



תיק משימטיקה

פונקציות בייצוג אלגברי

עם פרמטרים

3	פתיחה
3	מטרות התיק
3	זמני עבודה משוערים
3	החומרים והעזרים הדרושים
4	רקע
5	הצעה למהלך העבודה
6	עבודה על משימות הערכה
7	משימה 1: פונקציות השייכות למשפחה
8	משימה 2: מייצוג אלגברי לגרף
8	הערכת תוצרי תלמידים
11	פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה
11	פעילות 1: שייכת או לא?
12	עבודה על דף פעילות 1: שייכת או לא?
13	דיון
14	פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה
15	עבודה על דף פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה
16	דיון

פתיחה



מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים להתאים בין משפחה של פונקציות, המופיעה בייצוג אלגברי עם פרמטרים, ובין פונקציות השייכות למשפחה, ולתת מענה לקשיים המתגלים. התיק עוסק בפונקציות קוויות וריבועיות.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים:

בהינתן משפחה של פונקציות קוויות או ריבועיות, המופיעה בייצוג אלגברי עם פרמטרים (מהצורה: $f(x) = ax + b$ או $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$),

- ❖ למצוא דוגמאות של פונקציות בייצוג אלגברי, השייכות למשפחה.
- ❖ למצוא דוגמאות של פונקציות בייצוג אלגברי, שאינן שייכות למשפחה.
- ❖ למצוא דוגמאות של פונקציות בייצוג גרפי, השייכות למשפחה.
- ❖ למצוא דוגמאות של פונקציות בייצוג גרפי, שאינן שייכות למשפחה.



זמני עבודה משוערים

- ❖ עבודה על משימות הערכה: 20-30 דקות.
- ❖ פעילויות בעקבות ההערכה: 40 דקות.



החומרים והעזרים הדרושים

לצורך העבודה על משימות הערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ דף משימה 1: [פונקציות השייכות למשפחה](#).
- ❖ דף משימה 2: [מייצוג אלגברי לגרף](#).

לצורך הפעילויות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ לפעילות 1
 - דף פעילות 1: [שייכת או לא?](#)
 - יישומון: [זהו את המשפחה](#).
- ❖ לפעילות 2
 - דף פעילות 2: [גרפים של פונקציות מן המשפחה](#).
 - יישומון: [משפחות של פונקציות – ייצוג גרפי](#).



רקע

השימוש בפרמטרים מאפשר עיסוק בבעיה כללית, במקום בהרבה מקרים פרטיים. בהקשר של פונקציות, השימוש בפרמטרים מאפשר עיסוק בביטוי כללי יחיד המייצג משפחה של פונקציות, במקום בכל אחת מהפונקציות הפרטיות השייכות למשפחה זאת. לדוגמה, האמירה שפונקציה מהצורה $f(x) = x^2 + c$ היא הזזה אנכית ב- c יחידות של הפונקציה $g(x) = x^2$ כוללת מידע לגבי (אינסוף) הפונקציות הפרטיות שיש להן צורה זאת. למשל, שהפונקציה $f(x) = x^2 + 3$ היא הזזה ב-3 יחידות כלפי מעלה של הפונקציה $g(x) = x^2$, ושהפונקציה $f(x) = x^2 - 2.4$ היא הזזה ב-2.4 יחידות כלפי מטה של הפונקציה $g(x) = x^2$, וכו'.

קושי נפוץ של תלמידים בנושא זה כרוך בזיהוי דוגמאות של פונקציות השייכות למשפחה המופיעה בייצוג אלגברי עם פרמטרים. קושי זה בא לידי ביטוי, למשל, בבלבול בין דוגמאות לפונקציות השייכות למשפחה הנתונה ובין משפחות אחרות של פונקציות בייצוג אלגברי עם פרמטרים, בעלות הופעה דומה. לדוגמה, בהינתן משפחת הפונקציות $f(x) = ax^2 + 2$, ישנם תלמידים המתייחסים למשפחת הפונקציות $g(x) = ax^2 + 3$ כאל דוגמה לפונקציה השייכת לאותה המשפחה במקום כאל משפחה אחרת של פונקציות. כלומר, מתייחסים לביטוי עם פרמטר כמייצג פונקציה אחת בלבד במקום משפחה של פונקציות. ביטויים נוספים לקושי בזיהוי דוגמאות של פונקציות במשפחה המופיעה בייצוג אלגברי עם פרמטרים הוא בזיהוי דוגמאות של גרפים של פונקציות השייכות למשפחה. קשיים של תלמידים בזיהוי דוגמאות ואי-דוגמאות של פונקציות השייכות למשפחה המופיעה בייצוג אלגברי עם פרמטרים קשורים לעיתים להתייחסות לפרמטר כמייצג מספרים חיוביים בלבד או כמייצג תכונה, כגון שיפוע במקרה של פונקציה קווית. כך, תלמידים קובעים, לדוגמה, שהפונקציות מהמשפחה $f(x) = ax^2 + 5$ הן פונקציות ריבועיות שיש להן מינימום, או שהגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה $f(x) = ax + 2$ הם קווים ישרים מקבילים.

התיק **פונקציות בייצוג אלגברי עם פרמטרים** נועד לסייע למורה לזהות תלמידים שיש להם קשיים אלה, ולתת להם מענה.



הצעה למהלך העבודה

❖ עבודה על משימות הערכה:

- משימה 1: [פונקציות השייכות למשפחה](#).
- משימה 2: [מייצוג אלגברי לגרף](#).

❖ הערכת תוצרי התלמידים.

❖ עבודה על פעילויות בעקבות ההערכה.

עבודה על משימות הערכה

בתיק זה שתי משימות הערכה:

❖ משימה 1: **פונקציות השייכות למשפחה.**

❖ משימה 2: **מייצוג אלגברי לגרף.**

במשימה הראשונה התלמידים מתבקשים לזהות וליצור דוגמאות ואי-דוגמאות של פונקציות ממשפחה המוצגת בייצוג אלגברי (עם פרמטרים). במשימה השנייה התלמידים נדרשים לזהות ולשרטט סקיצות גרפים של פונקציות השייכות למשפחה המוצגת בייצוג אלגברי. בשתי המשימות מושם דגש על פונקציות המתקבלות כתוצאה מהצבת מספרים שליליים ואפס במקום הפרמטר.



משימה 1: פונקציות השייכות למשפחה

משימה 1: פונקציות השייכות למשפחה

א. לפניכם ארבע פונקציות השייכות למשפחת הפונקציות $f(x) = 5x^2 + bx$.

$$y = 5x^2$$

$$y = 5x^2 - 2x$$

$$y = 5x^2 + x$$

$$y = 5x^2 + 7x$$

רשמו שתי פונקציות נוספות השייכות למשפחה זו:

רשמו שתי פונקציות שאינן שייכות למשפחה זו:

ב. לפניכם רשימה של פונקציות. הקיפו את הפונקציות השייכות למשפחה $f(x) = -2x + b$.

$$y = -2x - 2$$

$$y = -2x - 3$$

$$y = 2x + 3$$

$$y = -x^2 + 2$$

$$y = -2x$$

$$y = -3x + 2$$

ג. לפניכם רשימה של פונקציות. הקיפו את הפונקציות השייכות למשפחה $g(x) = 3x^2 + bx + 1$.

$$y = 3x^2 + 1$$

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$y = 3x^2 + 2x + 1$$

$$y = 3x^2 + \frac{x}{2} + 1$$

$$y = 3x^2 - 4x + 1$$

$$y = 3x^2 + 3x$$

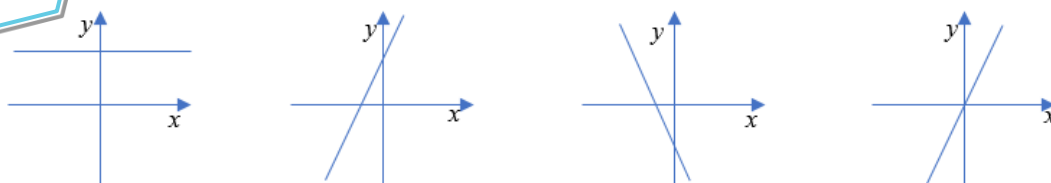
[למשימה 1 מונגשת](#)



משימה 2: מייצוג אלגברי לגרף

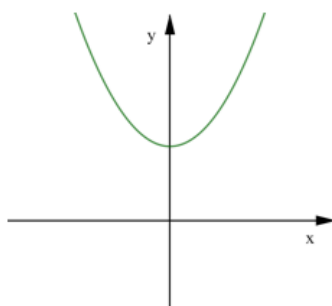
משימה 2: מייצוג אלגברי לגרף

א. רק אחד מהגרפים הבאים הוא גרף של פונקציה מהמשפחה $k(x) = -2x + b$. הקיפו גרף זה.



ב. במערכת הצירים משורטטת סקיצה של פונקציה אחת מן המשפחה $f(x) = ax^2 + 3$, $a \neq 0$.

שרטטו באותה מערכת צירים **שלוש** סקיצות נוספות של פונקציות מן המשפחה הזאת.



ג. כמה פונקציות שייכות למשפחה $k(x) = ax + 5$? _____

נמקו. _____

גילה אמרה: בין הגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה $k(x) = ax + 5$ יש גרף שהוא ישר מקביל לציר ה-x.

האם גילה צודקת? ☐ כן ☐ לא

נמקו. _____

ד. נתונה משפחת הפונקציות $k(x) = ax^2 + 6x - 2$, $a \neq 0$.

טניה אמרה: כל הגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה הזאת הם פרבולות שהקודקוד שלהן הוא נקודת מינימום.

האם טניה צודקת? ☐ כן ☐ לא

נמקו. _____

למשימה 2 מונגשת

הערכת תוצרי תלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ומיון התשובות שלהם ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

שם התלמיד	כל התשובות נכונות	טעו בדוגמאות בייצוג אלגברי	טעו בדוגמאות בייצוג גרפי	הערות
תלמיד 1		✓		במשימה 2 לא הבין את השאלה הראשונה
תלמיד 2	✓			
תלמיד 3			✓	
סך-הכול				

לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בפתרון המשימות שלהלן.

פתרון משימה 1 פונקציות השייכות למשפחה.

א. פונקציות השייכות למשפחה, לדוגמה: $y = 5x^2 - x$ $y = 5x^2 + 6x$

פונקציות שאינן שייכות למשפחה, לדוגמה: $y = -5x^2 + 2x$ $y = x^2 + 6x$

ב. פונקציות השייכות למשפחה $f(x) = -2x + b$.

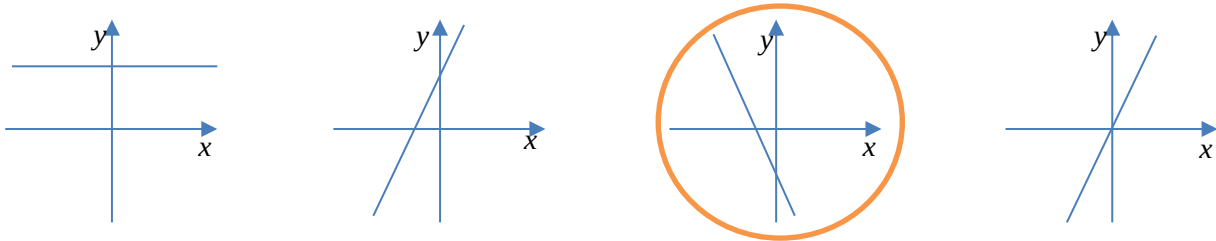
$y = -2x - 2$	$y = -2x - 3$	$y = 2x + 3$
$y = -x^2 + 2$	$y = -2x$	$y = -3x + 2$

ג. פונקציות השייכות למשפחה $g(x) = 3x^2 + bx + 1$.

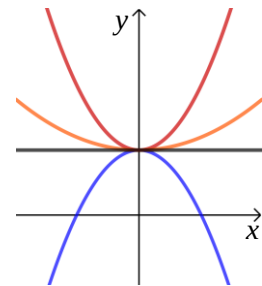
$y = 3x^2 + 1$	$y = x^2 + 2x + 3$	$y = 3x^2 + 2x + 1$
$y = 3x^2 + \frac{x}{2} + 1$	$y = 3x^2 - 4x + 1$	$y = 3x^2 + 3x$

פתרון משימה 2 מייצוג אלגברי לגרף.

א. רק אחד מהגרפים הבאים הוא גרף של פונקציה מהמשפחה $k(x) = -2x + b$. הקיפו גרף זה.



ב. פונקציות השייכות למשפחה $f(x) = ax^2 + 3$



ג. אינסוף פונקציות שייכות למשפחה $k(x) = ax + 5$.

נימוק: כי ניתן להציב במקום a כל מספר.

גילה צודקת.

נימוק: כי ניתן להציב אפס במקום a . מתקבלת פונקציה קבועה שהגרף שלה מקביל לציר ה- x .

ד. נתונה משפחת הפונקציות $k(x) = ax^2 + 6x - 2$, $a \neq 0$.

טניה אמרה: כל הגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה הזאת הם פרבולות שהקודקוד שלהן הוא נקודת מינימום.

טניה לא צודקת.

נימוק: כי ניתן להציב מספרים שליליים במקום a . בהצבת מספר שלילי מתקבלת פונקציה שהגרף שלה פרבולה עם נקודת מקסימום.

פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה

מוצעות שתי פעילויות דיפרנציאליות שמטרתן לסייע למורה לתת מענה לקשיים שונים שהתגלו בניתוח תוצרי התלמידים.

למי מיועדת הפעילות?	פעילות 1	פעילות 2
לתלמידים שהתקשו במציאת דוגמאות ואי-דוגמאות לפונקציות בייצוג אלגברי השייכות למשפחת פונקציות	V	
לתלמידים שהתקשו במציאת דוגמאות של פונקציות בייצוג גרפי, השייכות למשפחה		V



פעילות 1: שייכת או לא?

שלבי הפעילות

- עבודה על דף פעילות 1: שייכת או לא?
- דיון.

עבודה על דף פעילות 1: שייכת או לא?

דף פעילות 1: שייכת או לא?

א. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = 3x^2 + bx$.

1. רשמו שלוש פונקציות השייכות למשפחה.

אם $b = 2$ הפונקציה היא: _____

אם $b = -2$ הפונקציה היא: _____

אם $b = 0$ הפונקציה היא: _____

2. לפניכם פונקציות השייכות למשפחה. רשמו ליד כל פונקציה את ערכו של b .

$$y = 3x^2 - \frac{x}{3}$$

$b =$ _____

$$y = 3x^2 - x$$

$b =$ _____

$$y = 3x^2$$

$b =$ _____

$$y = x + 3x^2$$

$b =$ _____

ב. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = ax - \frac{1}{2}$.

1. רשמו שלוש פונקציות מן המשפחה.

2. הקיפו את הפונקציות השייכות למשפחה, מבין הפונקציות הבאות.

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$y = -x - \frac{1}{2}$$

$$y = 2x + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$y = x - \frac{1}{2}$$

ג. הפונקציה $y = -x + 4$ שייכת למשפחה $f(x) = ax + 4$. הסבירו מדוע.

הפונקציה $y = -x + 4$ אינה שייכת למשפחה $f(x) = 4x + b$. הסבירו מדוע.

ד. פתחו את היישומון: [זהו את המשפחה](#).

1. עליכם לבחור משפחה אחת ולגרור את הפרמטר שלידה. מתקבלות פונקציות רבות השייכות למשפחה אחת.

רשמו את המשפחה באמצעות הפרמטר.

משפחה I: _____

2. חזרו על התהליך עם שתי המשפחות הנוספות.

משפחה II: _____

משפחה III: _____

הסבירו איך קבעתם מהו הייצוג האלגברי של כל משפחה.

[לפעילות 1 מונגשת](#)

❖ משמעות הפרמטר בייצוג אלגברי של משפחת פונקציות:
כאשר מציבים מספרים במקום הפרמטרים בייצוג אלגברי של משפחת פונקציות מקבלים פונקציה מסוימת
מן המשפחה. ניתן להדגים ביישומון: [זהו את המשפחה.](#)



פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה

שלבי הפעילות

1. עבודה על דף פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה.
2. דיון.

עבודה על דף פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה

דף פעילות 2: גרפים של פונקציות מן המשפחה

א. נתונה משפחת הפונקציות $k(x) = ax^2 + 6x - 2$, $a \neq 0$.

רמי אמר: כל הגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה הזאת הם פרבולות שהקודקוד שלהן הוא נקודת מינימום.

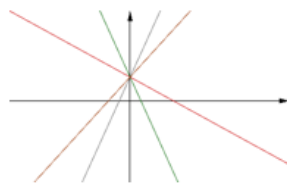
מיקי אמר: כל הגרפים של הפונקציות השייכות למשפחה הזאת הם פרבולות, אבל יש ביניהם גרפים שהקודקוד הוא נקודת מקסימום.

קבעו מי צודק? ☐ רמי ☐ מיקי

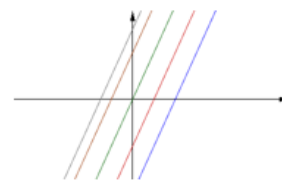
נמקו.

ב. לפניכם שתי מערכות צירים עם מספר גרפים.

באיזו מערכת צירים משורטטות סקיצות של פונקציות מהמשפחה $f(x) = 2x + c$.



2



1

נמקו.

ג. פתחו את היישומון: משפחות של פונקציות – ייצוג גרפי.

1. הציגו את משפחה I. שנו את הפרמטר a בגרירה על סרגל הגרירה.

- מה משותף לגרפים מן המשפחה? איך רואים זאת בייצוג האלגברי?
- מה ההבדל בין גרפים של פונקציות המתקבלות על-ידי הצבת מספר חיובי במקום הפרמטר לבין אלה המתקבלות על-ידי הצבת מספר שלילי?
- האם הישר המתקבל ביישומון שייך למשפחה I? נמקו.

2. הסתירו את משפחה I והציגו את משפחה II. שנו את הפרמטר b בגרירה על סרגל הגרירה.

- מה משותף לכל הגרפים מן המשפחה? איך רואים זאת בייצוג האלגברי?
- האם כל הגרפים הם ישרים? נמקו.
- האם הגרף יכול להיות ישר מקביל לציר ה-x? נמקו.

(ניתן לשנות את הפרמטר בגרירה. ניתן להפעיל אנימציה וגם לעצור אותה על-ידי לחיצה על העיגול הקטן שנמצא בתחתית המסך.)

לפעילות 2 מונגשת

לסיכום דנים בהיבטים הבאים. ניתן לעשות זאת בליווי היישומון [משפחות של פונקציות – ייצוג גרפי](#).

- ❖ שרטוט גרפים של פונקציות השייכות למשפחה אפשרי על-ידי יצירת דוגמאות של פונקציות מן המשפחה או על-ידי מציאת התכונות המשותפות לכל הפונקציות במשפחה, ושרטוט גרפים שיש להם תכונות כאלה.
- ❖ למשפחה של פונקציות שייכות בדרך כלל אינסוף פונקציות. (היישומון נותן תחושה כזאת).