



גרפים משוואות ובעיות

מהדורת עיצוב

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



גרפים משוואות ובעיות

מהדורת עיצוב



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



יוצא לאור במסגרת

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט
מיסודם של

משרד החינוך התרבות והספורט, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחברת זו. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות

מכון ויצמן למדע ומשרד החינוך התרבות והספורט

מהדורת עיצוב, טבת תש"ס, ינואר 2000

חובר על ידי:
נורית הדס

ייעוץ:
אברהם הרכבי

ביסוי, הערות, והארות:
ליליה קוט
רחל בודהנה
לאה במברג

עריכה לשונית:
נגה ואן דורמולן-אברהמי

עריכה במחשב:
טליה מלול

שרטוטים:
גילי ענקי
קרני גילאור

עיצוב גרפי:
אגי (רחל) בוקשפן

לתלמיד ולמורה

ספר זה מיועד לשמש להוראת הנושא קריאת גרפים ולחזרה של הנושאים פתרון משוואות, ופתרון בעיות בעזרת משוואות.

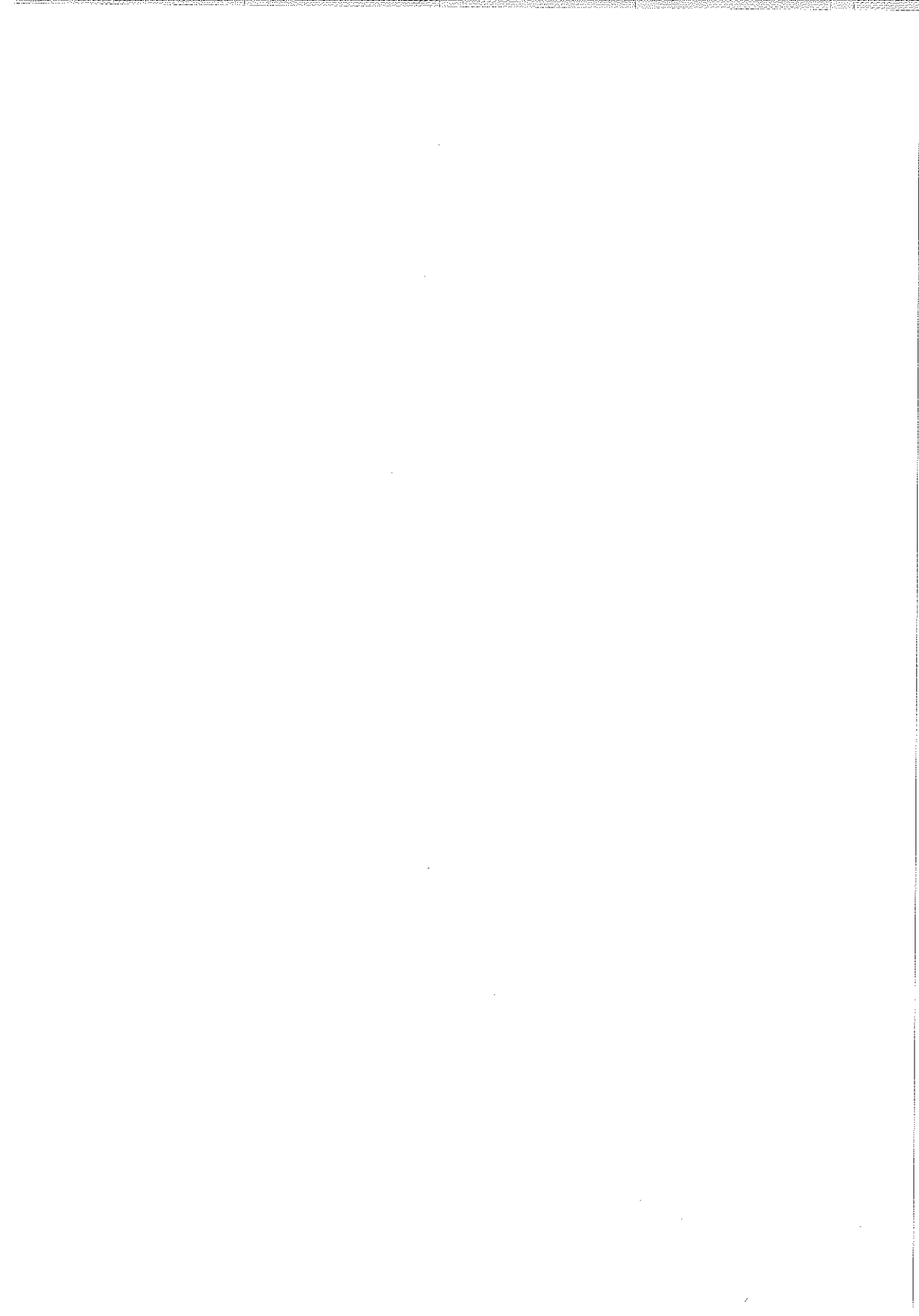
חלק מהנושאים המופיעים בפרק ב', הופיעו כבר קודם במהלך לימוד גיאומטריה אנליטית, פונקציות ותבניות ריבועיות, תכנון לינארי, אנליזה וסדרות. כידוע קיימת נטייה לשכוח את דרכי הפתרון השונות של בעיות ומשוואות המחייבות שימוש רב בטכניקות אלגבריות.

המלצתנו היא לא להרחיב נושאים אלה במהלך לימוד הספרים הקודמים, לעסוק שם רק בטכניקות הנדרשות לצורך לימוד הנושא המסויים, ולהשתמש בספר זה בכיתה י"ב, לצורך חזרה והרחבה. ניתן לבחור יחידות מתוך פרק ב' לפי הצורך בכיתות השונות.

תוכן עניינים:

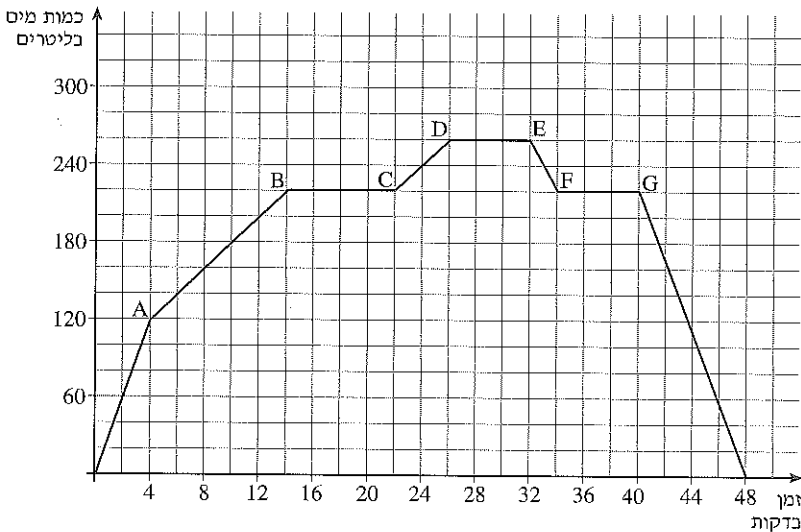
עמוד

8-34	פרק א': קריאה ושרטוט גרפים
35-109	פרק ב': משוואות בעיות וגרפים
36	יחידה 1: משוואות ובעיות ממעלה ראשונה
52	יחידה 2: עוד משוואות ובעיות ממעלה ראשונה
61	יחידה 3: בעיות ומערכות של משוואות בשני משתנים
71	יחידה 4: בעיות ומשוואות ריבועיות
83	יחידה 5: עוד בעיות ומשוואות ריבועיות
95	יחידה 6: מערכת של משוואות ריבועיות
105	יחידה 7: בעיות נפח ושטח פנים



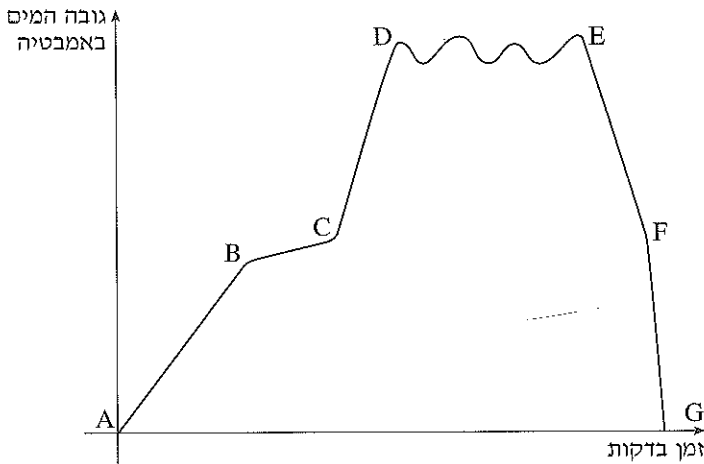
פרק א' - קריאה ושרטוט גרפים

1. סבתא ברכה ממלאת לעצמה אמבטיה לרחצה, מתרחצת ומרוקנת את האמבטיה.
הגרף הבא מתאר את כמות המים באמבטיה בליטרים מרגע פתיחת הברז.



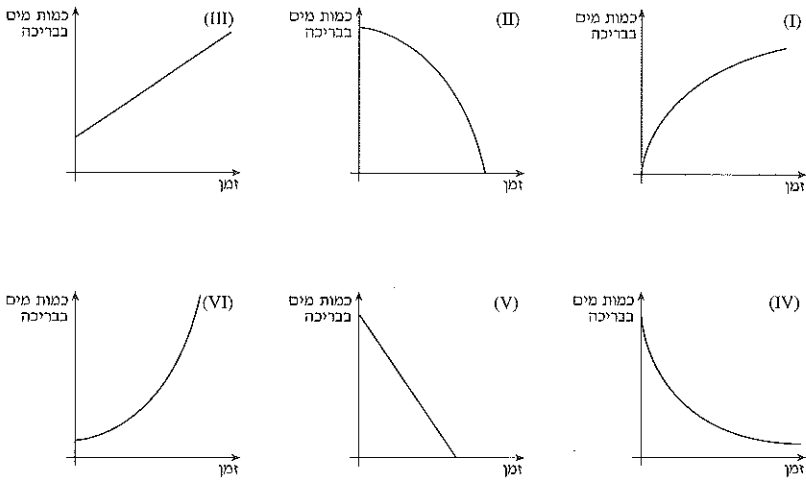
- (א) מה כמות המים באמבטיה לאחר 6 דקות? 16 דקות? 40 דקות?
- (ב) לאחר כמה דקות הייתה כמות המים באמבטיה 180 ליטר?
- (ג) בין אילו דקות כמות המים באמבטיה הייתה גדולה מ-200 ליטר?
- (ד) מה כמות המים המכסימלית שהייתה באמבטיה?
- (ה) בין אילו דקות היה קצב המילוי הגדול ביותר? מהו?
- (ו) בין אילו דקות היה קצב ההרקה הגדול ביותר? מהו?
- (ז) מה קרה בנקודה B? בנקודה C? בנקודה E? ובנקודה F?
- (ח) מה מתואר בקטע FG?
- (ט) בין אילו פרקי זמן היה קצב המילוי זהה?

מהגרף הבא לא ניתן לקרוא ערכים מספריים, אך ניתן לתאר איכותית מה קרה.
 אמא רוחצת את שירה באמבטיה.
 הגרף מתאר את גובה המים באמבטיה מרגע פתיחת הברז, ועד שהאמבטיה התרוקנה.



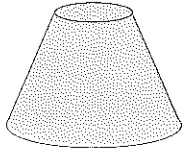
- (א) מה, לדעתכם, קרה בכל אחת מהנקודות A, B, C?
- (ב) אילו מהקטעים יכולים לתאר מילוי של האמבטיה? ואילו יכולים לתאר זמן בו האמבטיה מתרוקנת?
- (ג) איזה קטע מתאר את קצב זרימת המים הגדול ביותר? (הכנסה או הוצאה).
- (ד) האם יש קטעים המתארים קצב זרימה שווה? אם כן, אילו קטעים?
- (ה) סמנו על הגרף שתי נקודות בהן גובה המים זהה. האם יש שלוש נקודות כאלה? אם כן, סמנו אותן והסבירו.

הגרפים הבאים מתארים כמות מים בבריכה במשך זמן.

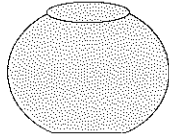


- (א) אילו מהגרפים מתארים בריכה המתמלאת במים?
- (ב) אילו מהגרפים מתארים בריכה מתרוקנת?
- (ג) איזה גרף מתאר בריכה המתרוקנת בקצב קבוע?
- (ד) איזה מהגרפים מתאר בריכה המתמלאת בקצב הולך וגדל?
- (ה) איזה מהגרפים מתאר בריכה המתרוקנת בקצב הולך וקטן?
- (ו) אילו גרפים מתארים בריכה מתמלאת, שהיו בה מים לפני תחילת המילוי?

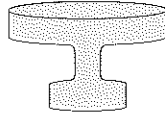
הגרפים הבאים מתאימים לזמן המילוי, את גובה המים בכלים המצוירים. התאימו לכל כלי את הגרף המתאים והסבירו.



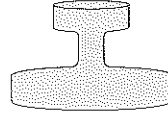
4



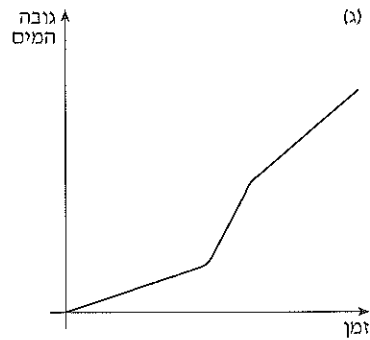
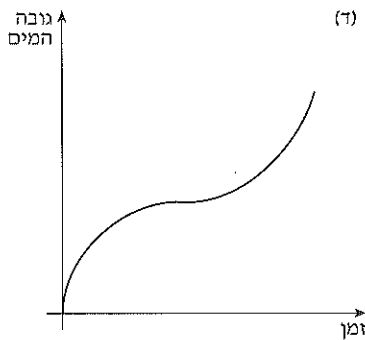
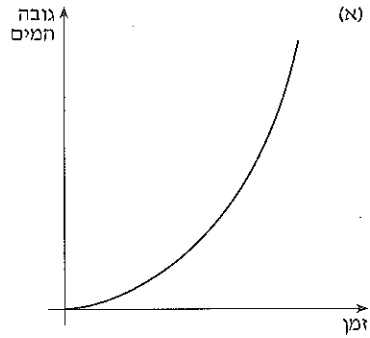
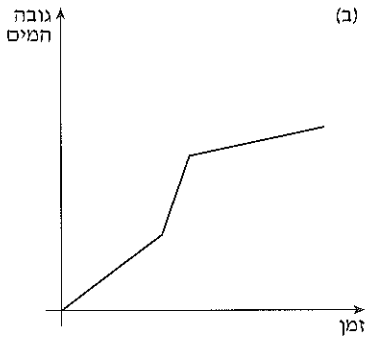
3



2

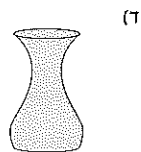
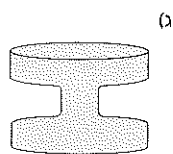
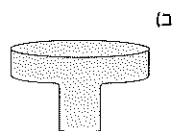
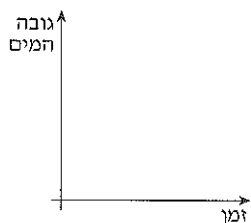
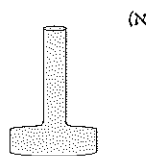
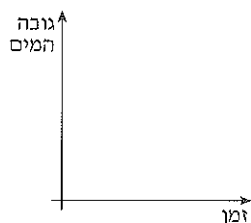


1



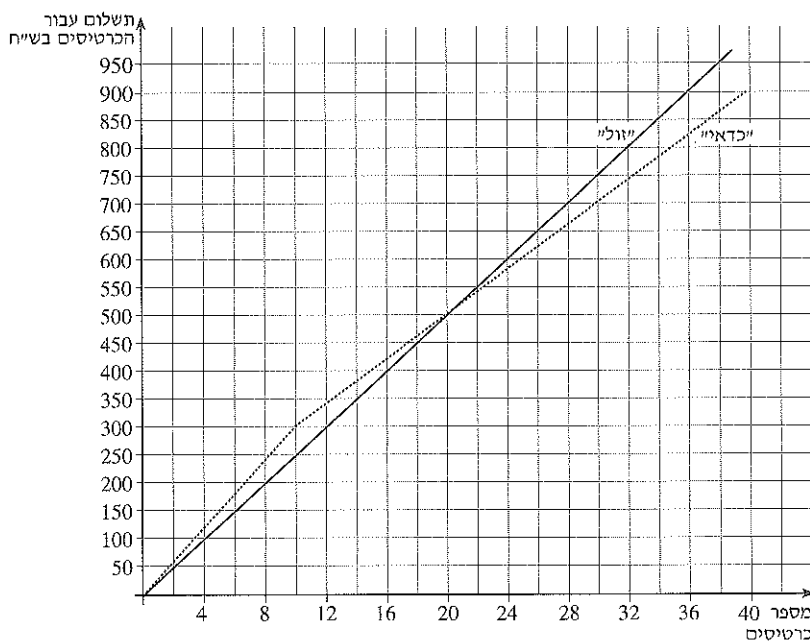


5. (i) ממלאים כלים בקצב קבוע. שרטטו גרף המתאים לזמן, את גובה המים בכל כלי בעת המילוי.



(ii) אחרי שסיימו למלא את כלי ב' התחילו לרוקן אותו בקצב קבוע. המשיכו את גרף ב' (המשיכו תחילה את ציר הזמן).

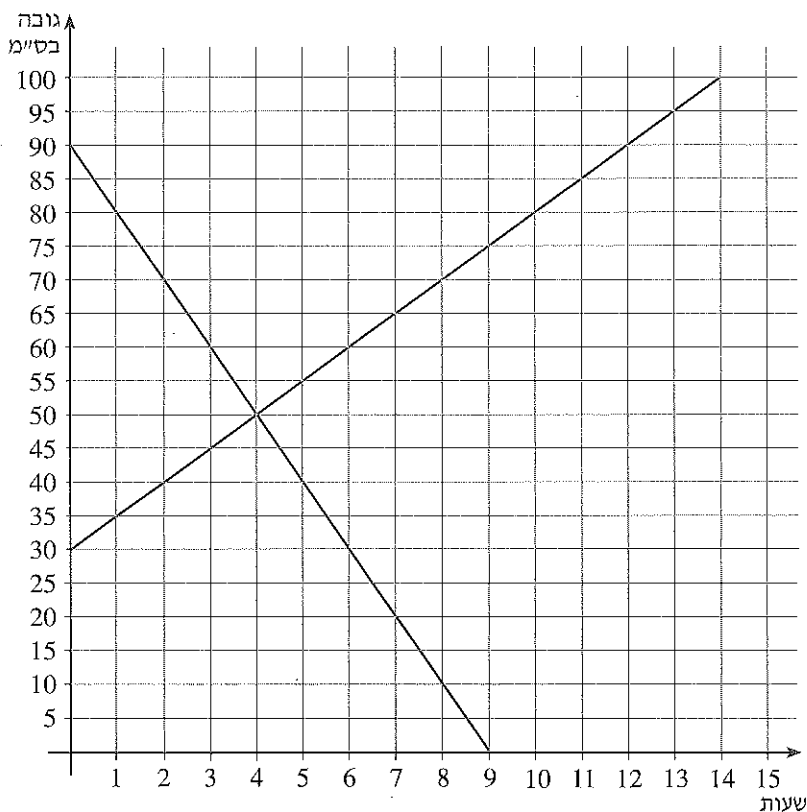
שתי סוכנויות כרטיסים, "כדאי" ו"זול", מוכרות כרטיסים לפסטיבל. הגרפים מתארים את התשלום עבור הכרטיסים לפי מספר הכרטיסים שקונים.



- (א) כמה ישלם קונה שקנה 10 כרטיסים בסוכנות "כדאי"!
 כמה ישלם קונה שקנה 10 כרטיסים בסוכנות "זול"?
- (ב) כמה ישלם קונה שקנה 30 כרטיסים בסוכנות "כדאי"!
 כמה ישלם קונה שקנה 30 כרטיסים בסוכנות "זול"?
- (ג) עבור כמה כרטיסים ישלם הקונה אותו סכום בשתי הסוכנויות ומהו הסכום?
- (ד) כמה עולה כל כרטיס בסוכנות "זול"?
- (ה) - כמה עולה כל כרטיס בסוכנות "כדאי" אם קונים כרטיסים לקבוצה של 42 איש? (כמובן שמחלקים את סכום הקנייה באופן שווה בין כל חברי הקבוצה).
- כמה עולה כל כרטיס במקרה זה, בסוכנות "זול"?
- (ו) - כמה עולה כרטיס בסוכנות "כדאי" אם קונים כרטיסים לקבוצה של 12 איש?
- כמה עולה כרטיס במקרה זה, בסוכנות "זול"?

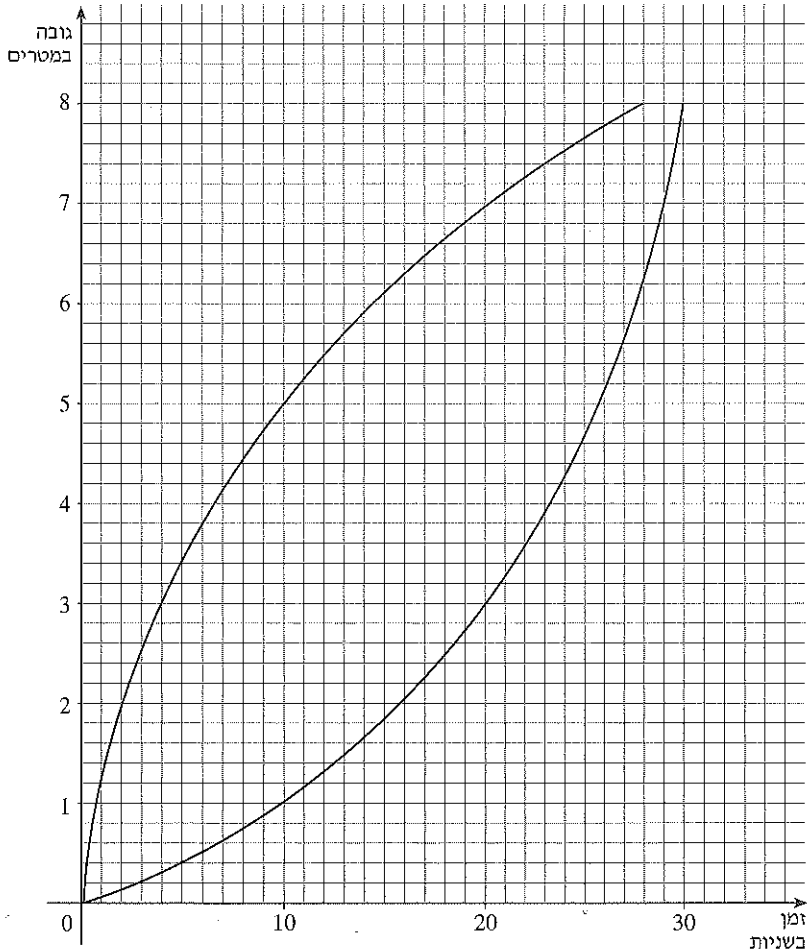


7. הגרפים מתארים את גובה פני המים בשני מיכלים בזמן מדידה.




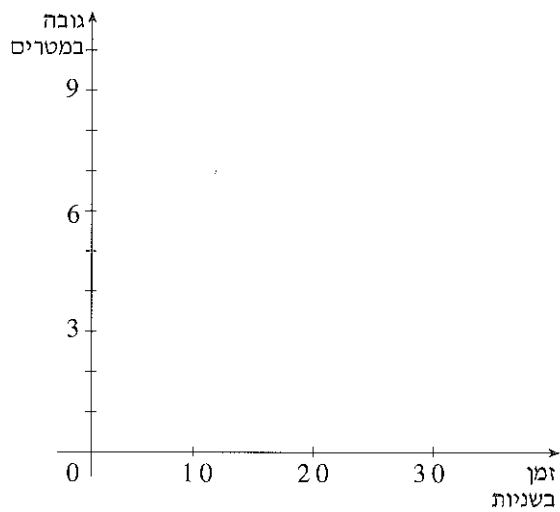
- (א) מה היה גובה המים בכל מיכל כעבור 7 שעות מתחילת המדידה?
- (ב) כעבור כמה שעות מתחילת המדידה, היה גובה פני המים בכל מיכל 60 ס"מ?
- (ג) מתי היה גובה פני המים שווה בשני המיכלים? מה היה אז הגובה?
- (ד) מתי היה גובה פני המים הנמוך ביותר במיכל השני? מה היה אז גובה פני המים במיכל הראשון?

הגרפים מתארים גובה של שני לולינים, לולי זריזי, המטפסים על חבלים. לולי התחיל בטיפוס איטי, ואחר כך הגביר את מהירות הטיפוס. זריזי התחיל בטיפוס מהיר, ואחר כך האט את מהירות הטיפוס.

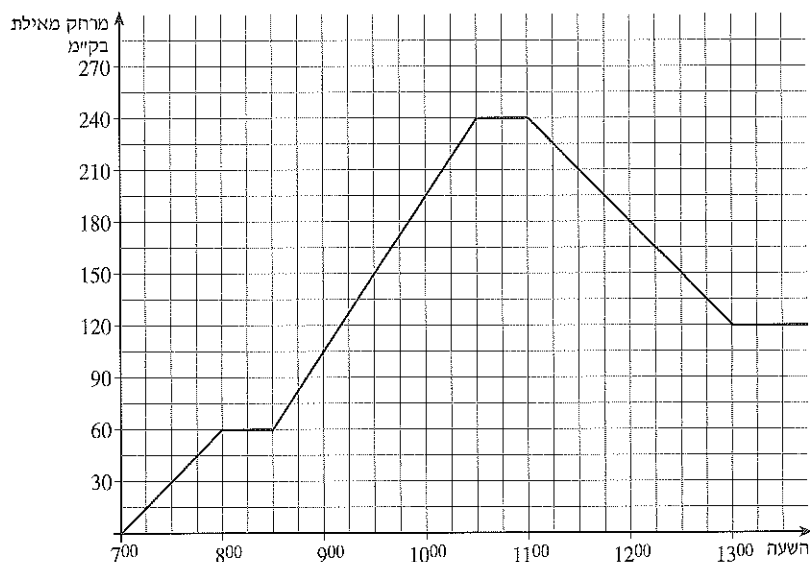


- (א) התאימו גרף לכל אחד מהם.
 (ב) לאיזה גובה טיפסו?
 (ג) אחרי כמה זמן הגיע כל אחד מהם למחצית מגובה הטיפוס?
 (ד) מה היה הפרש הגבהים ביניהם לאחר 10 שניות?
 (ה) אחרי כמה זמן בערך היה הפרש הגבהים ביניהם הגדול ביותר?

1)  שרטטו סקיצה של גרף המתאר את הירידה בחבל, כאשר קצב הירידה גידל כל הזמן.



הגרף מתאר מרחק של מכונית שיצאה מאילת (לאורך הכביש) במשך זמן נסיעתה.



א) בין אילו שעות התרחקה המכונית מאילת, ובין אילו שעות התקרבה אליה? בין אילו שעות נשארה המכונית באותו מרחק מאילת?

ב) איזה מרחק עברה המכונית בשעה הראשונה של הנסיעה? מה הייתה מהירותה בשעה זו?

ג) איזה מרחק עברה המכונית ב- $\frac{1}{2}$ שעה שלאחר מכן? מה הייתה מהירותה?

ד) בין אילו שעות הייתה מהירותה הגדולה ביותר, ומהי המהירות הזו?

ה) אילו שני קטעים מתארים פרקי זמן, בהם נסעה המכונית באותה מהירות?



10. הגרף מתאר את מרחקה של מכונית מנקודת המוצא (לאורך הכביש) במשך זמן נסיעתה.




(א) כמה זמן חנתה המכונית?

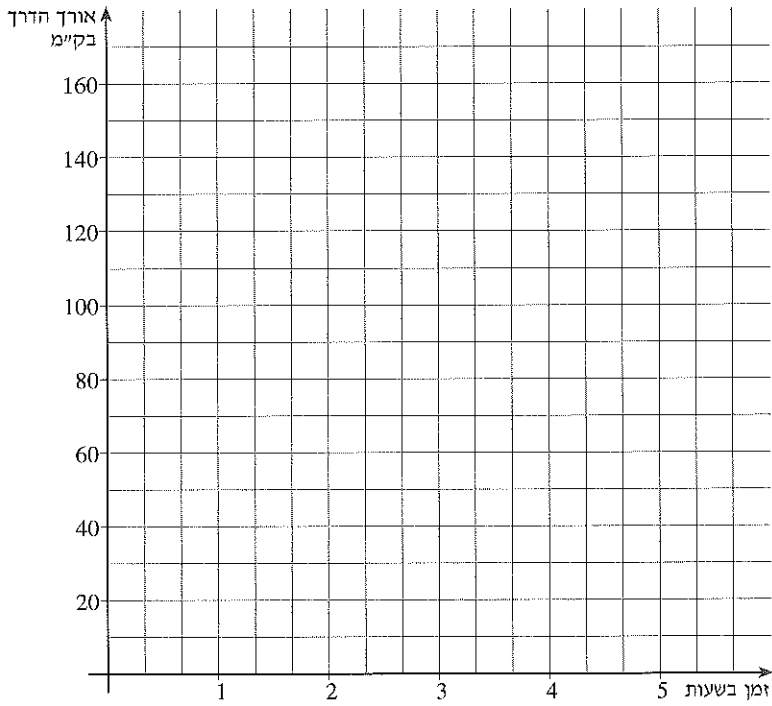
(ב) באיזה מרחק מנקודת המוצא (לאורך הכביש) הייתה המכונית 40 דקות לאחר שיצאה לדרך?

(ג) לאחר כמה זמן מרגע היציאה, הגיעה המכונית שוב לאותו מרחק מנקודת המוצא?

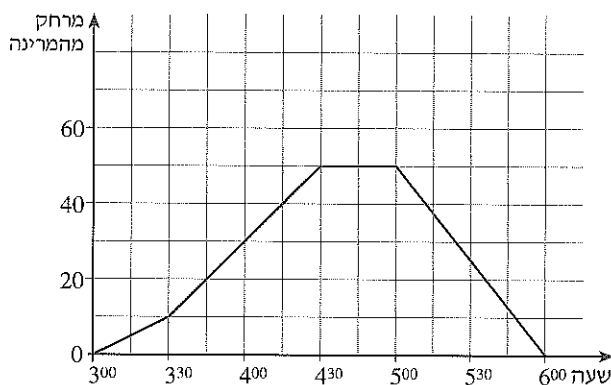
(ד) האם המכונית נסעה הלוך וחזור באותה מהירות? נמקו.

(ה) כמה ק"מ עברה המכונית במשך כל זמן הנסיעה?

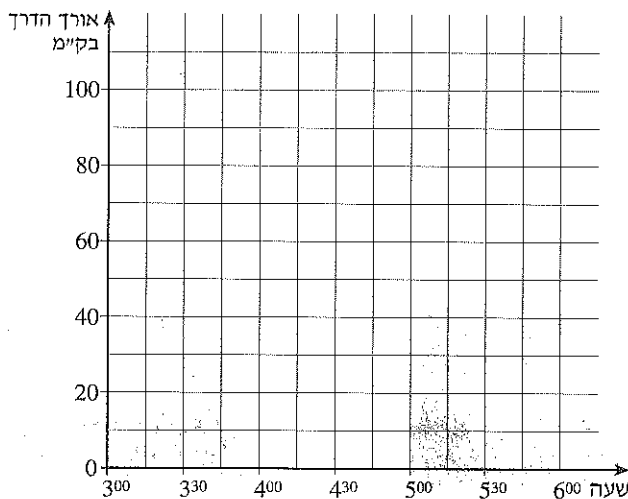
(ו)  שרטטו, סקיצה של גרף המתאר את אורך הדרך שעברה המכונית במשך זמן הנסיעה. (כלומר, המספר הרשום על מד המרחק אם אָפְסו אותנו בתחילת הנסיעה).



11. הגרף מתאר את מרחקה של סירת מנוע מהמרינה החל מהשעה 3:00 (מרחק לאורך מסלול נסיעתה).



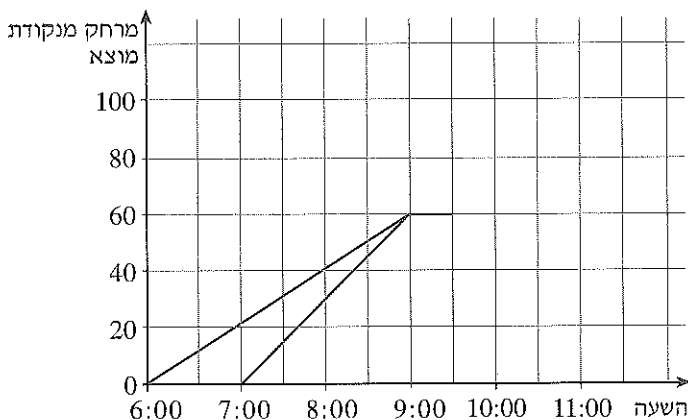
- (א) מה הייתה מהירות הסירה ב- $\frac{1}{2}$ השעה הראשונה?
 (ב) מה הייתה מהירותה בין השעות 3:30 ל- 4:30?
 (ג) מה הייתה מהירות הסירה בדרך חזרה למרינה?
 (ד) מה מהירותה הממוצעת של הסירה במשך כל זמן ההפלגה?
 (ה) שרטטו גרף המתאר את אורך הדרך שעברה הסירה, (המרחק הרשום על מד המרחק אם אפסו אותו בתחילת ההפלגה).





12. אלכס ודני יצאו לטיול אופניים.

אלכס רכב בחלק הראשון של הדרך במהירות (ממוצעת) של 20 ק"מ לשעה. הגרפים מתארים את המרחק שלהם מנקודת המוצא (לאורך מסלול רכיבתם) לפי זמן הנסיעה.



(א) איזה מהגרפים מתאים לתנועתו של אלכס?

(ב) מה מהירותו של דני בקטע הראשון של הדרך?

באיזה מרחק מנקודת המוצא נפגשו אלכס ודני? וכמה זמן נחו?

(ג) דני חזר באותה מהירות הביתה (המהירות בה נסע עד לפגישה עם אלכס).

באיזו שעה הגיע דני לביתו? שרטטו את הגרף.

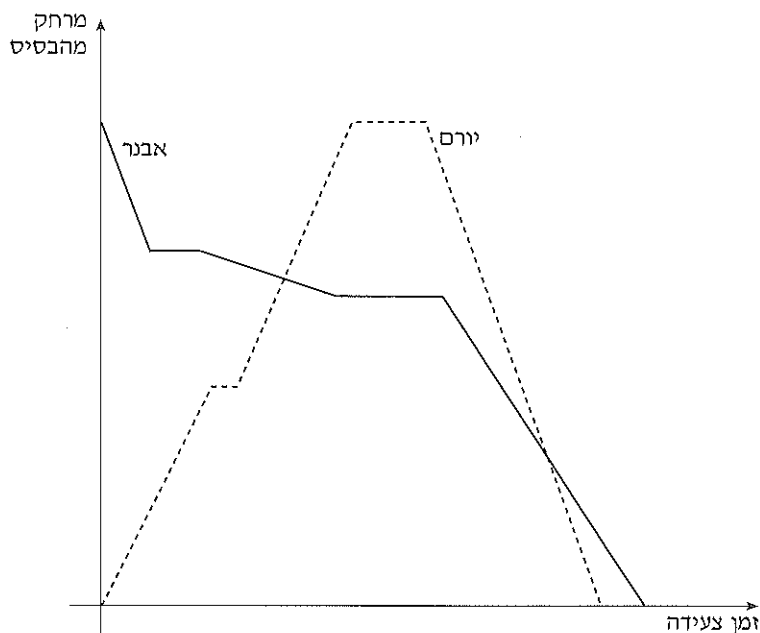
(ד) - בשעה הראשונה של הנסיעה חזרה, נסע אלכס במהירות של 20 ק"מ לשעה. השלימו קטע זה של הגרף.

- לאחר מכן, אסף אותו אביו בטנדר והם הגיעו הביתה בשעה 11:00. השלימו את הגרף ומצאו מה הייתה מהירות הטנדר?



13. אבנר ויורם יצאו לצעדה.

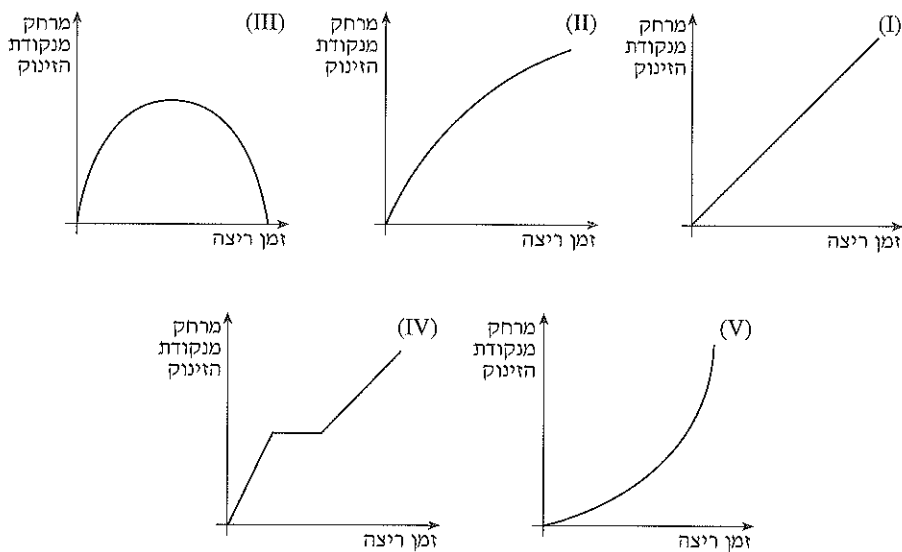
הגרף מתאר את מרחקם מהבסיס הצבאי בו הם משרתים (לאורך מסלול הצעדה).



- (א) כמה פעמים נח כל אחד מהם?
(ב) האם יצאו מאותו מקום? הסבירו.
(ג) מי סיים קודם את הצעדה?
(ד) מי מהם צעד מספר רב יותר של ק"מ? הסבירו.
(ה) מי משניהם צעד במהירות ממוצעת גדולה יותר?
(ו) האם נראה שבקטע מסוים הייתה מהירות צעידתם שווה?



14. i) הגרפים בשאלה זו מתארים מרחקי ריצה לפי הזמן שחלף מרגע הזינוק.



א) איזה מהגרפים מתאר רץ שהגביר את מהירותו משך כל זמן הריצה?

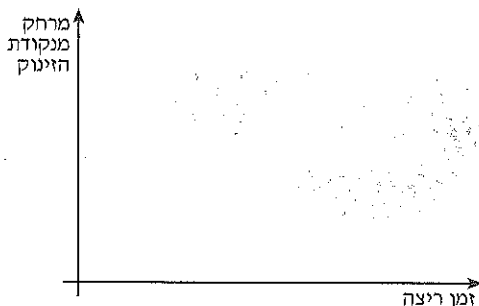
ב) איזה מהגרפים מתאר רץ שנח בדרך?

ג) איזה מהגרפים מתאר רץ שחזר לנקודת המוצא שלו?

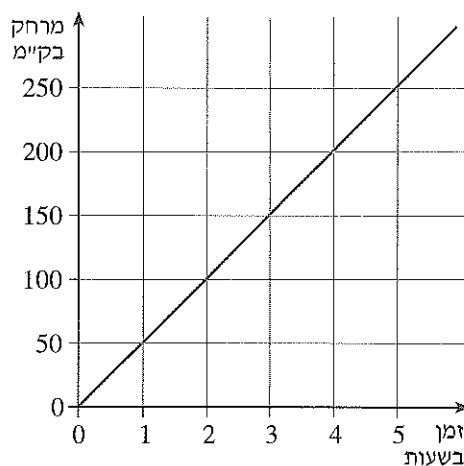
ד) איזה מהגרפים מתאר רץ שהאט את מהירותו משך כל זמן הריצה?

ה) איזה מהגרפים מתאר רץ שרץ בקצב קבוע משך כל זמן הריצה?

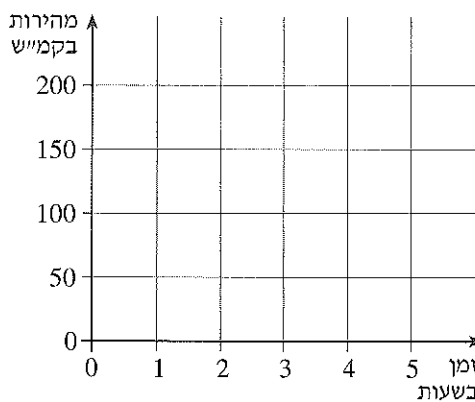
ii) שרטטו גרף המתאר רץ שרץ בקצב קבוע וחזר לנקודת המוצא.



15. מכונית יצאה מחיפה. הגרף מתאר את מרחקה מחיפה, במשך זמן הנסיעה.



שרטטו גרף המתאר את מהירות הנסיעה במשך זמן הנסיעה.

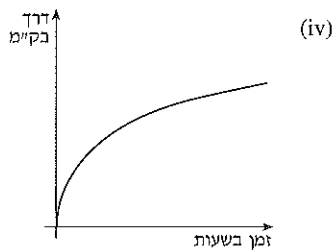
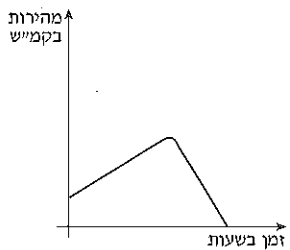
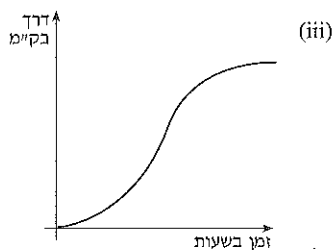
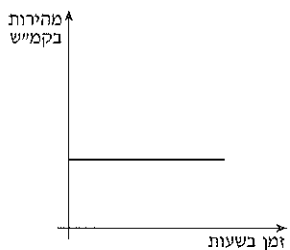
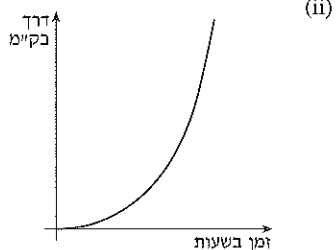
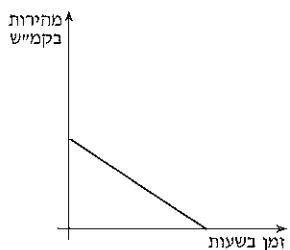
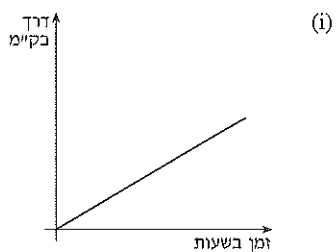
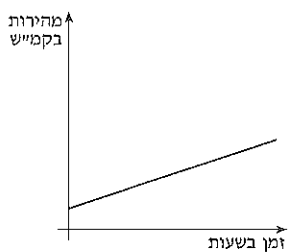




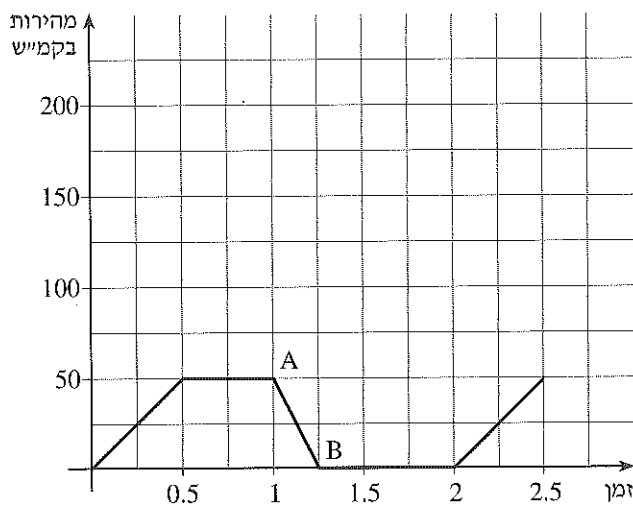
16. בטור הימני משורטטים גרפים המתארים אורכי דרך בק"מ, שעברו מכוניות בפרק הזמן של נסיעתן.

בטור השמאלי משורטטים גרפים המתארים את המהירויות של אותן מכוניות בזמן הנסיעה.

התאימו לכל גרף של דרך גרף מהירות של אותה מכונית.



17. הגרף מתאר מהירות של מכונית נוסעת.



א) באילו פרקי זמן גדלה המהירות?

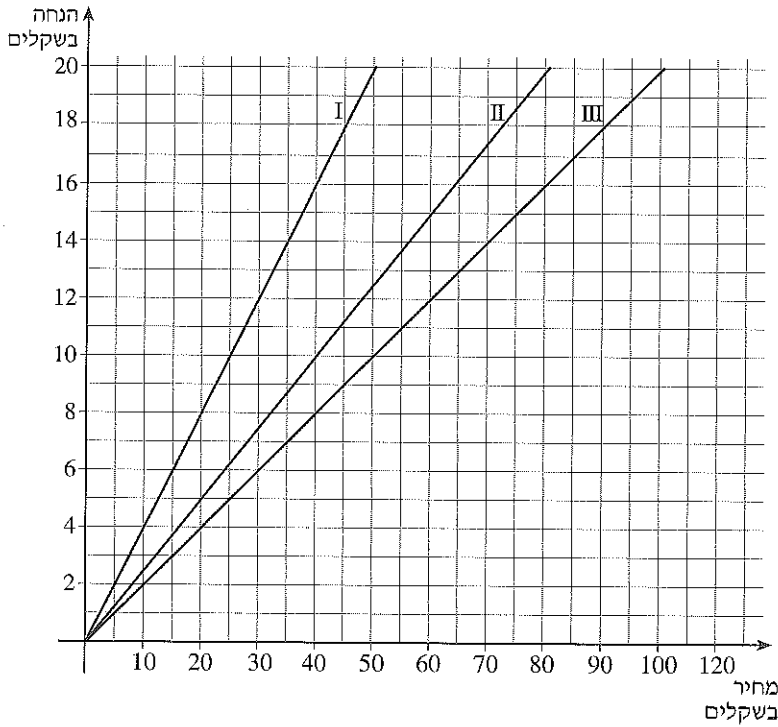
ב) מה תוכלו לומר על המהירות מחצי שעה לאחר היציאה ועד לשעה לאחר היציאה?

ג) באיזה פרק זמן חנתה המכונית?

ד) מה עשתה המכונית בקטע AB?



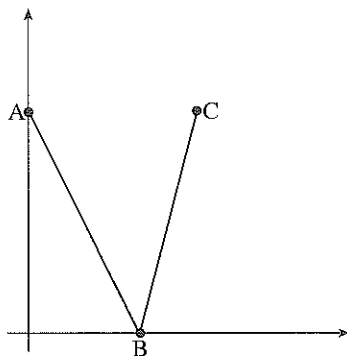
18. בשבוע הספר העברי ניתנה הנחה של 20% על חלק מהספרים, על חלק אחר ניתנה הנחה של 25% ועל היתר הנחה של 40%. במערכת הצירים משורטטים שלושת הישרים המתאימים להנחות השונות.



- (א) איזה מהישרים מתאר הנחה של 20%? איזה של 25%? ואיזה של 40%?
(ב) מהי ההנחה עבור ספר, שמחירו המקורי היה 60 ש"ח, אם הוא נמכר בהנחה II? מה מחיר הספר לאחר הנחה?
(ג) על ספר, שמחירו לפני ההנחה 40 ש"ח, שכחו לכתוב את גובה ההנחה. מהי ההנחה לפי כל אחת משלוש האפשרויות?
מה מחיר הספר לאחר ההנחה לפי כל אחת מהן?
(ד) ספר נמכר בהנחה של 10 שקלים. מה מחירו לפני ההנחה לפי כל אחת מהאפשרויות?
(ה) שרטטו במערכת צירים שלושה גרפים המתארים את אחוזי ההנחה במקרים השונים.
מה מייצג כל אחד מהצירים?
(ו) שרטטו במערכת צירים אחרת גרפים המתארים את מחירי הספרים לאחר ההנחה.



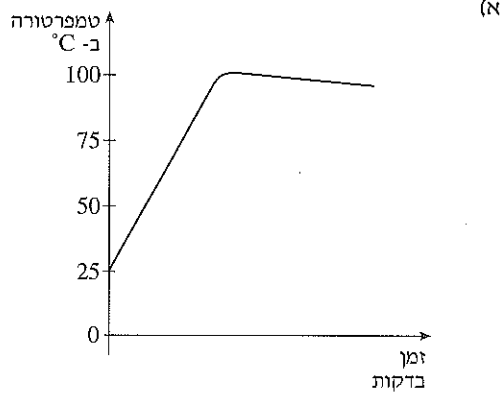
19. קיררו כוהל במעבדה, מטמפרטורה של 20°C (טמפרטורת החדר) עד טמפרטורה של 0°C . כל דקה ירדה הטמפרטורה ב- 2°C .
אחר כך נתנו לכוהל להתחמם לטמפרטורת החדר, תהליך ההתחממות נמשך 5 דקות. (ההנחה היא שההתחממות נעשתה בקצב קבוע).
הגרף מתאים לזמן בדקות, את הטמפרטורה של הכוהל ב- $^{\circ}\text{C}$.
(א) רשמו ליד כל ציר מה הוא מייצג.



- (ב) כמה זמן נמשך תהליך ההתקררות?
(ג) מה שיעורי הנקודות C, B, A?
(ד) באיזה קצב התחמם הכוהל?
(ה) כעבור כמה דקות מתחילת ההתקררות הייתה טמפרטורת הכוהל 10°C ?



20. הגרפים מתארים את שינוי הטמפרטורה במשך זמן הכנתו של תבשיל.

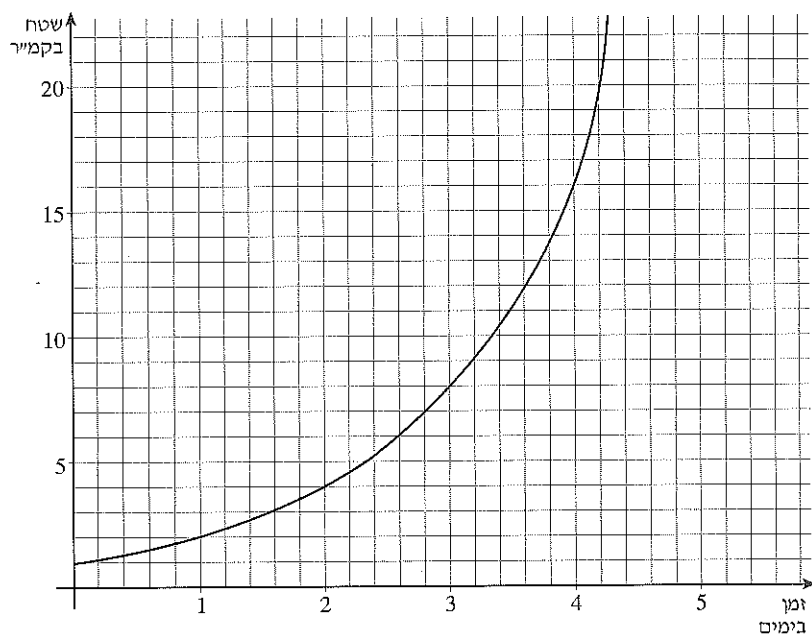


תארו את תהליך החימום/קירור המתואר בכל גרף.
התייחסו גם להשתנות קצב עליית/ירידת הטמפרטורה.



21. כתם נפט מתפשט בים.

הגרף מתאר את שטח הכתם לפי מספר הימים, שעברו מתחילת המדידה.



(א) מה היה השטח לאחר יומיים?

(ב) מתי כיסה הכתם שטח של 16 קמ"ר?

- (ג) - מצאו פי כמה גדל השטח ביום הראשון?
- מצאו פי כמה גדל השטח ביום השני?
- מצאו פי כמה גדל השטח בכל יום?

(ד) תנו עוד שתי דוגמאות מספריות.

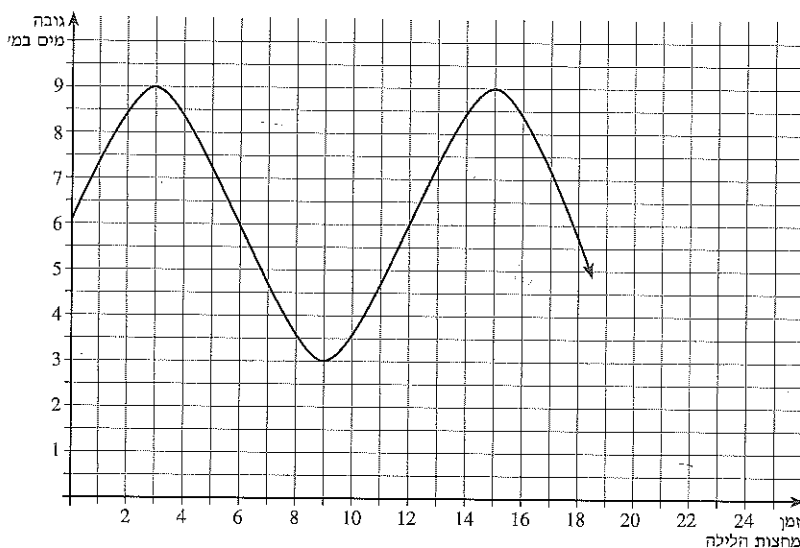
(ה) מה היה גודל הכתם לאחר 4 ימים?

(ו) האם קצב ההתפשטות נשאר קבוע או שהוא גדל עם הזמן? הסבירו.

(ז) אמדו מה היה גודל הכתם לאחר 5 ימים.



22. הגרף מתאר גובה מים בכניסה למעגן סירות במקום בו יש גאות ושפל. (התנהגות גובה המים מחזורית).

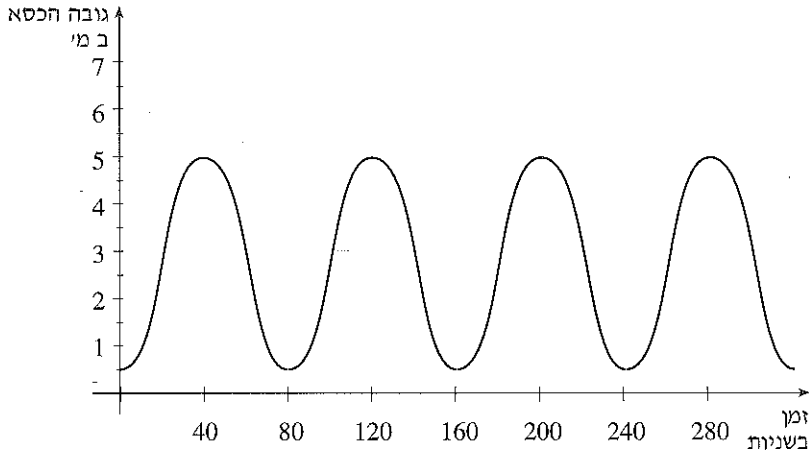


- (א) מה גובה המים בזמן שיא הגאות?
- (ב) מה הפרש הגבהים הגדול ביותר בין שפל לגאות?
- (ג) באילו שעות, במשך יממה, גובה המים 7 מטר?
- (ד) אונייה מסוימת יכולה להכנס למעגן רק כשגובה המים 7 מטרים ומעלה. בין אילו שעות היא יכולה להכנס למעגן?
- (ה) באיזו שעה, בפעם הראשונה לאחר הצות, יהיה גובה המים הנמוך ביותר? מתי תהיה נקודת השפל הבאה?



23. דנה יושבת בכיסא המסתובב בגלגל ענק.

הגרף מתאר את גובה הכיסא של דנה במשך זמן הסיבוב של הגלגל.
הגובה נמדד במטרים והזמן בשניות.




(א) מהו הגובה המקסימלי אליו מגיע הכיסא?

(ב) כמה זמן נמשכת העלייה עד לנקודה הגבוהה ביותר?

(ג) הסבירו מה מתאר הגובה 0.5 מ'.

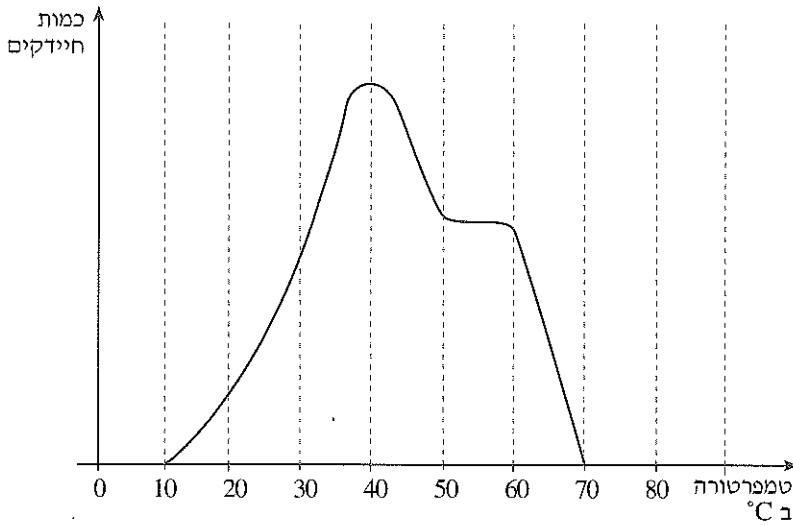
(ד) האם הגלגל מספיק לבצע סיבוב שלם בדקה?

(ה) כמה סיבובים עשתה דנה במשך 4 דקות?

(ו)  מתי נעה דנה במהירות גדולה יותר, בשנייה ה- 45 או בשנייה ה- 60?

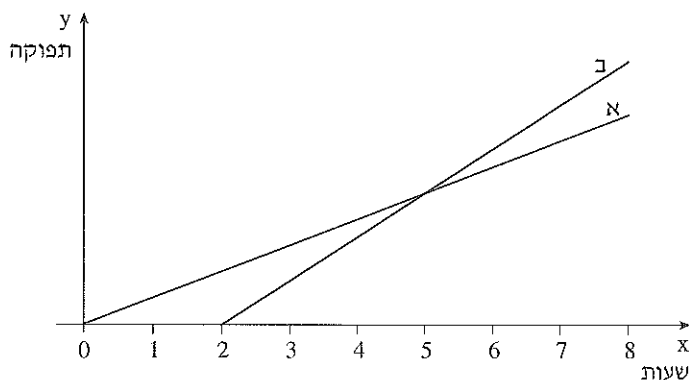


24. הכניסו מספר חיידקים למיכל בטמפרטורה של 10°C . הגרף מתאר את כמות החיידקים שנמדדה במיכל בהתאם לטמפרטורה.



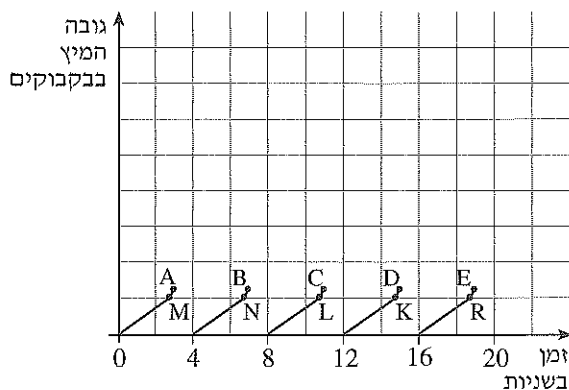
- (א) מהו תחום הטמפרטורה בו מתרבים החיידקים?
- (ב) באיזו טמפרטורה הייתה כמות מקסימלית של חיידקים במיכל?
- (ג) מה תוכלו לומר על התרבות החיידקים בין 40°C ל- 50°C ?
בין 50°C ל- 60°C : הסבירו.
- (ד) מה קרה בטמפרטורה של 70°C ?


25. מנהל מפעל צריך לרכוש מכונה המייצרת פריט מסוים. הגרפים שלפניכם מתארים את תפוקת שתי המכונות המוצעות לו. אחת המכונות זקוקה לטיפול יומי, ולכן היא מתחילה לפעול יותר מאוחר מהאחרת.

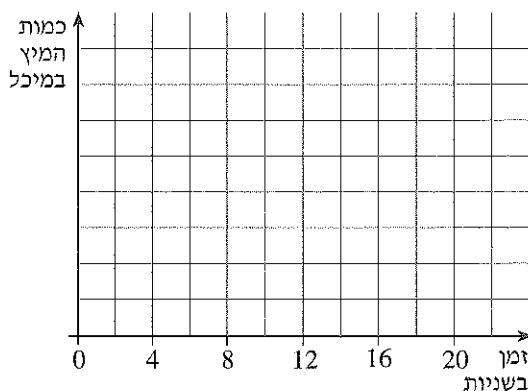


- (א) לאיזו מן המכונות תפוקה לשעה גבוהה יותר, כאשר שתיהן פועלות?
- (ב) מה מייצג השיפוע של כל גרף?
- (ג) יום העבודה במפעל הוא בן 8 שעות. איזו מכונה כדאי למנהל לרכוש, אם מחיר שתי המכונות זהה?
- (ד) האם קיצור יום העבודה יכול להשפיע על החלטת המנהל? הסבירו.

26. במפעל, המייצר מיצים, ממלאים בקבוקים בסרט נע. הגרף מתאר את גובה המיץ בבקבוקים המתמלאים לאורך הזמן.



- (א) הסבירו מה קורה בנקודות A, B, C, וכו'.
- (ב) הסבירו מה קורה בנקודות M, N, L, וכו'.
- (ג) נסו לצייר את צורת הבקבוק.
- (ד) כמה זמן עובר מתחילת מילוי בקבוק עד לתחילת מילוי הבקבוק הבא?
- (ה) האם קצב המילוי של הבקבוקים זהה? הסבירו.
- (ו) נסו לשרטט גרף המתאר את השתנות כמות המיץ במיכל ממנו ממלאים את הבקבוקים. 



פרק ב' – משוואות, בעיות וגם גרפים

בפרק זה שבע יחידות. השאלה הראשונה בכל יחידה היא בעיית חקר המשלבת פתרון בעיות, פתרון משוואות, קריאה ושרטוט גרפים. בהמשך של כל יחידה ישנן משוואות ובעיות דומות לאלו המופיעות בבעיה הראשונה.

היחידה הראשונה עוסקת במשוואות במשתנה אחד ממעלה ראשונה, ובשאלות אחוזים.

היחידה השנייה עוסקת בחישובי ממוצעים, ומקשרת בין פתרון בעיות ומשוואות לקריאת טבלאות נתונים, וחישובי ממוצע, בסטטיסטיקה. המשוואות המתאימות הן משוואות במשתנה אחד אך הן כוללות גם שברים אלגבריים. (משוואות מסוג זה לא נמצאות ביחידה הראשונה.)

היחידה השלישית עוסקת במשוואות בשני משתנים ממעלה ראשונה, ובעיות המתאימות לפתרון באמצעות משוואות כאלה.

היחידה הרביעית עוסקת בבעיות הקשורות בשטחים של מרובעים, משולשים ומעגל. המשוואות המתקבלות הן ברובן משוואות ריבועיות פשוטות.

היחידה החמישית עוסקת אף היא בבעיות הנדסיות ובקשר שבין חישוב השטח וההיקף. המשוואות הן משוואות ריבועיות מורכבות יותר מאשר ביחידה הקודמת, והן כוללות גם שברים אלגבריים.

היחידה השישית עוסקת בקשרים בין מרחק לזמן, ולמהירות בה עוברים מרחק זה. במהלך הפתרון מתקבלות, בדרך כלל, מערכות של משוואות בשני משתנים, כאשר אחת המשוואות, לפחות, היא משוואה ריבועית.

היחידה השביעית עוסקת בבעיות הנדסיות במרחב, וקושרת את הנושאים שנלמדו במסגרת הנושא הנדסת המרחב לנושא של פתרון בעיות באמצעות משוואות.

יחידה 1: משוואות ובעיות ממעלה ראשונה

1. בעיה מהחיים



מורה בדקה מבחן וגילתה שהוא היה קשה מדי. היא החליטה לשפר את ציוני התלמידים אך התלבטה באיזו מארבע הדרכים הבאות לבחור:

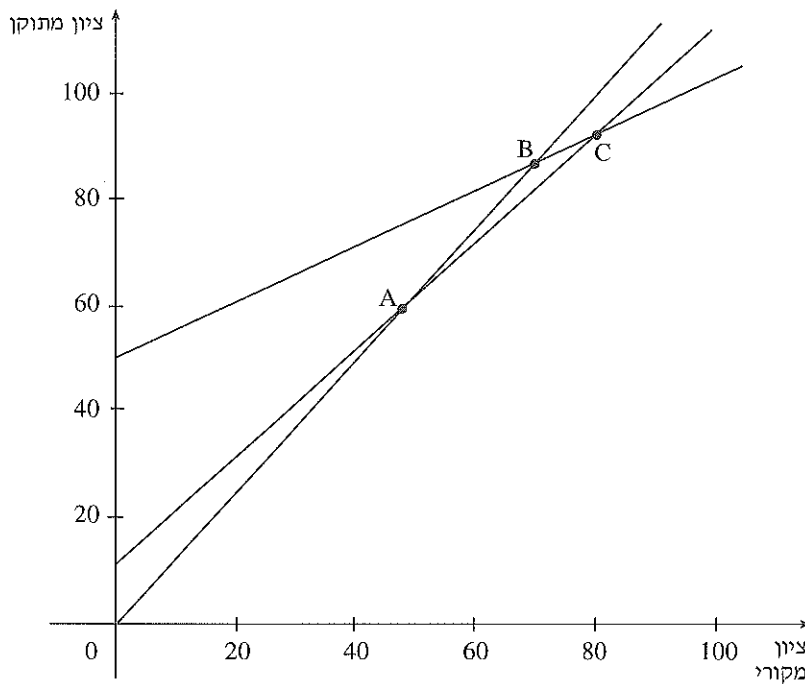
- להוסיף לכל תלמיד 10 נקודות.
 - להוסיף לכל תלמיד 20% מציונו.
 - לתת לכל תלמיד את הממוצע בין 100 לבין ציונו.
 - לפעול על פי התבנית $10\sqrt{x}$ כאשר x מייצג ציון של תלמיד.
- (א) על-פי בדיקת המורה קיבל חגי 60. מה יהיה ציונו לפי כל תיקון?
- (ב) יאיר קיבל 90. מה יהיה ציונו לפי כל תיקון?
- (ג) נועה קיבלה 70. איזה תיקון עדיף מבחינתה?
- (ד) איזה תיקון יעדיף תלמיד שקיבל 80?
- (ה) רשמו תבניות לשלוש הדרכים הראשונות.

- (ו) המורה החזירה את המבחנים והביאה את ארבע ההצעות בפני הכיתה. כל תלמיד חישב ומצא איזו דרך עדיפה מבחינתו.
- יעל אמרה: לפי תיקון (ii) אקבל 84. מהו ציונה המקורי?
 - רחל אמרה: לפי תיקון (iii) אקבל 89. מהו ציונה המקורי?
 - דני אמר: לי לא משנה אם המורה תבחר בתיקון (i) או בתיקון (ii). מה ציונו המקורי?
 - ציפי אמרה: לי לא משנה אם המורה תבחר בתיקון (i) או בתיקון (iii). מהו ציונה המקורי?

- (ז) רונן אמר: אם המורה תבחר בתיקון (ii), אקבל יותר מ-100. מה תוכל לומר על ציונו המקורי?
- מה יהיה הציון החדש של תלמיד שציונו הוא 100, לפי תיקון (iii)?
- ולפי תיקון (iv)?



(ח) הגרפים המשורטטים מתארים את שלוש הצעות התיקון הראשונות. התאימו לכל הצעה את הגרף המתאים.



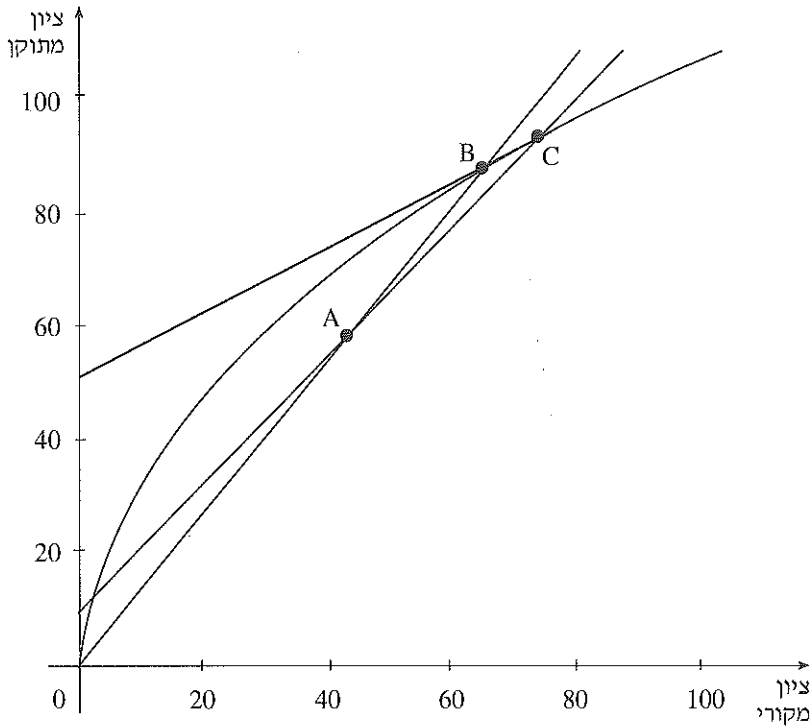
(1) אמדו על פי הגרף את שיעורי הנקודות A, B, C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות A, B, ו-C, באמצעות החוקים שרשמתם, ורשמו מה המשמעות של כל נקודה מבחינת תיקוני הציונים.

(3) החל מאיזה ציון תיקון (ii) עדיף על תיקון (i)?

(4) עד איזה ציון תיקון (iii) עדיף על התיקונים האחרים?

(ט) כל ארבע ההצעות מתוארות בגרף הבא:




(1) עד איזה ציון בערך, עדיף לתלמידים תיקון (iv) על שניים מהתיקונים האחרים?

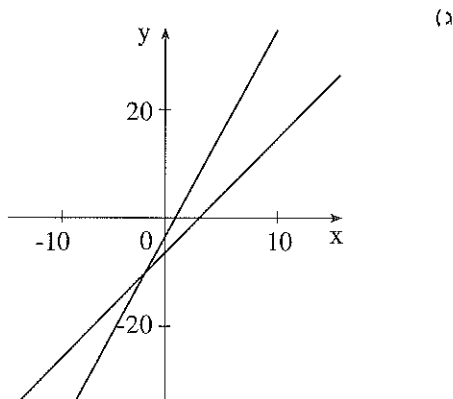
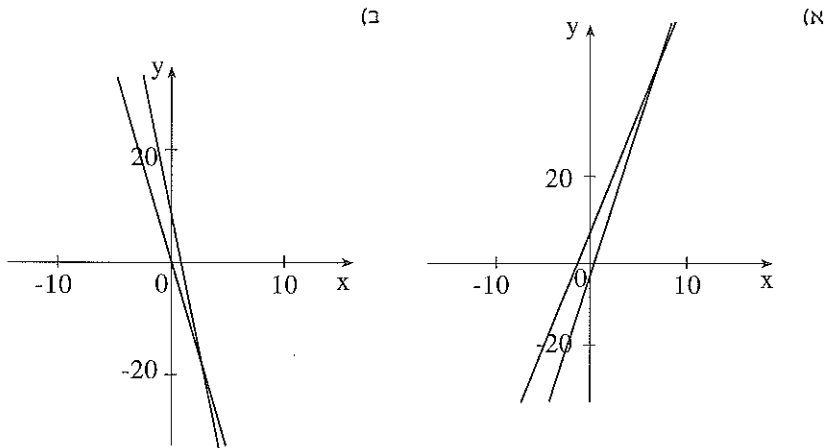
(2) באיזה תיקון כדאי למורה לבחור אם היא מעוניינת לתקן בעיקר את ציוני אלה שנכשלו אך הם "על הגבול"?

(3) איזו דרך נראית לכם הוגנת ביותר מבחינת התלמידים?

7/11

תזכורת על ישרים ומשוואות

2. דני רשם 3 משוואות במטרה למצוא נקודות חיתוך של זוגות הישרים שבשרטוט למטה. 



$$7 - 6x = 3 - 5x \text{ (iii)} \quad 7x - 2 = 6 + 6x \text{ (ii)} \quad 3x - 5 = 2x - 7 \text{ (i)}$$

- פתרו את המשוואות.
- התאימו כל משוואה למערכת הצירים, בה משורטטים הישרים המתאימים, ובדקו אם הפתרון שקבלתם הגיוני.
- מצאו גם את שיעורי y של הנקודות.

3. פתרו את המשוואות הבאות.



$$3x - 3(2 - x) = 5x - 2 \quad \text{א)}$$

$$4x + 3(2 - x) = 2 \quad \text{ב)}$$

$$4x - \frac{1}{2}(2x + 6) = 5x + 6 \quad \text{ג)}$$

$$\frac{1}{2}(3x - 4) = 0.5x + 1 \quad \text{ד)}$$

$$11x - 3(2x - 4) = 2x - 27 \quad \text{ה)}$$



- נסו לשנות שני סימנים במשוואה ה' כך שתקבלו פתרון נגדי לזה שקיבלתם.

$$2(5 - 3x) = 2(3 - x) - 7x \quad \text{ו)}$$

$$3(x - 2) - 4(2x + 3) = 2 \quad \text{ז)}$$

4. א) רשמו משוואה שפתרונה 3. פתרו ובדקו.
ב) רשמו משוואה שפתרונה -1. פתרו ובדקו.

5. א) הציבו מספר כך שיתקבל בשני האגפים אותו מספר.



$$2x + 4 = x - (x + 5)$$

ב) הציבו מספר כך שיתקבל בשני האגפים אותו מספר.

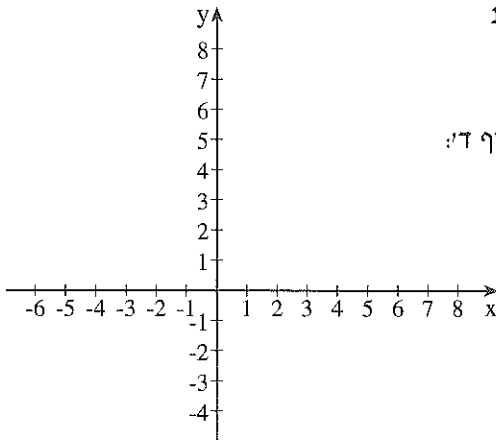
$$2x + 4 = x - (x + 4)$$

ג) הציבו מספר כך שיתקבל בשני האגפים אותו מספר.

$$2x + 4 = x + (x + 4)$$

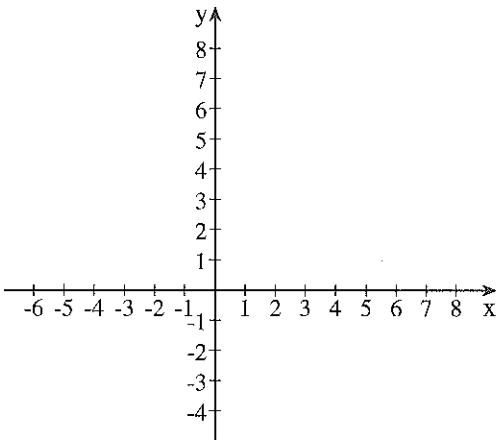
- הציבו מספר אחר כך שיתקבל בשני האגפים אותו מספר.
- כמה מספרים ניתן להציב במשוואה בסעיף ג' מהם פתרונות המשוואה?

(ד) חפשו מספר, שאם נציב אותו במשוואה $2x + 3 = 2(x + 1)$, יתקבל בשני האגפים אותו מספר. מהי קבוצת הפתרונות של המשוואה?



(ה) i) שרטטו באותה מערכת צירים את הגרפים של הישרים המתאימים לאגפי המשוואה בסעיף ד':
 $y = 2x + 3$
 $y = 2x + 1$

(ii) הסבירו בעזרת הגרף את פתרון המשוואה $2x + 3 = 2(x + 1)$ (מסעיף ד').



(ו) שרטטו באותה מערכת צירים את הגרפים של הישרים:
 $y = 2x + 4$
 $y = x + (x + 4)$

הסבירו בעזרת הגרף את מה שמצאתם בסעיף ג'.



6. (א) רשמו משוואה, שפתרונה $x = 0$.
 (ב) רשמו משוואה, שאין לה פתרון.
 (ג) רשמו משוואה, שכל מספר הוא פתרון שלה.



7. באיזה רביע, לדעתכם, ייחתכו הישרים שמשוואותיהם:
 $y = 3x + 100$ ו- $y = -x$?
 פתרו את המשוואה $-x = 3x + 100$
 מצאו גם את שיעור y של נקודת החיתוך ובדקו את השערותיכם.

ועוד קצת משוואות לתרגול

8. (א) $2(x - 1) - x = 1 - (x + 3)$ (ג) $2x + 2(x - 2) = 2(2x - 2)$

(ב) $3x - (2x + 5) = x - 7$ (ד) $0.5(3x - 2) = 2.5(x - 2)$

9. נתונה המשוואה: $5(x - 3) + 2(x - 3) = x - 3$
 דני טוען: "אני לא צריך לפתור. אני רואה, שהפתרון 3".
 הסבירו כיצד "ראה" דני את הפתרון.

ועוד בעיות אחוזים וגם משוואות

בבדיקה מן החיים עסקתם גם בשאלות אלו. בבדיקת הבאות בידיה כי תשיכו
 זכרוך בנשאל זה. תפגינו גם משוואות ואם בדיקת אלוים בבדיקת משוואות

10. מורה חישה ציוני מגן לכיתה י"ב. ציון המגן נקבע באופן הבא:

70% מהציון השנתי ועוד 30% ממבחן המתכונת.

א) הציון השנתי של מיכל 80, וציונה בבחינת המתכונת 70. לאיזה ציון

קרוב יותר ציון המגן שלה: ל- 70 או ל- 80?

חשבו את ציון המגן שלה.

ב) הציון השנתי של אורי 70, וציונו בבחינת המתכונת 80. לאיזה ציון קרוב

יותר ציון המגן שלו: ל- 70 או ל- 80?

חשבו את ציון המגן שלו.

ג) הכניסו את מה שמצאתם לטבלה והשלימו אותה.

ציון מגן	ציון מתכונת	ציון שנתי	
	70	80	מיכל
	80	70	אורי
	60	90	טלי
	90	60	אבנר

ד) אלכס צבר סה"כ 49 נקודות בזכות הציון השנתי ו- 27 נקודות ממבחן


המתכונת (סה"כ 76 נקודות).

- חשבו מה היה ציונו השנתי. (תוכלו לסמן ב- x את הציון השנתי,

לרשום משוואה ולפתור.)

- חשבו גם את ציונו של אלכס במבחן המתכונת.

- ה) רחל צברה 59.5 נקודות בזכות ציונה השנתי (המורה עיגלה ל- 60),
 ו- 30 נקודות ממבחן המתכונת.
 - מה היה ציונה השנתי?
 - מה היה ציונה במבחן המתכונת?


פתרו. 11 


$$\frac{23x}{100} = 207 \quad \text{א)}$$

$$1.2x = 96 \quad \text{ג)}$$

$$\frac{12x}{100} = 9 \quad \text{ב)}$$


$$\frac{125x}{100} = 35 \quad \text{ד)}$$

- 12  להקת מנגנים הופיעה בשני יישובים.
 מספר הצופים ביישוב ב' היה גדול פי 2 ממספרם ביישוב א'.
 (תוכלו לסמן ב- x את מספר הצופים ביישוב א').
 ביישוב א' קנו 20% מהצופים קלטת עם שירי הלהקה, וביישוב ב' קנו 15%
 מהצופים את הקלטת הזו. סך הכל נקנו 180 קלטות.
 כמה צופים היו בכל אחד מהיישובים?

פתרו. 13 

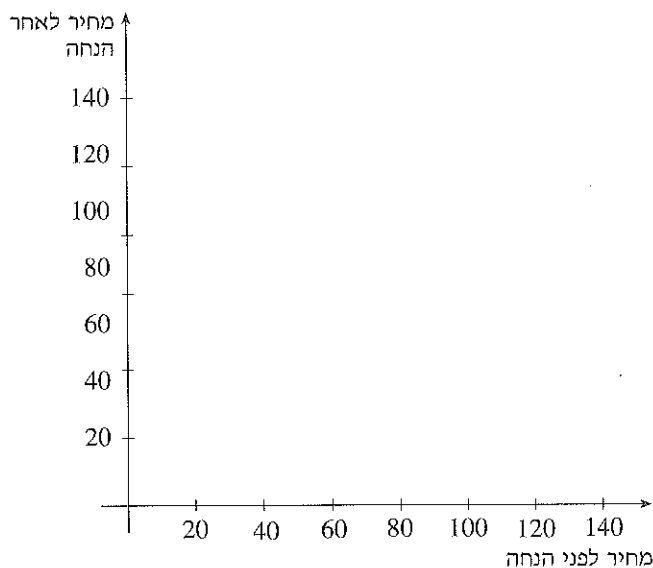
$$\frac{7x}{100} + \frac{13x}{100} = 60 \quad \text{א)}$$


$$0.02x + 0.1x = 72 \quad \text{ב)}$$


- 14  בשבוע הספר ערכו חנויות הספרים מבצעים שונים.
 א) חנות הספרים "טוב לקרוא" הציעה הנחה של 30% על כל ספר.
 - מהי ההנחה בשי"ח, ומה מחירו החדש של ספר, אם מחירו לפני המבצע היה 120 ש"ח?
 - מהי ההנחה בשי"ח, ומה מחירו החדש של ספר, אם מחירו לפני המבצע היה 70 ש"ח?
 - מה היה מחירו של ספר, אם מחירו ירד במבצע ב- 6 ש"ח?
 - מה היה מחירו של ספר, אם מחירו לאחר ההנחה היה 49 ש"ח?

- (ב) חנות הספרים "ספר טוב" הציעה הנחה של 15 שקלים על כל ספר.
- באיזו חנות כדאי יותר לקנות ספר, שמחירו 30 ש"ח?
 - באיזו חנות כדאי יותר לקנות ספר, שמחירו 100 ש"ח?

(ג) שרטטו גרפים המתארים את מחיר הספר לאחר ההנחה בכל אחת מהחנויות, כפונקציה של מחירו לפני ההנחה.



- (ד) על ספר מסוים, שמחירו לפני שבוע הספר היה זהה בשתי החנויות, ניתנה בשתי החנויות אותה הנחה בשקלים. מה היה מחירו המקורי של הספר? רשמו משוואה מתאימה, פתרו ו**בדקו**. איך מתבטא מקרה זה בגרפים ששרטטתם בסעיף הקודם? הסבירו.
- (ה) דני קנה ספר בחנות "ספר טוב". הוא חישב ומצא שקיבל הנחה בגובה של 50%. מה היה מחירו המקורי של הספר?
- (ו)  יעל קנתה ספר בחנות "ספר טוב" היא חישבה ומצאה שההנחה שקיבלה היא בגובה של 20%. מה היה מחירו המקורי של הספר שקנתה?


15.  איריס, יוני ורינה קנו חולצות זהות באותה חנות. כל אחת שילמה 93.6 ש"ח. שלושתן רצו לחשב את מחיר החולצה לפני תוספת מע"מ בגובה של 17%. הן סימנו את מחיר החולצה לפני התוספת ב- x וכל אחת רשמה משוואה משלה.

$$x + \frac{17x}{100} = 93.6 \quad \text{איריס רשמה:}$$

$$\frac{117x}{100} = 93.6 \quad \text{יוני רשמה:}$$

$$1.17x = 93.6 \quad \text{רינה רשמה:}$$

פתרו והסבירו.

16.  א) מיינו את 6 המשוואות ל- 2 קבוצות משוואות שקולות.

$$x - \frac{15x}{100} = 9$$

$$\frac{115x}{100} = 9$$


$$\frac{85x}{100} = 9$$


$$0.85x = 9$$

$$1.15x = 9$$






$$x + \frac{15x}{100} = 9$$

ב) מה מייצגת כל אחת מהקבוצות מבחינת חישוב אחוזים?

17.  שני מורים נתנו מבחן בשתי כיתות י"ב מקבילות. המבחן בכיתה י"ב היה קשה, ולאחר הבדיקה הסתבר, שממוצע הציונים שם היה נמוך ב- 9 נקודות ממוצע הציונים בכיתה י"ב. המורה של כיתה י"ב החליט להעלות כל ציון ב- 15% ואז השתוו הממוצעים. מה היה ממוצע כיתה י"ב בתחילה?

18.  המשכורת של יעל גדולה ב- 900 שקל ממשכורתו של בעלה. לאחר שבעלה קיבל תוספת של 20% השתוו משכורותיהם. מה הייתה המשכורת של כל אחד מהם בתחילה?

בעיות ותבניות באחוזים

19.  המחיר הרשום על קופסת נעליים בחנות של דינה הוא 250 ש"ח.
(א) מה המחיר בתוספת 17% מס ערך מוסף? (עגלו למספרים שלמים).
(ב) מה מחירו של אותו זוג נעליים במכירת סוף העונה, כאשר דינה נותנת הנחה של 20% מהמחיר? כמובן שיש לשלם גם מס ערך מוסף. (עגלו למספרים שלמים).
(ג) מחיר זוג נעליים אחר **בעונה**, לאחר תוספת מס הוא 585 ש"ח. מה מחירו לפני תוספת המס?
(ד)  מחיר זוג נעליים שלישי **בסוף העונה** (לאחר ההנחה ובתוספת מס), הוא 421.2 ש"ח. מה המחיר הרשום על הקופסה? (לפני ההנחה והמס).
20.  יוסי לא רצה לגלות מה ציונו במבחן... (נסמנו ב-a). המורה החליט להוסיף לכל תלמיד 12%, מהציון שקיבל. לאחר שהמבחן הוחזר גילה יוסי טעות בתיקוני המורה, והמורה החליט להעלות את ציונו **המתוקן** בעוד 25%, מהציון המתוקן.
(א) רשמו ביטוי באמצעות a לציונו של יוסי לאחר התיקון הראשון, וביטוי לציונו לאחר התיקון השני. פשטו את הביטוי.
(ב) בסופו של דבר קיבל יוסי 84. מה היה ציונו המקורי?
(ג) בכמה אחוזים עלה ציונו המקורי?
21.  בחנות ספרים העלו מחירים ב-10%. a מייצג מחיר של ספר לפני ההתייקרות. רשמו ביטוי למחיר הספר לאחר ההעלאה.
רשמו ביטוי למחיר הספר לאחר תוספת מע"מ של 17%.
22.  במבצע שבוע הספר החליטה הוצאת ספרים לתת הנחה של 20% על כל ספר. a מייצג את מחיר הספר לפני ההנחה.
(א) רשמו ביטוי למחיר ספר לאחר ההנחה.
(ב) למחיר שהתקבל לאחר ההנחה מוסיפים מע"מ בגובה של 17%. רשמו ביטוי למחיר הסופי של הספר. פשטו את הביטוי.
(ג) אלכס, מוכר בשבוע הספר, הוסיף את המע"מ לפני חישוב ההנחה, ורק אחר כך חישב את המחיר לאחר הנחה של 20%.
הקונה ביקש לחשב קודם את המחיר לאחר ההנחה ורק אז להוסיף את המע"מ. מה תוכלו לומר על שתי שיטות החישוב?

תשובות ליחידה 1

1. בעיה מהחיים

(א) ציונו של חגי לפי התיקונים השונים:

(i) 70 (ii) 72 (iii) 80 (iv) 77.45

(ב) ציונו של יאיר לפי התיקונים השונים:

(i) 100 (ii) 108 (iii) 95 (iv) 94.86

(ג) (i) 80 (ii) 84 (iii) 85 (iv) 83.66 התיקון העדיף (iii).

(ד) (i) 90 (ii) 96 (iii) 90 (iv) 89.44 התיקון העדיף (ii).

(ה) התבניות המתאימות לתיקונים השונים:

$$(i) \quad x+10 \quad (ii) \quad \frac{120x}{100} \quad (iii) \quad \frac{x+100}{2}$$

(ו) - ציונה המקורי של יעל היה 70.

- ציונה המקורי של רחל היה 78.

- ציונו המקורי של דני היה 50.

- ציונה המקורי של ציפי היה 80.

(ז) - ציונו המקורי של רונן היה 84 או יותר.

- תלמיד שציונו המקורי 100 יקבל 100 גם לאחר תיקונים iii ו-iv.

(ח) הישר AC מתאים לתיקון i

הישר AB מתאים לתיקון ii

הישר BC מתאים לתיקון iii

בנקודה A מתקבל על-פי תיקון (i) ו- (ii) ציון זהה.

המשוואה המתאימה היא: $x + 10 = \frac{120x}{100}$ ושיעורי הנקודה: (50, 60).

בנקודה B מתקבל על-פי תיקון (ii) ו- (iii) ציון זהה.

המשוואה המתאימה היא: $\frac{120x}{100} = \frac{x+100}{2}$ שיעורי הנקודה הם בערך:

(71, 85)

בנקודה C מתקבל על-פי תיקון (i) ו- (iii) ציון זהה.

המשוואה המתאימה: $x + 10 = \frac{x+100}{2}$ ושיעורי הנקודה: (80, 90).

- החל מהציון 50 תיקון (ii) עדיף על תיקון (i).

- עד ציון 71 תיקון (iii) עדיף על התיקונים האחרים.

(ט) עד ציון 70 תיקון (iv) עדיף על שניים מהתיקונים האחרים.

2. (i) $x = -2$ (ii) $x = 8$ (iii) $x = 4$
 - (i) מתאים ל- ג' (ii) מתאים ל- א' (iii) מתאים ל- ב'.

3. (א) $x = 4$ (ב) $x = -4$ (ג) $x = -4.5$ (ד) $x = 3$
 (ה) $x = -13$ (ו) $x = 16$ (ז) $x = -4$

5. (א) $x = -4.5$ (ב) $x = -4$ (ג) מספר כלשהו
 (ד) אין מספר מתאים (קבוצת האמת ריקה).

(ה) (i) הישרים מקבילים.

(ii) הישרים מקבילים, לכן אין פתרון למשוואה.

(ו) (i) הגרפים מתלכדים - אותו ישר.

(ii) הישרים מתלכדים לכן יש אינסוף פתרונות למשוואה, (כל זוגות

המספרים המתאימים לנקודות על הישר).

7. ברביע II, $x = -25$.

8. (א) $x = 0$ (ב) אין פתרון (ג) כל מספר ממשי (ד) $x = 4$

ועוד בעיות אחוזים וגם משוואות

10. (א) 77 (ב) 73

ג

ציון מגן	ציון מתכונת	ציון שנתי	
77	70	80	מיכל
73	80	70	אורי
81	60	90	טלי
69	90	60	אבנר

(ד) הציון השנתי של אלכס היה 70, וציון המתכונת שלו היה 90.

(ה) הציון השנתי של רחל היה 85, וציון המתכונת שלה היה 100.

11. א) $x = 900$ ב) $x = 75$ ג) $x = 80$ ד) $x = 28$

12. ביישוב אי 360 צופים וביישוב בי 720.

13. א) $x = 300$ ב) $x = 600$

14. א) - ההנחה היא 36 ש"ח ומחירו החדש 84 ש"ח.

- ההנחה היא 21 ש"ח ומחירו החדש 49 ש"ח.

- מחיר הספר היה 20 ש"ח.

- מחיר הספר היה 70 ש"ח.

ב) - ספר שמחירו 30 ש"ח כדאי לקנות בחנות "ספר טוב", (בחנות "ספר

טוב" מחירו יהיה 15 ש"ח, ובחנות "טוב לקרוא" 21 ש"ח).

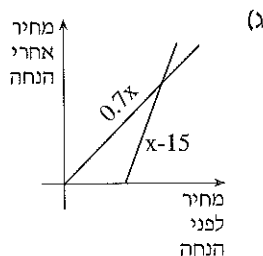
- ספר שמחירו 100 ש"ח כדאי לקנות בחנות "טוב לקרוא", (בחנות

"ספר טוב" מחירו יהיה 85 ש"ח ובחנות "טוב לקרוא" 70 ש"ח).

ד) המחיר המקורי היה 50 ש"ח.

$$\frac{x \cdot 30}{100} = 15$$

המשוואה המתאימה בגרף היא נקודת החיתוך של שני הישרים.



ה) מחירו המקורי של הספר שקנה דני 30 ש"ח.

ו) מחירו המקורי של הספר שקנתה יעל 75 ש"ח.

15. המחיר לפני התוספת, היה 80 ש"ח.

שלוש המשוואות הן משוואות שקולות.

$$115\% \begin{cases} \frac{115x}{100} = 9 \\ 1.15x = 9 \\ x + \frac{15x}{100} = 9 \end{cases} \quad 85\% \begin{cases} \frac{85x}{100} = 9 \\ x - \frac{15x}{100} = 9 \\ 0.85x = 9 \end{cases} \quad 16$$

17. ממוצע הציונים בכתה יב'1 היה בתחילה 60.

18. המשכורת של יעל היתה בתחילה 5400 ש"ח, ומשכורתו של בעלה היתה 4500 ש"ח.

בעיות ותבניות באחוזים

19. (א) המחיר בתוספת מע"מ 292.5 ש"ח.

(ב) המחיר לאחר ההנחה 234 ש"ח.

(ג) מחיר הנעליים לפני תוספת מע"מ היה 500 ש"ח.

(ד) המחיר הרשום על הקופסא (בעונה ולפני תוספת המע"מ) היה 450 ש"ח.

20. (א) הביטוי לציון לאחר התיקון הראשון הוא: $\frac{a \cdot 112}{100}$

הביטוי לציון לאחר התיקון השני הוא: $\frac{a \cdot 112}{100} \cdot \frac{125}{100}$

(ב) הציון המקורי של יוסי הוא 60.

ציונו עלה ב- 40%.

21. - הביטוי למחיר הספר לאחר העלאת המחיר הוא: $\frac{a \cdot 110}{100}$

- הביטוי למחיר הספר לאחר העלאת המחיר ותוספת המע"מ הוא:

$$\frac{a \cdot 110}{100} \cdot \frac{117}{100}$$

22. (א) ביטוי למחיר הספר לאחר ההנחה הוא: $\frac{a \cdot 80}{100}$





(ב) הביטוי למחיר הספר לאחר ההנחה ותוספת המע"מ הוא: $\frac{a \cdot 80}{100} \cdot \frac{117}{100}$

(ג) סדר החישוב לא משנה, בשני המקרים ישלם הקונה אותו מחיר.

קל להוכיח בכך מהתבנית שבסעיף ב'.

יחידה 2: עוד משוואות ובעיות ממועלה ראשונה

ציוני מגן

1.  דני קיבל במבחנים שהתקיימו עד עכשיו את הציונים: 84, 75, 82, 71. איזה ציון עליו לקבל במבחן הבא, שהוא המבחן האחרון השנה, כדי שממוצע המבחנים יהיה 80?
מה הממוצע הגבוה ביותר שיכול דני לקבל?
2.  המורה לביולוגיה קבעה ש- $1/2$ מציון המגן ייקבע לפי ממוצע המבחנים שהתקיימו במשך השנה, ו- $1/2$ ייקבע לפי ציון בחינת המתכונת.
(א) ממוצע ציוני המבחנים של אמיתי 78. מה יהיה ציון המגן שלו, אם הוא יקבל 90 במבחן המתכונת?
(ב) ממוצע המבחנים של ענת 62. כמה צריכה ענת לקבל במבחן המתכונת, אם היא מעוניינת בציון מגן של 75 לפחות?
3.  המורה לספרות קבעה, ש- 60% מציון המגן ייקבע על פי ציוני המבחנים שהתקיימו במשך השנה, ו- 40% לפי הציון במבחן המתכונת.
(i) ממוצע הציונים של יוני במבחנים שהתקיימו במשך השנה 72. יוני קיבל 80 במבחן המתכונת.
כמה נקודות צבר יוני מהמבחנים שהתקיימו במשך השנה?
(60% מ- 72)
כמה נקודות צבר יוני בזכות מבחן המתכונת?
מה ציון המגן שלו?
(ii) מה ציון המגן של מיכל שממוצע המבחנים שלה 85 וציון מבחן המתכונת 65?
(iii) נעמי לא הייתה בבית-הספר בזמן שהתקיים מבחן המתכונת והיא צריכה להבחן בשבוע הבא. ממוצע מבחניה במשך השנה 80. איזה ציון היא צריכה לקבל במבחן המתכונת כדי שציון המגן יהיה 88?
האם תוכל להגיע לציון מגן של 90? נמקד.
4.  משרד החינוך קבע ש- $2/3$ מציון המגן ייקבע על-פי ציוני המבחנים שהתקיימו במשך השנה ו- $1/3$ לפי הציון במבחן המתכונת.
(א) ממוצע המבחנים של מרים 87. מה יהיה ציון המגן שלה, אם תקבל 99 במבחן המתכונת?

(ב) רותי קיבלה במשך השנה את הציונים הבאים: 60, 75, 73, 80, 72. איזה ציון היא צריכה לקבל במבחן המתכונת כדי שציון המגן יהיה 80?

5. 

לפניך טבלת ציונים של אחד המבחנים. בטבלה חסר מספר התלמידים באחת הקבוצות. ממוצע מבחן זה הוא 7.22.

9	8	7	6	5		ציון
7	12	20	7	x		מספר תלמידים

(א) פתרון איזו מהמשוואות הבאות מתאים למציאת מספר התלמידים בקבוצת מקבלי ה-5? הסבירו.

$$\frac{341+5x}{x+46} = 7.22 \quad (\text{ii})$$


$$\frac{341+5x}{x} = 7.22 \quad (\text{i})$$

$$\frac{341+5x}{46} = 7.22 \quad (\text{iv})$$

$$\frac{341+x}{x+46} = 7.22 \quad (\text{iii})$$

(ב) פתרו את המשוואה המתאימה. מצאו כמה תלמידים קיבלו 5, וכמה תלמידים נבחנו במבחן זה.

(ג) מה יהיה הממוצע אם לא יהיו תלמידים שקיבלו 5?

6. 

בטבלה הבאה רשומים ציוני המגן במתמטיקה של תלמידי כיתה י"ב והשכיחות של כל ציון (מספר התלמידים שקיבלו את הציון). בטבלה שבמוכרות ביה"ס נמחק מספר התלמידים שקיבלו 9, אך ידוע כי הממוצע היה 7.5.

10	9	8	7	6	5		ציון
2	x	5	8	6	2		מספר תלמידים

(א) מצאו כמה תלמידים קיבלו 9, ואת מספר התלמידים בכיתה. (ב) האם ייתכן מספר מקבלי 9, כך שהממוצע יהיה 9? הסבירו.

ועוד משוואות

7. פתרו.

$$\frac{5+x}{x-1} = -1 \quad (\text{א}) \quad \frac{35}{x+5} = 5 \quad (\text{ב}) \quad \frac{8}{x} = 16 \quad (\text{א})$$

8. נתונות שתי משוואות (i) $3x - 6 = 3(x - 2)$

$$\frac{3x-6}{x-2} = 3 \quad (\text{ii})$$

האם לשתיהן אותה קבוצת פתרונות? הסבירו.

$$\frac{2x-6}{x-3} = 1 \quad (\text{ב}) \quad \text{פתרו, בדקו והסבירו.}$$

$$\frac{2x-6}{x-3} = 2 \quad (\text{ג}) \quad \text{פתרו, בדקו והסבירו.}$$

9. רשמו לאילו מהמשוואות אין פתרון, ולאילו יש אינסוף פתרונות. אין צורך לפתור.

$$\frac{8}{x} = 0 \quad (\text{ד}) \quad 2(x-1) = 2x+7 \quad (\text{א})$$

$$\frac{3}{x-1} = \frac{2}{x-1} \quad (\text{ה}) \quad \frac{5x-10}{x-2} = 4 \quad (\text{ב}) \quad \text{הסבירו.}$$

$$\frac{2}{x+1} = \frac{2}{x-1} \quad (\text{ו}) \quad \frac{5x-10}{x-2} = 5 \quad (\text{ג})$$

10. חברו בקו כל משוואה בטור א' עם משוואה שקולה בטור ב'

טור ב'

$$x + 3 = (4 - x)(x - 2) \quad \bullet$$

$$x - 2 = (4 - x)(x + 3) \quad \bullet$$

$$4 - x = (x + 3)(x - 2) \quad \bullet$$

טור א'

$$\bullet \quad \frac{4 - x}{x + 3} = x - 2$$

$$\bullet \quad \frac{4 - x}{x - 2} = x + 3$$

$$\bullet \quad \frac{x - 2}{4 - x} = x + 3$$

$$\bullet \quad \frac{x + 3}{x - 2} = 4 - x$$

$$\bullet \quad \frac{x - 2}{x + 3} = 4 - x$$

$$\bullet \quad \frac{x + 3}{4 - x} = x - 2$$

11. פתרו ובדקו.

$$\frac{3x + 10}{2x - 5} = \frac{3x - 5}{2x - 8} \quad (\alpha)$$

$$\frac{x^2 - 3}{x + 2} = x - 3 \quad (\alpha)$$

$$\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} = 0 \quad (\tau)$$

$$\frac{2x + 18}{x} = \frac{2x + 3}{x - 3} \quad (\beta)$$

12. א) רשמו מספר במשבצת, כך שלמשוואה לא יהיה פתרון

$$\frac{2x + 4}{x + 4} = \square$$

ב) רשמו מספר במשבצת, כך שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות

$$\frac{2x + 4}{x + \square} = 2$$

ועוד בעיות של ממוצעים, ציונים ותערובות

13. לקראת העברת הציונים למשרד החינוך חישובו במזכירות בית הספר את ממוצע ציוני המגן במתמטיקה:

ממוצע	מספר תלמידים	
72	30	י"ב 1
80	20	י"ב 2

א) **דני אמר:** הממוצע של שתי הכיתות 76, כי $\frac{72 + 80}{2} = 76$.

האם הוא צודק? הסבירו.

ב) **אורי אמר:** אם הממוצע של י"ב 1 72, ניתן להתייחס כאילו כל 30 התלמידים קבלו 72. האם הוא צודק? נמקו.

ג) חשבו את הממוצע של כל התלמידים.

14. הממוצע של שתי הכיתות באזרחות היה 76.5. מספר הנבחנים ב-י"ב 1 נחק מהרשימה.

ממוצע	מספר תלמידים	
70	x	י"ב 1
85	26	י"ב 2

רשמו משוואה ומצאו את מספר הנבחנים מכיתה י"ב 1.

15. בטבלת ציוני המגן משנה שעברה, לא ניתן לקרוא את מספרי התלמידים שנגשו למבחן מכל כיתה.

ממוצע	מספר תלמידים	
75	?	י"ב1
85	?	י"ב2

ידוע כי מספר הניגשים מכיתה י"ב2 היה גדול ב- 6 ממספר הניגשים מכיתה י"ב1.

הממוצע של כל התלמידים (משתי הכיתות), היה 80.6. מצאו את מספרי התלמידים בכל אחת משתי הכיתות האלה.

16. מחיר ק"ג אחד של קפה מקולומביה 60 ש"ח.
מחיר ק"ג אחד של קפה מברזיל 52 ש"ח.
א) ערבבו 20 ק"ג של הקפה מקולומביה עם 30 ק"ג של הקפה מברזיל.
מה מחיר ק"ג אחד של התערובת?

ב) מערבבים כמות קפה מקולומביה עם כמות הקטנה ב- 10 ק"ג של קפה מברזיל, ומקבלים קפה שמחירו 57 ש"ח לכל ק"ג. כמה ק"ג קפה מכל סוג בתערובת?

ג) מערבבים כמות של קפה מקולומביה עם כמות הגדולה פי 3 של קפה מברזיל. האם ניתן לקבוע על סמך הנתונים מה מחיר ק"ג של התערובת? אם כן, מצאו. אם לא, הסבירו.
האם ניתן לקבוע על סמך הנתונים מה הכמויות מכל סוג בתערובת? אם כן, מצאו. אם לא, הסבירו.

ד) סוחר רמאי ערבב כמות של קפה מברזיל עם כמות גדולה פי 3 של קפה מקולומביה.
הוא מכר את כל הקפה במחיר הקפה מקולומביה. הסכום שקיבל היה גדול ב- 160 ש"ח מהסכום שהיה מקבל סוחר ישר על אותה מכירה.
כמה ק"ג מכל סוג מכר הסוחר הרמאי?

תשובות ליחידה 2

1. – על דני לקבל במבחן האחרון ציון 88.
– הממוצע הגבוה ביותר שאפשר לקבל הוא 82.4.
2. (א) אמיתי יקבל ציון מגן 84.
(ב) עינת צריכה לקבל לפחות 88.
3. (i) יוני צבר מהמבחנים ציון 43.2.
יוני צבר ממבחן המתכונת ציון 32.
ציון המגן של יוני 75.2.
(ii) ציון המגן של מיכל 77.
(iii) נעמה צריכה לקבל במבחן המתכונת 100.
4. (א) מרים תקבל ציון מגן 91.
(ב) רותי צריכה לקבל במבחן המתכונת 96.
5. (א) משוואה (ii) מתאימה לפתרון השאלה.
(ב) 4 תלמידים קיבלו ציון 5.
(ג) הממוצע יהיה בערך 7.41.
6. (א) 7 תלמידים קיבלו 9, בכיתה 30 תלמידים.
(ב) לא ייתכן.
7. (א) $x = \frac{1}{2}$
(ב) $x = 2$
(ג) אין פתרון
8. למשוואות קבוצות אמת שונות: הפתרון של משוואה (i) הוא כל המספרים הממשיים, ואילו הפתרון של משוואה (ii) הוא כל המספרים פרט ל- 2.

9. אין פתרונות למשוואות א', ב', ד', ה', ו'.
למשוואה ג' יש אינסוף פתרונות.

טור ב'

$$x + 3 = (4 - x)(x - 2)$$

$$x - 2 = (4 - x)(x + 3)$$

$$4 - x = (x + 3)(x - 2)$$

טור א' 10.

$$\frac{4 - x}{x + 3} = x - 2$$

$$\frac{4 - x}{x - 2} = x + 3$$

$$\frac{x - 2}{4 - x} = x + 3$$

$$\frac{x + 3}{x - 2} = 4 - x$$

$$\frac{x - 2}{x + 3} = 4 - x$$

$$\frac{x + 3}{4 - x} = x - 2$$

11. א) $x = -3$ ג) $x = 5$

ב) $x = 6$ ד) $x = 0$

12. א) אם המספר במשבצת $\boxed{2}$, לא יהיה פתרון למשוואה.
ב) אם המספר במשבצת $\boxed{2}$, יהיו למשוואה אינסוף פתרונות.

ועוד בעיות של ממוצעים ציונים ותערובות

13. א) דני לא צודק.

ב) אורי צודק.

ג) הממוצע של כל התלמידים הוא 75.2.

$$x = 34 \qquad 76.5 = \frac{70x + 26 \cdot 85}{x + 26} \quad 14.$$

$$x = 22 \quad 80.6 = \frac{75x + 85(x + 6)}{2x + 6} \quad .15$$

בכיתה י"ב יש 22 תלמידים.

בכיתה י"ב יש 28 תלמידים.

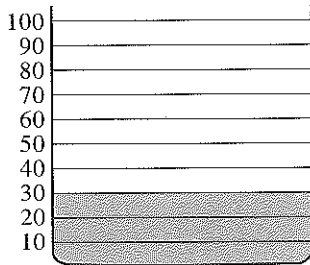
16. (א) מחיר ק"ג אחד של קפה מהתערובת הוא 55.2 ש"ח.
(ב) בתערובת 25 ק"ג של קפה מקולומביה, ו-15 ק"ג של קפה מברזיל.
(ג) מחיר ק"ג אחד מהתערובת הוא 54 ש"ח.
(ד) הסוחר מכר 20 ק"ג של קפה מברזיל ו-60 ק"ג של קפה מקולומביה.

יחידה 3: בעיות ומערכות של משוואות בשני משתנים

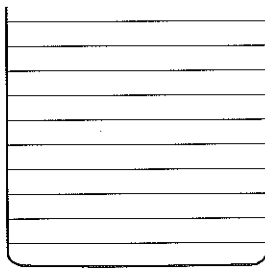
צריכת דלק של משפחת ורון

1. מכונית מסוג "סע-זול" צורכת ליטר דלק ל- 20 ק"מ של נסיעה מחוץ לעיר וליטר דלק ל- 12 ק"מ של נסיעה בתוך העיר.

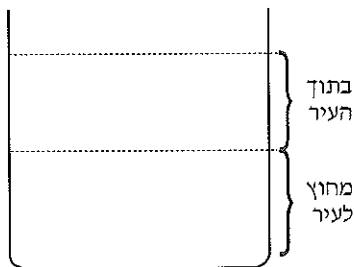
א) כמה ליטרים צורכת המכונית במשך שבוע, אם נוסעים בה 600 ק"מ מחוץ לעיר ו- 240 ק"מ בתוך העיר? בשרטוט משמאל מסומנת בצבע כמות הדלק שצרכה המכונית בנסיעה מחוץ לעיר. צבעו בנוסף את הכמות שצרכה המכונית בתוך העיר.



ב) חשבו וסמנו במיכל משמאל, את כמות הדלק שצורכת מכונית מסוג "סע-זול" בנסיעה של 300 ק"מ מחוץ לעיר ו- 60 ק"מ בתוך העיר.



ג) משפחת ורון קנתה מכונית מסוג "סע-זול". מצאו תבנית לכמות הדלק שצורכת המכונית בנסיעה של x ק"מ מחוץ לעיר, ורשמו אותה בתוך המיכל המשורטט משמאל. רשמו במיכל תבנית לכמות הדלק שצורכת המכונית בנסיעה של y ק"מ בתוך העיר.



המכונית צרכה 64 ליטר בשבוע הראשון רשמו מספר זה במקום המתאים במיכל, ורשמו משוואה מתאימה.

ידוע גם כי בשבוע הראשון נסעה המשפחה סה"כ 1000 ק"מ. רשמו משוואה נוספת.



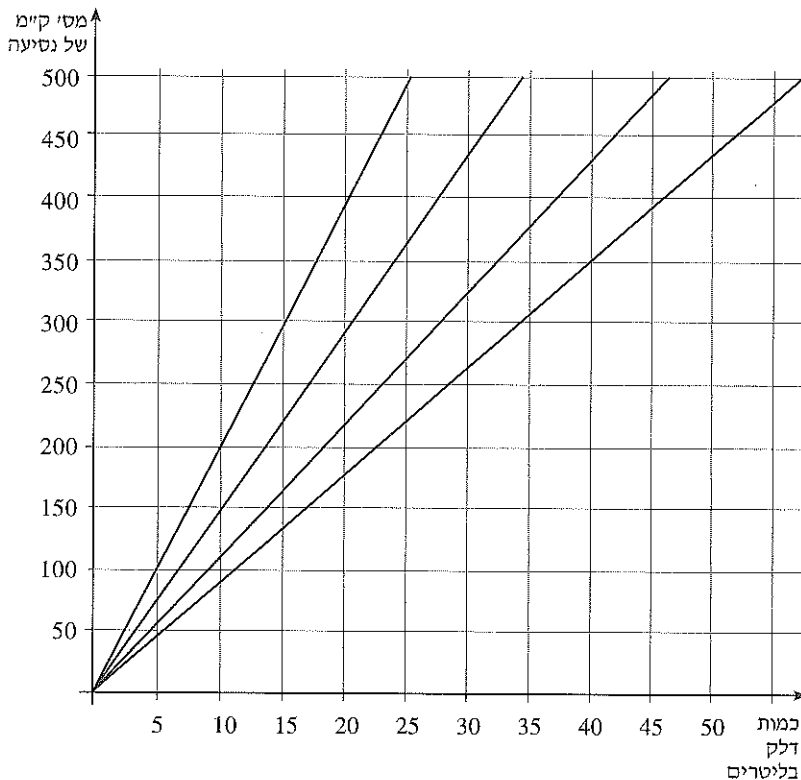
2. לאחר שנתיים החליטה משפחת נרון, לחזור ולבדוק את צריכת הדלק. הם נדהמו לראות שבשבוע אחד נסעו רק 270 ק"מ בתוך העיר והמכונית צרכה 30 ליטר.

- כמה ק"מ לליטר נוסעת המכונית בתוך העיר?
שבוע אחר כך נסעו 90 ק"מ בתוך העיר ו- 180 ק"מ מחוץ לעיר והמכונית צרכה 22 ליטר. (כמובן, שההנחה היא שלא היה שינוי בצריכת הדלק מהשבוע הקודם).

- כמה ק"מ לליטר נוסעת המכונית מחוץ לעיר?

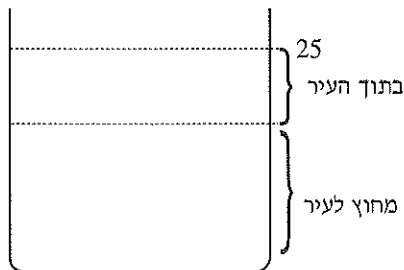


3. לפניכם מערכת צירים ובה ארבעה ישרים. הישרים מתארים את צריכת הדלק של המכונית מסוג "סע-זול" בתוך העיר ומחוץ לעיר מייד לאחר הקנייה, ואת צריכת הדלק מחוץ לעיר ובתוך העיר לאחר שנתיים. צבעו את שני הגרפים המתאימים לצריכת דלק בנסיעה מחוץ לעיר, והסבירו.



4. 

משפחת ג'רון החליטה לקנות מכונית חדשה! וכמוכן שמייד לאחר הקנייה התחילו לבדוק את צריכת הדלק. הם מצאו, כי בשבוע הראשון נסעו 600 ק"מ מחוץ לעיר ו- 80 ק"מ בתוך העיר.



א) סמנו ב- a את מספר הק"מ לליטר שנוסעת המכונית מחוץ לעיר, וב- b את מספר הק"מ לליטר שנוסעת המכונית בתוך העיר, ורשמו תבניות לכמויות הדלק שצרכה המכונית מחוץ לעיר ובעיר.


ב) צריכת הדלק בשבוע הראשון הייתה 25 ליטר. רשמו משוואה.

ג) בשבוע השני נסעה המשפחה 750 ק"מ מחוץ לעיר, 120 ק"מ בתוך העיר, והמכונית צרכה 32.5 ליטר. רשמו משוואה נוספת.

ד) אילה פתרה את המשוואות אבל הפתרון אבד לה. היא זכרה ש- a שווה ל- 20 או ל- 30, ו- b שווה ל- 16 או ל- 8. מצאו מה הם הערכים המתאימים ל- a ול- b .

ה) שרטטו במערכת הצירים שבשאלה 3 שני ישרים המתאימים לצריכת הדלק של המכונית החדשה, מחוץ לעיר ובתוך העיר, וצבעו את הישר המתאר את צריכת הדלק בנסיעה מחוץ לעיר. האם משפחת ג'רון שיפרה את הוצאותיה על דלק?

ועוד גרפים, משוואות ובעיות

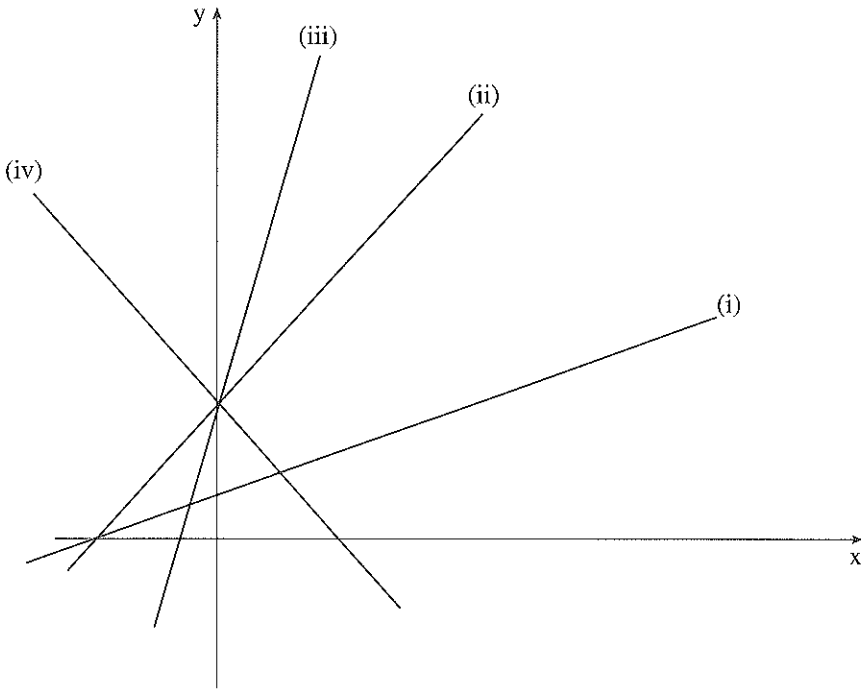
5. I התאימו משוואה לגרף. 

א $2x - y = -3$

א $y = x + 3$

ד $2y - x = 3$

ב $y + x = 3$



- II - מה הפתרון של מערכת המשוואות (א) ו- (ג)
- מה הפתרון של מערכת המשוואות (א) ו- (ד)
- מה הפתרון של מערכת המשוואות (ב) ו- (ג)

6. (I) פתרו את מערכות המשוואות.

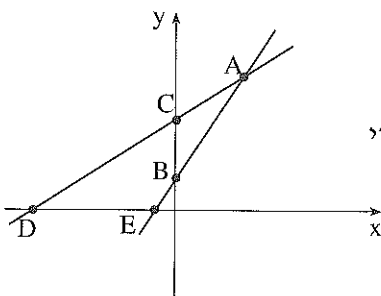
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 & \text{(ה)} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 4 & \text{(א)} \\ y = -2x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 10 & \text{(ו)} \\ -6x - 3y = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x + 5 & \text{(ב)} \\ 2x + 4y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 10 & \text{(ז)} \\ 2x - 4y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 5 & \text{(ג)} \\ y - x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y + x = -3 & \text{(ד)} \\ \frac{x}{5} - y = 12 \end{cases}$$

(II) שרטטו, במערכות צירים נפרדות, את הישרים המתאימים למערכות המשוואות בסעיפים א', ו' ו- ז' והסבירו את התוצאות שקיבלתם כשפתרתם את המערכות.




הגרפים בשרטוט מתאימים למשוואות

$$3x - 2y + 2 = 0$$


$$2y - x = 10$$


התאימו משוואה לגרף ומצאו את שיעורי

הנקודות A, B, C, D, E.


8.  בכל סעיף שתי משוואות המתארות ישרים. קבעו אם הישרים נחתכים והסבירו.

$$\begin{array}{ll} \text{א)} & 8y - 7x = 4 \\ \text{ב)} & 9y - 12x = 7 \\ & 10y - 9x = 2 \\ & 16x - 12y = 9 \end{array}$$

9.  א) רשמו מערכת משוואות, שאין לה פתרון. (תוכלו להיעזר בגרפים.)
ב) רשמו מערכת משוואות, שהפתרון שלה $(-1, 1)$ (תוכלו להיעזר בגרפים.)
ג) רשמו מערכת משוואות, שיש לה אינסוף פתרונות.

10.  מחיר כרטיס להצגת תיאטרון הוא 75 ש"ח באולם ו- 50 ש"ח ביציע.
א) ביום מסוים מכרו 800 כרטיסים, וגבו 52,500 ש"ח.
רשמו מערכת משוואות.

כמה כרטיסים מכל סוג מכרו באותו יום?
ב) ביום אחר מכרו 620 כרטיסים וגבו 40,500 ש"ח.
כמה כרטיסים מכל סוג מכרו באותו יום?

11.  התשלום עבור 5 מחברות ו- 2 עפרונות בחנות של רמי הוא 16.5 ש"ח.
התשלום עבור 10 מחברות ו- 6 עפרונות באותה חנות הוא 37 ש"ח.
מה מחיר מחברת ומה מחיר עיפרון בחנות זו?

ועוד משוואות ובעיות

12. פתרו

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = 1 & (\text{ד}) \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2x+y}{2} - x = 2 & (\text{א}) \\ 2y - 3x = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 & (\text{ה}) \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-2y}{4} - \frac{x+y}{2} = 1 & (\text{ב}) \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2y}{3+x} = 4 & (\text{ו}) \\ \frac{x}{y+3} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x+y}{3} = y - 4 & (\text{ג}) \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

13. התשלום עבור 5 אלבומי תמונות ו- 2 סרטי צילום 190 ש"ח.
 דני קנה 20 אלבומים ו- 4 סרטי צילום.
 על האלבומים קיבל הנחה של 10%.
 דני שילם סך הכל 620 ש"ח.
 מה מחיר אלבום לפני ההנחה, ומה מחירו של סרט צילום?

14. שכרם של חלק מעובדי מפעל הוא 80 ש"ח ליום, ושכרם של העובדים האחרים 100 ש"ח ליום.
 המפעל משלם שכר של 2460 ש"ח ליום.
 הנהלת המפעל החליטה לשפר את שכר העובדים: שכרם של העובדים שקיבלו 80 ש"ח עלה ב-25%, ושכרם של העובדים שקיבלו 100 ש"ח ליום עלה ב-10%.
 בעקבות ההעלאה שילם המפעל לעובדיו 2850 ש"ח ליום.
 כמה עובדים במפעל?

תשובות ליחידה 3

1. (א) המכונית צורכת 50 ליטר דלק.
 (ב) המכונית צורכת 15 ליטר דלק מחוץ לעיר ו- 5 ליטר דלק בתוך העיר.

$$x + y = 1000 ; \frac{x}{20} + \frac{y}{12} = 64 ; \frac{y}{12} ; \frac{x}{20} \quad \text{ג)}$$

2. המכונית צורכת ליטר אחד של דלק לכל 9 ק"מ בתוך העיר.
 המכונית צורכת ליטר אחד של דלק לכל 15 ק"מ מחוץ לעיר.
3. (א) שיפוע הישר מראה מרחק נסיעה שבו המכונית צורכת ליטר אחד של דלק.

$$.4 \quad \frac{600}{a} + \frac{80}{b}$$

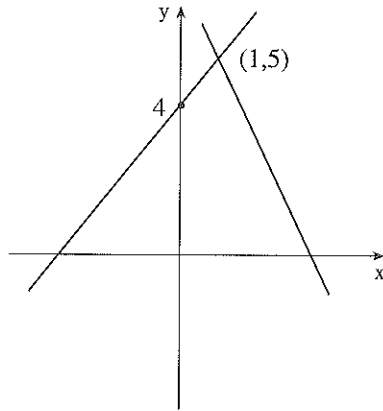
$$\frac{600}{a} + \frac{80}{b} = 25$$

$$\frac{750}{a} + \frac{120}{b} = 32.5$$

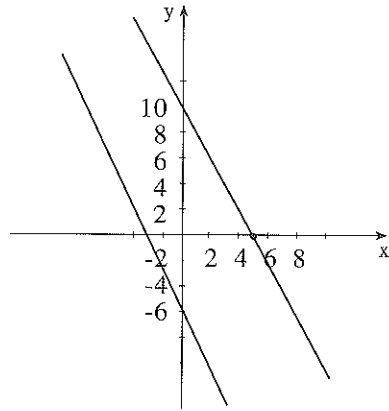
$$a = 30 ; b = 16$$

5. (I) א - (ii) , ב - (iv) , ג - (iii) , ד - (i)
 (II) $y = 3 \quad x = 0$ הוא פתרון מערכת המשוואות (א) ו- (ג).
 $y = 0 \quad x = -3$ הוא פתרון מערכת המשוואות (א) ו- (ד).
 $y = 3 \quad x = 0$ הוא פתרון מערכת המשוואות (ב) ו- (ג).

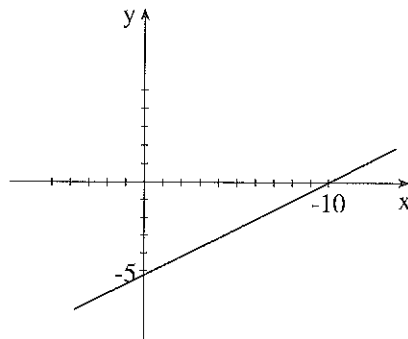
6. (I) א) $y = 5 \quad x = 1$ ה) $y = -33 \quad x = 38$
 ב) $y = 7 \quad x = 1$ ו) אין פתרון
 ג) $y = 3 \quad x = 1$ ז) אינסוף פתרונות (שיעורי כל הנקודות
 ד) $y = -9 \quad x = 15$ על הישר).



(N (II



(1



(1

7. (א) למשוואה $3x - 2y + 2 = 0$ מתאים הישר AB.

(ב) למשוואה $2y - x = 10$ מתאים הישר AC.

(ג) $A(4, 7)$, $B(0, 2)$, $C(0, 5)$, $D(-10, 0)$, $E(-\frac{2}{3}, 0)$

8. (א) נקודת החיתוך של הישרים היא $(12, 11)$.

(ב) לישרים אותו שיפוע לכן הם אינם נחתכים.

10. (א) x - מספר הכרטיסים שנמכרו לאולם.

y - מספר הכרטיסים שנמכרו ליציע.

$$75x + 50y = 52500$$

$$x + y = 800$$

$$x = 500 \quad y = 300$$

נמכרו 500 כרטיסים לאולם, ו-300 כרטיסים ליציע.

(ב) נמכרו 380 כרטיסים לאולם, ו-240 כרטיסים ליציע.

11. מחיר מחברת 2.5 ש"ח, ומחירו של עיפרון 2 ש"ח.

$$12. (א) \quad y = 4 \quad x = -1 \quad (ד) \quad y = 2 \quad x = -2$$

$$(ב) \quad y = -2 \quad x = 4 \quad (ה) \quad y = 0.75 \quad x = 1.5$$


$$(ג) \quad y = 3 \quad x = -2 \quad (ו) \quad y = -6 \quad x = -6$$

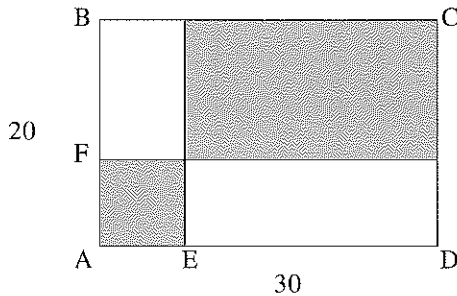
13. מחיר אלבום לפני ההנחה 30 ש"ח. מחיר סרט צילום 20 ש"ח.

14. במפעל עובדים בסה"כ 27 עובדים. 15 מהם מקבלים שכר גבוה ו-12 מהם שכר נמוך.

יחידה 4: בעיות ומשוואות ריבועיות

צובעים שטחים

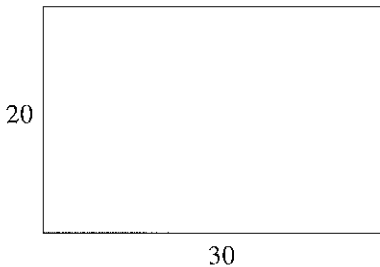
1.  דן ושירה משחקים בצביעת שטחים בתוך מלבן ABCD. $AD=30$ ס"מ $AB=20$ ס"מ



כל אחד בתורו בוחר אורך עבור הקטע AE ומסמן את F על AB, כך ש- $AF=AE$. אחר כך מעבירים מקבילים לצלעות וצובעים את הריבוע והמלבן כבשרטוט. השטח הצבוע שייך לזה שבחר את אורך AE והשטח הלא צבוע למשתתף השני. מי שצובע שטח גדול יותר, זוכה בנקודה. (א) שחקו עם בן זוגכם שני משחקים, כל פעם אחד משניכם יבחר את אורך AE. (שרטטו וחשבו מי המנצח).

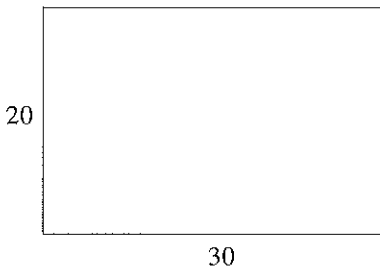
(ב) דן בחר בקטע $AE = 5$.

שרטטו בקירוב, צבעו את השטח של דן וחשבו אותו. מה השטח שנותר לשירה? מי ניצח?



(ג) שירה בחרה $AE = 4$.

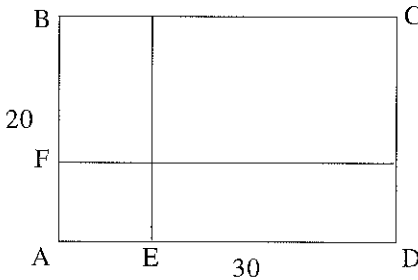
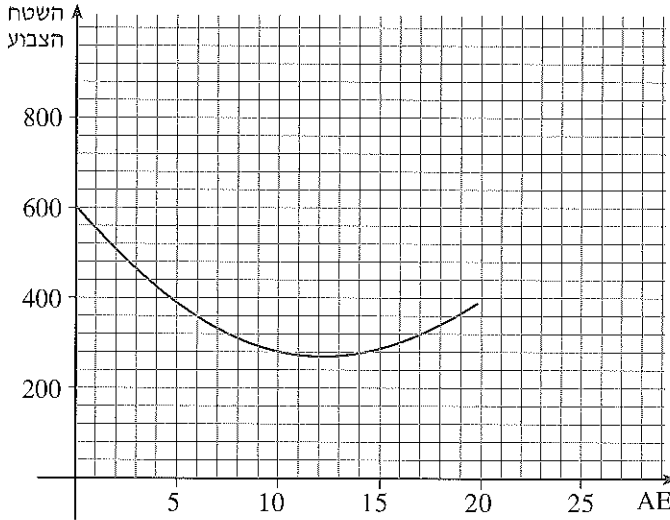
שרטטו בקירוב, צבעו וחשבו את השטח שצבעה שירה. מה השטח שנותר לדן? מי ניצח?



ד) דן בחר $AE=10$. חשבו את השטח שצבע דן ואת השטח שנותר לשירה. מי ניצח?

ה) אילו ערכים ניתן לבחור עבור AE ?

ו) הגרף המשורטט מתאר את השטח הצבוע כפונקציה של אורך AE . סמנו על הגרף את 3 הנקודות המתאימות לחישובים בסעיפים ב, ג, ו- ד.



ז) סמנו את אורך AE ב- x ובטאו את שטחי המלבנים הצבועים שנוצרו ($0 < x < 20$). בדקו, האם התבנית מתאימה לגרף המשורטט.

ח) חשבו את אורך הקטע שבחרה שירה, אם ידוע שהיא צבעה 508 סמ"ר. האם שתי התשובות שקיבלתם אפשריות כבחירה למשחק? סמנו את התשובות בגרף.

ט) לאחר שדן בחר אורך ל- AE , הסתבר שלשירה נותר שטח של 288 סמ"ר. איזה אורך בחר דן? מצאו את האפשרויות השונות וסמנו אותן בגרף.

ז) מה אורך הקטע AE שבחר דן, אם קיבל שטח צבוע של 600 סמ"ר? בדקו והסבירו.

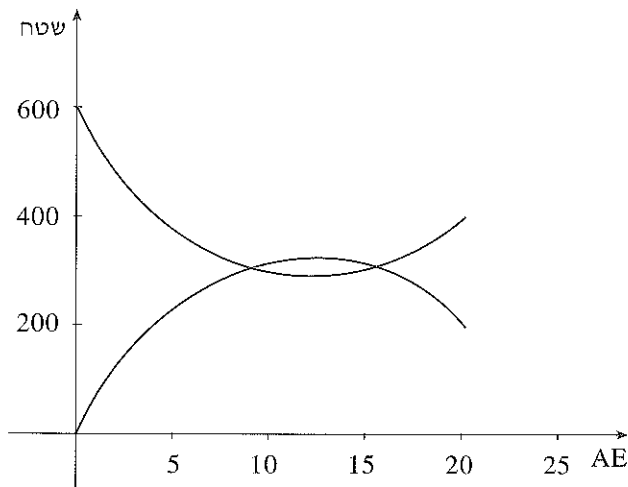
יא) עבור איזה אורך של AE, יהיה לדן ולשירה אותו שטח? (השוו עם התשובה לסעיף ד').

יב) הגרף הנוסף שבשרטוט הבא מתאר את השטח הנותר כפונקציה של אורך AE שנבחר.

סמנו את הנקודות המתאימות לפתרון שמצאתם בסעיף י"א.

יג) רשמו תבנית המתארת את השטח הנותר.

חברו את התבנית הזו לתבנית שרשמתם בסעיף ז' והסבירו.



יד) מי שבחר יכול תמיד לנצח.

- היעזרו בגרף ורשמו שני ערכים עבור AE המבטיחים ניצחון.
- מהו תחום ערכי AE המבטיחים ניצחון?
- איזה אורך יבטיח לבוחר את השטח הגדול ביותר?
- איזו בחירה תבטיח לשחקן השני את השטח הגדול ביותר?

ועוד משוואות, בעיות וגרפים

2. פתרו את המשוואות:



(ה) $x^2 + 6x + 10 = 0$

(א) $x^2 + 7x + 10 = 0$

(ו) $-5x^2 - 2x + 24 = 0$

(ב) $-x^2 + 13x + 30 = 0$

(ז) $8(x - 1) - x(5x - 6) = 0$

(ג) $5x^2 - 33x + 54 = 0$

(ח) $x(x + 2) = 35 - 2(x + 7)$

(ד) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

3. רשמו משוואה ריבועית שהמספר 2 הוא פתרון שלה. מצאו את הפתרון הנוסף, אם קיים פתרון כזה.



4. (א) פתרו את המשוואה: $x^2 + 4x + 5 = 0$.



שרטטו במערכת צירים את הפרבולה: $y = x^2 + 4x + 5$ והסבירו את הקשר בין פתרונות המשוואה לגרף.

(ב) פתרו את המשוואה: $x^2 + 4x + 4 = 0$.

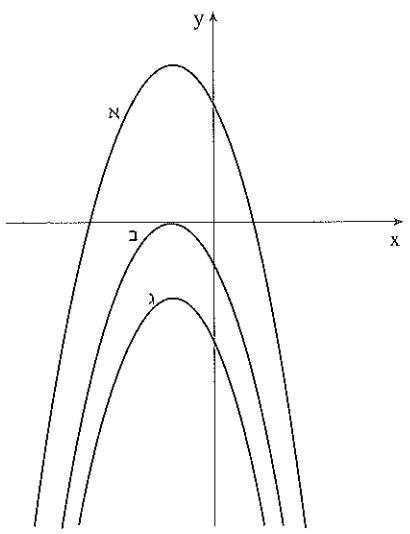
שרטטו במערכת צירים את הפרבולה: $y = x^2 + 4x + 4$ והסבירו את הקשר בין פתרונות המשוואה לגרף.

(ג) פתרו את המשוואה: $x^2 + 4x + 3 = 0$.

שרטטו במערכת צירים את הפרבולה: $y = x^2 + 4x + 3$ והסבירו את הקשר בין פתרונות המשוואה לגרף.



5. א) התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאים.



$$y = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{(i)}$$

$$y = -x^2 - 2x - 3 \quad \text{(ii)}$$

$$y = -x^2 - 2x + 3 \quad \text{(iii)}$$

ב) פתרו את המשוואות:

$$-x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \text{(i)}$$

$$-x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \text{(ii)}$$

$$-x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \text{(iii)}$$



6. 1 ונועדו לאימון בפתרון סוג זה של משוואות. הפעולות האלגבריות והמשוואות בתרגיל זה דומות לאלו שפתרתם בתרגיל

I) כפלו וחברו:

$$\text{א) } (2x - 1)(x + 3) \quad \text{ה) } (3x - 1)^2$$

$$\text{ב) } (x - 7)(x - 1) \quad \text{ו) } 10 - (x + 1)(x - 1)$$

$$\text{ג) } (2x - 1)(2x + 1) \quad \text{ז) } 8 - (5x + 1)^2$$

$$\text{ד) } (2x + 4)(2x + 4) \quad \text{ח) } (2x + 1)^2 - (x - 1)^2$$

II) פתרו את המשוואות:

$$\text{א) } (2x - 1)(x + 1) = 20$$

$$\text{ב) } x^2 + (x - 2)(3x + 1) = 7$$



$$(2x - 1)(x + 2) - x(x + 1) = 1 \quad \text{ג)}$$

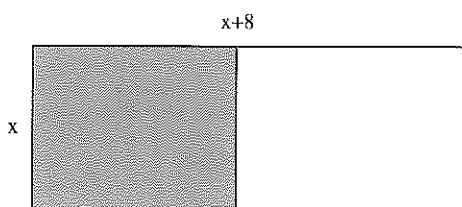
$$(2x - 3)(2x + 3) - (x + 1)(x - 1) = 5x \quad \text{ד)}$$

$$(x - 3)^2 + (x + 3)^2 = 36 \quad \text{ה)}$$

$$(x - 5)^2 - (2x + 1)^2 = 0 \quad \text{ו)}$$

$$3(x - 1)(x + 1) = 2(2x + 1)^2 \quad \text{ז)}$$

$$3(x - 2)^2 = 2(x + 1)^2 - 45 \quad \text{ח)}$$

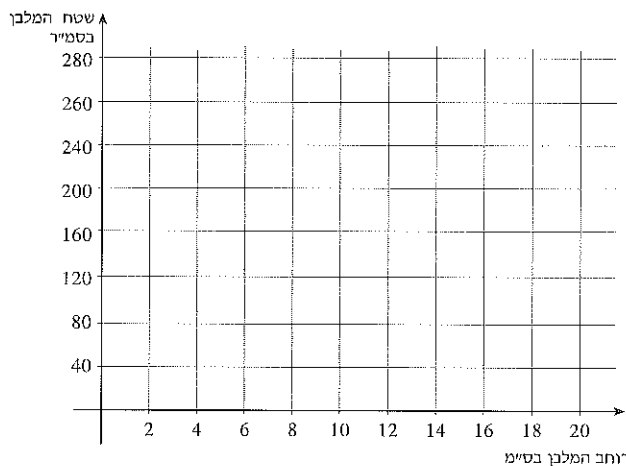


7. בתוך מלבן "חסמו" ריבוע, כבשרטוט.

אורך צלע הריבוע שווה לרוחב המלבן, ואורך המלבן גדול ב- 8 ס"מ מרוחבו.

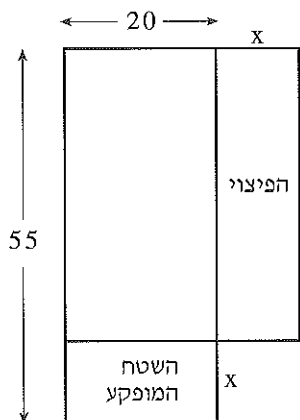
סמנו ב- x את רוחב המלבן.

- א) **שערו** עבור איזה ערך של x השטח הלא צבוע שווה לשטח הצבוע.
 ב) רשמו חוק של פונקציה המתאימה ל- x את שטח הריבוע, ופונקציה אחרת המתאימה ל- x את השטח הנותר (שאינו צבוע).
 ג) שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של **שתי** הפונקציות הנ"ל (תוכלו לשרטט גם בעזרת תוכנת שרטוט מתמטית, מחשבון גרפי וכו').



המשך

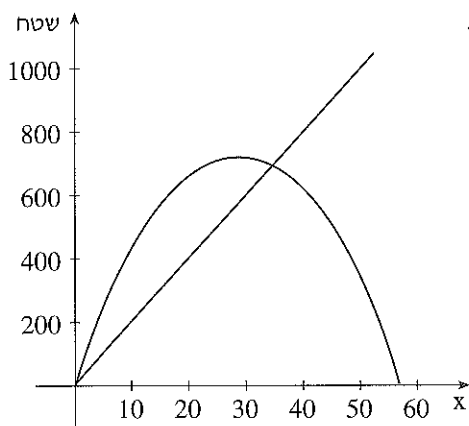
- סמנו נקודה עבורה השטח הצבוע שווה לשטח שאינו צבוע. האם ערך x מתאים למה שרשמתם בסעיף א'?
- (ד) - מהו רוחב המלבן אם השטח הצבוע גדול פי 2 מהשטח שאינו צבוע?
- סמנו על ציר x את ערך x שמצאתם, שרטטו אנך לציר x בנקודה זו. איך מתבטא בגרף, מצב, בו שטח הריבוע גדול פי 2 מהשטח שאינו צבוע?



8. ליוסף מזרחי חלקת אדמה שמידותיה 20×55 עקב סלילת כביש מדרום לחלקה נאלצת המדינה להפקיע חלק משטח החלקה. מנהל מקרקעי ישראל מציע לו פיצוי ממזרח לחלקה (ראו שרטוט).
 (א) רשמו תבנית לשטח המופקע ולשטח הפיצוי.
 (ב) מצאו עבור איזה ערך של x יוסף לא יפסיד ולא ירוויח שטח.

(ג) במערכת הצירים משורטטים גרפים המתארים את שטח "הפיצוי" כפונקציה של x .

- התאימו גרף לפונקציה.
- כיצד מתבטא הפתרון שמצאתם בסעיף א' בגרף? הסבירו.
- עבור אילו ערכים של x , יוסף יקבל שטח קטן מזה שהופקע?
- מהו התחום המתאים לבעיה? סמנו על ציר x והסבירו.

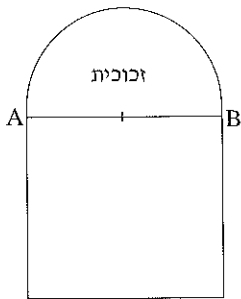


- ד) יוסף טען שהשטח ממזרח לא מוצלח כמו השטח שיש לו מדרום, לכן הוא דורש לקבל שטח הגדול פי 1.5 מהשטח המופקע.
- רשמו משוואה מתאימה ומצאו איזה ערך של x מתאים לדרישתו של יוסף ומה השטח שהוא דורש.
 - סמנו את הערך שמצאתם על ציר x , העלו אנך לציר והסבירו כיצד מתבטא פתרון זה בגרף.

- ה) כמובן שהרשויות לא הסכימו ובסופו של דבר קיבל יוסף שטח הקטן ב- 114 מ"ר מהשטח שהופקע.
- רשמו משוואה ומצאו את השינוי שנעשה (ערך x המתאים) ואת השטח שקיבל יוסף כפיצוי.
 - סמנו את הערך שמצאתם על ציר x , העלו אנך לציר והסבירו כיצד מתבטא הפתרון הזה בגרף.



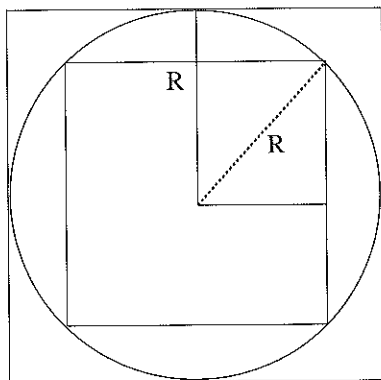
9. א) היקף ריבוע 32 ס"מ.
 (i) מה שטח הריבוע?
 (ii) יצרו מלבן שאורך אחת מצלעותיו גדול פי 2 מאורך צלע הריבוע ואורך הצלע השניה קטן ב- 2 ס"מ מאורך צלע הריבוע. מהו שטח המלבן ומהו היקף המלבן?
 ב) היקף ריבוע מיוצג על-ידי p .
 כמו בסעיף הקודם, יצרו מלבן שאורך אחת מצלעותיו גדול פי 2 מאורך צלע הריבוע, ואורך הצלע השניה קטן ב- 2 מאורך צלע הריבוע.
 - בטאו את צלעות המלבן, שטח המלבן, והיקפו, בעזרת x .
 - הציבו $p=32$ וחשבו את שטח המלבן והיקפו.
 - השוו עם תשובותיכם בסעיף א'.
 - מצאו את היקף הריבוע (p) אם ידוע ששטח המלבן גדול ב- 60 סמ"ר משטח הריבוע.
 רשמו משוואה מתאימה ומצאו את p .



10. מתכננים שער. השער בנוי מדלת ריבועית ומעליה מסגרת של חצי מעגל שתוכו עשוי זכוכית (ראה שרטוט). (שטח עיגול: πr^2)
 מהו בקירוב רדיוס חצי המעגל העשוי זכוכית, אם השטח המזוגג קטן ב- 0.3888 מ"ר משטח הדלת? (בחרו כ- r את רדיוס חצי העיגול, רשמו משוואה מתאימה ומצאו את r .)



11. חסמו מעגל בריבוע, ובתוך המעגל חסמו ריבוע נוסף כבשרטוט.



(א) בטאו בעזרת R את שטח הריבוע הגדול, את שטח הריבוע הקטן, ואת שטח העיגול.

(ב) עבור איזה ערך של R ההפרש בין שטחי הריבועים הוא 50 סמ"ר?

(ג) עבור איזה ערך של R יהיה שטח העיגול קטן ב- 125 סמ"ר, משטח הריבוע החוסם אותו? מה שטח הריבוע החוסם במקרה זה? (דייקו עד ספרה אחת לאחר הנקודה.)

(ד) עבור איזה ערך של R יהיה שטח העיגול גדול ב- 125 סמ"ר משטח הריבוע החוסם בו? מהו שטח הריבוע החוסם במקרה זה?

תשובות ליחידה 4

צובעים שטחים.

1. (ב) דן צבע שטח של 400 סמ"ר. השטח שנותר לשירה הוא 200 סמ"ר.
 (ג) שירה צבעה שטח של 432 סמ"ר. השטח שנותר לדן הוא 168 סמ"ר.
 (ד) דן צבע שטח של 300 סמ"ר. השטח שנותר לשירה הוא 300 סמ"ר.
 (ה) $0 \leq AE \leq 20$
 (ז) השטח הצבוע $2x^2 - 50x + 600 = x^2 + (20 - x)(30 - x)$
 (ח) שירה בחרה קטע שאורכו 2 ס"מ (הפתרון השני 23 ס"מ אינו בחירה אפשרית במשחק).
 (ט) דן בחר קטע שאורכו 9 ס"מ או 16 ס"מ.
 (י) דן בחר קטע שאורכו 0 ס"מ.
 (יא) עבור $AE = 10$ ס"מ או $AE = 15$ ס"מ השטחים יהיו שווים.
 (יג) תבנית לשטח הלא צבוע היא: $50x - 2x^2$.
 (יד) ערכי AE המבטיחים ניצחון הם $0 < AE < 10$ או $15 < AE < 20$.
 - השטח הצבוע הגדול ביותר מתקבל עבור $AE = 0$.
 - השטח הגדול ביותר שהשחקן השני יכול לצבוע מתקבל עבור $AE = 12.5$ ס"מ.

2. (א) $x = -2$ או $x = -5$ (ה) אין פתרונות
 (ב) $x = 15$ או $x = -2$ (ו) $x = 2$ או $y = -2.4$
 (ג) $x = 3$ או $x = 3.6$ (ז) $x = 2$ או $x = 0.8$
 (ד) $x = \frac{1}{2}$ (ח) $x = -7$ או $x = 3$

4. (א) אין פתרון (ב) $x = -2$ (ג) $x = -3$ או $x = -1$

5. (א) (i) - ב, (ii) - ג, (iii) - א.
 (ב) (i) $x = 1$ או $x = -3$ (ii) אין פתרון (iii) $x = -1$

6. (א) I $2x^2 + 5x - 3$ (ה) $9x^2 - 6x + 1$
 (ב) $x^2 - 8x + 7$ (ו) $11 - x^2$
 (ג) $4x^2 - 1$ (ז) $7 - 25x^2 - 10x$
 (ד) $4x^2 + 16x + 16$ (ח) $3x^2 + 6x$

$$\begin{array}{ll} \text{II (א)} & x = -3.5 \text{ או } x = 3 \\ \text{ב)} & x = -1 \text{ או } x = 2.25 \\ \text{ג)} & x = -3 \text{ או } x = 1 \\ \text{ד)} & x = -1 \text{ או } x = 2\frac{2}{3} \\ \text{ה)} & x = -3 \text{ או } x = 3 \\ \text{ו)} & x = -6 \text{ או } x = \frac{4}{3} \\ \text{ז)} & \text{אין פתרון} \\ \text{ח)} & x = 5 \text{ או } x = 11 \end{array}$$

7. ב) חוק הפונקציה לשטח הצבוע הוא $f(x) = x^2$.
 חוק הפונקציה לשטח הלא צבוע הוא $g(x) = 8x$.
 ד) רוחב המלבן המבוקש הוא 16 ס"מ.

8. א) התבנית לשטח המופקע היא $20x$, ולשטח הפיצוי $x(55 - x)$.
 ב) עבור $x = 35$ מ"מ יוסף לא יפסיד ולא ירוויח.
 ג) עבור $35 < x < 55$ יקבל יוסף שטח קטן מהשטח המופקע. התחום המתאים לבעיה הוא $0 < x < 55$.
 ד) המשוואה המתאימה במקרה זה היא: $x(55 - x) = 1.5 \cdot 20x$.
 25 מ' הוא הקטע המתאים לדרישתו של יוסף, והשטח המתאים למקרה זה הוא 750 מ"ר.
 ה) המשוואה המתאימה היא: $x(55 - x) = 20x - 114$. עבור $x = 38$, יקבל יוסף שטח של 646 מ"ר.

9. א) i) שטח הריבוע 64 סמ"ר.
 ii) שטח המלבן 96 סמ"ר, והיקפו 44 ס"מ.

ב) - התבניות המתאימות לצלעות המלבן הן: $\frac{p}{2}$ ו- $\frac{p}{4} - 2$.

התבנית לשטחו הוא: $\frac{p}{2} \left(\frac{p}{4} - 2 \right)$, ולהיקפו: $p + \frac{p}{2} - 4$.

- המשוואה המתאימה היא: $\frac{p}{2} \left(\frac{p}{4} - 2 \right) - 60 = \left(\frac{p}{4} \right)^2$

פתרונה: $p = 40$, ושטח הריבוע, במקרה זה, 100 סמ"ר.

10. המשוואה המתאימה היא: $4r^2 - \frac{\pi r^2}{2} = 0.3888$, $r \approx 0.4$ מ"מ

11. א) שטח הריבוע הגדול $4R^2$, שטח הריבוע הקטן $2R^2$, ושטח העיגול πR^2 .

ב) המשוואה המתאימה היא: $2R^2 = 50$, והפתרון: $R = 5$.


ג) המשוואה המתאימה היא: $4R^2 - \pi R^2 = 125$, והפתרון: $R = 12.1$ ס"מ

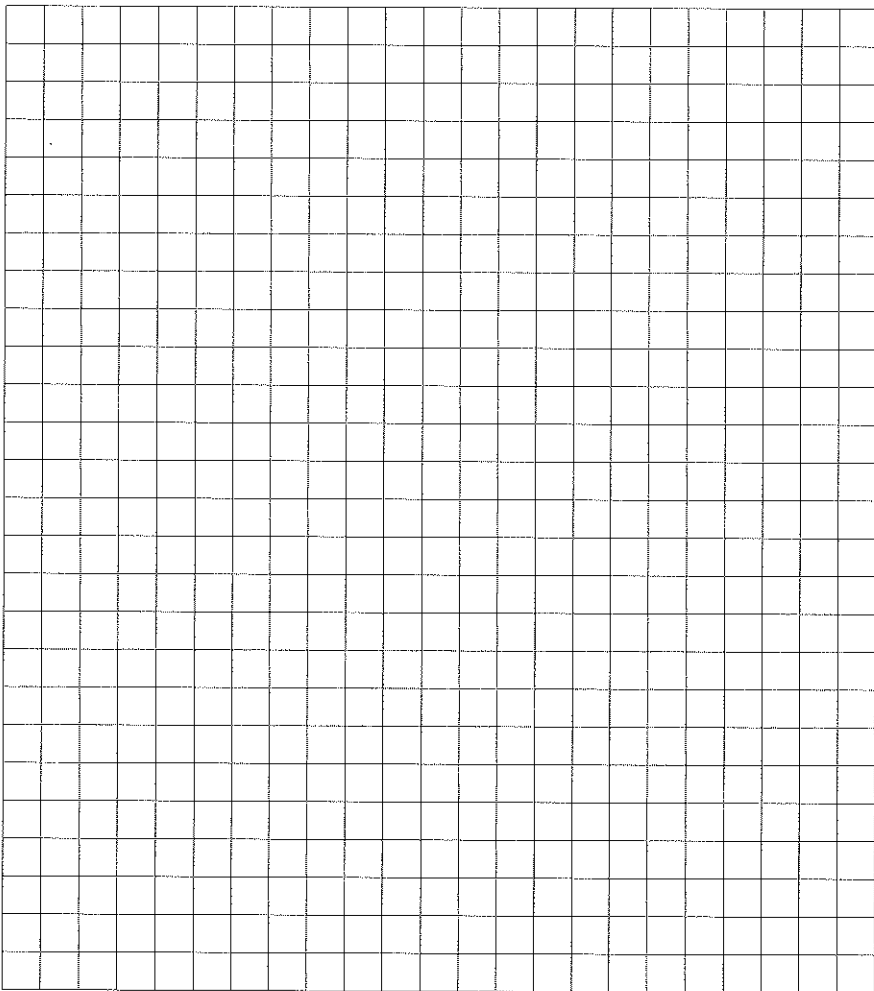
שטח הריבוע החוסם, במקרה זה, הוא בקירוב 582 סמ"ר.

ד) המשוואה המתאימה היא: $\pi R^2 - 2R^2 = 125$, פתרונה: $R = 10.5$ סמ"ר

שטח הריבוע החוסם הוא בקירוב 441 סמ"ר.

משרטטים מלבנים

1.  ענת ונועה משחקות: הן משרטטות מלבנים ששטחם 36 משבצות. מנצחת מי שהאורך הכולל של הקווים ששרטטה (היקף המלבן) קטן יותר.
א) ענת משרטטת מלבן שאחת מצלעותיו 3 יחידות. מצאו את אורך הצלע השנייה והשלימו לשרטוט של מלבן ששטחו 36.
נועה שרטטה מלבן שאחת מצלעותיו 4 יחידות.
מי נצחה במקרה זה?



(ב) מי מנצחת אם ענת משרטטת מלבן שאחת מצלעותיו 18 יחידות, ונועה משרטטת מלבן שאחת מצלעותיו 2 יחידות? (היעזרו בשרטוט המלבנים).

(ג) ענת שרטטה מלבן שאחת מצלעותיו 5 יחידות. מצאו צלעות של מלבן עבור נועה שרוצה, כמובן, לנצח את ענת.

(ד) x מייצג אורך אחת מצלעות מלבן. רשמו תבנית לאורך הצלע השנייה של המלבן. רשמו תבנית להיקף המלבן.

(ה) נועה שרטטה מלבן שהיקפו 25 יחידות. מה אורכי צלעותיו? (רשמו משוואה ופתרו).

(ו) הגרף מתאר כיצד משתנה היקף המלבן (ששטחו 36 משבצות) כאשר משנים את אורך אחת מצלעותיו.

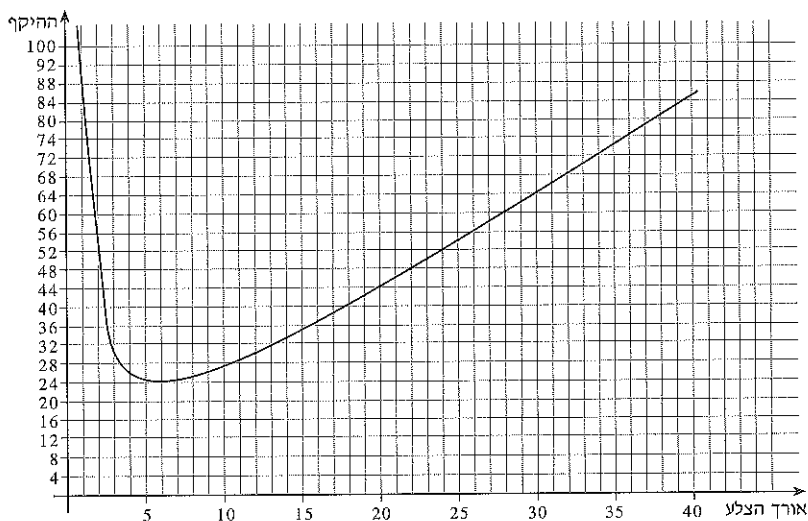
(i) הסבירו מדוע הגרף אינו חותך את הצירים.

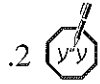
(ii) מצאו בעזרת הגרף נקודות מתאימות להיקף 40, והסבירו אילו מלבנים מתאימים לנקודות אלה.

(iii) שרטטו ישר שמשוואתו $y=74$ ורשמו משוואה שפתרונותיה נקודות החיתוך של הישר והגרף. מה משמעות הנקודות בהקשר לבעיה?

(iv) נסו למצוא צלעות של מלבן שהיקפו קטן מ-30.

(v) איזו נקודה בגרף מתארת את המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר?





- שתי הבנות החליטו לשחק משחק נוסף כאשר שחיי המלבנים 144 משבצות.
 (א) ענת שרטטה מלבן שאורך אחת מצלעותיו 72 יחידות, ונועה שרטטה מלבן שאורך אחת מצלעותיו 3 יחידות. מי ניצחה?
 (ב) - נועה שרטטה מלבן שהיקפו 80 יחידות. מה אורכי צלעותיו? (סמנו ב- x את אורך אחת הצלעות, רשמו משוואה ופתרו.)
 - ענת רוצה לנצח. מצאו עבורה מלבן שהיקפו קטן יותר.
 (ג) נועה שרטטה מלבן שהיקפו 48.8 יחידות. מצאו את אורכי צלעותיו. האם לדעתכם, ענת יכולה לנצח אותה?
 (ד) מצאו מלבן שהיקפו מינימלי ונמקו.

ועוד משוואות וגרפים

3. המשוואות בתרגיל זה דומות למשוואות, שיצרתם בשאלה הראשונה. פתרו ובדקו על-ידי הצבה.

$$\frac{12}{x-1} + x = 9 \quad (א)$$

$$x - \frac{3}{x} = 2 \quad (א)$$

$$\frac{12}{x-1} + x = 0 \quad (ד)$$

$$2x - \frac{15}{x} = x - 2 \quad (ב)$$

4.  (א) אבי פתר את המשוואה $\frac{2x+2}{x+1} = 1$ באופן הבא:

$$\frac{2x+2}{x+1} = 1 \quad / \cdot (x+1)$$

$$2x + 2 = x + 1$$

$$x = -1$$

האם -1 הוא, אכן, פתרון של המשוואה? הציבו, בדקו, והסבירו.

(ב) ענת חישה את ערכי הפונקציה $f(x) = \frac{2x+2}{x+1}$ ורשמה אותם בטבלה.

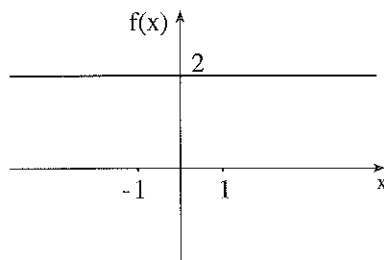
(i) בדקו.

4	3	2	1	0	x
2	2	2	2	2	y

(ii) הסבירו, מדוע קיבלה עבור כל הערכים שהציבה 2.

(iii) ענת שרטטה את גרף הפונקציה על פי הערכים שחישה.

האם הגרף "נכון"? נמקו.



(iv) חשבו ערכים בסביבת $x = -1$

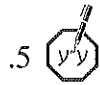
-0.8	-0.9	-1	-1.01	-1.1	-1.5	x
		לא מוגדר				

גרף הפונקציה $f(x)$ צהה לגרף הפונקציה $g(x) = 2$ בכל נקודה פרט לנקודה או ההצדקה. כאלוה, גרף הפונקציה $f(x)$ הוא ישר עם "אוי".

תקנו את הגרף המשוורטט על-ידי סימון "החור" במקום המתאים.

(ג) הסבירו, בעזרת הגרף, מדוע לא ייתכן $f(x) = -1$, ולכן אין פתרון למשוואה שפתר אבי, בסעיף א'.

(ד) מהם פתרונות המשוואה: $\frac{2x+2}{x+1} = 2$? היעזרו בגרף והסבירו.



5. פתרו את המשוואות. בדקו אילו ערכים לא ניתן להציב במקום x והשוו עם הפתרון.

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6 \quad (\text{ב})$$

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = 3 \quad (\text{א})$$

(ג) דוגמה.

$$\frac{10}{2x - 3} + \frac{5}{2x + 3} = 3 \quad / \cdot (2x - 3)(2x + 3)$$

$$\frac{10(2x + 3)(2x - 3)}{2x - 3} + \frac{5(2x + 3)(2x - 3)}{2x + 3} = 3(2x + 3)(2x - 3)$$

לכן:

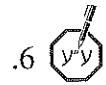
$$10(2x + 3) + 5(2x - 3) = 3(2x - 3)(2x + 3)$$

המשיכו.

$$\frac{4x}{2x + 1} + \frac{3}{x + 3} = 1 \quad (\text{ה})$$

$$\frac{6}{x + 1} + \frac{5}{x} = 2 \quad (\text{ד})$$

$$\frac{x + 3}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} = 0 \quad (\text{ו})$$



6. למציאת מכנים משותפים קטנים ביותר, יש צורך לעיתים לפרק מכנים אלה לגורמים, לכן נחזור על הוצאת גורם משותף ופירוק על פי הנוסחה:
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

רשמו כמכפלה ופרקו לגורמים.

דוגמאות: (i) $x^3 + 5 = x(x^2 + 5)$

(ii) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

(iii) $x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x + 3)(x - 3)$

(ה) $x^3 - 4x^2 =$

(א) $x^2 - 25 =$

(ו) $x^3 - 4x =$

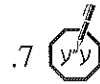
(ב) $4x^2 - 81 =$

(ז) $x^4 - x^2 =$

(ג) $16 - x^2 =$

(ח) $9x^4 - 16x^2 =$

(ד) $1 - 100x^2 =$



7. רשמו מכנים כמכפלות ופתרו. בדקו אם הפתרונות מתאימים ואם לא הסבירו מדוע.

(א) $\frac{3}{1+x} - \frac{x+2}{1-x} = \frac{9}{1-x^2}$

$\frac{3}{1+x} - \frac{x+2}{1-x} = \frac{9}{(1-x)(1+x)}$ $\cdot (1-x)(1+x)$

$3(1-x) - (x+2)(1+x) = 9$

המשיכו בפתרון המשוואה.

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2} \quad (\text{ה})$$


$$\frac{5}{2x-1} + \frac{3}{2x+1} = \frac{18}{4x^2-1} \quad (\text{ב})$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{x+1}{2x+2} = -\frac{1}{2x} \quad (\text{ו})$$

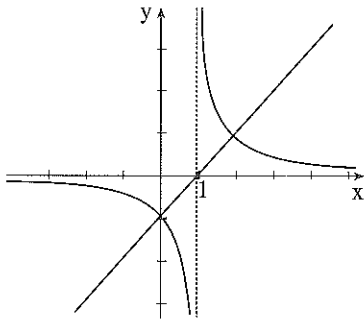
$$\frac{x}{3(x-5)} + \frac{1}{x+5} = \frac{2x}{x^2-25} \quad (\text{ג})$$

$$\frac{6}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{32}{x^2-9} \quad (\text{ז})$$

$$\frac{8}{2x-4} + \frac{x^2-4}{x+2} = 5 \quad (\text{ד})$$

8.  אמיתי שרטט סקיצות של גרפים של שני הפונקציות הבאות מבלי להתייחס לנקודות אי ההגדרה.

$$g(x) = \frac{x^2-1}{x+1} \quad \text{ו-} \quad f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$$




(א) התאימו גרף לחוק הפונקציה, התייחסו לתחום של כל אחת מהפונקציות ותקנו את הגרפים.

(ב) היעזרו בצמצום ובגרף כדי לפתור

$$\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{x+1}{x^2-1}$$

האם כל הפתרונות שמצאתם מתאימים?

9.  פתרו עוד משוואות הדורשות פירוק לגורמים.


$$x^3 + 5x^2 + 6x = 0 \quad \text{דוגמה:}$$

$$x(x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

$x^3 - 16x^2 = 0$ (ה)	$2x^2(x - 1) = 0$ (א)
$x^4 - x^2 = 0$ (ו)	$2x(x^2 - 4) = 0$ (ב)
$x^3 - 5x^2 + 6x = 0$ (ז)	$x^3 - 9x = 0$ (ג)
$2x^3 + x^2 - x = 0$ (ח)	$x^3 - 16x = 0$ (ד)

ועוד בעיות של היקף ושטח

10.  דפנה, טלי ואיילת מתווכחות מי מהן רצה דרך ארוכה יותר.
 (א) דפנה הקיפה 11 פעמים מגרש שצורתו ריבוע ושטחו 6400 מ"ר. איזה אורך דרך רצה דפנה?

(ב) טלי הקיפה 16 פעמים מגרש שצורתו מלבן ושטחו 1800 מ"ר. מצאו את צלעות המלבן אם לאחר מדידה הסתבר שטלי רצה **בדיוק** אותו אורך דרך כמו דפנה.

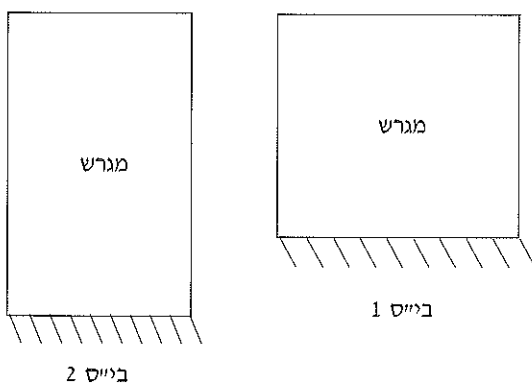
(ג) איילת הקיפה 10 פעמים את מגרש ביה"ס שצורתו מלבן ושטחו 7200 מ"ר. היא טענה כי רצה דרך ארוכה יותר מהדרך שרצו דפנה וטלי.
 - מצאו דוגמה של צלעות מגרש מלבני (ששטחו 7200 מ"ר) שיאשר את טענתה של איילת (חשבו את אורך דרך הריצה שלה במקרה זה).

- מצאו צלעות של מגרש מלבני (ששטחו 7200 מ"ר) שיפריך את טענתה של איילת. (כלומר, שאורך דרך ריצתה יהיה קטן מזה של שתי חברותיה).

- המורה לספורט אמרה שאורך מגרש ביה"ס כפול מרוחבו (שטחו כאמור 7200 מ"ר), מצאו את צלעות המגרש.
 האם טענתה של איילת נכונה?



11. בקריית חינוך שני בתי ספר. בשניהם גדרו את החצר משלושה צדדים ורצפו אותה. המחיר למטר גידור הוא 30 ש"ח, והמחיר למטר ריצוף 70 ש"ח.



א) המגרש בבניה"ס הראשון ריבועי, והתשלום עבור הגידור והריצוף היה 349,000 ש"ח. מה אורך צלע המגרש?

ב) בבניה"ס השני המגרש מלבני, הבניין צמוד לצלע הקטנה של המלבן, ורוחב המגרש הוא $\frac{3}{4}$ מאורכו. הגידור והריצוף בבניה"ס הזה עלו 342,000 ש"ח. מצאו את אורך צלעות מגרש זה.

ג) לאיזה בית ספר מגרש ששטחו גדול יותר?
לאיזה בית ספר גדר ארוכה יותר?

תשובות ליחידה 5

משרטטים מלבנים

1 (א) נועה ניצחה, כי היקף המלבן ששרטטה 26 יח' והיקף המלבן של ענת 30 יח'.

(ב) הן מקבלות אותו מלבן שהיקפו 40 יח'.

(ג) לדוגמה, צלע המלבן של נועה 6 יח'.

(ד) התבנית לצלע השנייה $\frac{36}{x}$, והתבנית להיקף המלבן $2\left(x + \frac{36}{x}\right)$.

(ה) המשוואה: $2\left(x + \frac{36}{x}\right) = 25$, אורכי צלעות המלבן הם: 8 ו-4.5 יחידות.

(ו) (i) עבור שטח קבוע (שונה מ-0) לא תיתכן צלע שאורכה 0 ולא ייתכן מלבן שהיקפו 0.

(ii) הנקודות המתאימות להיקף 40 הן: (2,40), (18,40). אורכי צלעות מלבן שהיקפו 40 הן: 2 יח' ו-18 יח'.

(iii) המשוואה המתאימה היא: $2\left(x + \frac{36}{x}\right) = 74$.

הנקודות המתאימות הן: (1,74), (36,74).

שיעורי x של הנקודות, מתארים אורך אחת מצלעות המלבן שהיקפו 74 יחידות.

(v) הנקודה (6,24) מתארת את המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר, (24 יחידות).

2. (א) נועה ניצחה, כי היקף המלבן ששרטטה 102 יחידות, והיקף המלבן של ענת 148 יחידות.

(ב) - המשוואה: $2\left(x + \frac{144}{x}\right) = 80$

אורכי צלעות המלבן המתאים הן: 36 ו-4 יחידות.

- לדוגמה: מלבן שאורכי צלעותיו 18 יחידות ו-8 יחידות.

(ג) אורכי צלעות המלבן שהיקפו 48.8 יחידות הן: 14.4 יח' ו-10 יח'.

(ד) המלבן הוא ריבוע, שאורך כל אחת מצלעותיו 12 יחידות.

3. (א) $x = 3$ או $x = -1$ (ב) $x = -5$ או $x = 3$ (ג) $x = 3$ או $x = 7$ (ד) אין פתרון.
4. (ב) בסעיף (iii) הגרף הנכון הוא קו אופקי עם "חור" בנקודה $(-1, 2)$.
(ד) כל המספרים חוץ מ- $x = -1$.
5. (א) $x = 5$ (ב) אין פתרון, כי $x = 3$ לא בתחום ההגדרה.
(ג) $x = -1$ או $x = 3.5$ (ד) $x = 5$ או $x = -\frac{1}{2}$
(ה) $x = 0$ או $x = -5.5$ (ו) $x = 3$.
6. (א) $(x + 5)(x - 5)$ (ב) $(2x + 9)(2x - 9)$ (ג) $(4 + x)(4 - x)$ (ד) $(1 - 10x)(1 + 10x)$
(ה) $x^2(x - 4)$ (ו) $x(x + 2)(x - 2)$ (ז) $x^2(x + 1)(x - 1)$ (ח) $x^2(3x - 4)(3x + 4)$.
7. (א) $x = -4$ או $x = -2$ (ב) $x = 1$ (5- אינו שייך לקבוצת ההצבה).
(ג) $x = 3$ (ד) אין פתרון.
(ה) $x = 3$ (ו) $x = 2$ (1- אינו שייך לקבוצת ההצבה).
(ז) $x = 5$ או $x = 9$.
8. (א) הגרף של $f(x)$ הוא ההיפרבולה, הגרף של $g(x)$ הוא הקו הישר.
(ב) $x = 0$ או $x = 2$.
9. $x = -3$ או $x = -2$ או $x = 0$ (א) $x = 0$ או $x = 1$ (ב) $x = 0$ או $x = 2$ או $x = -2$ (ג) $x = 0$ או $x = 3$ או $x = -3$ (ד) $x = 0$ או $x = 4$ או $x = -4$
(ה) $x = 0$ או $x = 16$ (ו) $x = 0$ או $x = 1$ או $x = -1$ (ז) $x = 0$ או $x = 2$ או $x = 3$ (ח) $x = 0$ או $x = -1$ או $x = -1/2$.

ועוד בעיות של היקף ושטח

10. א) דפנה רצה 3520 מ'.

ב) אורכי צלעות המגרש אותו הקיפה טלי הן 90 מ' ו- 20 מ'.

ג) - לדוגמה, אם צלעות המגרש 30 ו- 240 מ', אז איילת רצה 5400 מ'.

- אם צלעות המגרש 80 מ' ו- 90 מ', אז איילת רצה 3400 מ'.

- צלעות המגרש לפי טענתה של המורה הן 60 מ' ו- 120 מ'.

לכן איילת רצה 3600 מ'.

11. א) אורך צלע המגרש הריבועי 70 מ'.

ב) אורכי צלעות המגרש המלבני 80 מ' ו- 60 מ'.

ג) לבית הספר השני גדר ארוכה יותר.

לבית הספר הראשון מגרש ששטחו גדול יותר.

1.1 מרחק עצירה 

מרחק עצירה של מכונית הוא המרחק שעוברת המכונית מרגע הלחיצה על הבלמים ועד לעצירתה.
 (א) משה נסע במהירות של 60 קמ"ש, ודן במהירות של 30 קמ"ש. למי מהם, לדעתכם, מרחק עצירה גדול יותר?

(ב) ניתן לתאר מרחק עצירה באמצעות פונקציה, הקושרת את המהירות ומרחק העצירה:
 אם v מהירות הנסיעה של המכונית בק"מ לשעה, ו- d מרחק העצירה במטרים, אז הפונקציה המתארת את מרחק העצירה היא:

$$d = \frac{(v + 10)^2}{25} - 4$$

חשבו את מרחק העצירה של משה (נסע במהירות 60 קמ"ש).
 מהירות הנסיעה הלא חוקית של דן הייתה 120 קמ"ש, מה מרחק העצירה שלו?

(ג) מהירות הנסיעה של דן הייתה גדולה פי 2 ממהירותו של משה. פי כמה גדול מרחק העצירה של דן ממרחק העצירה של משה?

(ד) נהג הנוסע במהירות 50 קמ"ש ורואה לפניו במרחק של 50 מ' מחסום. האם יספיק לעצור?

(ה) באיזו מהירות עליו לנסוע, כדי להספיק לעצור לפני שידרוס כלב, הרובץ על הכביש במרחק של 32 מ' מהנקודה בה הבחין בכלב? (רשמו משוואה מתאימה ופתרו.)

(ו) באיזו מהירות עליו לנסוע, כדי להספיק לעצור לפני מכשול המונח 96 מ' לפניו?

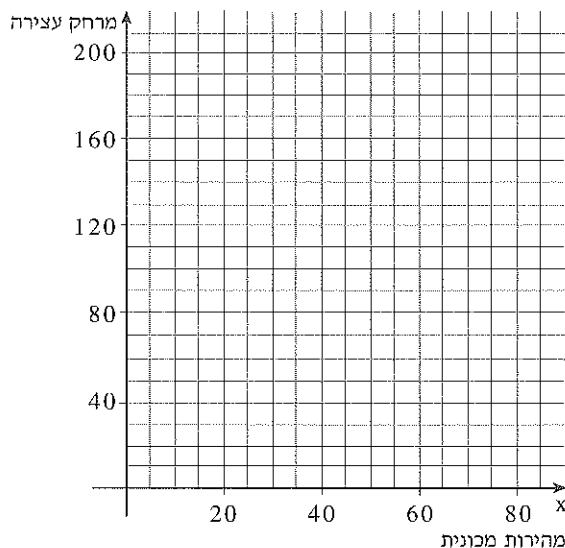
(ז) באיזו מהירות עליו לנסוע, כדי להספיק לעצור לפני רמזור הנמצא 60 מ' לפניו?

(ח) באיזה מקרה מרחק העצירה הוא אפס? בדקו אם זו התשובה כשמציבים בנוסחה.

(ט) סמנו בערך, במערכת הצירים שבעמוד הבא, את הנקודות שמצאתם בסעיפים ד'-ח'.

 המשך

י) פשטו את התבנית. מה צריכה להיות צורת הגרף? השלימו את שרטוט הגרף.



יא) הפונקציה המתארת את מרחק העצירה היא פונקציה ריבועית. מצד שני, ככל שהמהירות גדלה גדל מרחק העצירה. הסבירו כיצד זה ייתכן.

יב) היעזרו בגרף ובדקו האם ייתכנו המצבים הבאים:

- המהירות גדלה פי 2 וגם מרחק העצירה גדל פי 2.

- המהירות גדלה פי 3 ומרחק העצירה גדל ביותר מאשר פי 3.

יג) הפונקציה $m = \frac{(v+5)^2}{20} - 6$ מתארת את מרחק העצירה של משאית.

v מהירות הנסיעה של המשאית בק"מ לשעה.

m מרחק העצירה במטרים.

המכונית והמשאית עלו משני צידיו של גשר עליו מסלול נסיעה יחיד.

המרחק ביניהן 60 מ'. המכונית נוסעת במהירות 20 ק"מ לשעה,

והמשאית במהירות 25 ק"מ לשעה. האם יספיקו לעצור? (חשבו את

המרחק שנסעה כל מכונית עד שעצרה.)

יד) עבור איזו מהירות מרחק העצירה של המכונית והמשאית שווה?

טו) עבור אילו מהירויות מרחק העצירה של המשאית גדול מזה של המכונית?

(תוכלו להיעזר בשרטוט גרף הפונקציה המתאר את מרחק העצירה של

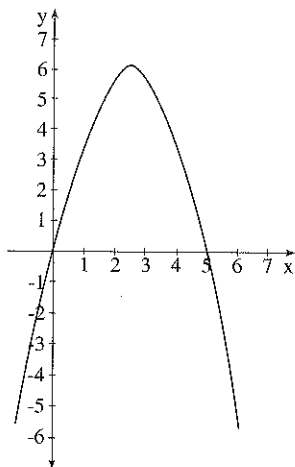
המשאית.)

2. 

(א) פתרו את מערכת המשוואות

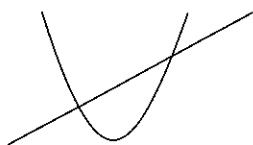
$$\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = x + 3 \end{cases}$$

(ב) משורטטת הפרבולה $y = -x^2 + 5x$. שרטטו בערך את משוואת הישר, סמנו בגרף את פתרונות המערכת ורשמו את שיעורי הנקודות המתאימות.



(ג) רשמו במקום משוואת הישר הרשומה לעיל, משוואת ישר אחר, כך שלמערכת שתתקבל (משוואה ריבועית ומשוואה קווית) לא יהיה פתרון.

(ד) נסו לרשום במקום משוואת הישר הנייל, משוואת ישר אחר, כך שלמערכת שתתקבל יהיה פתרון יחיד.



3. 

רשמו מערכת משוואות כך שהסקיצה הבאה תתאים לתיאור המצב ההדדי של הפרבולה והישר. פתרו ובדקו.

4. 

פתרו את מערכות המשוואות ושרטטו ליד כל מערכת סקיצה מתאימה. (אין צורך במערכת צירים).

$$\begin{cases} 2y - x^2 = 5 & (א) \\ y - x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 5x + 4 & (א) \\ y = x \end{cases}$$

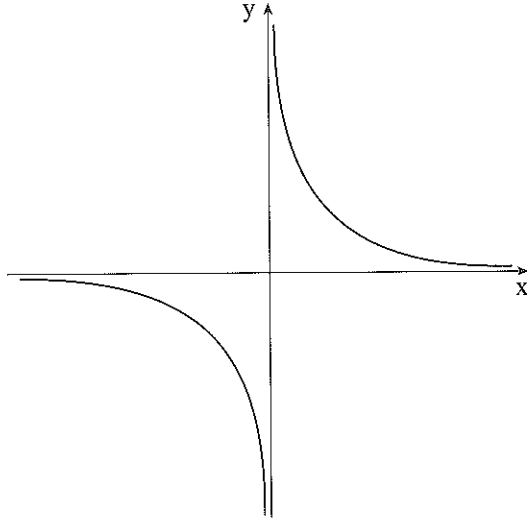
$$\begin{cases} x^2 - 6y = 13 & (ב) \\ y = x - 3 \end{cases}$$

5. (א) פתרו את מערכת המשוואות



$$\begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

(ב) הגרף המשורטט הוא הגרף המתאים למשוואה הראשונה. שרטטו בקירוב את משוואת הישר, סמנו את הפתרונות בגרף, ורשמו את שיעורי הנקודות המתאימות.



(ג) בשני הפתרונות שהתקבלו שיעורי x ו- y "מוחלפים" זה בזה. נסו לרשום משוואה נוספת של ישר, שתיתן פתרונות מאותו סוג.


(ד) - פתרו את מערכת המשוואות.

$$\begin{cases} xy = 4 \\ y - x = 3 \end{cases}$$

- שרטטו בקירוב את הישר במערכת הצירים למעלה, סמנו את הפתרונות בגרף ורשמו את שיעורי הנקודות המתאימות.


(ה) פתרו את מערכת המשוואות והסבירו בעזרת הגרף, מה קיבלתם.

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

פתרו את המערכות הבאות. 6. 

$$\begin{cases} y - 2xy = 3 & \text{ב)} \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} xy + 7x = 8 & \text{א)} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 15 & \text{ד)} \triangle \\ (x + 7)(y + 4) = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 0 & \text{ג)} \triangle \\ \frac{6}{x} + \frac{14}{y} = 9 \end{cases}$$

7.  א) מצאו זוג מספרים, שסכומם שווה למכפלתם.

ב) נסו למצוא עוד זוג כזה.

ג) ייצגו את שני המספרים ב-x ו-y, רשמו משוואה המתארת את התנאי הזה, ובטאו את y כפונקציה של x.

ד) - האם ייתכן, ששני מספרים כאלה יהיו שניהם שליליים? אם כן, מצאו זוג כזה. אם לא, הסבירו.

- האם ייתכן, שאחד משני המספרים חיובי והשני שלילי? אם כן, מצאו זוג כזה. אם לא, הסבירו.

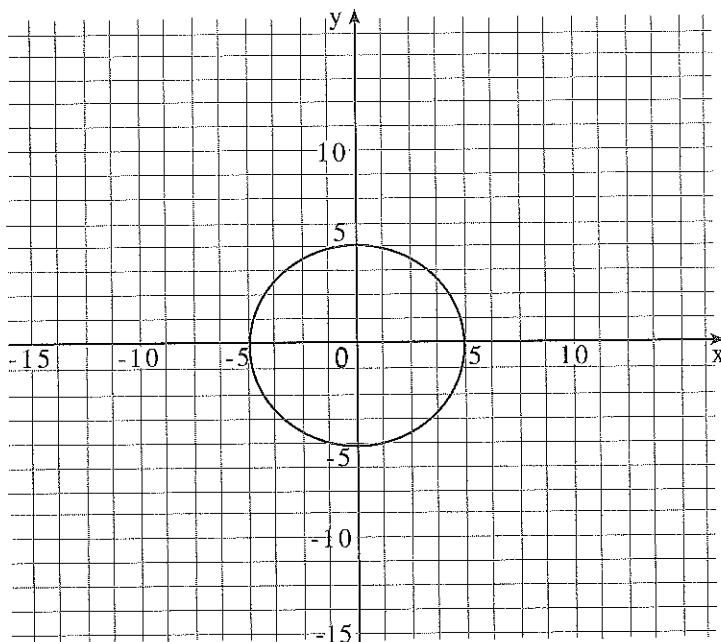
ה) - שרטטו את גרף הפונקציה באמצעות מחשב, מחשבון גרפי, או על דף, ובדקו בעזרת הגרף את תשובותיכם לסעיף ד'.

- האם ייתכן שזוג המספרים יהיו חיוביים וקטנים מ-1 הסבירו.

8. (א) פתרו את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

(ב) שרטטו במערכת הצירים גם את הישר



(ג) פתרו בערך, באמצעות המעגל ששרטטת, את המערכות הבאות ובדקו.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \text{(ii)} \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \text{(i)} \\ y = x - 1 \end{cases}$$

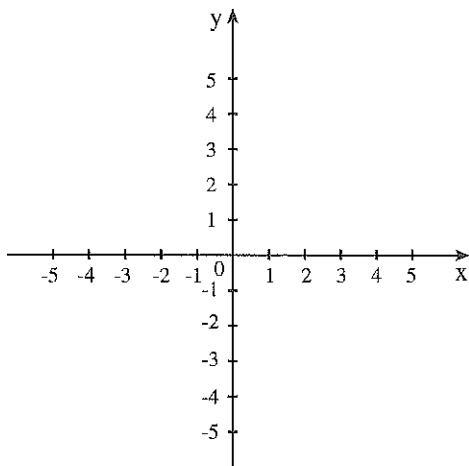
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \text{(iii)} \\ y = x + 10 \end{cases} \text{ הסבירו.}$$

9. (א) פתרו את המערכות הבאות.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 & \text{(ii)} \\ y + x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 & \text{(i)} \\ y + x = 4 \end{cases}$$

(ב) - שרטטו בערך את המעגל $x^2 + y^2 = 16$.
שרטטו גם את שני הישרים המופיעים במערכות (i) ו-(ii).



- רשמו עוד מערכת משוואות שבה שיעורי הפתרונות "מוחלפים" כבמערכת (i).
- רשמו מערכת, שיש לה פתרון יחיד.

10. יוסי עובר את הדרך בין שתי ערים (y) ברכיבה על אופניים במהירות קבועה v, במשך 5 שעות.
דני רוכב על אופניו במהירות קבועה הגדולה ב-3 ק"מ לשעה מזו של יוסי ועובר את הדרך בין שתי הערים, ב-4 שעות.
מצאו את האורך הדרך בין שתי הערים ואת המהירות הקבועה של יוסי ודני.

תשובות ליחידה 6

מרחק עצירה

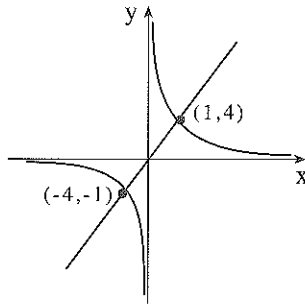
- (1) (א) לִדָן מרחק עצירה גדול יותר.
 (ב) מרחק העצירה של משה הוא 192 מ'.
 מרחק העצירה של דן הוא 672 מ'.
 (ג) מרחק העצירה של דן גדול ממרחק העצירה של משה פי 3.5.
 (ד) הנהג לא יספיק לעצור (מרחק העצירה במקרה זה הוא 140 מ').
- (ה) המשוואה היא: $32 = \frac{(v+10)^2}{25} - 4$. כדי לא לדרוס את הכלב עליו לנסוע במהירות לא גדולה מ- 20 קמ"ש.
- (ו) המשוואה היא: $96 = \frac{(v+10)^2}{25} - 4$. כדי לעצור לפני המכשול עליו לנסוע במהירות לא גדולה מ- 40 קמ"ש.
- (ז) המשוואה היא: $60 = \frac{(v+10)^2}{25} - 4$. כדי לעצור לפני הרמזור עליו לנסוע במהירות לא גדולה מ- 30 קמ"ש.
- (ח) מרחק העצירה הוא 0, כאשר המכונית לא נוסעת.
 (ג) הם לא יספיקו לעצור, המכונית עברה עד העצירה 32 מ' והמשאית 39 מ'.
 (ד) אם המהירות כל אחת מהמכוניות תהיה בקירוב 41.5 קמ"ש מרחק העצירה יהיה שווה.
 (ט) עבור מהירות יותר גדולה מ- 41.6 קמ"ש.

2. (א) הפתרון: $x = 1$ $y = 4$ או $x = 3$ $y = 6$

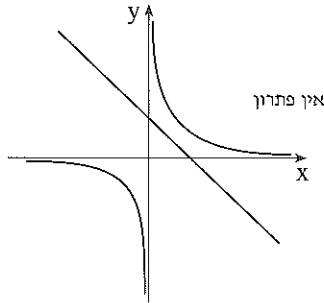
4. (א) $x = -2$ $y = -2$ (ב) $x = 1$ $y = -2$ או $x = 5$ $y = 2$
 (ג) אין פתרון

5. (א) $x = 1$ $y = 4$ או $x = 4$ $y = 1$
 (ב) $x = 1$ $y = -2$ או $x = 5$ $y = 2$
 (ג) לדוגמה $x + y = -5$

(ד) $(-4, -1)$ $(1, 4)$



(ה) אין פתרון



6. (א) $x = 1$ $y = 1$ או $x = 4$ $y = 7$

(ב) $x = -1$ $y = 1$ או $x = -\frac{1}{2}$ $y = 1\frac{1}{2}$

(ג) $x = \frac{3}{4}$ $y = 2$

(ד) אין פתרון.

7. (א) זוג מספרים שלמים הם 2 ו-2 או 0 ו-0. ישנם אינסוף מספרים

אחרים כאלה, כפי שניתן לראות בגרף.

(ג) המשוואה המתאימה $xy = x + y$.

(ד) לא ייתכן ששני המספרים הם שליליים, כי סכום שני מספרים שליליים

הוא מספר שלילי ומכפלתם מספר חיובי.

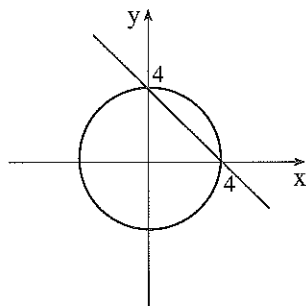
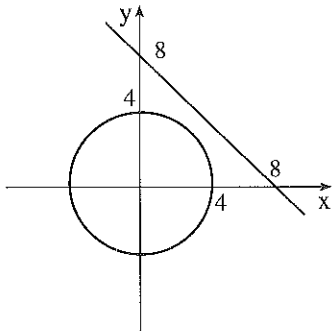
זוג מספרים שאחד שלילי והשני חיובי הם למשל: -2 ו- $\frac{2}{3}$.

(ה) לא ייתכן ששני המספרים יהיו חיוביים וקטנים מ-1, קל לראות זאת

מהגרף.

8. א) $y = 3$ $x = -4$ או $y = 4$ $x = -3$
 ב) $y = -4$ $x = -3$ או $y = 3$ $x = 4$
 ג) $y = -3$ $x = -4$ או $y = 3$ $x = 4$
 (iii) אין פתרון

9. א) $y = 4$ $x = 0$ או $y = 0$ $x = 4$ (ii) אין פתרון



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

ב) לדוגמה:

הפתרון: $y = 60$ $v = 12$

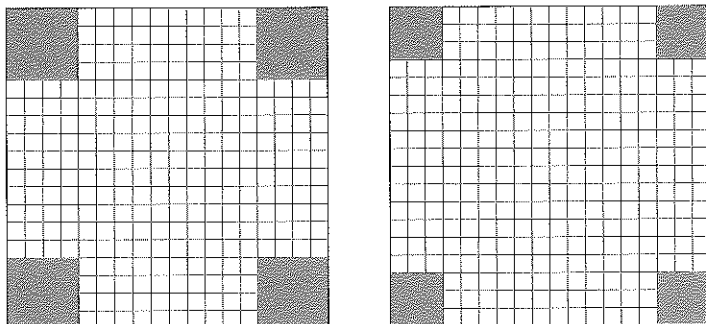
10.
$$\begin{cases} y = 5v \\ y = 4(v + 3) \end{cases}$$

המהירות של יוסי 12 קמ"ש ושל דני 15 קמ"ש.
 אורך הדרך בין הערים 60 ק"מ.

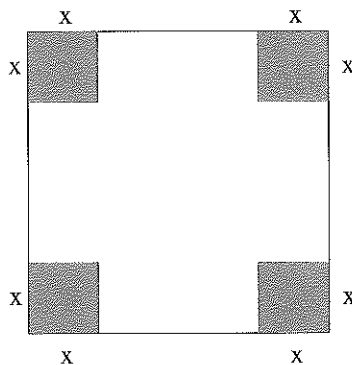
יחידה 7: בעיות נפח ושטח פנים

כל מיני קופסאות

1. הכינו קופסאות פתוחות שונות באופן הבא: השתמשו בדפי קרטון שגודלם 18×18 משבצות. בכל פעם גזרו ריבועים בפינות וקיפלו את הריבועים שנתרו (ראו שרטוט).

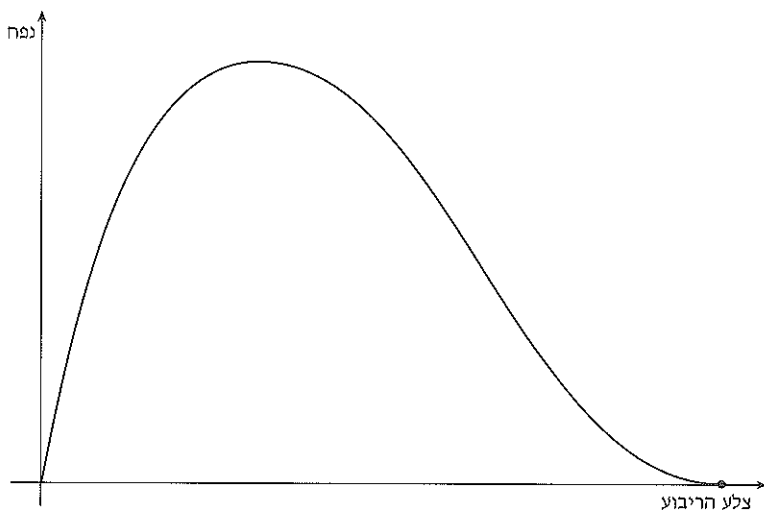


- (א) חשבו את נפח הקופסה, אם גזרו ריבועים שאורך צלעותיהם 3 (הציור הימני).
- (ב) חשבו את נפח הקופסה, אם גזרו ריבועים שאורך צלעותיהם 4 (הציור השמאלי).
- (ג) אילו ערכים ניתן לבחור עבור x ? הסבירו.
- (ד) רשמו ביטוי למימדי הקופסה (הבסיס והגובה) ולנפח הקופסה, אם אורך צלע הריבוע הגזור x .



- (ה) הציבו בחוק שרשמתם $x = 3$ והשוו עם התשובה שקיבלתם בסעיף א'.

- (ו) האם ניתן ליצור קופסה שגובהה 10 יחידות? הסבירו.
 (ז) בדקו על פי הנוסחה אילו ערכים ניתן לבחור עבור x והשוו עם תשובתכם לסעיף ג'.
 (ח) הגרף המשורטט מתאר את הפונקציה המתאימה את הנפח לגובה:



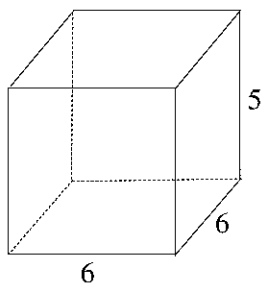
- רשמו מספר מתאים בנקודות החיתוך עם ציר x . (הנקודה שאינה ראשית הצירים).
 (ט) סמנו על הגרף שתי נקודות המייצגות אותו נפח.
 (י) שערו עבור איזה ערך של x מתקבל נפח מקסימלי. אחר כך גזרו את הפונקציה והשוו עם ההשערה שרשמתם.
 חשבו גם את הנפח המקסימלי, וסמנו על הצירים ערכים מתאימים לנקודת המקסימום.
 רשמו יחידות על ציר y (היעזרו בתשובות לסעיפים הקודמים).
 (יא) מצאו בעזרת הגרף בין אילו ערכים של x נמצא, אם הנפח הוא 360 יחידות נפח.
 (יב) מה תוכלו לומר על שטח הפנים של הקופסה כאשר x הולך וגדל? הסבירו.
 (יג) רשמו תבנית לשטח הפנים של הקופסה הפתוחה.
 האם שטח הפנים יכול להיות 324 יחידות ריבועיות? הסבירו.
 (יד) - שטח הפנים של קופסה פתוחה הוא 260 יחידות ריבועיות. רשמו משוואה ומצאו את גובה הקופסה.
 - שטח הפנים של קופסה פתוחה הוא 299 יחידות ריבועיות. מצאו את x (גובה הקופסה).

טו) שרטטו גרף המתאר את שטח הפנים כפונקציה של הגובה. תוכלו לשרטט על דף (ולהיעזר בערכים שכבר מצאתם), או בעזרת מחשב, או בעזרת מחשבון גרפי.

טז) הגובה של קופסה פתוחה אחת גדול ביחידה אחת מהגובה של קופסה פתוחה אחרת.

שטח הפנים של הקופסה הראשונה גדול ב- 32 יחידות שטח, משטח הפנים של הקופסה הפתוחה האחרת. מצאו את הגובה של כל אחת מהקופסאות.

ועוד סוגים של קופסאות



2. א) גובה של תיבה 5 ס"מ ובסיסה ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ.

חשבו את נפח התיבה.

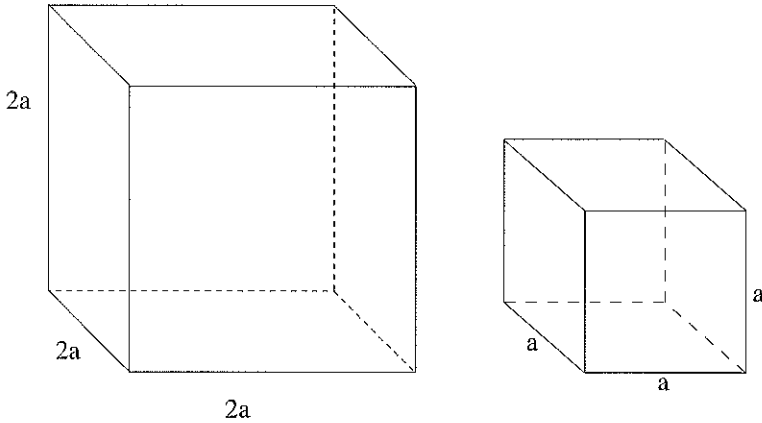
ב) גובה של תיבה 5 ס"מ, ובסיסה מלבן שאורך אחת מצלעותיו 4 ס"מ. מצאו את אורך הצלע השנייה של המלבן, אם הנפח הוא 120 סמ"ק.

ג) גובה של תיבה 5 ס"מ, ובסיסה הוא מלבן שאורך אחת מצלעותיו גדול ב- 4 ס"מ מאורך הצלע השנייה. נפח התיבה 480 סמ"ק. מצאו את אורך צלעות הבסיס המלבני של התיבה.

ד) מה שטח הפנים של התיבה, שאת מימדיה חישבתם בסעיף ג'? (התיבה היא תיבה סגורה).

3. א) שטח הפנים של תיבה ריבועית פתוחה 189 סמ"ר, וגובה התיבה 5 ס"מ.
- מצאו את אורך צלע הריבוע שהוא בסיס התיבה.
- מה נפח התיבה?

4. א) הגדילו כל צלע קובייה פי 2. פי כמה גדל הנפח?



ב) בטאו את שטח הפנים של שתי הקוביות הסגורות. פי כמה גדל שטח הפנים?

ג) ידוע שגובה התיבה 5 ס"מ, וצלע אחת של הבסיס גדולה בס"מ 1 מהצלע השנייה.

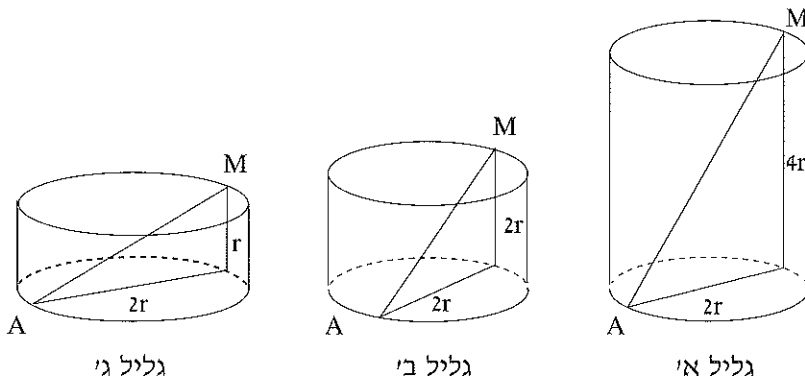
- בטאו את נפח התיבה.
- נפח התיבה 280 סמ"ק. מצאו את אורכי מקצועותיה.

5. לפניכם 3 גלילים, לכולם אותו רדיוס בסיס.

בגליל א' הגובה כפול מהקוטר.

בגליל ב' הגובה שווה לקוטר.

בגליל ג' הגובה שווה לרדיוס.



גליל ג'

גליל ב'

גליל א'

המשך

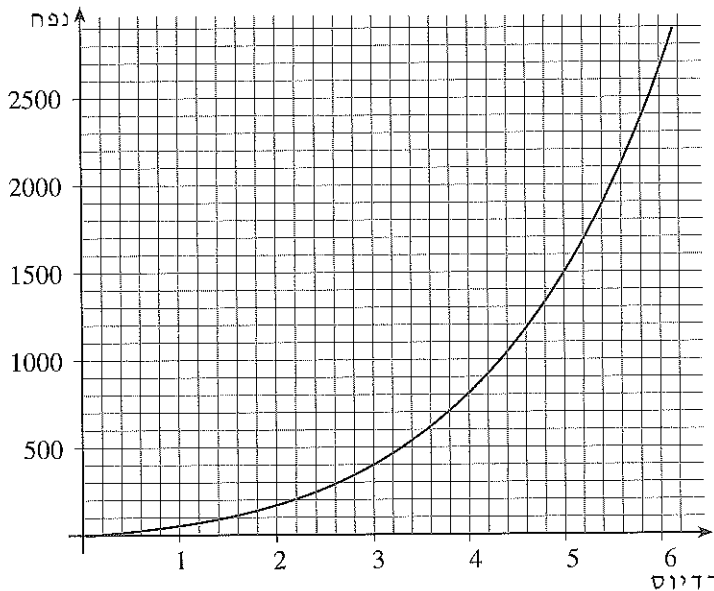
- (א) - מצאו את נפח שלושת הגלילים, אם רדיוס הבסיס 3 ס"מ.
 - פי כמה גדול נפח הגליל הראשון מנפח הגליל השני?
 - פי כמה גדול נפח הגליל השני מנפח הגליל השלישי?

(ב) מהו רדיוס הבסיס של גליל א' אם ידוע שנפחו 500π ?
 מה הנפח של גלילים ב' ו- ג' במקרה זה?

(ג) מה הנפח של כל אחד מהגלילים כאשר $z = 2$? פי כמה גדול נפח גליל א' מנפח גליל ב' ומנפח גליל ג' השוו עם התשובות לסעיפים ב' ו- א'.

(ד) האם היחס בין נפח הגלילים קבוע עבור כל ערך של z ? היעזרו בתבניות המבטאות את הנפח והסבירו.

(ה) לפניכם גרף המבטא את נפח גליל א'. שרטטו בקירוב, באותה מערכת צירים, גרפים המתארים את נפח שני הגלילים האחרים. (היעזרו בנקודות שחישבתם בסעיפים א' ו- ד').



(ו) כיצד מתבטא היחס בין הנפחים בגרף? בדקו תחילה עבור ערך מסוים (למשל $r = 4$) ואחר כך הסבירו.



תשובות ליחידה 7

כל מיני קופסאות

1. (א) נפח הקופסה 432 יחידות נפח.
(ב) נפח הקופסה 400 יחידות נפח.
(ג) התחום המתאים לתנאי הבעיה הוא $0 \leq x \leq 9$.
(ד) הביטוי לנפח הקופסה היא: $x(18 - 2x)^2$.
(ו) לא ניתן ליצור קופסה שגובהה 10 יחידות.
(ח) שיעורי נקודות החיתוך $(0,0)$.
(י) מקסימום הנפח מתקבל עבור $x = 3$ והוא שווה ל- 432 יחידות נפח.
(יא) עבור נפח קופסה של 360 יחידות ערכי x הם בין 1 ל- 2 או בין 4 ל- 5.
(יב) ככל ש- x גדל, שטח הפנים של הקופסה קטן.
(יג) התבנית לשטח פנים של הקופסה היא: $18^2 - 4x^2$.
לא יכול להיות ששטח הפנים יהיה 324 כי $18^2 = 324$ ואין גובה לקופסה.
(יד) כאשר נפח הקופסה 260 יחידות נפח, גובה הקופסה 4 יחידות.
כאשר שטח הפנים 299 יחידות שטח, גובה הקופסה 2.5 יחידות.
(טז) הגובה של קופסה פתוחה א' הוא 3.5 יחידות ושל קופסה ב' 4.5 יחידות.
2. (א) נפח התיבה 180 סמ"ק.
(ב) אורך בסיס המלבן של התיבה 6 ס"מ.
(ג) אורכי צלעות הבסיס המלבני של התיבה 8 ס"מ ו- 12 ס"מ.
(ד) שטח הפנים הוא 392 סמ"ר.
3. אורך צלע הריבוע (שהוא בסיס התיבה) שווה ל- 7 ס"מ, ונפח התיבה שווה ל- 245 סמ"ק.
4. (א) הנפח גדל פי 8.
(ב) התבנית לשטח הפנים של קוביה א': $6a^2$.
התבנית לשטח הפנים של קוביה ב': $24a^2$.
שטח הפנים גדל פי 4.
(ג) התבנית לנפח התיבה: $5x(x + 1) = 5x^2 + 5x$.
אורך מקצועות התיבה 7 ס"מ ו- 8 ס"מ.

5. (א) נפח גליל א' הוא: 108π סמ"ק (339.3 סמ"ק).

נפח גליל ב' הוא: 54π סמ"ק (169.6 סמ"ק).

נפח גליל ג' הוא: 27π סמ"ק (84.8 סמ"ק).

נפח גליל א' גדול פי 2 מנפח גליל ב'.

נפח גליל ב' גדול פי 2 מנפח גליל ג'.

(ב) רדיוס הבסיס של גליל א' 5 ס"מ.

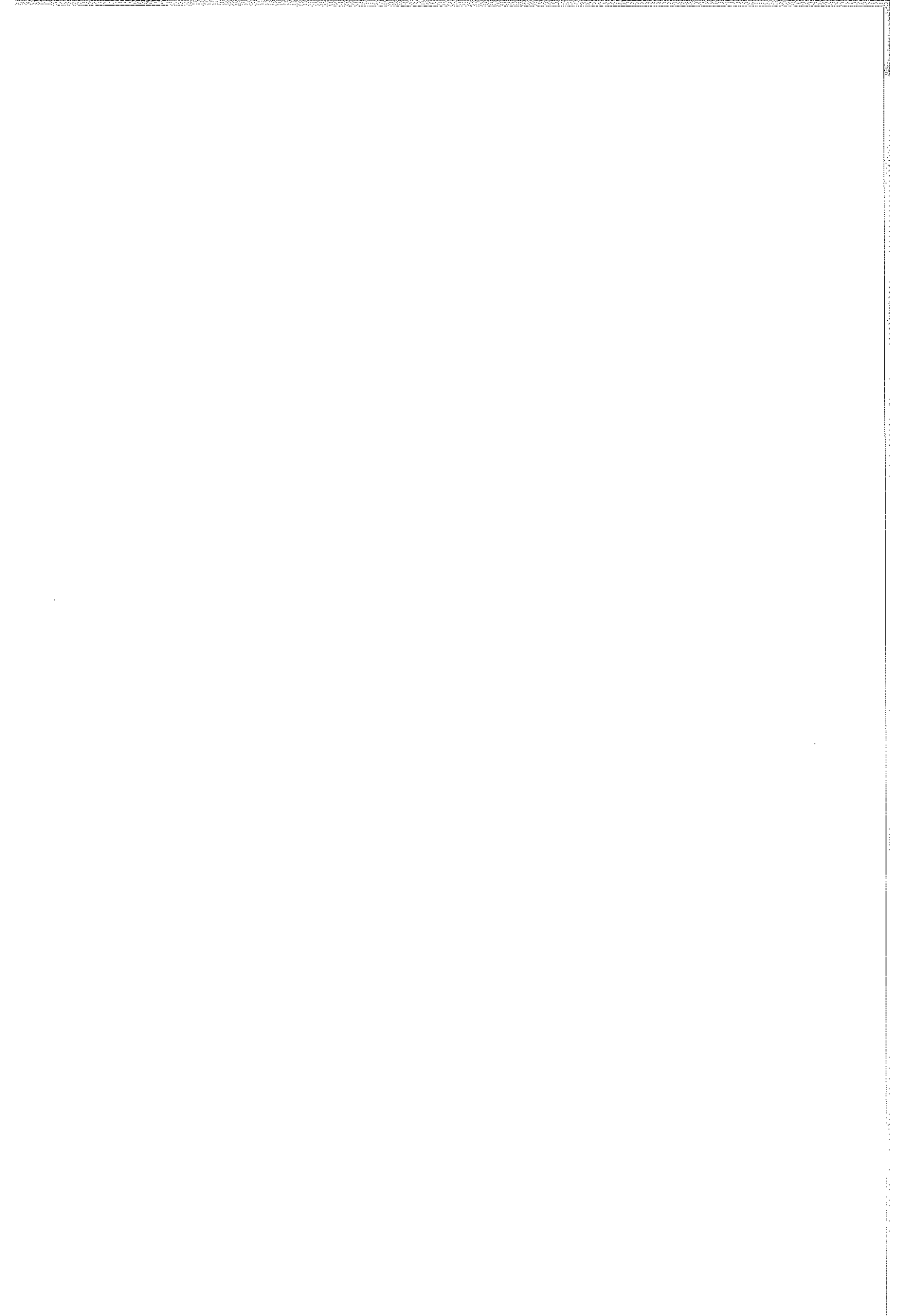
נפח גליל ב' הוא 250π סמ"ק.

נפח גליל ג' הוא 125π סמ"ק.

(ג) נפח גליל א' הוא 32π סמ"ק, נפח גליל ב' 16π סמ"ק, נפח גליל ג'

8π סמ"ק.

(ד) היחס בין נפחי הגלילים נשאר קבוע.



האגמטיוקיה
קפהאגמטיוקיה
טיוקיהאגמטיוקיה
אגמטיוקיהאגמטיוקיה
האגמטיוקיהאגמטיוקיה
טיוקיהאגמטיוקיה
אגמטיוקיהאגמטיוקיה
האגמטיוקיהאגמטיוקיה
טיוקיהאגמטיוקיה
אגמטיוקיהאגמטיוקיה
האגמטיוקיהאגמטיוקיה
טיוקיהאגמטיוקיה
אגמטיוקיהאגמטיוקיה
האגמטיוקיהאגמטיוקיה
טיוקיהאגמטיוקיה
אגמטיוקיהאגמטיוקיה