

כרית נוי

הארות למורה

1. היכרות עם הסיטואציה – למלבן את הדלתון

דנים בדרכים שונות לחיתוך מלבן מהדלתון הנתון.

2. מלבן בשטח מתאים? – חיבור אמצעי צלעות הדלתון

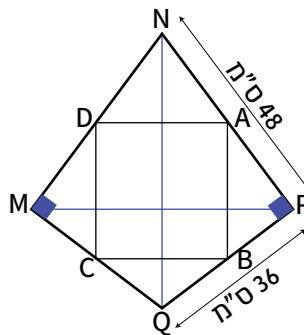
1. דנים בדרכים שונות להוכיח שהתקבל מלבן. למשל: באמצעות שימוש במשפט קטע אמצעים במשולש, ובמשפטים של תנאים מספיקים לקבלת מלבן.

2. דנים בדרכים שונות להוכיח ששטחו של המלבן (864 סמ"ר) הוא רק מחצית משטח הדלתון (1728 סמ"ר). למשל:

- באמצעות שימוש במשפט קטע אמצעים במשולש (אם a ו- b מייצגות את אורך צלעות המלבן אז שטח הדלתון הוא $\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b$).
- באמצעות חיתוך הדלתון לאורך האלכסון הראשי לשני משולשים חופפים והרכבתם מחדש למלבן (אורכי צלעותיו 36 ס"מ ו-48 ס"מ).
- באמצעות חישוב אורכי האלכסונים, ושימוש בתכונות קטע אמצעים.

חישוב אורכי האלכסונים:

- חישוב אורך האלכסון הראשי (60 ס"מ) יכול להיעשות בעזרת משפט פיתגורס.
- חישוב אורך האלכסון המשני (57.6 ס"מ) יכול להיעשות למשל, באמצעות דמיון המשולשים $\triangle POQ$ ו- $\triangle NPQ$ או באמצעות חישוב שטח משולש NPQ בשתי דרכים שונות והשוואה ביניהן.



3. מלבן בשטח מתאים? – מקבילים לאלכסוני הדלתון

אפשר לבנות מלבן המקיים את שני התנאים שתומר מציג:

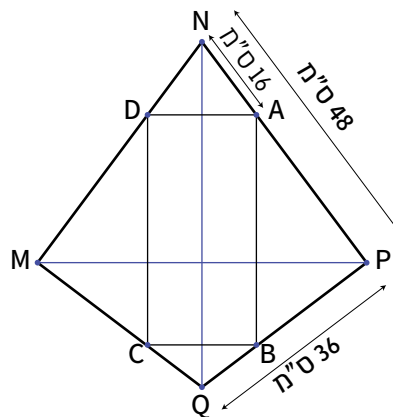
א. כל קודקודי המלבן נמצאים על הדלתון.

ב. כל הצלעות מקבילות לאלכסוני הדלתון.

מוכיחים למשל:

- באמצעות משפט תאלס המורחב וההפוך לו, ובהסתמך על כך שאלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה.
- באמצעות סימטריה, כשציר הסימטריה הוא האלכסון הראשי של הדלתון. (הוכחה זו מתאימה אם מתחילים את בניית המלבן מנקודה שנמצאת על הצלע הארוכה של הדלתון.)

1. מוכיחים ששטחו של המלבן שהציעה יעל, קטן מ-75% משטח הדלתון (שטח המלבן - 768 סמ"ר, שטח הדלתון - 1728 סמ"ר). למשל: באמצעות חישוב אורכי האלכסונים (60 ס"מ ו-57.6 ס"מ, ראו בפרק 2), וחישוב אורכי צלעות המלבן (19.2 ס"מ ו-40 ס"מ), באמצעות דמיון משולשים ($\Delta PAB \sim \Delta PNQ$ ו- $\Delta NMP \sim \Delta NDA$)



2. דנים בדרכים שונות להוכיח ששטח הצדקת, כלומר ששטחו של כל מלבן מהסוג שהציע תומר קטן מ-75% משטח הדלתון. למשל:

- באמצעות הכללת המקרה הפרטי שיעל הציעה (x במקום 16), ומציאת הערך המקסימלי (864) של הפונקציה שמתאימה ל- x את שטח המלבן.

$$0 \leq x \leq 48, \quad f(x) = 1.5x(48 - x)$$

- על ידי פתרון האי-שוויון: שטח המלבן \geq 75% משטח הדלתון, $0 \leq x \leq 48$ (אין פתרון).

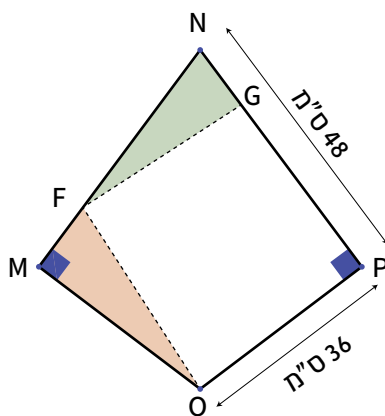
4. מלבן בשטח מתאים? – זווית וצלע משותפות עם הדלתון

1. א. אפשרות לתיאור במילים: יעל מעלה אנך מקודקוד הזווית הקהה של הדלתון לצלע הקצרה עד לנקודת המפגש עם הצלע הארוכה. מנקודה זו היא מורידה אנך לצלע הארוכה השנייה של הדלתון.

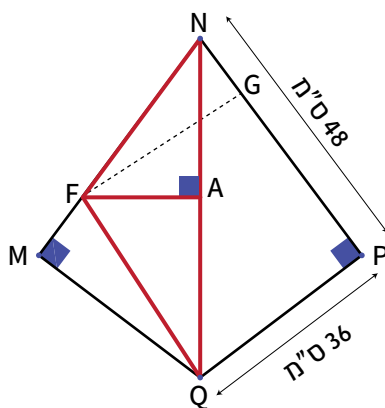
ב. המרובע הוא מלבן כי יש לו 3 זוויות ישרות.

2. דנים בדרכים שונות להוכיח ששטח המלבן שהציעה יעל גדול מ-75% משטח הדלתון (אורכי צלעות המלבן 36 ס"מ ו- 37.5 ס"מ, ושטחו 1350 סמ"ר. שטח הדלתון 1728 סמ"ר):

- באמצעות חפיפת משולשים $\triangle NFG \cong \triangle FQM$ (לפי ז.צ.ז) ומשפט פיתגורס.

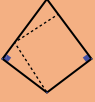
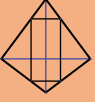
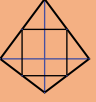


- באמצעות: (1) חפיפת המשולשים $\triangle NFG \cong \triangle FQM$, (2) בניית שני קווי עזר: אלכסון ראשי NQ לדלתון שהוא גם בסיס למשולש שו"ש, והורדת אנך FA לבסיס, שהוא גם חוצה את אלכסון הדלתון, (3) שימוש בדמיון המשולשים NFA ו-NQM.



5. דיון מסכם - שימוש בכלים מתמטיים

דנים באופן השימוש בכלים מתמטיים שונים ובמטרות השימוש בהם, במהלך החיפוש אחר מלבנים מתאימים ליצירת כריות נוי. בכל משבצת בטבלה מוצגת אפשרות אחת מאפשרויות שונות.

זווית וצלע משותפות עם הדלתון	מקבילים לאלכסוני הדלתון	חיבור אמצעי צלעות הדלתון	
			
<p>שימוש במשפט חפיפת משולשים לפי ז.צ.ז. $(\Delta NFG \cong \Delta FQM)$</p> <p>מטרה למצוא את אורך צלע המלבן</p>	<p>שימוש במשפט משפט תאלס המורחב $\Delta NDA \sim \Delta NMP$ $\Delta PNQ \sim \Delta PAB$</p> <p>מטרה למצוא את אורכי צלעות המלבן</p>	<p>שימוש במשפט קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע שהוא מקביל אליה</p> <p>מטרה למצוא את אורכי צלעות המלבן על פי אורכי האלכסונים</p>	משפט מתמטי
<p>מלבן אחד לכן אין פונקציה</p>	<p>שימוש בפונקציה $f(x) = 1.5x(48 - x)$ $0 \leq x \leq 48$ ערכי הפונקציה הם שטחי כל המלבנים שצלעותיהם מקבילות לאלכסוני הדלתון.</p> <p>מטרה להוכיח ששטח כל מלבן קטן מ-75% משטח הדלתון.</p>	<p>מלבן אחד לכן אין פונקציה</p>	פונקציה
<p>שימוש במשוואה $(48 - x)^2 + 36^2 = x^2$ $36 \leq x \leq 48$ x מייצג את אורך היתר NF במשולש NFG.</p> <p>מטרה למצוא את אורך צלע המלבן.</p>	<p>שימוש באי-שוויון $1296 \leq 1.5x(48 - x)$ $0 \leq x \leq 48$ x מייצג את אורך הקטע NA</p> <p>מטרה לבדוק אם שטח המלבן הוא לפחות 75% משטח הדלתון.</p>	<p>שימוש במשפט שטח המשולש הוא מחצית מכפלת כל צלע והגובה אליה. $\frac{30h}{2} = \frac{36 \cdot 48}{2}$ $0 \leq h \leq 36$ h מייצג את הגובה ליתר NPQ במשולש NPQ</p> <p>מטרה למצוא את אורך האלכסון הקטן בדלתון.</p>	משוואה/אי-שוויון