המספר?

(ג) אם 10% של מספר הם 15, מהו המספר?

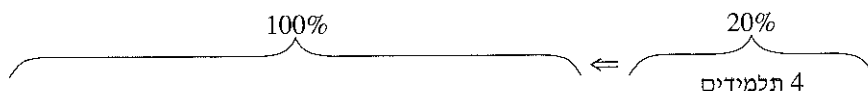
(ד) אם 20% של מספר הם 15, מהו המספר?

(ה) אם 25% של מספר הם 8, מהו המספר?

7. בטבלה להלן התפלגות הציונים של תלמידים במבחן במתמטיקה.

הציון	5	6	7	8	9	10
שכיחות (מספר התלמידים)	2	3	6	4	3	

א) ידוע ש- 20% מהתלמידים בכיתה קיבלו את הציון 8. מצאו כמה תלמידים בכיתה.



ב) כמה תלמידים קיבלו את הציון 10?

8. נתונה טבלת שכיחויות המתארת את הפרסים השונים שהוגרלו במסיבה.

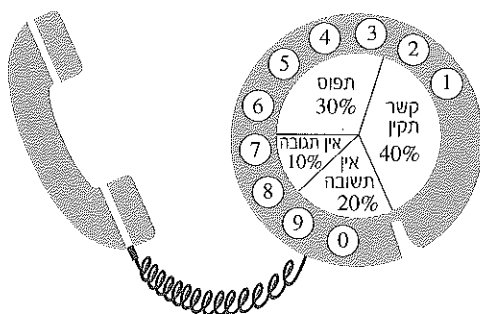
הפרס	כדורסל	דיסקמן	אופניים	מחשב	טיול	חולצות
מספר הפרסים שחולקו (שכיחות)	40	25	12	5	2	

א) ידוע שהשכיחות היחסית של הזוכים באופניים היא 10%. כמה פרסים חולקו?

ב) כמה חולצות הוגרלו?



9. הדיאגרמה הבאה מתארת את חלוקת התגובות לחיוג טלפון במדינת "אי-שם" בחודש סיוון.



(א) מספר החיוגים של "אין תשובה" היה 1.2 מיליון.

כמה חיוגים היו בסה"כ בחודש סיוון?

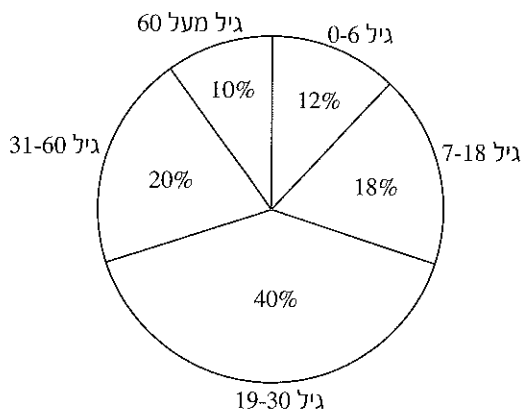


(ב) — כמה מהחיוגים היו "אין תגובה"?

— כמה חיוגים היו "תפוס"?



10. הדיאגרמה הבאה מתארת את חלוקת התושבים לפי גיל ביישוב "מולדת".



(א) ידוע שביישוב "מולדת" יש 200 תושבים שגילם מעל 60.

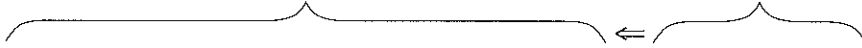
כמה תושבים ביישוב "מולדת"? השלימו שרטוט וחשבו.



(ב) כמה תושבים בגילאי 19-30 יש ביישוב?

11. א) ביום חורפי אחד נעדרו מכיתה י' 4 תלמידים שהם 10% מכלל התלמידים בכיתה.

כמה תלמידים בכיתה י'1? (השלימו שרטוט וחשבו).



ב) בכיתה י'2 נעדרו באותו יום 6 תלמידים שהם 20% מכלל התלמידים בכיתה.

כמה תלמידים בכיתה י'2? (שרטטו וחשבו).

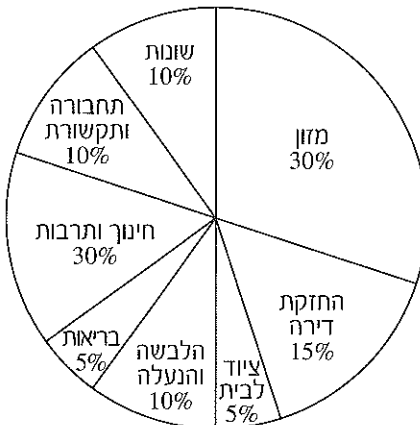
12. בטבלה להלן התפלגות מספר הילדים במשפחה בישוב מסוים.

מספר הילדים במשפחה	1	2	3	4	5
שכיחות (מספר המשפחות)	4	8	12		2

א) השכיחות היחסית של מספר המשפחות להן 2 ילדים היא 25%. כמה משפחות בישוב? (היעזרו בשרטוט מתאים כנ"ל).

ב) לכמה משפחות בישוב יש 4 ילדים?

13. דיאגרמת העיגול שלפניכם מתארת את ההוצאות לתצרוכת חודשית של משפחת לוי.



א) ידוע שבחודש מסוים הוציאה משפחת לוי על הלבשה והנעלה 850 ש"ח. מה היתה הכנסת המשפחה בחודש זה?

ב) איזה סכום הוציאה המשפחה על חינוך ותרבות?

עוד על ייצוג גרפי

כשיש מספר רב של נתונים נוח לסדר את הנתונים בקבוצות.

1. במבחן במתמטיקה נבחנו 40 תלמידים, והם קיבלו את הציונים הבאים:

72, 80, 77, 80, 75, 73, 76, 72, 80, 90, 88, 70, 85, 81, 90, 70, 98,
95, 74, 78, 80, 79, 81, 81, 82, 93, 92, 79, 86, 80, 78, 76, 79, 76,
82, 83, 85, 89, 86, 81

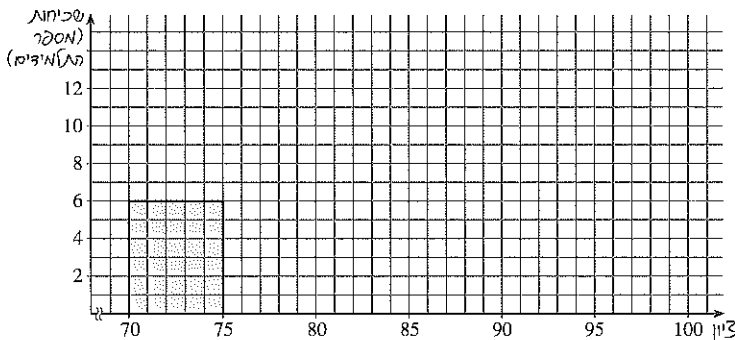
א) השלימו את טבלת השכיחויות.

השכיחות	הציונים
	74 - 70
	79 - 75
	84 - 80
	89 - 85
	94 - 90
	100 - 95
סה"כ:	

טבלה כזו נוהגים לייצג באופן גרפי בעזרת דיאגרמת מלבנים שנקראת **הקטוגרם**.

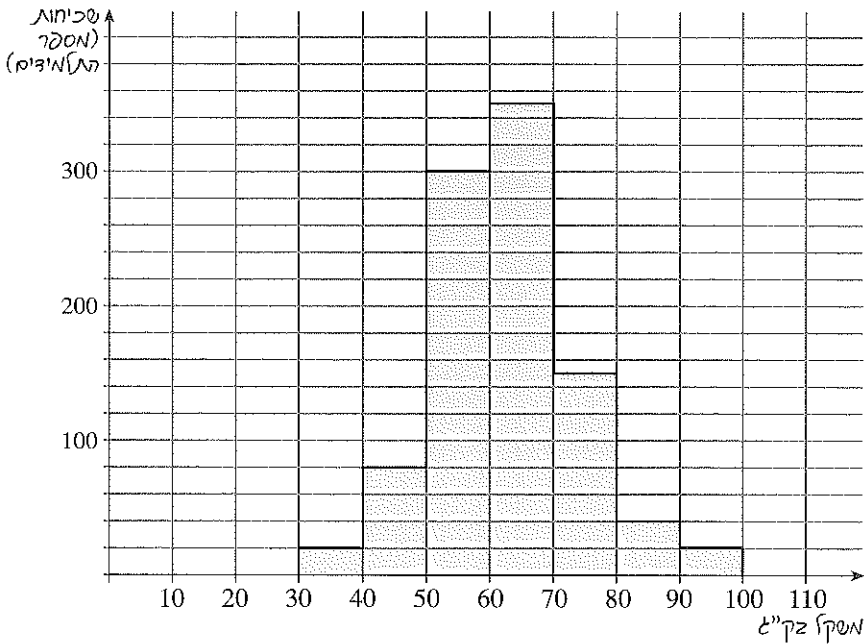
ב) השלימו את ההקטוגרם.

נהוג לשרטט מלבנים ללא רווח ביניהם גם כשלא יכול להיות נתון בין סוף קבוצה אחת לתחילת הקבוצה הבאה. (בדוגמה הנ"ל אין למשל ציון בין 74 ל- 75 הציון 75 שייך לקבוצה השנייה בטבלה. באופן כללי קו הגבול בין שתי קבוצות הוא קו **התחלה** של קבוצה אחת ושייך אליה).





2. ההסטוגרם הבא מתאר את שכיחות משקלם בק"ג של תלמידי בית ספר לתזונה.



הערך הגבולי בין שתי קבוצות שייך לקבוצה שמעל לערך זה. לדוגמה: הערך 40 שייך לקבוצה השנייה.

א) באיזו קבוצה יימצא תלמיד שמשקלו 39.5 ק"ג?
תלמיד שמשקלו 40 ק"ג?

המשקל בק"ג	השכיחות
30 - 39.9	
40 - 49.9	
50 - 59.9	
60 - 69.9	
70 - 79.9	
80 - 89.9	
90 - 100	

ב) מה מספר התלמידים שמשקלם בין 40 ל- 50 ק"ג (לא כולל 50)?
מה מספר התלמידים שמשקלם מ- 90 ועד 100 ק"ג (כולל 100)?

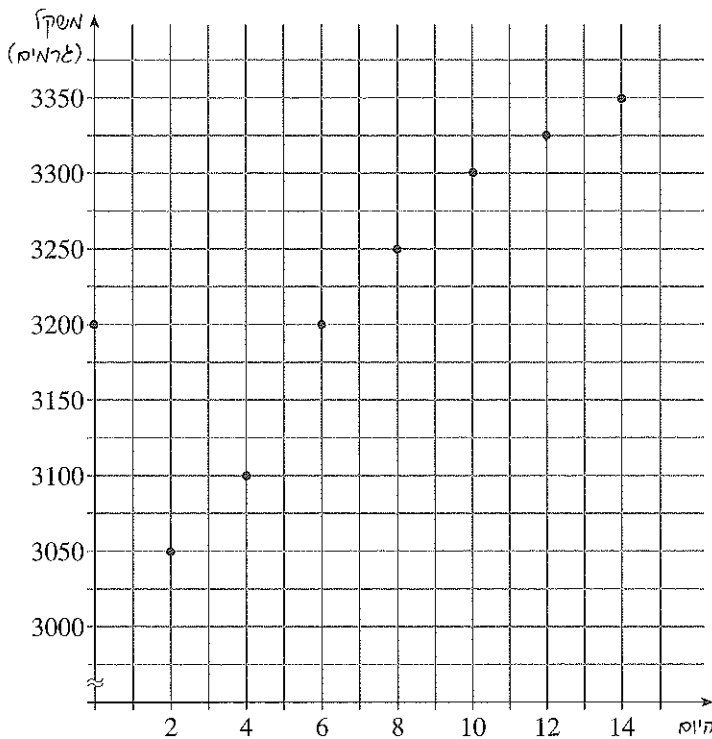
ג) השלימו את טבלת השכיחויות.

ד) איזה אחוז של התלמידים משקלם מ- 50 ועד 70 (לא כולל 70)?



3. הנקודות בגרף מתארות משקל של תינוק בשבועיים הראשונים לחייו. השקילות נעשו פעם ביומיים.

הנקודות במערכת הצירים שלפניכם, מתארות את תוצאות השקילות.



א) חברו את הנקודות בקו. האם יש משמעות לנקודות שבין שתי נקודות נתונות?

ב) באיזה יום נמדד המשקל הנמוך ביותר של התינוק ומהו משקל זה?

ג) בכמה עלה משקל התינוק בין היום ה- 10 ליום ה- 12?

ד) בין אילו ימים חלה העליה הגדולה ביותר במשקל? בכמה?

גרף

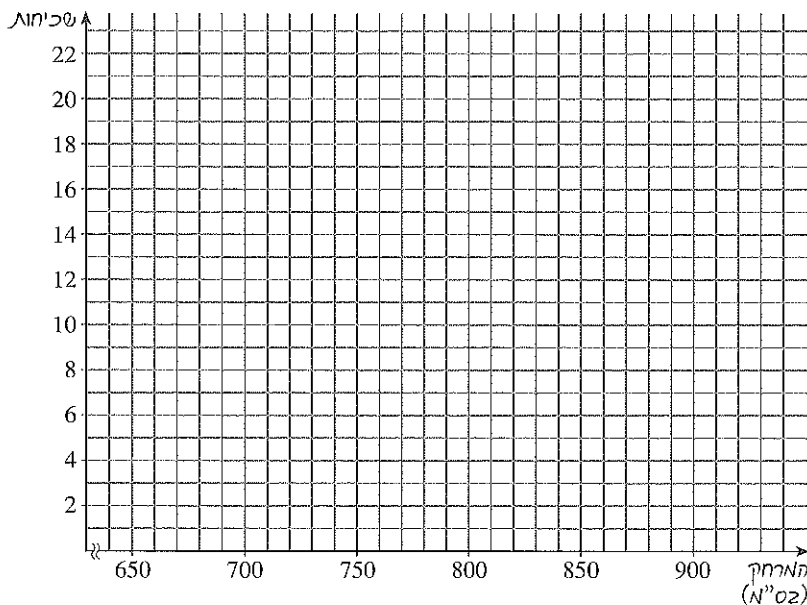
4. ביום ספורט התחרו 22 תלמידים בקפיצה לרוחק.
ברשימה להלן מופיעים המרחקים בס"מ שהתקבלו בתחרות.

766 , 678 , 800 , 842 , 746 , 690 , 700 , 793 , 774 , 720 , 754 ,
836 , 763 , 710 , 782 , 789 , 775 , 715 , 825 , 816 , 742 , 790 .

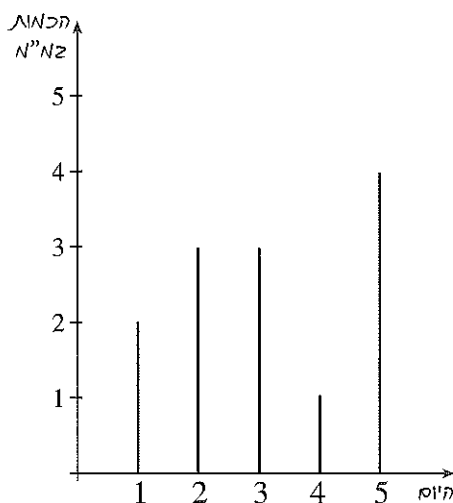
(א) ארגנו את הנתונים בטבלה.

שכיחות	המרחק בס"מ
	650 - 699
	700 - 749
	750 - 799
	800 - 849
סה"כ:	

(ב) בנו הקטוגרם מתאים לנתוני הטבלה.



5. דיאגרמת המקלות הבאה מתארת את כמות מי הגשם שנמדדה במשך חמישה ימים.



(א) באיזה יום הייתה כמות מי הגשם הגדולה ביותר?
באיזה יום הייתה כמות מי הגשם הקטנה ביותר?

(ב) השלימו את טבלת השכיחויות.

הכמות במ"מ	היום

(ג) כמה מ"מ גשם ירדו בסה"כ במשך חמשת הימים?

(ד) מהי השכיחות היחסית של כמות מי הגשם שנמדדה ביום השני?

שכיח וממוצע



1. הידעתם?

שם המשפחה הנפוץ ביותר בעולם הוא צ'אנג (Chang). כ- 100 מיליון סינים נושאים שם זה.
שם המשפחה הנפוץ ביותר בארצות אנגלוסקסיות הוא סמית' (Smith) ישנם כ- 2.3 מיליון סמית'ים רק בארצות הברית.
מהו, לדעתכם, שם המשפחה הנפוץ ביותר בישראל?
שמות בקרב עמים שונים נבדלים ביניהם לא רק במשמעותם ובצלילם, אלא גם באורכם.



2. בטבלה רשומים שמות 12 תלמידים מכיתה י"ב.

א) השלימו.

שם	מספר אותיות בשם משפחה
דבש אייל	
כהן אביה	
כהן הילי	
כהן יפעת	
נבון קרן	
רובינזון נעמי	
לוי ענבר	
גבע מירון	
שיר אורי	
פוקס לירון	

ב) מהו מספר האותיות השכיח (הנפוץ ביותר) בקבוצה זו?

שכיח הוא הנתון שמופיע מספר רב ביותר של פעמים.

ג) איזה חלק משמות המשפחה הנ"ל הוא באורך השכיח?

איזה אחוז משמות המשפחה הנ"ל הוא באורך השכיח?



3. בטבלה רשומים שמות תלמידים מכיתה י"ב/3.

(א) השלימו.

שם	מספר אותיות בשם משפחה
אשכנזי אביבית	
ויסבורט ניצן	
ורטהיים לירון	
חיון עינב	
ינסן איתי	
רכטמן שירי	
שחר יותם	
רוזן מלי	

- (ב) איזה "אורך" שם משפחה הוא השכיח בכיתה י"ב/3?
 איזה **חלק** משמות המשפחה בכיתה זו הוא באורך של 4 אותיות?
 איזה **אחוז** משמות המשפחה הנ"ל הוא באורך של 4 אותיות?
- (ג) האם **השכיח** מתאים לייצג את קבוצת המספרים שהם אורכי שמות המשפחה בכיתה י"ב/3?
 אם כן, נמקו. אם לא, הציעו דרך שונה למציאת מספר שייצג קבוצת נתונים זו.

4. דני קיבל במבחנים את הציונים הבאים:



100, 95, 90, 85, 80, 30, 30.

- המורה החליטה לתת לו בתעודה את השכיח כציון מחצית. מה דעתכם?
 חשבו את ממוצע ציוניו.
 האם הממוצע מתאים, לדעתכם, כציון מחצית?

סכום כל הנתונים מחולק במספרים נקרא **ממוצע חשבוני**.

5. רשמו את השכיח, חשבו את הממוצע וקבעו איזה מהם מתאר טוב יותר את כל אחת מסדרות הנתונים. הסבירו.

א) 0 , 1 , 3 , 7 , 7 , 7 , 8 , 9

ב) 4 , 4 , 5 , 6 , 6 , 7 , 8 , 8 , 8

6. נתונה רשימת ציונים: 40, 40, 40, 70, 75, 80, 90

א) ענו בלי לחשב: האם ייתכן שהממוצע הוא 80?

ב) האם השכיח יכול לאפיין קבוצה זו?

ג) נסו לאמוד בין אילו שני מספרים שלמים נמצא הממוצע.

ד) חשבו את הממוצע ובידקו את תשובותיכם לסעיפים הקודמים.

ה) שנו ציון כך שהממוצע יעלה.

ו) האם אפשר לשנות ציון אחד כך שהממוצע יהיה 80?



גרף

7. באי אחד חי מיליונר שהכנסתו 100,000 דולר לחודש, באותו אי חיים עוד 27 אנשים שהכנסת כל אחד מהם היא 1000 דולר לחודש.

א) מה השכיח?

ב) מצאו את הממוצע.

ג) איזה משני המדדים מייצג טוב יותר את ההכנסה באי זה?

8. בכיתה של דפנה התקיימו שלושה מבחנים במתמטיקה.
דפנה קיבלה את הציונים: 70, 80, 90 .
עד סוף השנה יתקיים עוד מבחן אחד ודפנה רוצה להגיע לממוצע של 85.
מה הציון שצריכה דפנה לקבל כדי שתגיע לממוצע המבוקש?
(תוכלו לשער, לחשב ולבדוק).
9. במשך שנת הלימודים התקיימו מבחנים במקצועות פיסיקה וספרות.
דני קיבל את הציונים הבאים:
פיסיקה: 65 , 65 , 76 , 84 , 92
ספרות: 40 , 52 , 70 , 70 , 91 , 100 .
(א) מהו הציון השכיח בכל מקצוע?
(ב) מהו הציון הממוצע בכל מקצוע?
(ג) בפיסיקה יתקיים מבחן נוסף.
דני רוצה לעלות את הממוצע לפחות ל- 80.
שערו איזה ציון עליו לקבל. בידקו על-ידי חישוב הממוצע.
10. שבעה תלמידים פתרו מבחן. הם קיבלו את הציונים:
76 , 43 , 100 , 25 , 76 , 68 , 92 .
(א) מהו הציון הממוצע?
(ב) מהו הציון השכיח?
(ג) באחד המבחנים התגלתה טעות בחישוב הציון ולאחר בדיקה חוזרת
התברר כי לתלמיד שקיבל 68 מגיע למעשה 76.
האם הממוצע גדל? קטן? לא השתנה? הסבירו.
11. (א) רשמו חמישה נתונים שהממוצע שלהם 25.
(ב) רשמו חמישה נתונים נוספים שהממוצע שלהם 25.
(ג) רשמו סדרה של חמישה נתונים, שבה השכיח והממוצע מתלכדים.
(ד) רשמו סדרה של חמישה נתונים, שבה השכיח גבוה מהממוצע.
(ה) רשמו סדרה של חמישה נתונים, שבה השכיח נמוך מהממוצע.

ממוצע חשבוני מטבלת שכיחויות

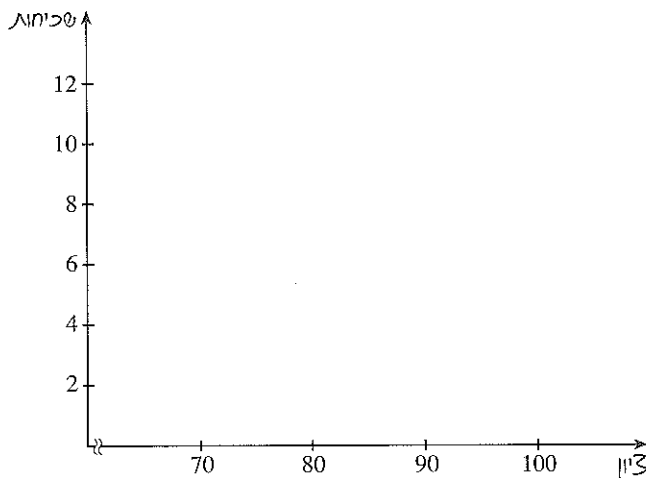
1. א) בכיתה 20 תלמידים. במבחן שניתן בכיתה קיבל כל תלמיד אחד משלושת הציונים: 70 או 80 או 90. (כל ציון מופיע לפחות פעם אחת). האם אפשר להסיק שהממוצע הוא 80? נמקו.

ב) בטבלה שלפניכם רשום מספר התלמידים שקיבלו כל ציון.

שכיחות (מספר תלמידים)	ציון
5	70
4	80
11	90

- שער, האם הממוצע יהיה קרוב יותר ל-70 או ל-90.
- רשמו את הציונים בשורה ואחר כך חשבו את הממוצע. בידקו את תשובתכם הקודמת.

ג) שרטטו דיאגרמת מקלות, וסמנו על הציר האופקי את הממוצע ואת השכיח.



הסכום בש"ח	שכיחות (מספר תורמים)
10	5
15	3
20	4
25	2

(א) השלימו רישום של סדרת הנתונים בשורה ושכיחויות מעל.

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10}^5 + \overbrace{15 + 15 + 15}^3 + \dots$$

(ב) כמה תורמים היו סה"כ?

(ג) חשבו את הממוצע.

לייעול החישוב אין צורך לחבר מחוברים שווים ואפשר לחשב כמכפלות:

$$\boxed{5} \cdot 10 + \boxed{3} \cdot 15 + \dots$$

השלימו וחשבו את סך כל התרומות שנאספו.

הסכום	שכיחות (מספר תורמים)	מכפלה
10	5	50
סה"כ		

— מצאו את הממוצע (חלקו במספר התורמים).



3. בדקו ומצאו כי בעיר אי-שם 30 מתושבי העיר קיבלו דוחות תנועה בשנת 2002 (חלק מהם נהגים מאד לא זהירים).

מספר דוחות	1	2	3	4
מספר נהגים (שכחות)	14	7	4	5

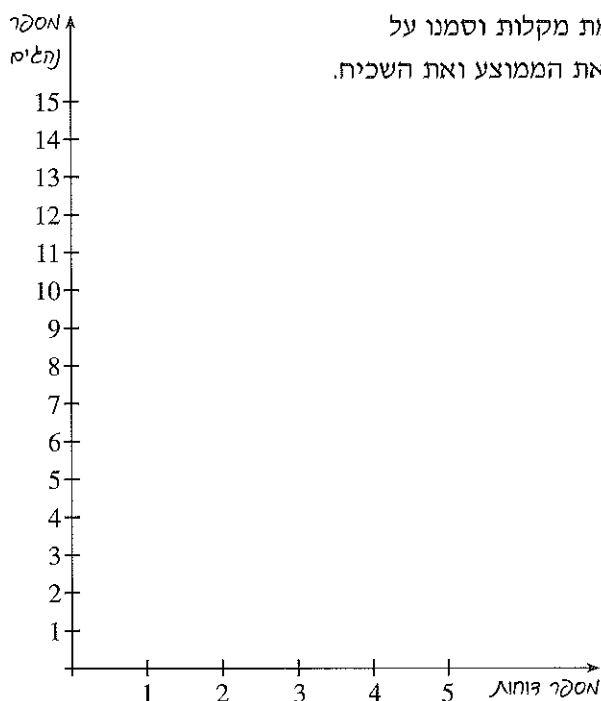
(א) כמה נהגים קיבלו 2 דוחות?

(ב) מצאו את הממוצע. תחילה השלימו את השורה לחישוב הממוצע.

$$\frac{1 \cdot 14 + 2 \cdot \square + \dots}{30} =$$

(ג) מהו מספר הדוחות השכיח ביותר בשכונה הזו?

(ד) שרטטו דיאגרמת מקלות וסמנו על הציר האופקי את הממוצע ואת השכיח.





4. ברשימה מופיעים מספר הסרטים אותם ראו תלמידי כיתה י' בחופשת הקיץ.

0, 1, 3, 0, 6, 2, 2, 1, 1, 4, 3, 5, 5, 5, 6, 0, 3, 3, 3, 2,
1, 1, 4, 5, 2, 2, 3, 7, 4, 3, 3, 1, 1, 0, 0, 7, 7, 1, 1, 1.

א) השלימו את טבלת השכיחויות.

מספר סרטים	מספר התלמידים (שכיחות)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
סה"כ: 40	

ב) איזה אחוז מכלל התלמידים ראו 7 סרטים בחופשת הקיץ?

ג) איתן חישוב את הממוצע כך: $\frac{0+1+2+3+4+5+6+7}{8}$
האם זה נכון? נמקו.

ד) אודי חילק את הסה"כ 109 ב- 8 (8 : 109) וקיבל ממוצע 13.62.
האם התשובה הגיונית? מה הטעות שלו?

ה) חשבו את הממוצע.

ו) שרטטו דיאגרמת מקלות מתאימה וסמנו על הציר האופקי את הממוצע ואת השכיח.

5. ברשימה שלפניכם נתון מספר הילדים בכל משפחה בכיתה מסוימת.

3, 1, 4, 2, 3, 5, 1, 1, 8, 5, 6, 2, 9, 6, 1, 2, 4, 5, 3, 5, 9,
1, 6, 2, 4, 4, 5, 6, 3, 5, 5, 4, 6, 1, 4, 2, 3, 4, 5, 1,

(א) השלימו את טבלת השכיחויות:

מספר הילדים במשפחה	1	2	3	4	5	6	7	8	9
השכיחות									

(ב) מהו מספר הילדים הגדול ביותר במשפחה?

(ג) מהו מספר הילדים הקטן ביותר במשפחה?
כמה משפחות כאלה יש?

(ד) מהו המספר השכיח של ילדים במשפחה?

(ה) מהו הממוצע של מספר הילדים במשפחה?
תוכלו לרשום בשורה:

$$\overbrace{1 + \dots + 1}^{7 \text{ פעמים}} + \overbrace{2 + \dots + 2}$$

או תוכלו להשלים את השורה לחישוב הממוצע:

$$\text{ממוצע} = \frac{1 \cdot \boxed{7} + 2 \cdot \boxed{} + \dots}{\text{מספר המשפחות}}$$

6. בית חולים ערך התרמה במקומות עבודה שונים, במטרה לאפשר רכישת מכשיר משוכלל.

א) במקום עבודה אחד נאספו התרומות הבאות:

שכיחות (מספר התורמים)	הסכום בשקלים
1	300
2	20
3	10
34	5

— מצאו את השכיח.

— חשבו את הממוצע.

$$300 + \overbrace{20 + 20}^2 + \overbrace{10 + 10 + 10}^3 + \overbrace{5 + \dots + 5}^{34}$$

נרשום כמכפלות:

$$\text{ממוצע} = \frac{300 \cdot \boxed{1} + 20 \cdot \boxed{2} + 10 \cdot \boxed{} + 5 \cdot \boxed{}}{\text{מספר התורמים}}$$

איזה מדד משקף, לדעתכם, טוב יותר את גובה התרומה של כל עובד?

ב) במקום עבודה אחר נאספו התרומות הבאות:

שכיחות (מספר התורמים)	הסכום בשקלים
10	18
8	15
7	5

— מצאו את השכיח.

— חשבו את הממוצע.

ג) באיזו קבוצה, לדעתכם, תרמו האנשים "בעין יפה" יותר? הסבירו.

7. לפניכם ציוניהם של שני תלמידים בכיתה מסוימת בשלושה מבחנים במתמטיקה.

תלמיד אחד קיבל את הציונים: 9, 9, 0.

תלמיד שני קיבל את הציונים: 6, 7, 8.

בבית ספרם נהוג לתת את ממוצע ציוני המבחנים כציון השלישי.

האם, לדעתכם, נוהל זה צודק? נמקו.

8. בטבלה שלפניכם רשום מספר הילדים בכל משפחה ביישוב מסויים.

מספר הילדים במשפחה	מספר המשפחות (שכיחות)
0	5
1	7
2	18
3	30
4	20
5	6
6	4

(א) רשמו את השכיח.

(ב) חשבו את הממוצע. (תוכלו לרשום כשורת מספרים)

(ג) שרטטו דיאגרמת מקלות מתאימה לטבלה.

סמנו על הציר האופקי, את השכיח ואת הממוצע שחישבתם.

9. בכיתה התקבלו הציונים הבאים:

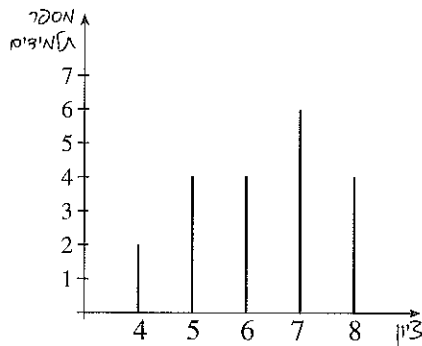
ציון	מספר תלמידים
10	1
9	3
8	3
7	10
6	5
5	9

(א) מה השכיח של הציונים?

(ב) אמדו, האם הממוצע גבוה או נמוך מהשכיח.

(ג) חשבו את הממוצע ובידקו את תשובתכם לסעיף ב'.

10. דיאגרמת המקלות הבאה מתארת תוצאות מבחן במתמטיקה בכיתה מסוימת.



(א) השלימו את טבלת השכיחויות.

(ב) מהו הציון השכיח?

(ג) חשבו את הציון הממוצע.

ציון	מספר תלמידים

11. לפניכם טבלת שכיחויות של ציונים במתמטיקה בשתי כיתות:

כיתה 2		כיתה 1	
הציון	השכיחות	הציון	השכיחות
3	10	1	10
6	9	2	9
3	8	9	8
2	7	12	7
5	6	6	6
4	5	0	5
0	4	1	4

א) באיזו כיתה יותר תלמידים מצטיינים (שציוניהם 9 או 10)?

ב) מהו השכיח בכל אחת מהכיתות?

ג) מהו הממוצע בכל אחת מהכיתות?

ד) באיזו כיתה השכיח והממוצע "כמעט" שווים?

עוד על ממוצע

1.  בכיתה שבה 40 תלמידים נערך מבחן.

3 תלמידים קיבלו ציון 5.

8 תלמידים קיבלו ציון 6.

17 תלמידים קיבלו ציון 7.

שאר התלמידים קיבלו ציון 8 או 9.

הציון הממוצע בכיתה היה 7.

נסה למצוא כמה תלמידים קיבלו ציון 8 וכמה קיבלו ציון 9.

מספר התלמידים	הציון
3	5
8	6
17	7
---	8
---	9

א) כמה תלמידים קיבלו יותר מ-7?

ב) נארגן את הנתונים בטבלה.

ג) נשער ש- $\boxed{2}$ תלמידים קיבלו ציון 8

ו- $\boxed{10}$ תלמידים קיבלו ציון 9

ונחשב את הממוצע:

$$\frac{3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 17 \cdot 7 + \boxed{2} \cdot 8 + \boxed{10} \cdot 9}{40} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מהו הממוצע? האם הוא יותר או פחות מ-7?

ד) שנו את ההשערה. לפי מה שרשמתם תחליטו לאן להוסיף תלמידים ומאיפה להוריד.

נניח ש- $\boxed{}$ תלמידים קיבלו ציון 8 ו- $\boxed{}$ תלמידים קיבלו ציון 9.

חשבו את הממוצע:

$$\frac{3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 17 \cdot 7 + \boxed{} \cdot 8 + \boxed{} \cdot 9}{40} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מהו הממוצע? האם הוא יותר או פחות מ-7?

ה) אם הממוצע עדיין אינו 7, המשיכו לשער עד שתגיעו לממוצע 7 בדיוק.

$$\frac{3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 17 \cdot 7 + \square \cdot 8 + \square \cdot 9}{40} = \underline{\hspace{2cm}}$$



2. בבחינה נבחנו 100 תלמידים והציונים שהתקבלו היו 6, 7, 8 בלבד. 46 תלמידים קיבלו את הציון 7.

א) כמה תלמידים קיבלו ציון 6 או 8?

ב) ממוצע הציונים בכיתה הוא 7.1.

נסו למצוא כמה תלמידים קיבלו ציון 6 וכמה קיבלו ציון 8: שערו ונסו להגיע לממוצע 7.1 בדיוק;

התחילו בהשערה I: נניח ש-20 תלמידים קיבלו ציון 6

ו-34 תלמידים קיבלו ציון 8.

נארגן את הנתונים בטבלה:

הציון	מספר התלמידים
6	20
7	46
8	34

חשבו את הממוצע:

$$\frac{20 \cdot 6 + 46 \cdot 7 + 34 \cdot 8}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

האם הממוצע גדול או קטן מ-7.1?

ב) שערו פעם נוספת וחשבו את הממוצע:

$$\frac{\square \cdot 6 + 46 \cdot 7 + \square \cdot 8}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

המשיכו עד שתגיעו לממוצע של 7.1 בדיוק.

אפניכם שאנף נוספת שבה לא ידוע כמה משפחות שלמה באדלם.

3.  בבניין מסויים רשמו את מספר הילדים בכל משפחה, וחיסבו את הממוצע. התברר כי המספר הממוצע של ילדים למשפחה הוא 2.

להלן טבלת השכיחויות.

מספר ילדים	מספר משפחות (שכיחות)
1	9
2	6
3	—
4	3

לכמה משפחות יש 3 ילדים?

פתרון:

א) נניח שאין משפחות עם 3 ילדים בבניין.

חשבו:

$$\frac{9 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 4}{18} = \underline{\hspace{2cm}}$$

אם לא טעיתם קיבלתם ממוצע 1.83 וזה כמובן פחות מ-2.

ב) הניחו, כעת, כי יש משפחה 1 עם 3 ילדים.

חשבו:

$$\text{ממוצע} = \frac{\hspace{2cm}}{19} = \underline{\hspace{2cm}}$$

אם לא טעיתם קיבלתם ממוצע שהוא עדיין קטן מ-2.

ג) הניחו, כעת, כי יש 2 משפחות עם 3 ילדים.

חשבו:

$$\text{ממוצע} = \frac{\hspace{2cm}}{20} = \underline{\hspace{2cm}}$$

המשיכו באופן דומה עד שתגיעו לממוצע 2.

אם כן, לכמה משפחות יש 3 ילדים?



4. בטבלה שלפניכם רשימה של הסכומים שנתרמו במבצע "הקש בדלת" בבית משותף.

הסכום בש"ח	מספר התורמים (שכיחות)
5	6
10	8
15	
20	5

הסכום הממוצע שתרום כל אחד היה 12.5 ₪.
כמה תורמים תרמו 15 ₪?
שערו, רשמו במשבצת את השערתכם וחשבו את הממוצע לפי השערתכם.
בידקו אם הוא גדול או קטן מ-12.5.

$$\frac{\boxed{6} \cdot 5 + \boxed{8} \cdot 10 + \boxed{} \cdot 15 + \boxed{5} \cdot 20}{\boxed{}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

אם לא קיבלתם 12.5 שערו מחדש וחשבו עד שתגיעו לממוצע זה.

דאיגס כי אפשר אפגאר שאאאג כמא שפגרגס הגרגלויס פאחלונס אאא משואאג.
 נראפ כגא כיצד אפגאר שאאאג כאאפ פאמציגא משואאג.
 פפמשג אכאא אפגאר כרצונכס - גס אא פוי משואאג.

5. 15 תלמידים נבחנו בבחינה. לפניכם טבלת שכיחויות של ציוניהם. 

הציון	מספר התלמידים (שכיחות)
100	—
90	—
80	2
70	3
60	2

הציון הממוצע בכיתה 8.2.
 כמה תלמידים קיבלו ציון 90 וכמה קיבלו ציון 100?

פתרון:

נסמן את מספר התלמידים שקיבלו 100 ב- x .
 כמה תלמידים קיבלו ציון 90? (זכרו, מספר התלמידים בכיתה 15).
 נרשום משוואה הקובעת כי הציון הממוצע הוא 8.2:

$$\frac{x \cdot 100 + (100 - x) \cdot 90 + 2 \cdot 80 + 3 \cdot 70 + 2 \cdot 60}{15} = 8.2$$

פתרו את המשוואה, ומצאו כמה תלמידים קיבלו 100 וכמה קיבלו 90?



6. בבחינת סיום רשמו את התוצאות בטבלת השכיחויות הבאה:

הציון	מספר התלמידים (שכיחות)
60	3
70	15
80	—
90	7
100	2

ממוצע הציונים בבחינה היה 78.
כמה תלמידים קיבלו ציון 80?

פתרון:

נסמן את מספר התלמידים שקיבלו ציון 80 ב- x .

השלימו: סכום כל הציונים: _____

מספר התלמידים שנבחנו: $27 + x$

רשמו משוואה הקובעת כי הציון הממוצע הוא 78.

השלימו:

$$\frac{\text{_____}}{27 + x} = 78$$

פתרו את המשוואה.

כמה תלמידים קיבלו ציון 80?

פגרו אגלגי פלסאלוג הפאלוג כרצונכם. על-ידי פלסלוג אבדיקטן אן פאמפצלוג מלואאלוג

7. בכיתה י"א 30 תלמידים. במבחן בלשון התקבלו הציונים הבאים:

הציון	שכיחות (מספר התלמידים)
50	2
60	7
70	—
80	—
90	4
100	1

ממוצע הציונים בבחינה היה 72.

כמה תלמידים קיבלו ציון 70 וכמה קיבלו ציון 80?

8. לפניכם טבלת משכורות במפעל, שבו המשכורת הממוצעת היא 5080 ש"ח.

משכורת בש"ח	שכיחות (מספר הפועלים)
3000	10
4000	15
5000	30
6000	8
7000	6
8000	—
11000	1

מצאו, כמה מקבלים שכר של 8000 ש"ח?

פרק ד': הסתברות

שער ובדוק

השאלות הבאות לומצות באיזה סוג של בקיאות נלסוק ביחידת לימוד זו.

1.  דני עובד בחנות אחרי הלימודים. בסוף כל יום הוא מקבל על עבודתו 50 ש"ח. ביום בהיר אחד הציע בעל החנות לדני: במקום לשלם לך כל יום 50 ש"ח. נורוק בכל יום קוביית משחק. אם "יצא" ☐ תקבל 200 ש"ח, אם יצא מספר אחר של נקודות (שונה מ-1) תקבל 10 ש"ח.

א) מה דעתכם, כדאי לדני להסכים? רשמו את השערותכם ונמקו בכתב.

ב) כדי לעזור לדני נערוך ניסוי: זרקו את הקובייה 10 פעמים ורשמו כמה פעמים קיבלתם ☐.

שמרו על התוצאה שקיבלתם (מספר הפעמים שהתקבל ☐). תשתמשו בתוצאה זו גם בשיעור הבא. 

ג) נניח שדני קיבל את הצעת בעל החנות, כמה היה מרוויח ב-10 ימים על פי הניסוי שביצעתם?

כמה היה מרוויח ב-10 ימים, אילו קיבל 50 ש"ח בכל אחד מהימים?

ד) איספו את תוצאות הניסוי מהכיתה כולה.

כמה היה דני מרוויח בכל הימים על-פי הניסוי של כל הכיתה?

כמה היה מרוויח סה"כ, בכל הימים האלה, אילו קיבל 50 ש"ח בכל יום?

ה) השוו עם ההשערה שרשמתם בסעיף א'.

בארכען פארגלויס פאסאן 2-5 שטעל אונקא אל פלעלוגיכס. פאמלך פאראנד נאכדאן פלעלוג אלס.

2.  איילת וחגית זרקו כל אחת חמש פעמים קוביית משחק רגילה. איילת קיבלה 3 פעמים שש וחגית לא קיבלה שש כלל. שתיהן עומדות לזרוק את הקובייה פעם נוספת. איזה סיכוי גדול יותר, לדעתכם?
- שאיילת תקבל שש?
 - שחגית תקבל שש?
 - לשתיהן אותו סיכוי לקבל שש? נמקו את השערתכם.

3.  במשפחה שלושה בנים והאם בהריון. איזה סיכוי גדול יותר לדעתכם:
- שיוולד בן?
 - שתיולד בת?
 - סיכוי שווה לבן ולבת? נמקו את השערתכם.

4.  זורקים שתי קוביות משחק. שחקן אחד ינצח אם כל אחת משתי הקוביות תראה אותו מספר. השחקן השני ינצח אם כל קובייה תראה מספר אחר. איזה שחקן הייתם בוחרים להיות? רשמו את בחירתכם ונמקו.

5.  זורקים שתי מטבעות של שקל. אלכס ינצח אם שתי המטבעות תראנה אותו צד. ברוך ינצח אם כל מטבע תראה צד אחר. האם המשחק הוגן?

שכיחות יחסית והסתברות

1. (א) 12 תלמידים מכיתה י' הצליחו בבחינה במתמטיקה. 15 תלמידים מכיתה י' הצליחו באותה הבחינה.

האם תוכל לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר?
(ב) בכיתה י' סך הכל, 15 תלמידים, ובכיתה י' 30 תלמידים. האם תוכלו כעת לקבוע באיזו כיתה ההצלחה גדולה יותר?

2. (א) אבנר ירה חץ למטרה 45 פעם, ופגע 15 פעמים. עוזי ירה 50 פעם ופגע 15 פעמים. מי מהם הצליח יותר?

(ב) אבנר ירה חץ למטרה 30 פעם, ופגע 15 פעמים. עוזי ירה 40 פעם ופגע 18 פעמים. מי מהם הצליח יותר?

כפי שראיתם בהגזיות 1 ו-2 לא מספיק אדגל את מספר ה"הצלחה" של ניסוי מסוים. כדי לקבוע איזו גלגלת טופה יאגר, צריך אדגל כמה פעמים באדגל הניסוי, ולחשב את היחס בין מספר ההצלחה למספר הניסויים.
יחס זה נקרא "שכיחות יחסית".

3. (א) רשמו בטבלה (בטור "יחיד") כמה פעמים התקבל ☐ כשזרקתם קובייה בתרגיל 1 בסעיף הקודם.

חשבו את היחס בין מספר הפעמים שהתקבל ☐ למספר הזריקות ורשמו בטבלה.

(ב) צרפו את תוצאותיכם לתוצאות שכנכם (רשמו בטבלה). חשבו את היחס המתאים.

צרפו תוצאות של כל הטור (או קבוצה). חשבו את היחס ורשמו בטבלה. איספו את תוצאות הכיתה כולה, והשלימו את הטבלה.

מספר זריקות	יחיד	זוג	טור או קבוצה	כיתה
☐ מספר פעמים שהתקבל				
☐ מספר פעמים שהתקבל				
מספר הזריקות	10	20		

ג) מהו הערך המינימלי ומהו הערך המכסימלי של השכיחות היחסית?

הגרעין זה פדלמנו אל הנטיה של השכיחא היחסיג אהקרה אמספר מסוים כאלו
מספר הניסויים הוחר ודל. כמו כן דאיונו, שאם נלדיו ודל אדא אמספר הניסויים,
השכיחא היחסיג של הופעת $\square$ כאלו לא גלגה, כאלו, היא גלגה סביב מספר
מסוים.

4.  במקרה של הניסוי בתרגיל 3, ניתן היה לשער מה יהיה "המספר" שיתקבל גם
ללא ניסוי ולהשתמש בו כדי לאמוד מספר תוצאות שמתקבלות.

(א) לאיזה מספר מתקרבת השכיחות היחסית של הופעת $\square$ כשזורקים
קובייה.
נניח שנזרק קוביית משחק 1000 פעמים.

(ב) כמה פעמים בערך יופיע על הקובייה $\square$?

(ג) כמה פעמים בערך יופיע על הקובייה $\square$?

(ד) כמה פעמים בערך יופיע על הקובייה מספר זוגי?

המספר אליו מתקרבת ועליו מתייצבת השכיחות היחסית, כשמספר הניסויים
גדל, נקרא בשם הסתברות של המאורע.

אלגים ניגן אקבול מפי ההסגולא לא ניסוי וכמו הגרעין 3 ו- 4. בסליים
הבאים גלמדו כיצד אלגולא לא גל במקרים אלו אפול אבול ניסוי ודדוק אל
ההסגולא חולסה נכון.
מקרים הבל לא ניגן אקבול מפי ההסגולא יל אבול ניסוי, אל אקח אל מלידל
הדול מניגונים שנגלשו הלה.

5.  זורקים 200 פעם מטבע של שקל.

כמה פעמים, בערך, תיפול המטבע על  (שקר) ?

סמנו תוצאות הנראות לכם מתקבלות על הדעת:

10 , 25 , 105 , 152 , 190 , 80 , 95

6.  ידוע כי ל- 35% מאוכלוסייה מסוימת צבע עיניים חום.

בודקים 1000 אנשים.

לכמה אנשים, בערך, יש צבע עיניים חום? רשמו שלושה מספרים אפשריים.

7.  בכיתה מסויימת בדקו את הציון במתמטיקה בתעודות, והתקבלו התוצאות הבאות:

10	9	8	7	6	5	4	ציון
1	3	5	10	4	1	1	מספר תלמידים

(א) כמה תלמידים בכיתה?

(ב) כמה תלמידים קיבלו 6?

מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו 6?

(ג) כמה תלמידים קיבלו מעל 8?

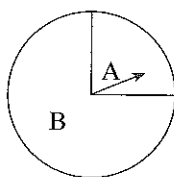
מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון גבוה מ- 8?

(ד) כמה תלמידים קיבלו ציון חיובי (6 ומעלה)?

מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון חיובי?



8. קבעו אם ניתן לדעת ללא ניסוי, או מידע מצטבר, מהי ההסתברות בכל אחד מהמקרים הבאים.



- (א) שיעון חולק לשני חלקים A ו-B כמשורטט.
סובבו את המחוג.
ההסתברות שהמחוג יפול באזור A.

- (ב) כשזורקים נעץ הוא נופל באחת משתי הצורות
ההסתברות שהנעץ יפול בצורה  או .

(ג) ההסתברות ליזכות בפרס הגדול בהגרלת פיס.

(ד) בקופסה נמצאים עשרה פתקים עם שמות שונים. על אחד מהפתקים רשום רותי. ההסתברות להוציא את הפתק עליו רשום רותי.

גרליים

9. נועה נגשה לשני שלבים של מבחן קבלה.
בשלב הראשון ענתה נכון על 15 מתוך 20 שאלות. בשלב השני ענתה נכון על 24 מתוך 30 שאלות.

(א) על איזה חלק מהשאלות ענתה נכון בשלב הראשון? בשני?

(ב) באיזה משני השלבים הצליחה נועה יותר?

10. איילת ונועה משחקות בסביבון חנוכה שעליו מסומנות האותיות נ, ג, ה, פ.
איילת תזכה בנקודה אם הסביבון יראה פ, או ג, או ה, נועה תזכה בנקודה אם הסביבון יראה נ.

(א) האם המשחק הוגן?

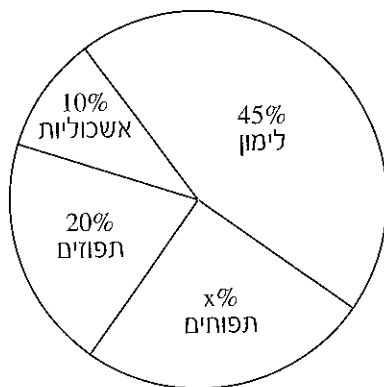
(ב) האם אפשר לחזות מי תנצח אם הן תסובבנה את הסביבון פעם אחת?

(ג) האם אפשר לחזות מי תנצח אם הן תסובבנה את הסביבון 2000 פעם?

(ד) בכמה נקודות, בערך, אתם מצפים שאיילת תזכה אם הן תסובבנה את הסביבון 1000 פעמים?

11. ההסתברות שלאדם יהיה סוג דם A היא 0.4. בודקים 10,000 אנשים. לכמה מהם, בערך, יש סוג דם A?

12. חברת "משקה" ערכה סקר העדפה של 4 סוגי משקאות. התוצאות רשומות בדיאגרמת העיגול.



- (א) איזה אחוז מהנשאלים מעדיפים משקה תפוזים?
- (ב) בוחרים באקראי אחד הנשאלים. מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה לימון?
- (ג) בוחרים באקראי אחד הנשאלים. מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה תפוזים?
- (ד) בוחרים באקראי אחד הנשאלים. מה ההסתברות שהוא אינו מעדיף משקה אשכוליות?

קו סיכוי



1. משה זורק קוביית משחק רגילה ומתכן כך:

אם יצא 6, אלך לשחק כדורגל.

אם יצא מספר קטן מ-6 אלך לקולנוע.

אם יצא מספר גדול מ-6, אתחיל לעשות שיעורי בית.

רשמו ליד כל מאורע אם **יכול** לקרות, חייב לקרות, או בלתי אפשרי.

— משה יכין שיעורי בית.

— משה יצא מהבית.

— משה ילך לקולנוע.

אומרים שמאורע **וודאי** אם הוא יתגשם בוודאות.

מאורע **בלתי אפשרי** אם לא ייתכן שהוא יתגשם.

מאורע **אפשרי** בכל מקרה אחר כלומר, אם יש אפשרות שהוא יתגשם אך

אינו חייב להתגשם.



2. שמים בקופסה 3 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו-3 כדורים כחולים.

מוציאים מהקופסה בלי להסתכל ארבעה כדורים בזה אחר זה.

(לא מחזירים לאחר כל הוצאה.)

רשמו ליד כל מאורע אם הוא בלתי אפשרי, אפשרי או וודאי.

(א) לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.

(ב) שניים מהכדורים לבנים ושניים אדומים.

(ג) לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.

(ד) בין ארבעת הכדורים אין אף כדור לבן.

(ה) לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.



3. כפי שראיתם בסעיף הקודם השכיחות היחסית, ולכן גם ההסתברות, מקבלת ערכים מ-0 ועד ל-1.

(א) לאיזה מאורע מתאימה הסתברות 0?

(ב) לאיזה מאורע מתאימה הסתברות 1?

(ג) בדקו בשאלה 2: האם יש מאורע שהסתברותו 0? האם יש מאורע שהסתברותו 1?

ההסתברות של מאורע בלתי אפשרי שווה ל-0 (סעיף ג' בתרגיל 2).
הסתברות של מאורע וודאי שווה ל-1 (סעיף ה' בתרגיל 2).
בכל מקרה אחר, הסתברות היא בין 0 ל-1.

כחיי יום יום משמשים אֶלֶּיָּגִים במושל "סיכוי" (אלמנטים משפטים כמו "יש לי סיכוי אֶלֶּיָּגִים במבחן" או "יש לי סיכוי טוב אֶלֶּיָּגִים"). הפסגה היא אֶלֶּיָּגִים המספר ל"מאורע" אֶלֶּיָּגִים הסיכוי הזה.

הסעיף זה נשמר בקו סיכוי כדי לאפיין אֶלֶּיָּגִים הפסגה, כאשר הנקודה 0 נמצאת מאחלקה בלתי אפשרית, ונקודה 1 נמצאת מאחלקה וודאית.



4. מיינו את המאורעות הבאים וסמנו את האות המציינת את הסעיף על קו סיכוי לפי ההסתברות שלו להתגשם. (בחלק מהמקרים יכולות להתקבל תשובות שונות).
קו סיכוי:



(א) בן אדם יחיה חודשיים בלי נזלים.

(ב) שמים קוביית קרח על השולחן ביום קיץ והיא תימס.

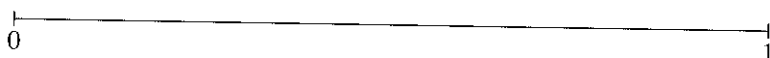
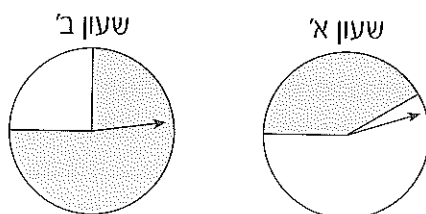
(ג) התינוק הבא שיוולד בבית חולים בלינסון יהיה בן.

(ד) תקבל 100 במבחן הבא במתמטיקה.

(ה) יצא 4 כשתזרוק קוביית משחק.



5. מסובבים את המחוג בכל אחד מהשעונים המשורטטים. מצאו באיזה משני השעונים ההסתברות שהמחוג יעצור באזור המושחר גבוהה יותר. סמנו בערך, על קו הסיכוי את ההסתברות המתאימה לכל שעון.



6. מטילים מטבע 1000 פעמים. דיון

- (א) סמנו, בערך, על קו הסיכוי את המאורעות הבאים.
 A: יצא 1000 פעמים עץ.
 B: יצא 1010 פעמים עץ.
 C: יצא עץ יותר מ- 450 ופחות מ- 550 פעמים.
 D: יצא עץ בין 850 ל- 950 פעם.
 E: לא יצא אף פעם עץ.



- (ב) לאיזה מהמאורעות הבאים יש סיכוי גדול יותר? נמקו.
 A: שיצא עץ בין 450 ל- 550 פעם.
 B: שיצא עץ בדיוק 500 פעם.

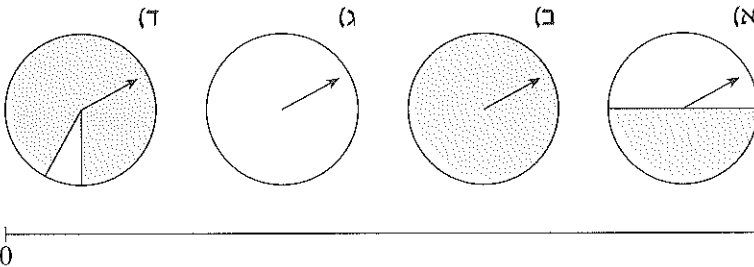
7. בקופסה נמצאים 100 פתקים מהם 99 לבנים ו-1 אדום. אמרו את ההסתברות וסמנו בערך, על קו הסיכוי, את אות הסעיף המציינת כל מאורע.



- (א) להוציא שני פתקים לבנים.
 (ב) להוציא פתק אדום.
 (ג) להוציא שני פתקים אדומים.
 (ד) להוציא פתק אדום ופתק לבן.
 (ה) להוציא לפחות פתק אחד לבן.

8. מסובבים את מחוגי ה"שעונים" הבאים ובודקים אם המחוג נעצר באזור המושחר.

רשמו את האות המציינת את הסעיף, במקום המתאים על קו הסיכוי.



9. מסובבים סביבון של חנוכה 100 פעמים (האותיות המופיעות נ, ג, ה, פ). סמנו בערך, על קו הסיכוי את המאורעות הבאים:

- A: יצא 100 פעמים נ.
 B: לא יצא אף פעם נ.
 C: יצא 110 פעמים נ.
 D: יצא נ בין 20 ל-30 פעם.
 E: יצא נ בין 80 ל-90 פעם.



תוצאות שוות הסתברות

בסעיפים הקודמים ראינו שאפשר לקבוע את ההסתברות ללא ניסוי, והואק ממוקרים לא ניגן לקבוע מה ההסתברות בדיוק 5. כלומר, לעיתים יש הכרח לבצע ניסוי, אלא בדיוק גאצאל שנסאפא בדיוק כל שפיא, כדי לקבוע את ההסתברות.

בסעיף זה נעסוק בדרכים לחישוב ההסתברות במקרים בהם ניגן למצאא הסתברות ללא ניסוי, אך נעזר לעיתים בניסוי כדי לבדוק את החישוב.

1. בתוך קופסה נמצאים 3 כדורים לבנים, 2 כדורים אדומים ו- 5 כדורים כחולים.



מוציאים מבלי להסתכל כדור אחד.

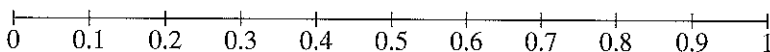
נסו למצוא מה ההסתברות של כל מאורע וסמנו את האות המתאימה לסעיף על קו הסיכוי.

(א) להוציא כדור לבן.

(ב) להוציא כדור אדום.

(ג) להוציא כדור כחול.

(ד) להוציא כדור ירוק.



אזכור חישוב ההסתברות בגרעין 1, חישובם ודאי את היחס בין הגאצאל המאצאלא למאורע, אבין כל הגאצאל האפשריות לחשב בסעיף אי $\frac{3}{10}$.



בתרגילים הבאים, כשנעסוק בהסתברויות הקשורות בזריקת קובייה הכוונה היא (אם לא יצוין אחרת) לקובייה מאוזנת. כלומר, כשזורקים קובייה כזו ההסתברות שהיא תיפול על כל אחת מהפיאות זהה. (באופן דומה כשמדובר בזריקת מטבע, הכוונה למטבע מאוזנת).



2. זורקים קוביית משחק.
חשבו את ההסתברות של המאורעות הבאים וסמנו את האות "המתאימה"
על קו הסיכוי.

(א) יופיע מספר זוגי.

(ב) יופיע מספר המתחלק ב- 3.

(ג) יופיע מספר זוגי המתחלק ב- 3.

(ד) יופיע מספר קטן מ- 7.

(ה) יופיע מספר גדול מ- 6.



$$\frac{\text{מספר תוצאות במאורע } A}{\text{מספר כל התוצאות האפשריות}} = A$$

הנוסחה: ההסתברות של המאורע A משמשת לחישוב הסתברות כאשר ידוע מספר כל התוצאות האפשריות ומספר התוצאות במאורע A , וכאשר לכל תוצאה אפשרית אותה הסתברות.



3. בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל.

150,000	9000	7500	3200	2500	2100	1700	1500	משכורת חודשית (בש"ח)
1	2	1	5	8	2	4	2	מספר עובדים (שכיחות)

- (א) כמה עובדים במפעל?
- (ב) כמה עובדים משתכרים מעל 2000 ש"ח?
- שם של עובד נבחר באקראי מרשימת העובדים.
- (ג) מה ההסתברות שמשכורתו מעל 2000 ש"ח?
- (ד) מה ההסתברות שמשכורתו מתחת ל- 2000 ש"ח?
- (ה) מה השכיחות היחסית (הסתברות) של עובדים שמשכורתם בין 2000 ל- 3500 ש"ח?
- (ו) חשבו את סה"כ הסכום שמשלם המפעל בכל חודש למשכורות של עובדיו.
- (ז) חשבו את ממוצע המשכורת במפעל.
- האם הממוצע מאפיין את שכר העובדים במפעל?
- (ח) כמה עובדים במפעל משתכרים פחות מהממוצע?
- (ט) מה ההסתברות שמשכורתו של עובד שנבחר באקראי תהיה פחות מהממוצע?



4. (א) נניח כי ההסתברות להצליח במבחן במתמטיקה היא 0.6.

- מה ההסתברות להיכשל במבחן זה?
- (ב) נניח כי ההסתברות לחלות כתוצאה מאכילת חומוס בישראל היא 0.02.
- מה ההסתברות לא לחלות כתוצאה מאכילת חומוס?
- (ג) במפעל מסוים מקבלים 80% מהעובדים שכר של 4000 ש"ח או פחות.
- מה ההסתברות לבחור באקראי מרשימת העובדים עובד, ששכרו מעל 4000 ש"ח?



5. זורקים קובייה שעל אחת מפאותיה מופיע המספר 1.

על שתיים מפאותיה מופיע המספר 2.

על שלוש מפאותיה מופיע המספר 3.

נועה רשמה את קבוצת התוצאות האפשריות כך: $\{1, 2, 3\}$.

איילת רשמה את קבוצת התוצאות האפשריות כך: $\{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$.

א) מי משתי הבנות רשמה באופן המתאים לחישוב הסתברויות? נמקד.

ב) מה ההסתברות שיתקבל 2?

ג) מה ההסתברות שלא יתקבל 2?



6. זורקים קוביית משחק.

א) מה ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב- 3?

ב) מה ההסתברות לקבל מספר גדול מ- 1?

ג) רשמו מאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.

ד) רשמו מאורע שההסתברות שלו 1.

ה) רשמו מאורע שההסתברות שלו 0.



7. בכד 10 כדורים, מהם 6 אדומים ו- 4 שחורים.

מוציאים כדור מבלי להסתכל. מה ההסתברות שיוצא כדור שחור?



8. בקיבוץ מסוים ספרו כמה ילדים בכל משפחה, והתקבלה הטבלה הבאה:

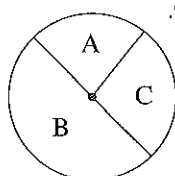
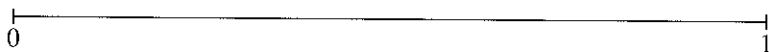
מספר ילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר משפחות	5	20	40	25	10

- (א) כמה משפחות בקיבוץ?
- (ב) מה ההסתברות שבמשפחה הנבחרת באקראי יהיו 3 ילדים?
- (ג) מה ההסתברות שבמשפחה הנבחרת באקראי יהיו **לפחות** 4 ילדים? (כלומר, 4 ילדים או יותר).
- (ד) מה ההסתברות שבמשפחה הנבחרת באקראי יהיו **לכל היותר** 3 ילדים? (כלומר, 3 ילדים או פחות).
- (ה) מה סכום ההסתברויות שרשמתם בסעיפים ג' ו-ד? הסבירו.

גרליים

9. מסובבים סביבון של חנוכה פעמים (האותיות המופיעות נ, ג, ה, פ). חשבו את ההסתברות ורשמו את האות המציינת את הסעיף במקום המתאים על קו הסיכוי.

- (א) יצא נ.
- (ב) לא יצא נ.
- (ג) יצא נ או ג.
- (ד) יצא ש.



10. שערן מחולק לשלושה חלקים, לאו דווקא שווים: A, B ו- C. נתון כי ההסתברות שהמחוג יעצור ב- A היא 0.2, וההסתברות שהמחוג יעצור ב- B היא 0.5. מצאו מה ההסתברות שהמחוג יעצור ב- C.

11. רושמים על פתקים את המספרים מ-1 עד 20. מניחים את הפתקים בסל, מערבבים ומוציאים פתק מבלי להסתכל.

- (א) מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ-1?
 (ב) מה ההסתברות להוציא מספר קטן מ-10?
 (ג) מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ-10?
 (ד) מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ-0?
 (ה) מה ההסתברות להוציא מספר קטן מ-100?
 (ו) מה ההסתברות להוציא מספר גדול מ-40?

12. (א) זורקים מטבע לא מאוזנת.
 ההסתברות שיצא עץ היא 0.4, מה ההסתברות שיצא מספר?

- (ב) ההסתברות להגדיל פרס במשחק מזל מסוים היא 15%.
 מה ההסתברות לא להגריל דבר?

13. התפלגות הציונים בבחינת מיון באנגלית היא:

7	8	9	הציון
80	200	100	מספר התלמידים

- (א) כמה תלמידים נבחנו בשה"כ?
 (ב) כמה תלמידים קיבלו ציון גבוה מ-8?
 (ג) כמה תלמידים קיבלו **לפחות** 8 (כלומר 8 או 9)?
 (ד) בוחרים תלמיד באקראי.
 — מה ההסתברות שציונו גבוה מ-8?
 — מה ההסתברות שציונו לפחות 8?

14. ביישוב קטן ספרו כמה ילדים יש בכל משפחה.

בטבלה שלפניכם רשומים הנתונים:

8	6	4	2	מספר ילדים במשפחה
3	4	6	10	מספר משפחות

- (א) כמה משפחות יש ביישוב? כמה משפחות להן 6 ילדים?
- (ב) בוחרים משפחה באקראי. מה ההסתברות שיהיו בה 6 ילדים?
- (ג) בכמה משפחות יש לפחות 4 ילדים?
מה ההסתברות שיהיו במשפחה הנבחרת באקראי, **לפחות** 4 ילדים?
(כלומר, 4 ילדים או יותר).
- (ד) מה ההסתברות שיהיו במשפחה הנבחרת באקראי, **לכל היותר** 4 ילדים?
(כלומר, 4 ילדים או פחות).

15. במפעל מסויים נבדקו 100 קופסאות נעצים.
להלן התפלגות מספר הנעצים הפגומים בקופסה.

0	1	2	3	מספר הנעצים הפגומים בקופסה
40	30	25	5	מספר קופסאות

- (א) בכמה קופסאות יש **לפחות** 2 נעצים פגומים?
- (ב) בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיו בה **לפחות** 2 נעצים פגומים?
- (ג) בכמה קופסאות יש **לכל היותר** נעץ אחד פגום (כלומר: אין נעצים פגומים או שיש נעץ אחד פגום)?
- (ד) בוחרים קופסה באקראי. מה ההסתברות שיהיה בה **לכל היותר** נעץ אחד פגום?

נספח 1 : הוראות הפעלה לתוכנות השונות

(I) לתוכנה מתמטיא בחלונות.

(א) לשרטוט פונקציה: רישמו את חוק הפונקציה בחלון הפונקציות והקישו Enter לשרטוט.



(ב) לשינוי סקלות: לחצו על לחצן "תכונות צירים" בסרגל הכלים הראשי. בתיבת שיח שנפתחה, שנו את גבולות הסקלות לגבולות הבאים: $0 \leq x \leq 940^\circ$, $-2 \leq y \leq 2$, הקישו "אישור".

(ג) להילוך על הגרף: הלכו עם העכבר על גבי גרף הפונקציה. לחצו לחיצה ימנית קצרה על העכבר ובחרו בנקודת עיגון על הפונקציה. (בחלון המידע מופיעים הערכים של שיעורי הנקודה שעליה נמצא



הסמן) תוכלו להלך בעזרת החיצים שנו בצד שמאל למטה את הצעד ל- 1° .

(ד) לבדיקת חיתוך בין גרפים או בין גרף לצירים: הלכו עם העכבר על הפונקציה עד אשר תגיעו לנקודת החיתוך. בנקודת החיתוך הסמן ישתנה ותפתח תיבה ובה רשום:

חיתוך ציר
חיתוך גרפים

בחרו את המתאים.

(ה) לניקוי המסך: בחרו "קובץ" בסרגל הכלים ואחר כך "חדש"

Derive לתוכנה (II)

(א) לשרטוט פונקציה:

כדי לראות את החלון האלגברי והגרפי במקביל, הקישו  בסרגל הכלים הראשי, בחרו בתפריט window ואחר-כך tile vertically.

רשמו בשורת העריכה למטה את חוק הפונקציה והקישו Enter.

וודאו שאתם נמצאים בחלון הגרפי והקישו על לחצן

"שרטוט גרף" .

(ב) לשינוי סקלות:

ודאו שאתם נמצאים בחלון האלגברי, והקישו על Declare בשורת ההוראות מתקבל מסך משני.

לחצו על Simplification setting מתקבל מסך משני נוסף.

סמנו: Angular Units: Degree

Precisions Digits: 4

ok

רשמו בשורת העריכה למטה את חוק הפונקציה והקישו על

לחצן "שרטוט גרף" .

בחלון הגרפי, בסרגל הכלים הראשי בחרו בתפריט set ואחר כך: Plot Range ורשמו:

Horizontal min (-10) max 940 interval 1

Vertical min (-2) max 2 interval 1

ok

(ג) להילוך על הגרף:

לחצו על לחצן "הילוך על גרף"  בסרגל הכלים. תוכלו לנוע על גבי הגרף באמצעות לחצני

החיצים שעל המקלדת (בשורת המידע שבתחתית החלון יופיעו שיעורי הנקודה "cross:x:y").

הקליקו פעם נוספת על לחצן "הילוך על גרף".

ליציאה מהילוך על הגרף:

(ד) לניקוי המסך:

פתחו קובץ חדש.

File → Close → File → New

(ה) למחיקת גרף:

הקליקו על לחצן  (בסרגל הכלים), למחיקת הגרף האחרון.

(III) למחשבון גרפי

א) להתחיל במחשבון גרפי

ON להפעיל

XIT משתנה x

במחשבון הגרפי כותבים ביטויים מתמטיים כמו במחברת.

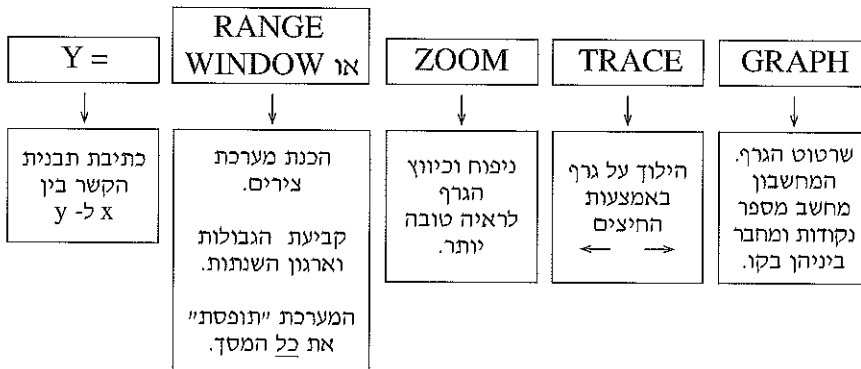
Λ חזקה, — פעולת חיסור (-) סימן כיוון.

DEL מחיקת סימן.

X² העלאת בריבוע

ENTER במקום "="

ב) לשרטוט גרף



המחשבון שומר את הפעילות האחרונה בכל פעם שמפעילים אותו. לפני שמתחילים פעילות חדשה כדאי לעבור למצב התחלתי:

בדיקה אם יש תבניות קודמות: Y =

מחיקת תבניות קודמות: כאשר הסמן על תחילת התבנית הקישו CLEAR



ג) לשינוי סקלות: לחצו על Mode ועברו בעזרת החיצים ל-Degree.

לחצו על window והקישו:
 $Xmin = 0$
 $Xmax = 940^\circ$
 $Xscl = 90$
 $Ymin = -4$
 $Ymax = 4$
 $Yscl = 1$
 $Xres = 1$ (לא שייך לעניינו)

ד) להילוך על גרף: הקישו על החץ $\blacktriangle$, יופיע הסמן + ותוכלו להלך איתו במערכת הצירים בעזרת החיצים ולקבל את שיעורי הנקודות של מקומכם בכל רגע, או תוכלו להקיש על TRACE ולהלך על הגרף, בעזרת החיצים $\blacktriangleleft \blacktriangleright$.

ה) לניקוי המסך: הקישו Clear לניקוי המסך.

נספח 2

בפעילות תכירו כיצד לעבוד עם הלומדה "הנדסה בתנועה". במהלך הפעילות תשרטטו קטעים וזוויות שגודלם אינו ניתן לשינוי וכאלה שגודלם ניתן לשינוי. תיאור מהלך הבנייה מחולק לשני טורים. מימין הוראות הבנייה הגיאומטרית, ומשמאל רשומות הוראות הבנייה בעזרת הלומדה.

1. שרטוט ומחיקה.

סמנו 3 נקודות
A, B ו-C.

הביאו את הסמן למסך והקישו.
→ 
תסומן נקודה A.
הזיזו את העכבר והקישו שנית. תסומן
נקודה B.
הזיזו והקישו בשלישית.
תסומן נקודה C.

שרטטו קטע AB.

→  →  ← ישר מ-A ל-B  בנה

כיצד רושמים: במשבצת הימנית יסומן קו, הקישו
במקלדת A. הביאו את הסמן למשבצת השנייה, הקישו
ואחר כך רשמו B.
(אל תרשמו מספר במשבצת הימנית התחתונה).
אם טעיתם בכתיבה, הביאו את הסמן מימין לאות,
הקישו ולחצו על Backspace.
בסיום הכתיבה הביאו את הסמן לקטע AB והקישו.

שרטטו גם את AC.

← ישר מ-A ל-C → בנה.

מחקו את הקטע AB.

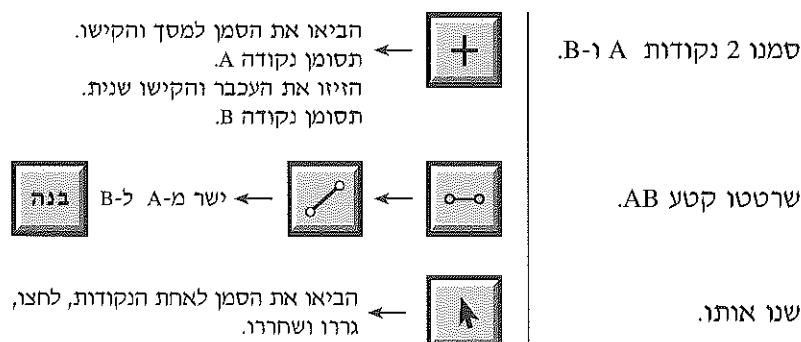
←  → הביאו את הסמן לקטע AB והקישו.
הקטע יסומן: 
A B

מחקו את A.
מחקו את שאר הנקודות.

הקישו במקלדת Backspace והקטע AB ימחק.
הביאו את הסמן ל-A והקישו.
אחר-כך הקישו על Backspace.

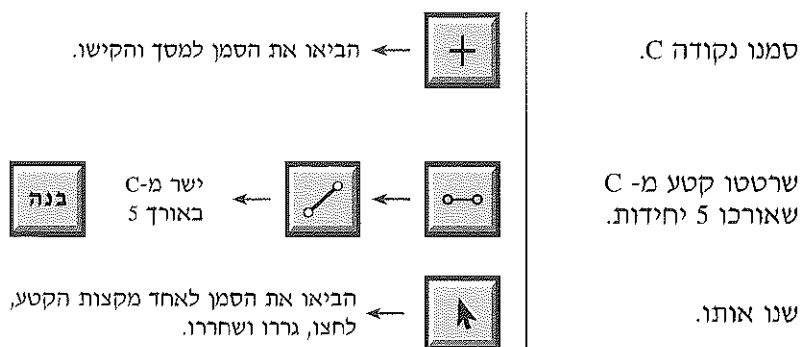
2. מה משתנה ומה קבוע?

(א)



מה משתנה ומה לא משתנה בקטע AB?

(ב)

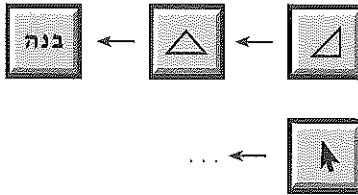


מה משתנה ומה לא משתנה בקטע CD?

3. משולש שווה שוקיים

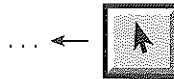
בחרו משולש שווה שוקיים

שנו את המשולש.



אילו צלעות הן השוקיים, ואיזו צלע היא הבסיס במשולש?

הביאו את המסגרת למסך הקישו ושחררו. רשמו במסגרת את שם הזווית בעזרת 3 אותיות. להפסקת הכתיבה הקישו Enter.



הערה: כשמוחקים את השרטוט, מסגרת המדידה נשארת. כדי למחוק מסגרת מדידה יש לסמנה בנפרד ולהקיש על Back space.



מדדו את זווית הבסיס A.

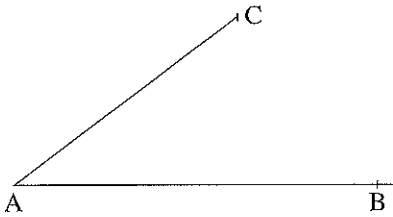
שנו את המשולש.

מחקו את השרטוט.

4. על אורכי קטעים

שרטטו את השרטוט הבא:

$$AC = 3 \quad AB = 4$$



הביאו את הסמן למסך והקישו
תסומן נקודה A.



אפשר לסמן נקודה גם
דרך שרטוט קטעים:

בנו קטע $AB = 4$
וקטע $AC = 3$



ישר מ- A באורך 4
ישר מ- A באורך 3



...



הזיזו את C כך ש-A
B, C יהיו על
ישר אחד.



ישר מ- B ל- C



חברו את B עם C.

...



שנו את המשולש.

בין אלו ערכים יכול להיות אורך BC? הסבירו.

הביאו את המסגרת למסך והקישו,
רשמו במסגרת את שם הקטע.
להפסקת הכתיבה הקישו Enter.



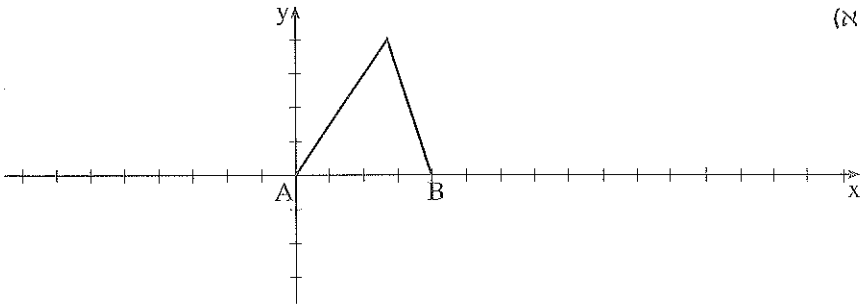
תוכלו למדוד את קטע BC.

דף שקוף א'

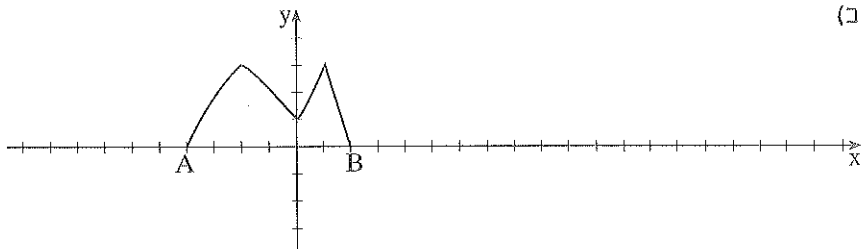
לגבי כל סעיף:

- הניחו את הדף השקוף על הדף המתאים כך שהשרטוט יתלכד עם השרטוט בחוברת.
- הזיזו את הדף השקוף כך שהנקודה B תתלכד עם הנקודה A שבחוברת. ושרטטו על הדף השקוף מחזור נוסף על הגרף.
- חזרו ובצעו את הפעולות כך שתקבלו 3 מחזורים מימין לנתון ועוד אחד משמאל.

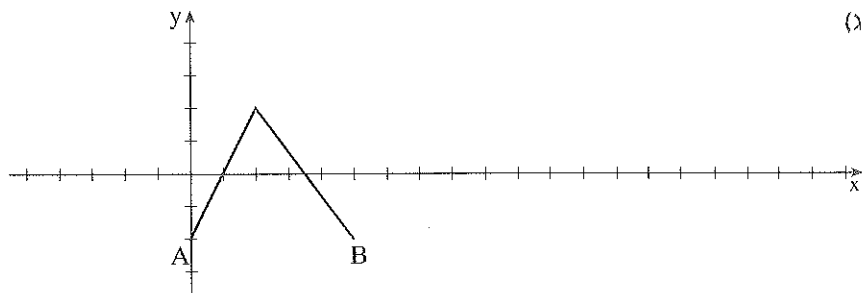
(א)



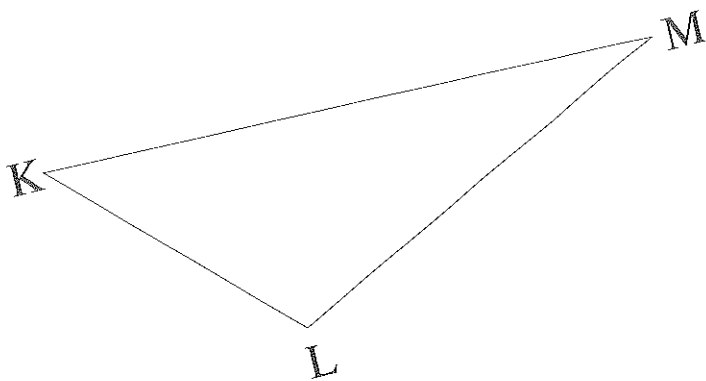
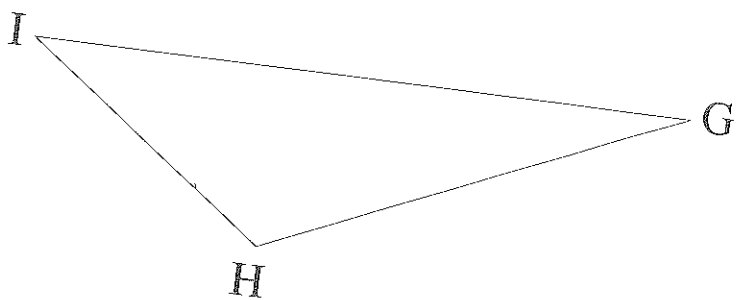
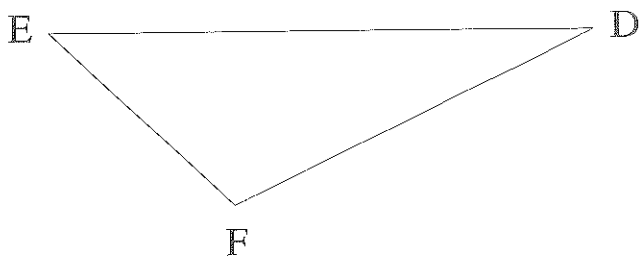
(ב)



(ג)



דף שקוף ב'



דף שקוף ג'

