



# תיק משימטיקה

## גילוי גרף בעזרת שאלות

להנגשה פרטנית נא לפנות: [st.negishut@weizmann.ac.il](mailto:st.negishut@weizmann.ac.il)

© כל הזכויות שמורות

## תוכן העניינים

3	מטרות התיק
3	זמני עבודה משוערים
3	החומרים והעזרים הדרושים
4	רקע
4	הצעה למהלך העבודה
5	עבודה על משימת ההערכה
5	<b>גילוי גרף בעזרת שאלות</b>
8	הערכת תוצרי התלמידים
9	פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה
9	פעילות 1
10	דף פעילות 1 <b>מסיקים מסקנות</b>
11	פעילות 2
12	דף פעילות 2 <b>אוספים מידע</b>
14	פעילות 3
14	דף פעילות 3 <b>כיצד שואלים?</b>

# גילוי גרף בעזרת שאלות



## מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים לשרטט סקיצה של גרף פונקציה בלי שנתון הייצוג האלגברי שלה.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים:

- לזהות תכונות מאפיינות של פונקציות שיכולות לסייע לשרטוט גרפים של פונקציות.
- להשתמש בתכונות מאפיינות של פונקציות כדי לשרטט גרף המקיים תכונות נתונות.



## זמני עבודה משוערים

- עבודה על משימת ההערכה: 20-30 דקות.
- פעילויות בעקבות ההערכה: 20-30 דקות.



## החומרים והעזרים הדרושים

לצורך העבודה על משימת ההערכה (לכל זוג של תלמידים):

- דף הוראות למשימה.
- דף לשחקן 1 (לבחירה מבין הגרפים המוצעים).
- דף לשחקן 2.

לצורך הפעילויות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

### לפעילות 1

- דף פעילות 1 **מסיקים מסקנות**.

### לפעילות 2

- דף פעילות 2 **אוספים מידע**.

### לפעילות 3

- דף פעילות 3 **כיצד שואלים?**



## רקע

במהלך העיסוק בפונקציות משתמשים לעיתים קרובות בתכונות מאפיינות של פונקציות כמו, תחומי עלייה, תחומי ירידה, נקודות אפס, נקודות קיצון ועוד. לדוגמה, כאשר חוקרים פונקציה המופיעה בייצוג אלגברי ומשרטטים את הגרף שלה על סמך תכונות מאפיינות שהתבררו בחקירתה.

שימוש בתכונות מאפיינות של פונקציות, כאשר הפונקציות אינן מופיעות בייצוג אלגברי, כרוך בקשיים. לדוגמה, ישנם תלמידים המתקשים בזיהוי של תכונות מאפיינות של פונקציות כאשר הפונקציות אינן מופיעות בייצוג אלגברי. קשיים נוספים קשורים בשרטוט גרף של פונקציה על סמך מידע שנאסף לגבי התכונות המאפיינות שלה.

התיק **גילוי גרף בעזרת שאלות** נועד לסייע למורה לזהות תלמידים שיש להם קשיים אלה ולתת להם מענה.



## הצעה למהלך העבודה

- עבודה על משימת ההערכה **גילוי גרף בעזרת שאלות**.
- הערכת תוצרי התלמידים.
- פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה.



## עבודה על משימת ההערכה

במשימה **גילוי גרף בעזרת שאלות** התלמידים משחקים בזוגות. בכל זוג תלמיד אחד מקבל דף (מתוך האוסף המצורף) שעליו משרטט גרף של פונקציה. על התלמיד האחר לגלות איך נראה הגרף על סמך מספר קטן ככל האפשר של שאלות שהתשובה עליהן היא כן, לא או מספר בלבד.

לפני הפעלת המשימה בכיתה כדאי להבהיר את כללי המשחק על ידי הדגמה: התלמידים ינסו לגלות כיצד נראית סקיצה של גרף פונקציית פולינום כלשהי שנבחרה על-ידי המורה. התלמידים ישאלו שאלות על תכונות הפונקציה. שאלות התלמידים ותשובות המורה יירשמו על הלוח. כל אחד מהתלמידים ישרטט סקיצה של גרף הפונקציה בשלב שבו הוא חושב שכל המידע הנדרש לשרטוט נמצא בידו.

### דף הוראות למשימה

- המשחק מתנהל בזוגות.
- שחקן 1 מקבל סקיצה של גרף פונקציית פולינום משרטט על מערכת צירים ללא שנתות.
- שחקן 2 צריך לגלות איך נראה גרף הפונקציה בעזרת מספר קטן ככל האפשר של שאלות (לא יותר מ-10) שהתשובה עליהן היא: כן, לא או מספר בלבד. שחקן 2 מתעד את השאלות שלו ואת התשובות שקיבל על דף.
- שחקן 2 משרטט את גרף הפונקציה על סמך המידע שקיבל.
- אם שחקן 1 מאשר את הגרף, השחקנים מתחלפים בתפקידים וחוזרים על המשחק עם גרף אחר.
- אם שחקן 1 אינו מאשר את הגרף, יש לשחקן 2 אפשרות אחת נוספת לשרטוט הגרף (אם עדיין לא שאל 10 שאלות).
- אם לאחר 10 שאלות שחקן 2 אינו מצליח לשרטט את הגרף, מתחלפים בתפקידים וחוזרים על המשחק עם גרף אחר.

## דף לשחקן 1

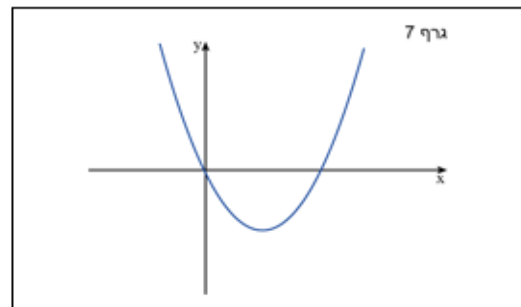
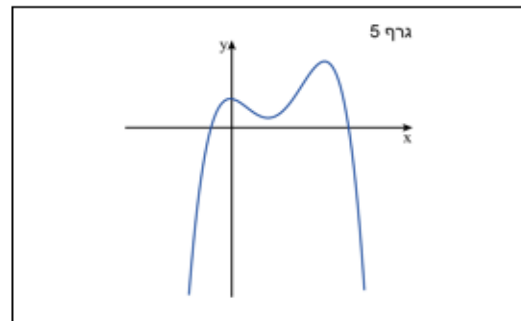
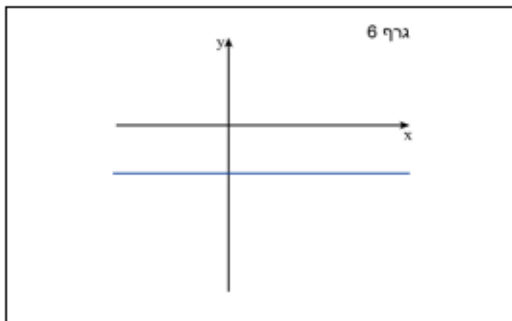
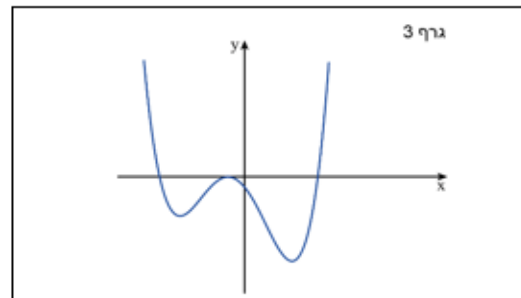
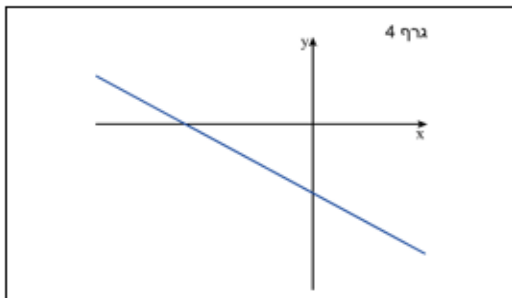
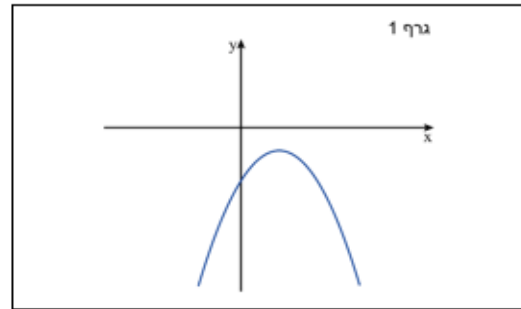
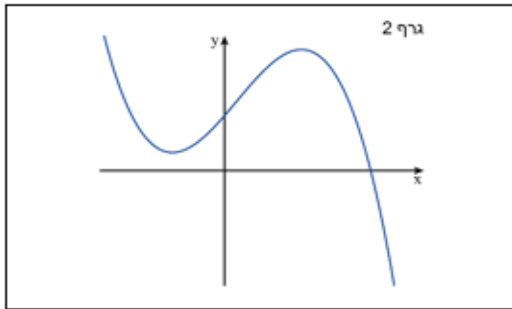
לפניך גרף של פונקציה.

שחקן 2 ישאל אותך שאלות על הגרף כדי שיוכל לשרטט אותו.

מותר לך לענות לו רק: **כן**, **לא** או **מספר**.

לשחקן 2 יש שני ניסיונות לשרטט את הגרף. עליך לקבוע אם זהו הגרף הנתון.

לאחר שתסיימו, גשו למורה לקבל גרף חדש והתחלפו בתפקידים.



## דף לשחקן 2

בידי שחקן 1 נמצא גרף של פונקציית פולינום המוסתר ממך.

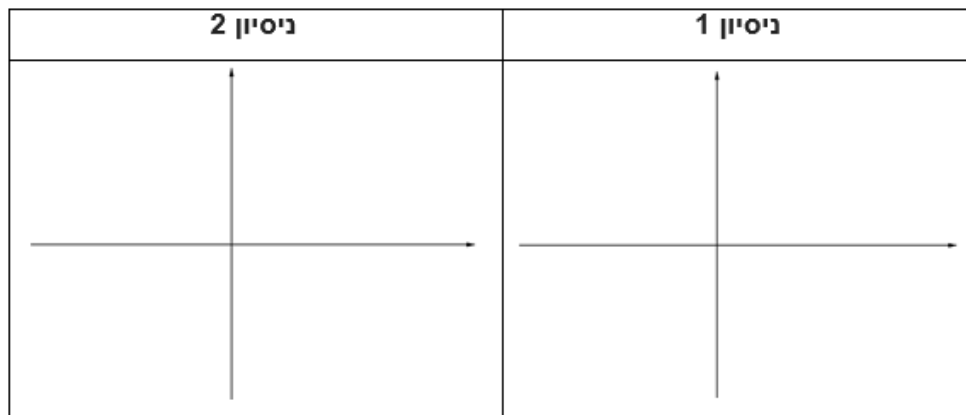
עליך לשאול שאלות שבעזרתן תוכלי לשרטט את הגרף.

מותר לך לשאול לכל היותר 10 שאלות שהתשובה עליהן יכולה להיות רק כן, לא או מספר.

מלאי/י במקום המתאים בדף את השאלות ששאלת ואת התשובות שענה שחקן 1.

שאלות ששאלתי לגילוי גרף הפונקציה	תשובות שקיבלתי
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10

כאשר יש לדעתך מספיק נתונים, שרטט/י את הגרף והראה/י אותו לשחקן 1 (מותר לך לנסות פעמיים).



סמני/י על הגרף את הנקודות שנעזרת בהן לצורך השרטוט.

לאחר שסיימתם, גשו למורה לקבל גרף נוסף והתחלפו בתפקידים.



## הערכת תוצרי התלמידים

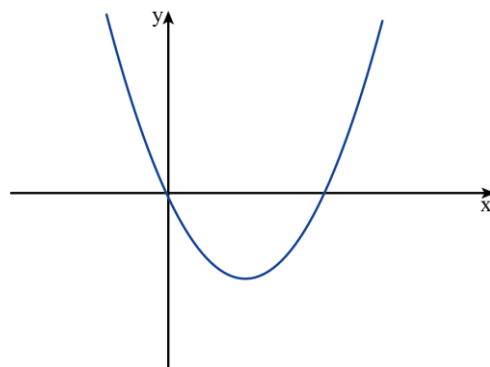
לצורך הערכת תוצרי התלמידים ומיון התשובות שלהם תוכלו להיעזר בטבלה הבאה:

אחר	גרף לא מתאים		גרף מתאים		מספר הגרף	שם התלמיד/ה
	אספו מידע חלקי הנדרש לשרטוט הגרף	אספו את המידע הנדרש לשרטוט הגרף	אספו מידע חלקי הנדרש לשרטוט הגרף	אספו את המידע הנדרש לשרטוט הגרף		
			V			תלמיד 1
		V				תלמיד 2
	V					תלמיד 3
						סך-הכול

בעמודות המודגשות מסמנים תלמידים שאספו מידע חלקי ושרטטו גרף מתאים/לא מתאים או תלמידים שאספו את המידע הנדרש ושרטטו גרף לא מתאים.

לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בדוגמה הבאה:

שאלות ששאלתי לגילוי גרף הפונקציה	תשובות שקיבלתי
כמה נקודות קיצון יש לפונקציה?	1
האם נקודת הקיצון היא נקודת מקסימום?	לא
כמה נקודות אפס יש לגרף הפונקציה?	2
האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $y$ בחלק החיובי שלו?	לא
האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $y$ בחלק השלילי שלו?	לא
האם נקודת המינימום נמצאת ברביע השלישי?	לא





## פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה

מוצעות שלוש פעילויות דיפרנציאליות שמטרתן לסייע למורה לתת מענה לקשיים שונים שהתגלו בניחוח תוצרי התלמידים.

למי מיועדת הפעילות?	פעילות 1	פעילות 2	פעילות 3
לתלמידים שאספו את המידע הנדרש לשרטוט גרף הפונקציה ושרטטו גרף לא מתאים. (מסומנים בעמודה מודגשת בטבלת ההערכה.)	V		V
לתלמידים שאספו מידע חלקי הנדרש לשרטוט הגרף. כלומר, שרטטו גרף (נכון או שגוי) לפני שהיו להם מספיק נתונים לכך. (מסומנים בשתי עמודות מודגשות בטבלת ההערכה.)		V	V
לכל התלמידים כרפלקציה על המשימה.			V

### פעילות 1

#### שלבי הפעילות

- עבודה על דף פעילות 1 **מסיקים מסקנות**.
- דיון.

#### מהלך הפעילות

- עבודה על דף פעילות 1 **מסיקים מסקנות**

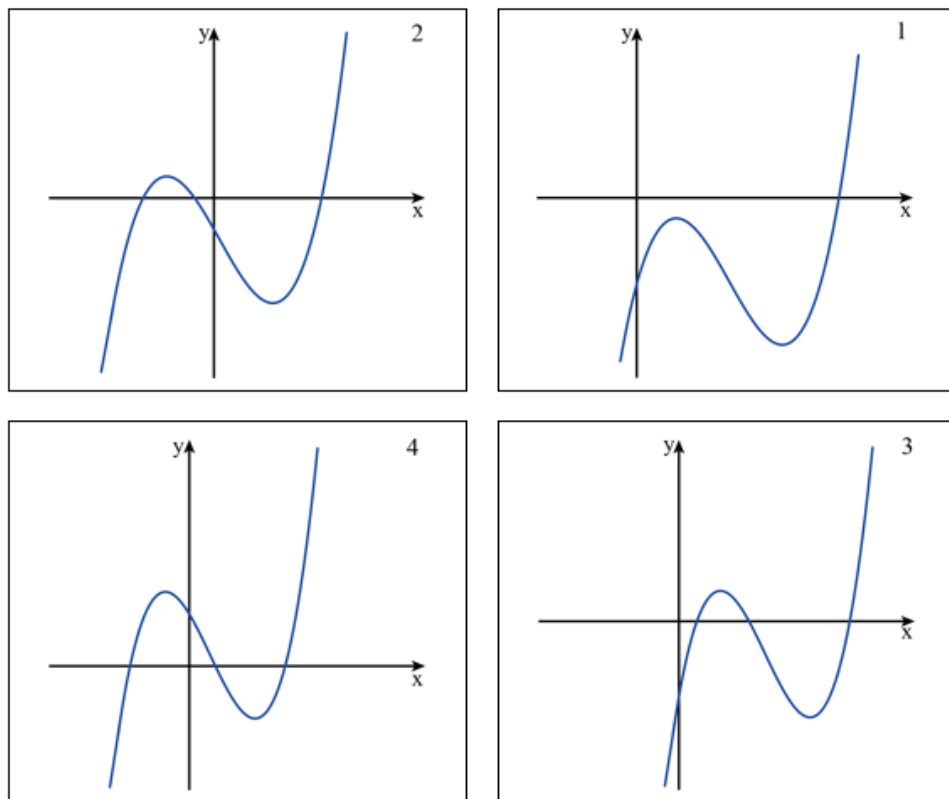
מטרת דף הפעילות להדגיש את הצורך בבקרה על המעבר מאיסוף האינפורמציה לשרטוט הגרף. כלומר, על התלמידים לוודא שהם השתמשו בכל המידע הנדרש שנאסף כדי לשרטט גרף מתאים. בדף הפעילות נתונות ארבע תכונות שונות של פונקציה אחת ללא ייצוג אלגברי. כמו כן נתונים ארבעה גרפים שונים. התלמידים מתבקשים לבחור איזה מבין הגרפים הנ"ל יכול להיות גרף הפונקציה הנתונה. בשני גרפים מתקיימות שתי תכונות מתוך הארבע, בגרף אחד מתקיימות שלוש תכונות מתוך הארבע ורק בגרף אחד מתקיימות כל התכונות.

## מסיקים מסקנות

נתון כי הפונקציה  $f$  מקיימת את התכונות הבאות:

- נקודת מינימום ברביע הרביעי
- נקודת חיתוך עם ציר ה- $y$  בחלק השלילי
- שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$
- נקודת מקסימום ברביע השני

לפניכם ארבעה גרפים. בעבור כל אחד מהם קבעו אם הוא יכול להיות גרף הפונקציה  $f$ .  
אם לא, נמקו מדוע לא.



## • דיון

מומלץ לעבור עם התלמידים על פתרונות דף הפעילות ולשאלו: אילו מן התכונות מתקיימות בכל אחד מהגרפים ואילו לא?

התהליך שבו יש לאסוף תכונות של פונקציה ולהציג אותן בגרף, מתרחש באופן תדיר בבעיות של חקירת פונקציה ויש לשים לב לתהליך הבקרה הזה שבו עוברים על כל אחת מן התכונות שנאספו במהלך החקירה ובודקים אם אכן היא באה לידי ביטוי בגרף.

## פעילות 2

### שלבי הפעילות

- עבודה על דף פעילות 2 **אוספים מידע**.
- דיון.

### מהלך הפעילות

- עבודה על דף פעילות 2 **אוספים מידע**.

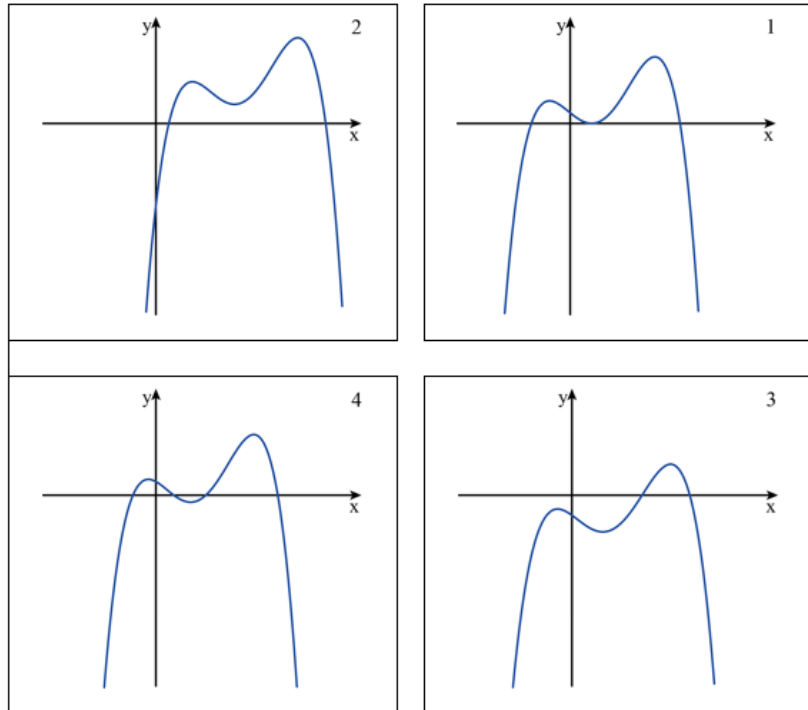
בדף הפעילות שני סעיפים. בסעיף א נתונים ארבעה גרפים שונים שיש להם שלוש תכונות משותפות. התלמידים מתבקשים למצוא תכונות אחרות שיבדילו כל גרף. כלומר, שלוש תכונות אלה בלבד אינן מספיקות ויש להמשיך ולחפש תכונות מאפיינות כדי לשרטט גרף מתאים. בסעיף ב נתונות ארבע תכונות של פונקציה, והתלמידים נדרשים לשרטט שתי סקיצות שונות של גרפים המקיימים את כל התכונות הנתונות.

### אוספים מידע

א. נתונה פונקציה  $f$  בעלת התכונות הבאות:

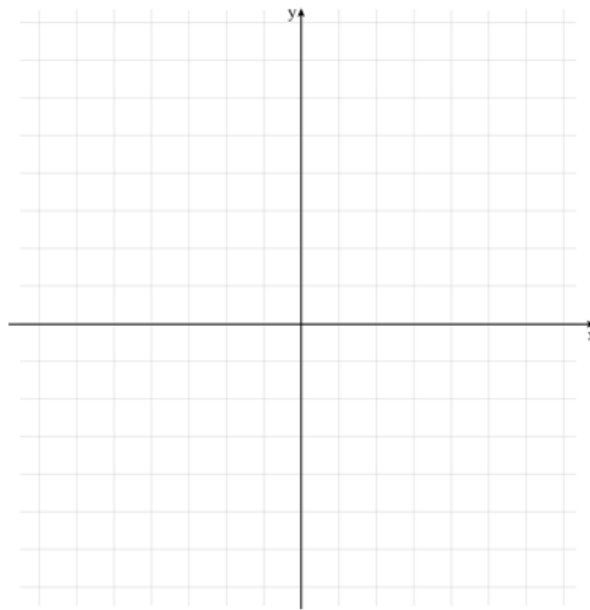
- 2 נקודות מקסימום
- נקודת מינימום אחת
- ברביע הראשון יש לפונקציה נקודת מקסימום

לפינכם ארבעה גרפים המתארים פונקציות שונות שיש להן את התכונות הללו, ותכונות נוספות. כתבו לכל גרף תכונה או תכונות נוספות, שיבדילו אותו מהגרפים האחרים.



ב. יותם ותמר שיחקו במשחק "גילוי גרף בעזרת שאלות". הגרף היה בידי תמר, ויותם ניסה לשרטט אותו בעזרת שאלות. הוא הגיע למסקנות הבאות:

- לפונקציה יש שתי נקודות קיצון.
  - לפונקציה יש 3 נקודות אפס.
  - לפונקציה יש נקודת מינימום אחת הנמצאת ברביע השלישי.
  - גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $y$  בחלק החיובי שלו.
- עזרו ליותם ושרטטו באותה מערכת צירים שתי סקיצות אפשריות שונות של גרף הפונקציה.



#### • דיון

דף הפעילות ממחיש את העובדה שישנן תכונות המאפשרות שרטוטים שונים של גרפים. כדאי לדון עם התלמידים בעובדה זו ובשאלה: כיצד נדע אם התכונות מספיקות לשרטוט גרף יחיד? (הערה: כאן הכוונה ב"גרף יחיד" היא לרמת ה"סקיצה" ולתכונות העיקריות.) יש כאן ההזדמנות לפתח מיומנות של בקרה עצמית וגמישות בחשיבה על ידי שאילת שאלות: האם ניתן לשרטט גרף נוסף, שונה מזה ששרטטתי, המקיים את אותן התכונות? אם כן, מה ההבדלים בין הגרפים? אילו נתונים נוספים יש לאסוף כדי לצמצם את האפשרויות הנ"ל?

### פעילות 3

#### שלבי הפעילות

- עבודה על דף פעילות 3 **כיצד שואלים**.
- דיון.

#### מהלך הפעילות

- עבודה על דף פעילות 3 **כיצד שואלים**

בדף הפעילות מתבקשים התלמידים להתייחס למשימה **גילוי גרף בעזרת שאלות** במחשבה לאחור.

**כיצד שואלים?**

**עבודה בזוגות**

קראו בעיון את השאלות שכל אחד מכם שאל על מנת לשרטט את הגרף במשחק (דף לשחקן 2).

ענו יחד על הסעיפים הבאים:

**א.** האם שאלתם שאלות שלא תרמו לכם מידע נוסף, מעבר לזה שהיה כבר בידיכם, לצורך שרטוט הגרף?  
אם כן, רשמו אותן.

**ב.** לו הייתם מתחילים את המשימה מחדש, האם הייתם משנים את השאלות שלכם? פרטו.

- **דיון**

עם סיום העבודה בדף הפעילות 3 אפשר לרשום על הלוח כמה דוגמאות משאלות התלמידים ולעשות רפלקציה יחד עם התלמידים. רצוי לבחור תוצרים שיש בהם שאלות חוזרות, או שאלות מיותרות כלומר, שאלות שכבר היה ניתן להסיק את התשובה עליהן מתשובות קודמות. לדוגמה: "כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה עם ציר ה-y?" כאשר נתון שהפונקציה היא פולינום. או "כמה נקודות קיצון יש לפונקציה?" כאשר בתשובה לשאלה קודמת התברר שהגרף הוא פרבולה.