



# תיק משימטיקה

## משפטים הפוכים:

## משולשים

להגשה פרטנית נא לפנות: [st.negishut@weizmann.ac.il](mailto:st.negishut@weizmann.ac.il)

© כל הזכויות שמורות

## תוכן עניינים

|    |                                              |
|----|----------------------------------------------|
| 3  | פתיחה                                        |
| 3  | מטרות התיק                                   |
| 3  | זמני עבודה משוערים                           |
| 3  | החומרים והעזרים הדרושים                      |
| 4  | רקע                                          |
| 4  | הצעה למהלך העבודה                            |
| 5  | עבודה על משימות הערכה                        |
| 6  | משימה 1: בודקים מסקנות                       |
| 7  | משימה 2: מוסיפים נימוקים                     |
| 9  | הערכת תוצרי תלמידים                          |
| 12 | פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה          |
| 12 | פעילות 1: האם הטענה ההפוכה נכונה?            |
| 12 | עבודה על בעיה 1 במשימה 1                     |
| 13 | דיון                                         |
| 13 | פעילות 2: נימוקים וטענות הפוכות              |
| 14 | עבודה על דף פעילות 2 – חלק א' בוחרים נימוקים |
| 15 | עבודה על דף פעילות 2 – חלק ב' טענות הפוכות   |
| 16 | עבודה על דף פעילות 2 – חלק ג' מחפשים שגיאות  |
| 17 | דיון                                         |

# פתיחה<sup>1</sup>



## מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים להשתמש במהלך פתרון בעיות בגיאומטריה במשפט מתאים ולא במשפט ההפוך לו, ולתת מענה לקשיים המתגלים. התיק עוסק בנושא משולשים.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים:

- ❖ להסיק שנכונות של טענה אינה מבטיחה נכונות של הטענה ההפוכה.
- ❖ לנמק טענה בגיאומטריה באמצעות משפט מתאים ולא על סמך הטענה ההפוכה למשפט.



## זמני עבודה משוערים

- ❖ עבודה על משימות ההערכה: 30-35 דקות.
- ❖ פעילויות בעקבות ההערכה: 40-60 דקות.



## החומרים והעזרים הדרושים

לצורך העבודה על משימות הערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ דף משימה 1 **בודקים מסקנות**.
- ❖ דף משימה 2 **מוסיפים נימוקים**.

לצורך הפעילות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

- ❖ לפעילות 1 **האם הטענה ההפוכה נכונה?**
  - יישומון [האם הנתונים מספיקים](#)
- ❖ לפעילות 2
  - דף פעילות 2 חלק א' **בוחרים נימוקים**.
  - דף פעילות 2 חלק א' **בוחרים נימוקים**.
  - דף פעילות 2 חלק ב' **טענות הפוכות**.

○ יישומון [חוצי זוויות שוות שווים באורכם](#)

○ יישומון [שני חוצי זוויות שהם גם גבהים](#)

○ יישומון [אלכסון חוצה זוויות](#)

○ יישומון [האם כל הזוויות שוות](#)

- ❖ דף פעילות 2 חלק ג' **מחפשים שגיאות**.

<sup>1</sup> ארבעה תיקי משימטיקה עוסקים במשפטים הפוכים. התיקים מתמקדים בארבעה נושאים מרכזיים מתכנית הלימודים בגיאומטריה: **משולשים, מרובעים, מעגל, ופרופורציה ודמיון**. בנוסף, תיק חמישי – **זיהוי נתונים ומסקנות** – מתמקד בהיבט בסיסי הכרוך בעיסוק במשפטים הפוכים.



## רקע

במתמטיקה בכלל, ובגיאומטריה בפרט, עוסקים רבות בהוכחות. במהלכן, מתבססים לעתים קרובות על הסקה דדוקטיבית תוך שימוש בנתונים ובמשפטים שהוכחו קודם.

קושי נפוץ של תלמידים במהלך הוכחה מתבטא בכך שתלמידים מניחים שאם טענה מסוימת נכונה, אז גם הטענה ההפוכה לה נכונה. למשל, יש תלמידים המסיקים ש"משולשים השווים בשטחם חופפים", לאחר שהוכיחו ש"משולשים חופפים שווים בשטחם".

קושי נוסף של תלמידים מתבטא במתן נימוק לנכונות של טענה באמצעות טענה הפוכה למשפט המתאים, וכך הם מסתמכים על הטענה אותה רוצים להוכיח. למשל, במקום לנמק הקבלה של ישרים באמצעות המשפט "אם בין שני ישרים וחותר יש שתי זוויות מתחלפות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים", יש תלמידים המשתמשים בטענה ההפוכה, ורושמים את הנימוק: "כי זוויות מתחלפות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים וחותר שוות בגודלן". קושי זה קשור, לעיתים קרובות, לחוסר הבנה של המשמעות השונה של הטענה ההפוכה ולא לבחירה מכוונת של הטענה ההפוכה למשפט המתאים. לכן התלמידים מתייחסים למשפט המתאים ולטענה ההפוכה לו כאילו הם היינו הך.

קושי אחר של תלמידים כרוך בזיהוי מה נתון ומה צריך להוכיח בטענה המנוסחת מילולית. בקושי זה עוסקים בתיק משימטיקה זיהוי נתונים ומסקנות.

משולשים הוא נושא מרכזי בתכנית הלימודים בגיאומטריה. התיק **משפטים הפוכים: משולשים** נועד לסייע למורה להעריך יכולות וקשיים של התלמידים בנושא זה ולתת להם מענה.



## הצעה למהלך העבודה

❖ עבודה על משימות הערכה:

- משימה 1 **בודקים מסקנות**.
- משימה 2 **מוסיפים נימוקים**.

❖ הערכת תוצרי התלמידים.

❖ פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה.

## עבודה על משימות הערכה

בתיק זה שתי משימות הערכה:

❖ משימה 1 **בודקים מסקנות**.

❖ משימה 2 **מוסיפים נימוקים**.

במשימה **בודקים מסקנות** יש שתי בעיות בהן בודקים טענות. בבעיה הראשונה התלמידים נדרשים להשלים טענה הפוכה לטענה נכונה, לקבוע אם יש צורך לבדוק את נכונות הטענה ההפוכה ולנמק. בבעיה השנייה מופיעה הטענה הנכונה והטענה ההפוכה לה (שאינה נכונה), והתלמידים נדרשים לקבוע אם ניתן להסיק את נכונות הטענה ההפוכה על סמך הטענה הנכונה.

במשימה **מוסיפים נימוקים** יש שלוש בעיות הוכחה. בכל אחת מהן רשומים שלבי ההוכחה, והתלמידים נדרשים להשלים נימוקים.

קיימות הוכחות שונות לבעיות שבמשימה זו. ההוכחות שנבחרו כאן נועדו לבדוק אם התלמידים מבחינים בנימוקיהם בין משפט למשפט ההפוך לו.



## משימה 1: בודקים מסקנות

### משימה 1: בודקים מסקנות

#### בעיה 1

לפניכם טענה נכונה:

נתונים שני משולשים שווי שוקיים.  
אם המשולשים חופפים, אז הגבהים לבסיסי המשולשים שווים באורכם.

א. השלימו ניסוח של טענה הפוכה:

נתונים שני משולשים שווי שוקיים.

אם \_\_\_\_\_,

אז \_\_\_\_\_.

ב. האם יש צורך לבדוק את נכונות הטענה שניסחתם? הסבירו.

#### בעיה 2

**דני אמר:** הוכחנו בעבר שאם שני משולשים חופפים, אז הם שווים בשטחם.

מכאן ניתן להסיק, שאם שני משולשים שווים בשטחם, אז הם חופפים.

האם **דני** צודק? הסבירו.

למשימה 1 מונגשת



## משימה 2: מוסיפים נימוקים

### משימה 2: מוסיפים נימוקים

תלמידי כיתה ט' בבית ספר ארז עבדו על בעיות הוכחה בגיאומטריה.

#### בעיית הוכחה 1

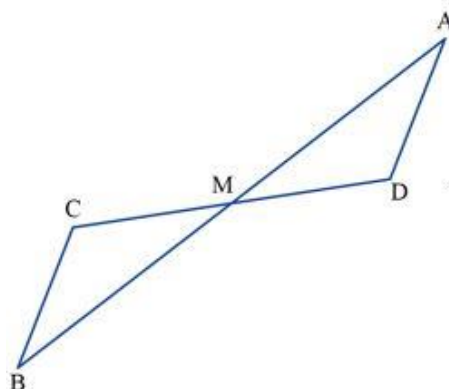
**נתון:** הישרים  $AB$  ו- $CD$  חותכים זה את זה בנקודה  $M$  (ראו שרטוט).

$$MD = MC$$

$$AD \parallel CB$$

$$\Delta AMD \cong \Delta BMC \text{ :צ"ל}$$

לפניכם ההוכחה של **שחר**. השלימו את הנימוק החסר בהוכחה שלה.



| נימוק                        | טענה                          |
|------------------------------|-------------------------------|
| נתון                         | $MD = MC$                     |
| זוויות קודקודיות שוות בגודלן | $\angle AMD = \angle BMC$     |
|                              | $\angle ADM = \angle BCM$     |
|                              | $\Downarrow$                  |
| ז.ז.ז                        | $\Delta AMD \cong \Delta BMC$ |

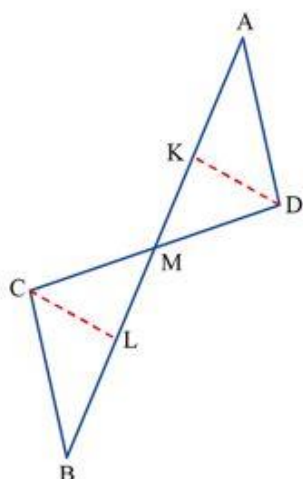
#### בעיית הוכחה 2

בנוסף לנתונים מהבעיה הקודמת נתון גם כי:

$\angle BCM$  חוצה את  $\angle ADM$  ו- $CL$  חוצה את  $\angle BCM$

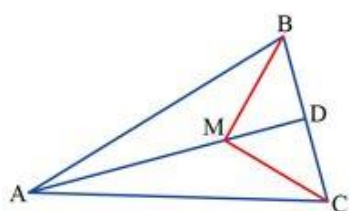
$$\text{צ"ל: } CL \parallel KD$$

לפניכם הוכחה של **יובל**. השלימו את הנימוק החסר בהוכחה שלו.



| נימוק                          | טענה                      |
|--------------------------------|---------------------------|
| זוויות מתאימות במשולשים חופפים | $\angle BCM = \angle ADM$ |
| חצאי זוויות שוות בגודלן        | $\angle LCM = \angle KDM$ |
|                                | $\Downarrow$              |
|                                | $CL \parallel KD$         |

### בעיית הוכחה 3



**נתון:**  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ ) (ראו שרטוט).

D היא נקודה על צלע BC כך ש  $BD = CD$

M נקודה כלשהי על הקטע AD

**צ"ל:**  $\triangle BMC$  הוא משולש שווה שוקיים

לפניכם הוכחה של **נועה**. השלימו את הנימוקים החסרים בהוכחה שלה.

| טענה                                      | נימוק |
|-------------------------------------------|-------|
| $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$      |       |
| $\Downarrow$                              |       |
| $\triangle BMC$ שווה שוקיים ( $BM = CM$ ) |       |

[למשימה 2 מוגשת](#)

## הערכת תוצרי תלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בטבלאות הבאות.

במשימה 1 ההערכה מתמקדת רק בקביעה אם צריך להוכיח משפט הפוך למשפט נכון. לא מתייחסים בהערכה להסברים של התלמידים.

במשימה 2 ההערכה מתמקדת בנימוקים שבהם קיימת אפשרות לבלבול בין המשפט המתאים למשפט ההפוך לו.

| שם התלמיד/ה | משימה 1 בודקים מסקנות |                                      | משימה 2 מוסיפים נימוקים |                | הערות |                   |
|-------------|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------|----------------|-------|-------------------|
|             | בעיה 1                |                                      |                         |                |       | בעיה 2            |
|             | תשובה נכונה           | קבעו שאין צורך לבדוק את הטענה ההפוכה | תשובה נכונה             | רשמו שדני צודק |       | כל התשובות נכונות |
| תלמיד 1     |                       | ✓                                    | ✓                       |                |       | ✓                 |
| תלמיד 2     | ✓                     |                                      | ✓                       |                |       | ✓                 |
|             |                       |                                      |                         |                |       |                   |

### להנגשה

| הערות | משי' 2<br>רשמו נימוק הפוך מהנדרש לפחות באחת משלוש הבעיות | משי' 2<br>כל התשובות נכונות | משי' 1<br>בע' 2<br>רשמו שדני צודק | משי' 1<br>בע' 2<br>תשובה נכונה | משי' 1 בע' 1<br>קבעו שאין צורך לבדוק את הטענה ההפוכה | משי' 1<br>בע' 1<br>תשובה נכונה |         |
|-------|----------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------|---------|
|       | ✓                                                        |                             |                                   | ✓                              | ✓                                                    |                                | תלמיד 1 |
|       | ✓                                                        |                             |                                   | ✓                              |                                                      | ✓                              | תלמיד 2 |
|       |                                                          |                             |                                   |                                |                                                      |                                |         |

## לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בפתרונות להלן:

פתרון משימה 1: **בודקים מסקנות**

### בעיה 1

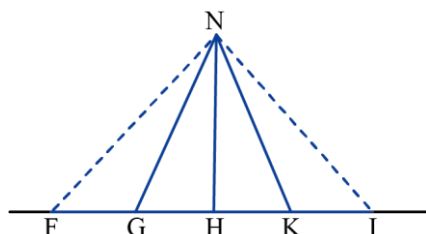
הטענה ההפוכה: נתונים שני משולשים שווים שוקיים.

**אם** הגבהים לבסיסי המשולשים שווים באורכם, **אז** המשולשים חופפים.

יש צורך לבדוק מאחר שטענה הפוכה לטענה נכונה אינה בהכרח נכונה.

במקרה זה הטענה אינה נכונה.

דוגמה נגדית: שני המשולשים FNI ו-GNK שווים שוקיים, הגובה לבסיסם משותף, והם אינם חופפים.

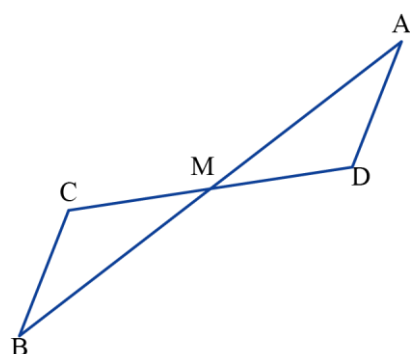


### בעיה 2

דני אינו צודק. טענה הפוכה למשפט נכון אינה בהכרח טענה נכונה. (במקרה זה הטענה אינה נכונה.)

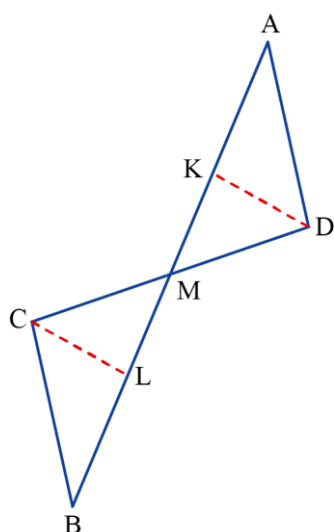
פתרון משימה 2: **מוסיפים נימוקים**

#### בעיית הוכחה 1



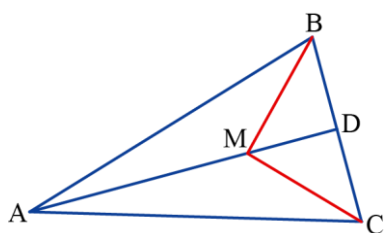
| טענה                          | נימוק                                             |
|-------------------------------|---------------------------------------------------|
| $MD = MC$                     | נתון                                              |
| $\angle ADM = \angle BCM$     | זוויות קודקודיות שוות בגודלן                      |
| $\angle ADM = \angle BCM$     | כי הן זוויות מתחלפות בין הישרים המקבילים AD ו- CB |
| $\Delta AMD \cong \Delta BMC$ | ז.צ.ז.                                            |

#### בעיית הוכחה 2



| טענה                       | נימוק                                                           |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $\angle AKDM = \angle BCM$ | זוויות מתאימות במשולשים חופפים                                  |
| $\angle KDM = \angle LCM$  | חצאי זוויות שוות בגודלן                                         |
| $KD \parallel CL$          | כי עם הזוויות המתחלפות שוות בגודלן אז הישרים (KD ו- CL) מקבילים |

### בעיית הוכחה 3



| טענה                                                       | נימוק                                                   |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$                       | במשולש שווה שוקיים ABC התיכון הוא גם גובה               |
| $\Downarrow$<br>$\triangle BMC$ שווה שוקיים<br>$(BM = CM)$ | אם במשולש MBC התיכון הוא גם גובה, אז המשולש שווה שוקיים |

## פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה

מוצעות שתי פעילויות דיפרנציאליות שמטרתן לסייע למורה לתת מענה לקשיים שונים שהתגלו בניתוח תוצרי התלמידים.

| למי מיועדת הפעילות?                                                       | פעילות 1 | פעילות 2 |
|---------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| לתלמידים שטענו שאין צורך לבדוק נכונות של טענה הפוכה לטענה נכונה (משימה 1) | V        | V        |
| לתלמידים שרשמו בחלק מההוכחות נימוק הפוך מהנדרש (משימה 2)                  |          | V        |



### פעילות 1: האם הטענה ההפוכה נכונה?

#### שלבי הפעילות

- עבודה על בעיה 1 במשימה 1.
- דיון.

#### עבודה על בעיה 1 במשימה 1

חוזרים עם התלמידים לעבודה על בעיה 1 במשימה 1.

**בעיה 1**

לפניכם טענה נכונה:

נתונים שני משולשים שווי שוקיים.  
אם המשולשים חופפים, אז הגבהים לבסיסי המשולשים שווים באורכם.

א. השלימו ניסוח של טענה הפוכה:  
נתונים שני משולשים שווי שוקיים.  
אם \_\_\_\_\_, אז \_\_\_\_\_

ב. האם יש צורך לבדוק את נכונות הטענה שניסחתם? הסבירו.

מבקשים מהתלמידים לנסח את הטענה ההפוכה: נתונים שני משולשים שווי שוקיים. אם הגבהים לבסיסים שווים באורכם, אז המשולשים חופפים.

מבקשים מהתלמידים לקבוע אם הטענה ההפוכה נכונה. אם היא נכונה, צריך להוכיח אותה; ואם אינה נכונה, צריך להפריך אותה באמצעות דוגמה נגדית או הסבר.

**הערה:** לעיתים מסיקים מסקנה שאינה נכונה בהסתמך על נכונות של משפט הפוך. במקרה זה יש תלמידים שהסיקו שאם הגבהים לבסיסים של משולשים שווים שוקיים שווים באורכם, אז המשולשים חייבים להיות חופפים.

## דיון

- ❖ מציגים את היישומון [האם הנתונים מספיקים](#) באמצעות היישומון מראים שהטענה ההפוכה אינה נכונה, כי התנאים אינם מספיקים לחפיפה.
- ❖ מבקשים מהתלמידים לנסח שתי טענות הפוכות זו לזו, שהראשונה נכונה והאחרת לא. למשל:
  - אם שני משולשים חופפים, אז הם שווים בשטחם.
  - הטענה ההפוכה:** אם שני משולשים שווים בשטחם, אז הם חופפים.
  - אם דני מטייל בחוץ לארץ, אז דני לא בא לבית-הספר.
  - הטענה ההפוכה:** אם דני לא בא לבית הספר, אז דני מטייל בחוץ לארץ.
- ❖ מבקשים מהתלמידים לנסח שתי טענות הפוכות זו לזו, ששתיהן נכונות. למשל:
  - אם במרובע כל הזוויות שוות בגודלן, אז המרובע הוא מלבן.
  - הטענה ההפוכה:** אם המרובע הוא מלבן, אז כל הזוויות שוות בגודלן.
- ❖ מסכמים: לא ניתן לקבוע אם טענה הפוכה לטענה נכונה היא טענה נכונה, עד שמוכיחים או מפריכים את נכונותה.



## פעילות 2: נימוקים וטענות הפוכות

### שלבי הפעילות

1. עבודה על דף פעילות 2 חלק א' **בוחרים נימוקים**.
2. עבודה על דף פעילות 2 חלק ב' **טענות הפוכות**.
3. עבודה על דף פעילות 2 חלק ג' **מחפשים שגיאות**.
4. דיון.

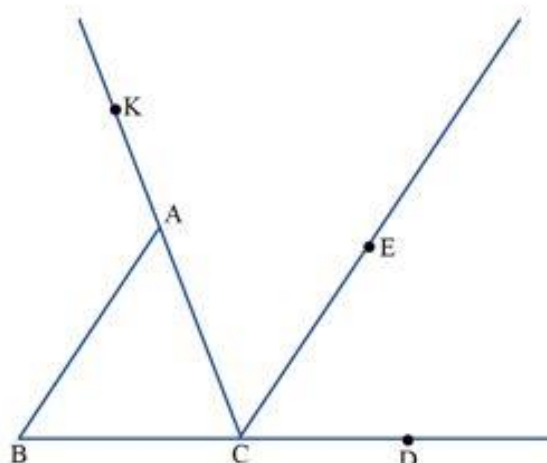
## עבודה על דף פעילות 2 חלק א' - בוחרים נימוקים

### בוחרים נימוקים

נתון: ב-  $\triangle ABC$  ,  $\angle ACB = 70^\circ$  ,  $\angle KAB = 125^\circ$

CE חוצה את  $\angle ACD$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.



ב. מסקנה:  $AB \parallel CE$

סמנו את הנימוקים המתאימים:

- כי אם הישרים מקבילים, אז הזוויות המתחלפות שוות בגודלן.
- כי אם יש זוויות מתחלפות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים.
- כל אחד משני המשפטים המנוסחים לעיל מתאים כנימוק.
- כי יש זוג זוויות מתחלפות שוות בגודלן בין שני הישרים.

ג. מסקנה:  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים.

סמנו את הנימוקים המתאימים:

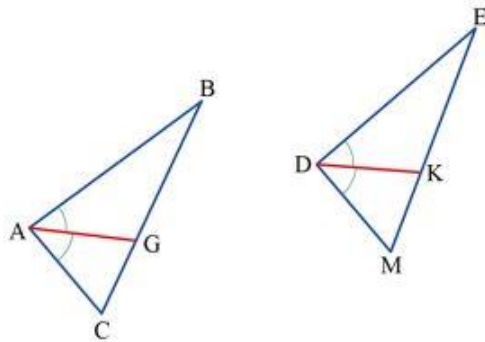
- כי במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן.
- כי אם יש במשולש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה שוקיים.
- כל אחד משני המשפטים המנוסחים לעיל מתאים כנימוק.
- כי יש במשולש זוג זוויות שוות בגודלן.

לדף פעילות 2 חלק א' מוגש

## עבודה על דף פעילות 2 חלק ב' - טענות הפוכות

### טענות הפוכות

בכל שאלה רשומה טענה נכונה. השלימו ניסוח של טענה הפוכה וקבעו אם היא נכונה.



1. במשולשים חופפים חוצי הזוויות השוות שווים באורכם.

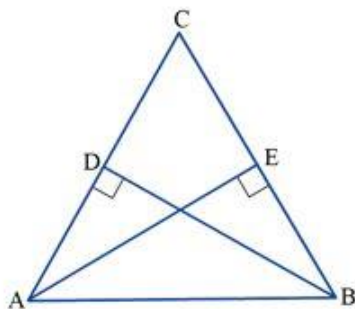
**טענה הפוכה:** אם בשני משולשים יש שני ...

הקיפו: הטענה ההפוכה נכונה / לא נכונה

אם הטענה ההפוכה נכונה, הוכיחו.

אם אינה נכונה, שרטטו דוגמה נגדית או הסבירו.

בדקו באמצעות היישומון: [חוצי זוויות שוות שווים באורכם](#)



2. אם משולש הוא שווה-צלעות, אז יש בו שני חוצי זוויות שהם גם גבהים.

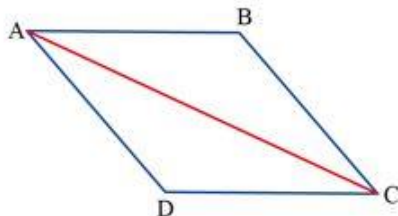
**טענה הפוכה:** אם במשולש ...

הקיפו: הטענה ההפוכה נכונה / לא נכונה

אם הטענה ההפוכה נכונה, הוכיחו.

אם אינה נכונה, שרטטו דוגמה נגדית או הסבירו.

בדקו באמצעות היישומון: [שני חוצי זוויות שהם גם גבהים](#)



3. אם במרובע ABCD כל הצלעות שוות באורכן, אז האלכסון AC חוצה את הזוויות A ו-C.

**טענה הפוכה:** אם במרובע ABCD האלכסון AC ...

הקיפו: הטענה ההפוכה נכונה / לא נכונה

אם הטענה ההפוכה נכונה, הוכיחו.

אם אינה נכונה, שרטטו דוגמה נגדית או הסבירו.

בדקו באמצעות היישומון: [אלכסון חוצה זוויות](#)



4. אם במרובע ABCD כל הזוויות שוות בגודלן,

אז  $AD = BC$  ו-  $AB = CD$

**טענה הפוכה:** אם במרובע ABCD ...

הקיפו: הטענה ההפוכה נכונה / לא נכונה

אם הטענה ההפוכה נכונה, הוכיחו.

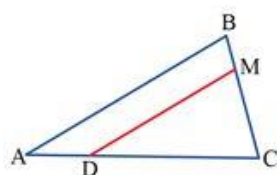
אם אינה נכונה, שרטטו דוגמה נגדית או הסבירו.

בדקו באמצעות היישומון: [האם כל הזוויות שוות](#)

### [לדף פעילות 2 חלק ב' מוגש](#)

## עבודה על דף פעילות 2 חלק ג' - מחפשים שגיאות

### מחפשים שגיאות



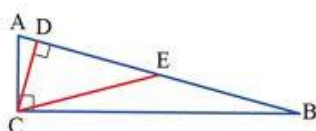
1. נתון:  $\triangle ABC$  שווה שוקיים ( $AB = AC$ )

$DM \parallel AB$

מסקנה:  $\triangle DMC$  הוא משולש שווה שוקיים

לפניכם ההוכחה של שרון שיש בה שגיאה אחת. מצאו אותה ומקנו.

| נימוק                                       | טענה                                    |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------|
| זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות בגודלן  | $\angle B = \angle C$                   |
| זוויות מתאימות בין מקבילים שוות בגודלן      | $\angle B = \angle DMC$                 |
| שתיהן שוות בגודלן לזווית B                  | $\Downarrow$<br>$\angle C = \angle DMC$ |
| במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן | $\Downarrow$<br>$DM = DC$               |



2. נתון:  $\triangle ABC$  הוא משולש ישר זווית ( $\angle C = 90^\circ$ )

CD גובה ליתר

CE תיכון ליתר

$$CD = \frac{1}{2} CE$$

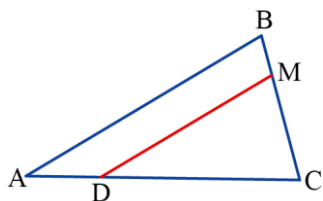
יש לחשב את הגדלים של זוויות משולש ABC.

לפניכם החישוב של מירה שיש בו שגיאה אחת. מצאו אותה ומקנו.

| נימוק                                                                         | טענה                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| ניצב מול זווית של $30^\circ$ במשולש ישר הזווית CED שווה באורכו לחצי אורך היתר | $\angle CED = 30^\circ$                                |
| תיכון ליתר במשולש ישר הזווית CDB שווה באורכו לחצי היתר                        | $CE = BE$                                              |
| במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן                                   | $\Downarrow$<br>$\angle B = \angle ECB = x$            |
| סכום זוויות במשולש CDE                                                        | $\Downarrow$<br>$90^\circ + 2x + 60^\circ = 180^\circ$ |
|                                                                               | $\Downarrow$<br>$x = \angle B = 15^\circ$              |
| סכום זוויות במשולש ABC                                                        | $\angle A = 75^\circ$                                  |

[לדף פעילות 2 חלק ג' מוגש](#)

דנים בשגיאות שבדרך **מחפשים שגיאות**, ומבקשים מהתלמידים לסמן את הנימוקים המתאימים.



1. **נתון:**  $\triangle ABC$  שווה שוקיים ( $AB = AC$ )

$$DM \parallel AB$$

**מסקנה:**  $\triangle DMC$  הוא משולש שווה שוקיים

לפניכם ההוכחה של שרון שיש בה **שגיאה אחת**. מצאו אותה ותקנו.

| נימוק                                       | טענה                                    |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------|
| זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות בגודלן  | $\angle C = \angle B$                   |
| זוויות מתאימות בין מקבילים שוות בגודלן      | $\angle B = \angle DMC$                 |
| שתי הזוויות שוות בגודלן לזווית B            | $\downarrow$<br>$\angle C = \angle DMC$ |
| במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן | $\downarrow$<br>$DM = DC$               |

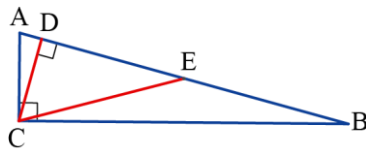
השגיאה היא בנימוק לשורה האחרונה בהוכחה.

מבקשים מהתלמידים לנסח את הנימוק המתאים:

למשל, משולש בו יש שתי זוויות שוות בגודלן, הוא משולש שווה שוקיים.

או: אם במשולש יש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה שוקיים.

או: כי במשולש יש שתי זוויות שוות בגודלן



2. נתון:  $\triangle ABC$  הוא משולש ישר זווית ( $\angle C = 90^\circ$ )

CD גובה ליתר

CE תיכון ליתר

$$CD = \frac{1}{2} CE$$

יש לחשב את הגדלים של זוויות משולש ABC.

לפניכם החישוב של מירה שיש בו שגיאה אחת. מצאו אותה ותקנו.

| נימוק                                                                          | טענה                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| ניצב מול זווית של $30^\circ$ במשולש CED ישר הזווית, שווה באורכו לחצי אורך היתר | $\angle CED = 30^\circ$                |
| תיכון ליתר במשולש ישר הזווית CDB, שווה באורכו לחצי אורך היתר                   | $CE = BE$                              |
| במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן                                    | $\angle B = \angle ECB = x$            |
| סכום זוויות במשולש                                                             | $90^\circ + 2x + 60^\circ = 180^\circ$ |
| CDE                                                                            | $x = \angle B = 15^\circ$              |
| סכום זוויות במשולש ABC                                                         | $\angle A = 75^\circ$                  |

השגיאה היא בנימוק לשורה הראשונה בהוכחה.

מבקשים מהתלמידים לנסח את הנימוק המתאים, למשל:

- אם במשולש ישר-זווית אורך אחד הניצבים שווה למחצית אורך היתר, אז גודל הזווית מול ניצב זה הוא  $30^\circ$ .
- כי נתון שאורך הניצב מול  $\angle CED$  שווה למחצית אורך היתר.

**מסקמים:** השגיאות בשתי הבעיות היו נימוק באמצעות משפט הפוך למשפט שניתן להסיק ממנו את הטענה הרשומה בשורה המתאימה.

ניסוח באמצעות "אם" ו"אז" עוזר להבחין בין משפט לבין המשפט הפוך לו, ולכן יכול לעזור בבחירת הנימוק המתאים. שימוש במילה "כי" ממחיש שמדובר בנימוק, ולכן עוזר לנמק בעזרת המשפט המתאים ולא בעזרת המשפט הפוך לו.

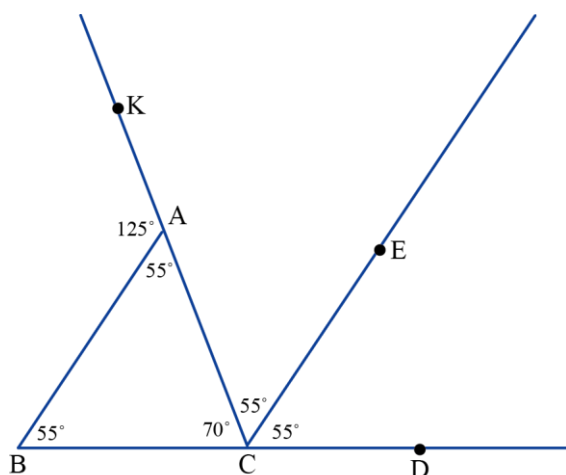
## הצעה לפתרון דפי הפעילות

פתרון דף פעילות 2 חלק א': **בוחרים נימוקים**

ב.  $AB \parallel CE$

נימוקים מתאימים:

- אם יש זוויות מתחלפות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים.
- כי יש זוג זוויות מתחלפות שוות בגודלן בין שני הישרים.



ג.  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים.

הנימוקים המתאימים:

- אם יש במשולש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה שוקיים.
- כי יש במשולש זוג זוויות שוות בגודלן.

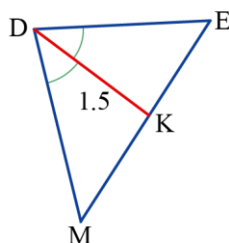
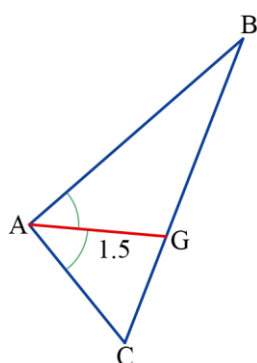
פתרון דף פעילות 2 חלק ב': **טענות הפוכות**

1. הטענה ההפוכה: אם בשני משולשים החוצים של

אחת הזוויות שווים באורכם אז המשולשים חופפים.

הטענה אינה נכונה.

דוגמה נגדית:



2. הטענה ההפוכה: אם במשולש יש שני חוצי זוויות שהם גם גבהים, אז המשולש שווה צלעות.

הטענה נכונה.

הוכחה:

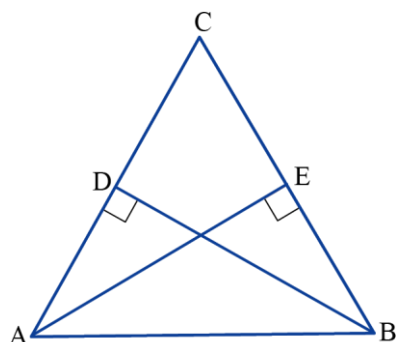
AE חוצה את  $\angle CAB$  וגובה לצלע CB, לכן  $AB = AC$ .

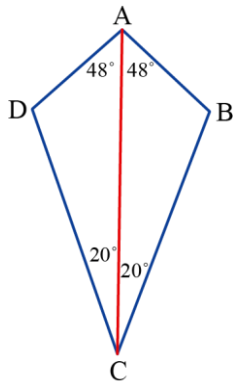
(כי אם חוצה זווית במשולש מתלכד עם הגובה, אז המשולש שווה שוקיים.)

BD חוצה את  $\angle ABC$  וגובה לצלע AC, לכן  $AC = BC$ .

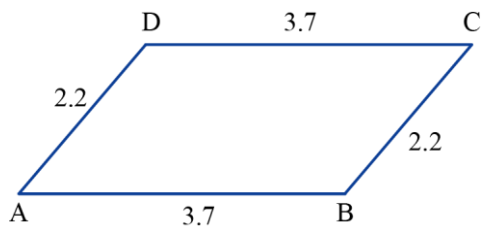
(אותו נימוק.)

$\Leftarrow AB = BC = AC$  כלומר, המשולש שווה צלעות.





3. הטענה ההפוכה: אם במרובע ABCD האלכסון AC חוצה את הזוויות A ו-C, אז כל הצלעות במרובע שוות באורכן.  
הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית - דלתון.



4. הטענה ההפוכה: אם במרובע ABCD,  $AB = CD$  ו-  $BC = AD$ , אז כל הזוויות שוות בגודלן.  
הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית - מקבילית.

פתרון דף פעילות 2 חלק ג': **מחפשים שגיאות**

1. השגיאה היא בנימוק שבשורה האחרונה בהוכחה. הנימוק המתאים הוא: כי אם יש במשולש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה שוקיים.
2. השגיאה היא בנימוק שבשורה הראשונה בהוכחה. הנימוק המתאים הוא: כי אם במשולש ישר זווית אורך ניצב שווה לחצי אורך היתר, אז גודל הזווית מולו  $30^\circ$ .