



תיק משימטיקה

תכונות של גרפים

להגשה פרטנית נא לפנות: st.negishut@weizmann.ac.il

© כל הזכויות שמורות

תוכן העניינים

3	מטרות התיק
3	זמני עבודה משוערים
3	החומרים והעזרים הדרושים
4	רקע
4	הצעה למהלך העבודה
5	עבודה על משימות ההערכה
6	משימה 1 זיהוי תכונות
7	משימה 2 מה דומה ומה שונה?
8	הערכת תוצרי התלמידים
10	פעילות בעקבות ההערכה
11	דף פעילות 1 שרטוט גרף לפי תכונות
12	דף פעילות 2 השוואת גרפים



מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים לנתח גרפים של פונקציות פולינום באופן איכותני ולתת מענה לקשיים שמתגלים.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים:

- לזהות תכונות מאפיינות של פונקציות המופיעות בייצוג גרפי: נקודות קיצון, נקודות אפס, תחומי עלייה וירידה וכדומה.
- להשתמש בתכונות מאפיינות של פונקציה, כדי לזהות דמיון ושוני בין גרפים של פונקציות שונות.



זמני עבודה משוערים

- עבודה על משימות ההערכה: כ- 15 דקות.
- פעילות בעקבות ההערכה: כ- 30 דקות.



החומרים והעזרים הדרושים

לצורך העבודה על משימות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

- דף משימה 1 **זיהוי תכונות**.
 - דף משימה 2 **מה דומה ומה שונה?**
- לצורך הפעילות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):
- דף פעילות 1 **שרטוט גרף לפי תכונות**.
 - דף פעילות 2 **השוואת גרפים**.



רקע

במהלך העיסוק בפונקציות משתמשים לעתים קרובות בתכונות מאפיינות של פונקציות כמו נקודות קיצון, נקודות אפס, תחומי עלייה וירידה ועוד. לדוגמה, כאשר חוקרים פונקציות המופיעות בייצוג אלגברי ומשרטטים את הגרפים שלהן, כאשר משרטטים את גרף הנגזרת של פונקציה המוצגת בייצוג גרפי וכו'.

שימוש בתכונות מאפיינות של פונקציות כרוך בקשיים מיוחדים, כאשר הפונקציות מופיעות בייצוג גרפי. ישנם תלמידים שהשימוש בתכונות מאפיינות של פונקציות אינו זמין להם, כאשר הפונקציות מופיעות בייצוג זה. קושי נוסף קשור למעבר מראייה גלובאלית של גרף הפונקציה להתמקדות נקודתית הנדרשת לצורך הסקת תכונה מסוימת מהגרף. לדוגמה, במקרה שלשתי פונקציות פולינום יש אותן נקודות אפס, אך הן שונות בצורת הגרפים שלהן, הצורה הגלובאלית השונה של שני הגרפים עלולה להקשות על תלמידים למצוא את המשותף להם.

התיק **תכונות של גרפים** נועד לסייע למורה לזהות תלמידים שיש להם קשיים אלה ולתת להם מענה.



הצעה למהלך העבודה

- עבודה על משימות ההערכה:
 - משימה 1 **זיהוי תכונות**.
 - משימה 2 **מה דומה ומה שונה?**
- הערכת תוצרי התלמידים.
- פעילות בעקבות ההערכה.



עבודה על משימות הערכה

בתיק זה שתי משימות הערכה דומות. בשתי המשימות נתונים ייצוגים גרפיים של שתי פונקציות פולינום. התלמידים מתבקשים למצוא כמה שיותר תכונות המשותפות לשתי הפונקציות, וכמה שיותר תכונות המבחינות ביניהן.

במשימה 1 **זיהוי תכונות** השוואה נעשית באופן חופשי ללא הכוונה לתכונות מסוימות.

במשימה 2 **מה דומה ומה שונה?** התלמידים יכולים להיעזר ב"מחסן תכונות"¹ לצורך השוואה ולהוסיף תכונות משותפות או מבחינות שלא רשמו במשימה הקודמת.

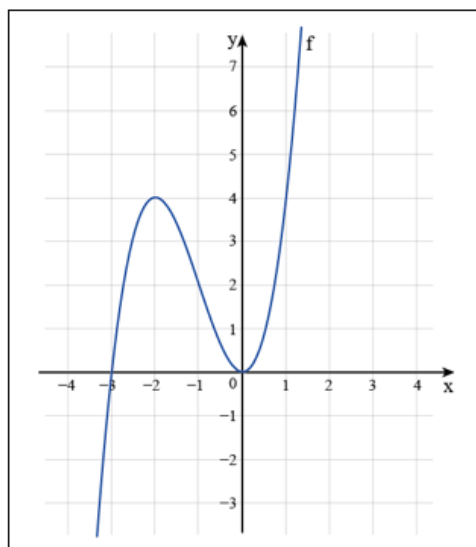
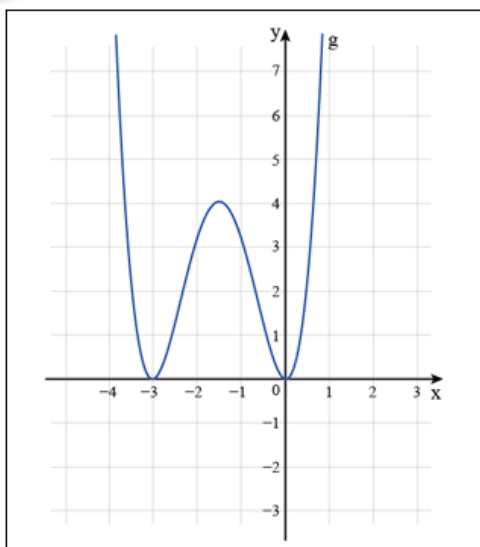
שתי המשימות מיועדות לעבודה עצמית של תלמידים.

מומלץ לחלק את המשימות בשני שלבים: בשלב הראשון לחלק רק את דף משימה 1 **זיהוי תכונות** ובסיום לאסוף את תוצרי התלמידים, ובשלב השני לחלק את דף משימה 2 **מה דומה ומה שונה?**

1 בכיתה שבה לא עסקו במושגים פונקציה זוגית ופונקציה אי-זוגית ניתן להשמיט תכונות אלה מ"מחסן התכונות". בכיתה שבה עסקו בנקודות פיתול ובתחומי קעירות, ניתן להוסיף תכונות אלה ל"מחסן התכונות".

זיהוי תכונות

נתונים גרפים של שתי פונקציות פולינום.



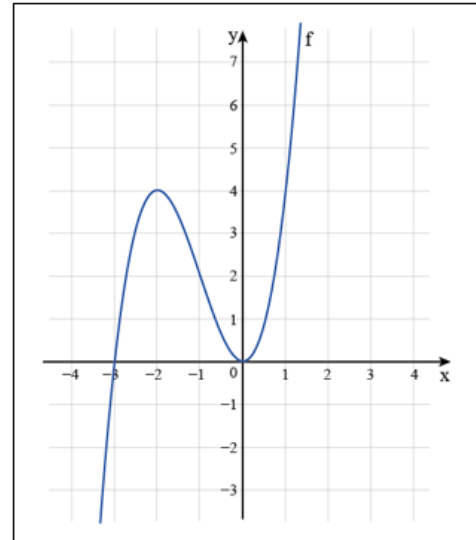
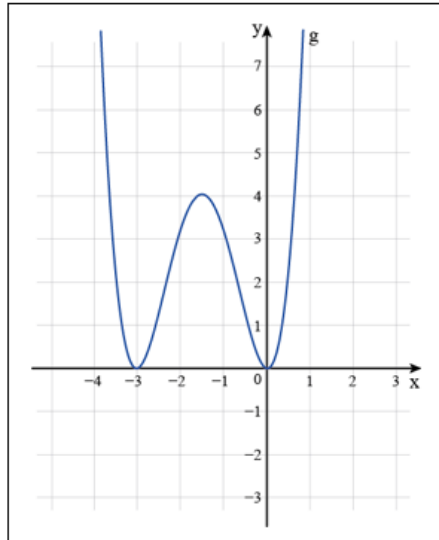
בטבלה שלפניכם רשמו כמה שיותר תכונות המשותפות לשני הגרפים וכמה שיותר תכונות המבחינות ביניהם.

תכונות המבחינות בין שני הגרפים	תכונות המשותפות לשני הגרפים

מה דומה ומה שונה?

נתונים גרפים של שתי פונקציות פולינום.

היעזרו ב"מחסן התכונות" שלפניכם ורשמו בטבלה תכונות **נוספות**, שלא רשמם במשימה הקודמת (אם יש כאלה).



מחסן תכונות

נקודות קיצון, נקודות אפס, נקודת חיתוך עם ציר ה- y , תחומי חיוביות של הפונקציה, תחומי שליליות של הפונקציה, תחומי עלייה של הפונקציה, תחומי ירידה של הפונקציה, התנהגות הפונקציה כאשר $x \rightarrow \infty$ וכאשר $x \rightarrow -\infty$, פונקציה זוגית, פונקציה אי-זוגית.

תכונות המבחינות בין שני הגרפים	תכונות המשותפות לשני הגרפים



הערכת תוצרי התלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ומיון התשובות שלהם ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

הערות	סך כל התכונות הנכונות שצינו	משימה 2 מה דומה ומה שונה?	משימה 1 זיהוי תכונות					שם התלמיד/ה
		הוסיפו תכונות בהתאם ל"מחסן התכונות"	זיהו תכונות נוספות משותפות או מבחינות	זיהו נקודת חיתוך משותפת עם ציר ה-y	זיהו נקודות אפס משותפות	זיהו מספר שונה של נקודות קיצון	זיהו נקודת קיצון משותפת	
	8	X	V	V	V	V	-	תלמיד 1
	7	V	V	V	+	V	V	תלמיד 2
	5	X	V	V	V	V	V	תלמיד 3
	10	V	V	V	V	-	-	תלמיד 4
								סך-הכל

למילוי הטבלה רצוי לבדוק את שתי המשימות יחד ולסמן "V" עבור תכונה שהתלמיד זיהה במשימה 1, "+" עבור תכונה שלא זיהה במשימה 1 אבל הוסיף במשימה 2, ו-"-" עבור תכונה שלא זיהה כלל.

לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בפתרון המשימה שלהלן:

תכונות המבחינות בין שני הגרפים	תכונות המשותפות לשני הגרפים	
<p>1. מספר נקודות הקיצון</p> <p>2. תחומי חיוביות ושליליות בתחום $x < -3$</p> <p>3. תחומי עלייה וירידה בתחום $x < -3$</p> <p>4. כאשר $x \rightarrow -\infty$, התנהגות הפונקציות שונה</p>	<p>1. נקודת מינימום בראשית הצירים</p> <p>2. ערך מקסימום שווה ($y = 4$)</p> <p>3. בנקודות המקסימום המקומיות</p> <p>4. אותן נקודות אפס</p> <p>5. אותה נקודת חיתוך עם ציר ה- y</p> <p>6. עלייה בתחום $x > 0$</p> <p>7. שתי הפונקציות אי-שליליות בתחום $x \geq -3$</p> <p>8. כאשר $x \rightarrow \infty$, ערכי הפונקציות שואפים לאינסוף</p>	תכונות מאפיינות
<p>1. הפונקציה f היא פולינום ממעלה אי-זוגית, והפונקציה g היא פולינום ממעלה זוגית.</p> <p>2. גרף הפונקציה g סימטרי ביחס לישר $x = -1.5$, ולגרף הפונקציה f אין ציר סימטריה אנכי.</p> <p>3. מספר נקודות החיתוך של הגרפים עם הישר $y = a$ שונה לכל $a \neq 0$.</p>		תכונות נוספות



פעילות בעקבות ההערכה

פעילות זו מיועדת לתלמידים שהתקשו באחת ממשימות ההערכה או בשתייהן (מסומנים ב- – בעמודות המודגשות בטבלת ההערכה או שסך כל התכונות הנכונות שציינו קטן מ-5).

שלבי הפעילות

- עבודה על דף פעילות 1 **שרטוט גרף לפי תכונות**.
- עבודה על דף פעילות 2 **השוואת גרפים**.
- דיון בתכונות מאפיינות של פונקציה.

מהלך הפעילות

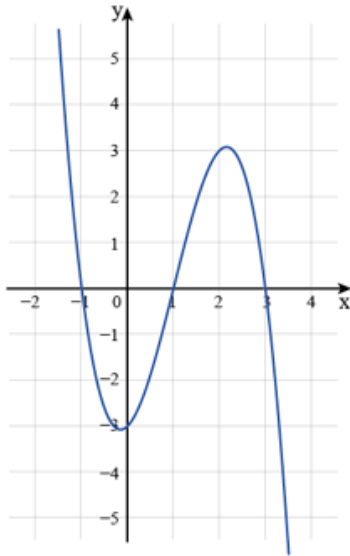
- עבודה על דף פעילות 1 **שרטוט גרף לפי תכונות**

בפעילות זו על התלמידים למצוא כמה שיותר תכונות מאפיינות של פונקציה לפי הגרף שלה. בנוסף עליהם לשרטט גרף של פונקציה אחרת, המקיימת חלק מהתכונות המאפיינות שציינו.

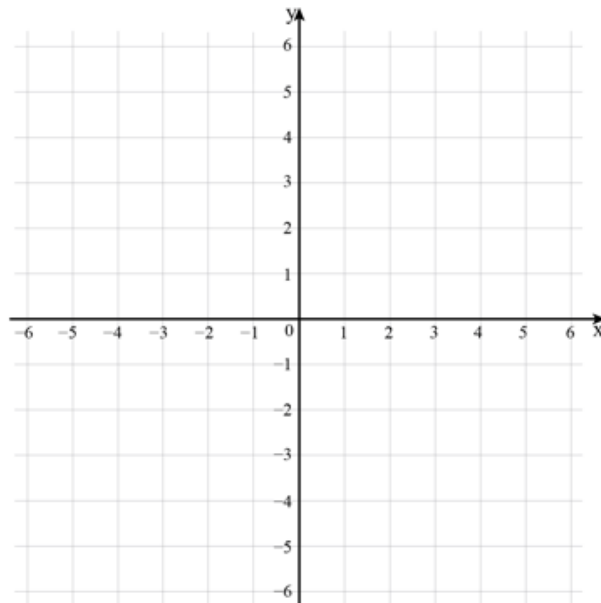
שרטוט גרף לפי תכונות

נתון גרף של פונקציית פולינום.

א. כתבו כמה שיותר תכונות מאפיינות של גרף הפונקציה.

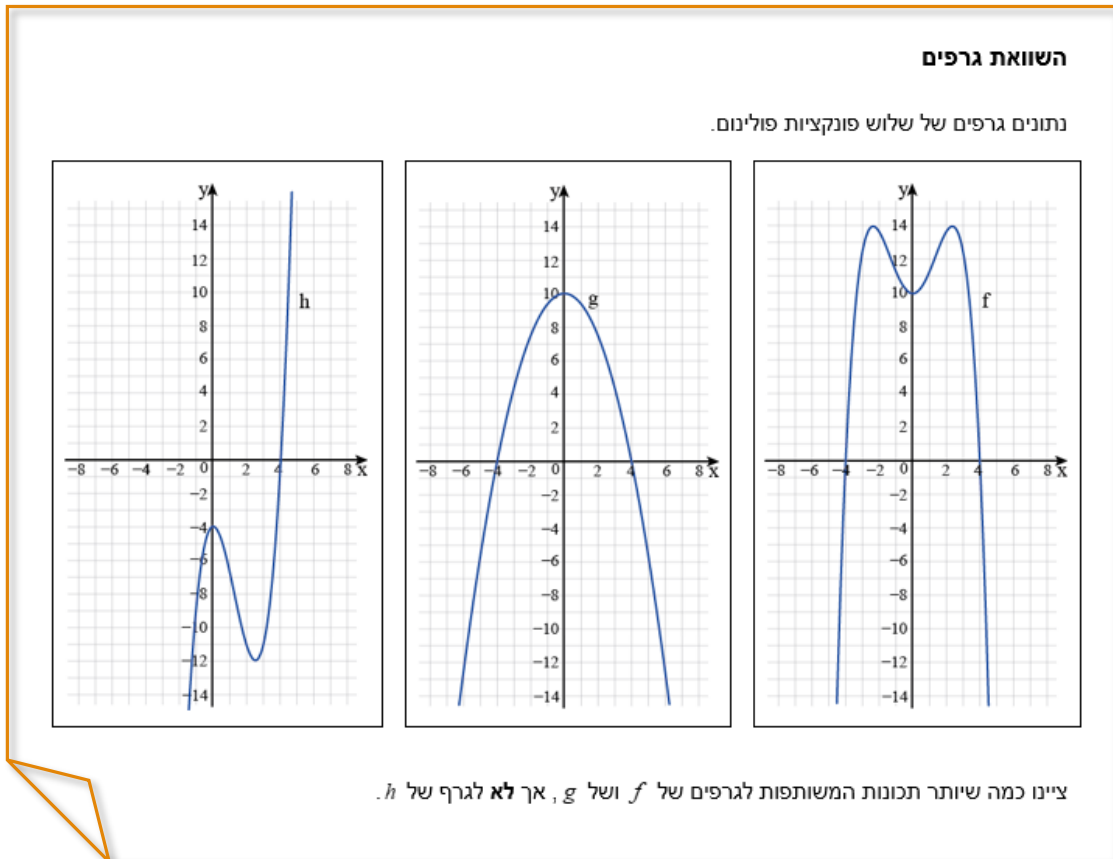


ב. שרטטו גרף של פונקציה אחרת המקיימת לפחות שלוש מהתכונות שכתבתם בסעיף א'. הקיפו את התכונות המשותפות לשתי הפונקציות.



• עבודה על דף פעילות 2 השוואת גרפים

בפעילות זו, בדומה למשימות ההערכה, על התלמידים למצוא תכונות משותפות ותכונות המבחינות בין גרפים של פונקציות. הפעם נתונים גרפים של שלוש פונקציות, ויש למצוא כמה שיותר תכונות המשותפות לשני הגרפים הראשונים, אך לא לגרף השלישי.



• דיון בתכונות מאפיינות של פונקציה

- מבקשים מהתלמידים לבנות רשימה כיתתית של תכונות מאפיינות של פונקציה שסייעו להם בפתרון המשימות השונות בתיק. רשימה זו יכולה להכיל את התכונות שהופיעו ב"מחסן התכונות". בכיתה שעסקה בנקודות פיתול ובתחומי קעירות אפשר לצרף גם תכונות אלה לרשימה?
- מהם היתרונות של שימוש בתכונות מאפיינות של פונקציות (אלה המופיעות ב"מחסן התכונות") כאשר מחפשים תכונות המשותפות לגרפים שונים או כאלה המבחינות בין גרפים שונים?
- דנים בשימושים אפשריים של תכונות מאפיינות של פונקציות. מסכמים כי משתמשים בתכונות מאפיינות כאשר רוצים לשרטט את גרף הפונקציה, וכאשר רוצים לערוך השוואה בין גרפים שונים – לברר את הדמיון והשוני ביניהם.

² כשעוסקים בפונקציות שאינן פולינומים כדאי להתייחס לתכונות מאפיינות נוספות כמו תחום ההגדרה של הפונקציה ואסימפטוטות אופקיות ואנכיות.

- לתלמידים שכבר למדו על הנגזרת, ניתן להוסיף כי משתמשים בתכונות המאפיינות של פונקציה כדי לשרטט באמצעותן את גרף הנגזרת, ולהיפך, משתמשים בתכונות המאפיינות של הנגזרת כדי לשרטט גרף של פונקציה אפשרית.
- כאשר הגרף מתאר תופעה, משתמשים בתכונותיו כדי ללמוד על מאפייני התופעה.