



# תיק משימטיקה

## הנחות המבוססות

### על שרטוט: משולשים

להגשה פרטנית נא לפנות: [st.negishut@weizmann.ac.il](mailto:st.negishut@weizmann.ac.il)

© כל הזכויות שמורות

## תוכן עניינים

3	פתיחה
3	מטרות התיק
3	זמני עבודה משוערים
3	החומרים והעזרים הדרושים
4	רקע
4	הצעה למהלך העבודה
5	עבודה על משימת הערכה
5	האם הטענה נכונה?
7	הערכת תוצרי תלמידים
9	פעילות בעקבות ההערכה
9	פעילות: משולש והנחות שגויות
10	עבודה על דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק א'
11	דיון
12	עבודה על דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק ב'
12	דיון מסכם

# פתיחה<sup>1</sup>



## מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים להסתמך רק על נתונים ועל משפטים ידועים, ולא להסיק מסקנות המבוססות על מראה השרטוט בלבד. התיק עוסק במשולשים.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים להסיק מסקנות על סמך נתונים ומשפטים, ללא שימוש בתכונות המבוססות רק על מראה השרטוט.



## זמני עבודה משוערים

- ❖ עבודה על משימת הערכה: כ-20 דקות.
- ❖ פעילות בעקבות ההערכה: כ-45 דקות.



## החומרים והעזרים הדרושים

לצורך עבודה על משימת הערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ דף המשימה: [האם הטענה נכונה?](#)

לצורך הפעילות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ לחלק א' של לפעילות:
- דף הפעילות: [משולש והנחות שגויות - חלק א'.](#)
- [יישומון: משולש והנחות שגויות](#)
- ❖ לחלק ב' של הפעילות:
- דף הפעילות: [משולש והנחות שגויות - חלק ב'.](#)

<sup>1</sup> שישה תיקי משימטיקה עוסקים בייחוס תכונות לשרטוט במהלך הוכחה בגיאומטריה. ארבעה תיקים מתמקדים **בהנחות המבוססות על שרטוט נתון**, בארבעה נושאים מרכזיים מתכנית הלימודים בגיאומטריה: **משולשים, מרובעים, מעגל, דמיון משולשים**. שני תיקים – **בניית עזר והנחות שגויות: מרובעים, וקו עזר והנחות שגויות: מעגל** – מתמקדים בייחוס תכונות לבניות עזר.



## רקע

במתמטיקה בכלל ובגיאומטריה בפרט, נעזרים רבות בשרטוטים המייצגים את הנתונים בבעיה. לדוגמה, להבנת המצב ההדדי של צלעות וזוויות. עם זאת, שרטוט עלול גם ליצור רושם מוטעה. במהלך הוכחה בגיאומטריה תלמידים נוטים לעיתים להניח הנחות המבוססות על מראה השרטוט. למשל, מניחים שמשולש שווה שוקיים הוא גם משולש שווה צלעות רק משום שכך הוא נראה בשרטוט, או ששני ישרים הם מקבילים משום שכך הם נראים בשרטוט. לפעמים הנחות אלה נכונות, וניתן להצדיק אותן על ידי שיקולים גיאומטריים; לפעמים הנחות אלה נכונות רק במקרים פרטיים, אך לא במקרה הכללי; ולפעמים הנחות אלה אינן נכונות כלל ויוצרות סתירה עם נתוני הבעיה.

ייחוס תכונות המבוססות על מראה השרטוט ללא שיקולים גיאומטריים מתאימים, קשור, לעיתים קרובות לכך שתלמידים מתייחסים לשרטוט כאל אובייקט המתאר מקרה כללי, בעוד ששרטוט יחיד מייצג מקרה פרטי בלבד. שימוש בתוכנה של גיאומטריה דינמית מאפשר יצירה של שרטוטים שונים המתאימים לאותם הנתונים ובכך מאפשר להמחיש את הזהירות שיש לנקוט בהסקת תכונות משרטוט ואת הצורך להשתמש בשיקולים גיאומטריים ולא במראה השרטוט בלבד.

נושא המשולשים הוא נושא מרכזי בתכנית הלימודים בגיאומטריה. **התיק הנחות המבוססות על שרטוט: משולשים** נועד לסייע למורה לזהות תלמידים הנוטים להניח הנחות המתבססות על מראה השרטוט בהקשר של משולשים, ולתת להם מענה.



## הצעה למהלך העבודה

- ❖ עבודה על משימת הערכה: **האם הטענה נכונה?**
- ❖ הערכת תוצרי התלמידים.
- ❖ פעילות בעקבות ההערכה.

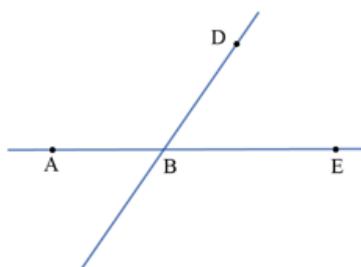
## עבודה על משימת הערכה

בתיק זה משימת הערכה אחת: **האם הטענה נכונה?**  
 התלמידים נדרשים לקבוע ולנמק את נכונותן של טענות נתונות.



### האם הטענה נכונה?

#### האם הטענה נכונה?



1. בשרטוט שלפניכם שני ישרים הנחתכים בנקודה B.  
 הנקודות A ו-E נמצאות על אותו ישר משני צדי הנקודה B.  
 הנקודה D נמצאת על הישר השני.  
**סמנו** נקודה C כך שהקטע AC יהיה מקביל לקטע BD, ונברו למשולש את הנקודות A, B, C. (שרטטו כך שהנקודה C תהיה מעל הישר AE).

**קבעו** לכל אחת מהטענות הבאות אם היא בהכרח נכונה. נמקו את קביעתכם.

א.  $\angle ACB = \angle CBD$  נכון / לא נכון

נימוק:

\_\_\_\_\_

ב.  $\angle CAB = \angle EBD$  נכון / לא נכון

נימוק:

\_\_\_\_\_

ג.  $\angle CAB = \angle ABC$  נכון / לא נכון

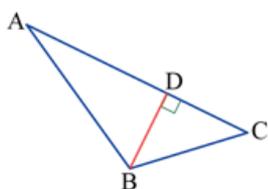
נימוק:

\_\_\_\_\_

ד.  $\angle CBD = \angle EBD$  נכון / לא נכון

נימוק:

\_\_\_\_\_



2. במשולש ABC, BD הוא גובה לצלע AC.

**שרטטו** במשולש BDC תיכון DE לצלע BC.

**יעל אמרה:** קיבלתי שני משולשים שווים שוקיים.

האם יעל צודקת?

אם כן, ציינו מיהם המשולשים שווים השוקיים, וקבעו ליד כל אחד מהם על סמך מה קבעתם.

\_\_\_\_\_

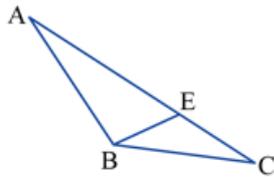
\_\_\_\_\_

3. נתון: משולש ABC

E נקודה על הצלע AC, כך שמתקיים:  $AE = 2 \cdot EC$

BD תיכון לצלע AE במשולש ABE

$$\angle BDA = \angle BEC$$



קבעו לכל אחת מהטענות הבאות, אם היא בהכרח נכונה. נמקו את קביעתכם.

א.  $\triangle ABD$  הוא משולש שווה שוקיים. נכון / לא נכון  
נימוק:

---

ב.  $\triangle BED$  הוא משולש שווה שוקיים. נכון / לא נכון  
נימוק:

---

ג.  $\triangle BED$  הוא משולש שווה צלעות. נכון / לא נכון  
נימוק:

---

ד.  $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ . נכון / לא נכון  
נימוק:

---

ה.  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים. נכון / לא נכון  
נימוק:

---

[למשימה המוגשת](#)

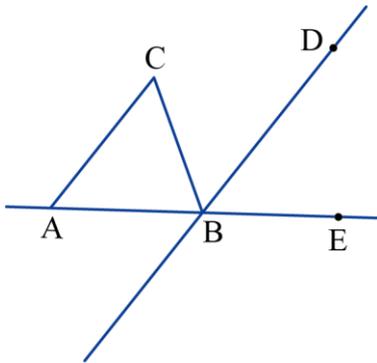
## הערכת תוצרי תלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

שם התלמיד/ה	תשובה נכונה	מסקנה ו/או נימוק המתבססים על מראה השרטוט	אחר
תלמיד 1			
תלמיד 2			
תלמיד 3			
סה"כ			

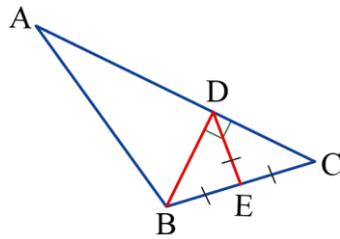
לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בהצעה לפתרון המשימה שלהלן:

.1

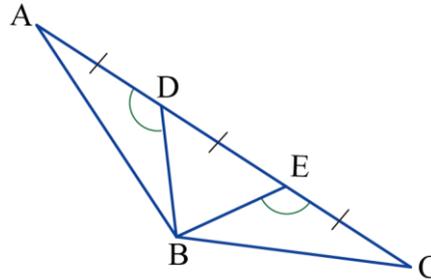


קביעת נכונות ונימוק	הטענה	
הטענה נכונה. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות בגודלן.	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle CBD$	א.
הטענה נכונה. זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות בגודלן.	$\sphericalangle CAB = \sphericalangle EBD$	ב.
הטענה אינה נכונה, כי המסקנה אינה נובעת מהנתונים.	$\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC$	ג.
הטענה אינה נכונה, כי המסקנה אינה נובעת מהנתונים.	$\sphericalangle CBD = \sphericalangle EBD$	ד.

2. כיוון שמשולש BDC הוא משולש ישר זווית והתיכון ליתר שווה למחצית היתר, שני המשולשים  $\triangle CED$ ,  $\triangle BED$  הם שווי שוקיים.



3.



קביעת נכונות ונימוק	הטענה	
הטענה אינה נכונה, כי המסקנה אינה נובעת מהנתונים.	$\triangle ABD$ הוא משולש שווה שוקיים	א.
<b>הטענה נכונה.</b> כיוון שנתון $\sphericalangle BDA = \sphericalangle BEC$ , לכן הזוויות הצמודות להן שוות בגודלן. אם ב- $\triangle BED$ יש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש הוא שווה שוקיים.	$\triangle BED$ הוא משולש שווה שוקיים	ב.
הטענה אינה נכונה, כי המסקנה אינה נובעת מהנתונים.	$\triangle BED$ הוא משולש שווה שצלעות	ג.
<b>הטענה נכונה.</b> ניתן להוכיח על פי משפט חפיפה צ.ז.צ.	$\triangle ABD \cong \triangle CBE$	ד.
<b>הטענה נכונה</b> $\triangle ABD \cong \triangle EBC \Leftarrow BA = BE$ , כי צלעות מתאימות במשולשים חופפים שוות באורכן.	$\triangle ABC$ הוא משולש שווה שוקיים	ה.

## פעילות בעקבות ההערכה

הפעילות מיועדת לתלמידים שהניחו הנחות שגויות ו/ או נימקו על סמך השרטוט.



### פעילות: משולש והנחות שגויות

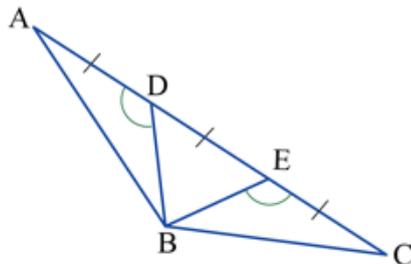
#### שלבי הפעילות

- א. עבודה על דף הפעילות: **משולש והנחות שגויות - חלק א'**.
- ב. דיון.
- ג. עבודה על דף הפעילות: **משולש והנחות שגויות - חלק ב'**.
- ד. דיון מסכם.

## עבודה על דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק א'

### דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק א'

1. תלמידי הכיתה התבקשו לבדוק אם המסקנה שבמסגרת נכונה (3 במשימת ההערכה).



**נתון:** משולש ABC.

E נקודה על הצלע AC, כך שמתקיים:

$$AE = 2 \cdot EC$$

BD תיכון ב- $\triangle ABD$

$$\angle BDA = \angle BEC$$

**מסקנה:**  $\triangle BED$  הוא משולש שווה צלעות.

גלעד ותמר קבעו שהמסקנה נכונה.

**גלעד אמר:** ראים מהשרטוט ש- $\triangle BED$  הוא משולש שווה צלעות.

**תמר אמרה:**  $\triangle BED$  הוא משולש שווה שוקיים כי יש לו שתי זוויות שוות בגודלן (צמודות לזוויות שוות בגודלן) ואז ראים שגם הצלע השלישית DE שווה באורכה ל- BD ול- BE.

האם אתם מסכימים עם הקביעה של גלעד ותמר?

אם כן, האם הנימוק של גלעד מצדיק את נכונות הטענה? והנימוק של תמר?

אם לא, מה הטעות בנימוק של גלעד? של תמר?

הסבירו:

---



---

2. היעזרו ביישומון: **משולש והנחות שגויות**, גררו את B, וקבעו אם המסקנות הבאות נכונות.

א.  $\triangle ABD$  הוא משולש שווה שוקיים.

ב.  $\triangle BED$  הוא משולש שווה שוקיים.

ג.  $\triangle BED$  הוא משולש שווה צלעות.

ד.  $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ .

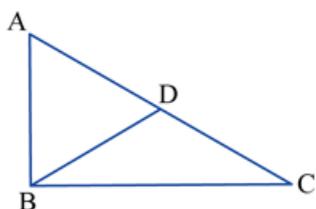
ה.  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים.

[לפעילות חלק א מונגשת](#)

- ❖ אפשר לשרטט שרטוטים רבים המייצגים נתונים של שאלה אך כל שרטוט מייצג מקרה פרטי, ולכן עשוי להכיל תכונות נוספות שאינן נתונות.
- ❖ שרטוט הנעשה על פי נתונים בתוכנה של גיאומטריה דינמית שומר על הנתונים ומאפשר שינוי של תכונות שאינן נתונות. לכן, יכול לסייע לשער מה ניתן להסיק ומה לא.
- ❖ שרטוט הנעשה על פי נתונים בתוכנה של גיאומטריה דינמית יכול לסייע ביצירה של דוגמאות נגדיות לטענות לא נכונות.

## עבודה על דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק ב'

### דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק ב'



1. נתון:  $\triangle ABC$  הוא משולש ישר זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ).

BD תיכון לצלע AC.

קבעו אילו מהטענות הבאות נכונות, ונמקו.

א.  $\angle BAD = \angle DBC$  נכון / לא נכון

נימוק: \_\_\_\_\_

ב.  $\angle BAD + \angle DBC = 90^\circ$  נכון / לא נכון

נימוק: \_\_\_\_\_

ג.  $\angle BCD = \angle BAD$  נכון / לא נכון

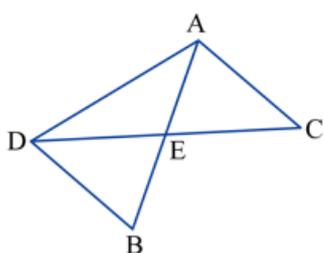
נימוק: \_\_\_\_\_

ד.  $\angle DCB + \angle DBC = 90^\circ$  נכון / לא נכון

נימוק: \_\_\_\_\_

ה.  $\angle DCB = \angle DBC$  נכון / לא נכון

נימוק: \_\_\_\_\_



2. נתון: AB ו-CD הם קטעים נחתכים בנקודה E.

$$AC = DE = DB$$

$$\angle CAE = \angle BED$$

קבעו בכל סעיף אם המשולש הנתון הוא שווה שוקיים, ונמקו.

א.  $\triangle ACD$  נכון / לא נכון נימוק: \_\_\_\_\_

ב.  $\triangle DEB$  נכון / לא נכון נימוק: \_\_\_\_\_

ג.  $\triangle ACE$  נכון / לא נכון נימוק: \_\_\_\_\_

ד.  $\triangle AED$  נכון / לא נכון נימוק: \_\_\_\_\_

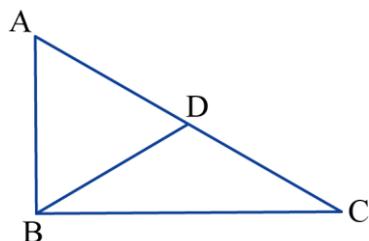
### לפעילות חלק ב' מוגשת

#### דיון מסכם

- ❖ במתמטיקה לא ניתן להסיק מסקנות ולנמק על פי מראה השרטוט בלבד.
- ❖ במתמטיקה מסיקים מסקנות ומנמקים אותן בהתבסס על הנתונים ועל משפטים שכבר הוכחו.

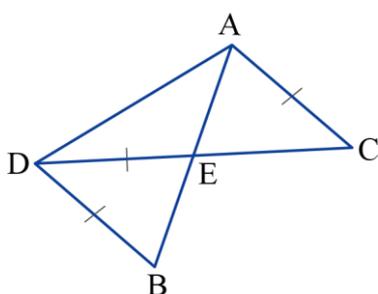
הצעה לפתרון דף הפעילות: משולש והנחות שגויות - חלק ב'

1.



א.	$\angle BAD = \angle DBC$	לא נכון, כי אם נקצר את AB הזווית A תגדל וזווית DBC תקטן.
ב.	$\angle BAD + \angle DBC = 90^\circ$	נכון. הוכחה: במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר $\Leftrightarrow$ משולש BDC שווה שוקיים ( $DC = DB$ ) לכן זווית $\angle DCB = \angle DBC$ וכן $\angle ABD + \angle DBC = 90^\circ$ (נתון משולש ישר זווית) ובגלל סכום זוויות במשולש $ABC \Leftrightarrow \angle BAD + \angle DBC = 90^\circ$ .
ג.	$\angle BCD = \angle BAD$	לא נכון, כי לא ניתן להוכיח על-סמך הנתונים. זה נכון רק אם ABC הוא שווה שוקיים וזה לא נתון.
ד.	$\angle DCB + \angle DBC = 90^\circ$	לא נכון, כי לא ניתן להוכיח על-סמך הנתונים. זה נכון רק אם BD מאונך ל AC והשרטוט הוא דוגמה נגדית לכך.
ה.	$\angle DCB = \angle DBC$	נכון. כי במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר, ובמשולש מול צלעות שוות באורכן, מונחות זוויות שוות בגודלן.

2.



- לא נובע מהנתונים ש- $\triangle ACD$  שווה שוקיים.
- $\triangle DEB$  הוא משולש שווה שוקיים, כי  $DE = DB$ .
- $\triangle ACE$  הוא משולש שווה שוקיים, כי  $\triangle DEB$  הוא משולש שווה שוקיים ולכן  $\angle DBE = \angle DEB$  וכן  $\angle AEC = \angle DEB$  (זוויות קודקודיות)  $\Leftrightarrow \angle CAE = \angle AEC \Leftrightarrow CA = CE$ .
- לא נובע מהנתונים ש- $\triangle AED$  שווה שוקיים.