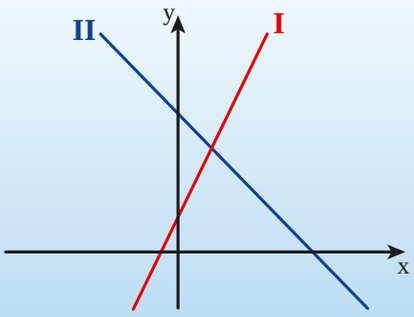
الوحدة الرابعة: أزواج من الدوال

الدرس الأول: نقاط تقاطع بين المستقيمات



رسم **سامي** خطين بيانيين لدالتين خطيتين.

$f(x) = 2x + 1$ $\quad$ $g(x) = -x + 4$

أي خط بياني يصف $f(x)$؟

أي خط بياني يصف $g(x)$؟

اقترحوا طريقة لإيجاد إحداثيا نقطة التقاطع بين الخطين البيانيين.

نفحص طرقًا مختلفة لإيجاد إحداثيا نقطة التقاطع بين مستقيمين.

1. وصفت **عناية، هيا وجميلة** طرق حلهنَّ لمهمة الافتتاحية.

أ. حضَّرت عناية جدول قيم لكل دالة وفتشت عن النقطة المشتركة.

x	0	1	2	3	4
$g(x) = -x + 4$	4	3	2	1	0

x	−2	−1	0	1	2
$f(x) = 2x + 1$	−3	−1	1	3	5

اشرحوا، كيف "نرى" النقطة المشتركة للمستقيمين من الجدول؟

ب. قالت جميلة: يمكن أن نرسم الخطين البيانيين في هيئة محاور. اشرحوا اقتراح جميلة.

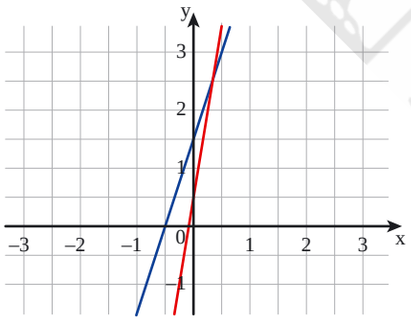
ت. قالت **هيا**: سجَّلتُ مساواة بين الدالتين $f(x) = g(x)$

وقمت بحل المعادلة: $2x + 1 = -x + 4$

حلوا معادلة هيا. ما معنى الحل الناتج؟

2. أمامكم خطان بيانيان لدالتين:

$f(x) = 3x + 1.5$ $\quad$ $g(x) = 6x + 0.5$



قال **سامر**: إحداثيا نقطة التقاطع هما $(0.4, 2.5)$.

قال **رامي**: إحداثيا نقطة التقاطع هما $(0.3, 2.6)$.

اقترحوا طريقة لفحص إحداثيا نقطة تقاطع الخطين البيانيين.

3. أ. تناقشوا حول حسنات وسيئات طرق الحل المختلفة لإيجاد إحداثيا نقطة تقاطع مستقيمين.

ب. هل يمكن أن نجد إحداثيا نقطة تقاطع مستقيمين دائمًا:

بطريقة عناية (بمساعدة جدول)؟

بطريقة جميلة (بمساعدة رسمة)؟

النقطة المشتركة للمستقيمين نسمِّيها **نقطة تقاطع**.

يمكن أن نجد إحداثيا نقطة تقاطع بين مستقيمين بعدة طرق:

- **بمساعدة رسم بياني**

نرسم الخطين المستقيمين بدقة في نفس هيئة المحاور، ونقرأ إحداثيا نقطة التقاطع من الرسمة.

أحيانًا، من الصعب أن نقرأ إحداثيا نقطة التقاطع من الرسمة، إذا كانت الإحداثيتان عددان غير صحيحين، أو إذا كانت النقطة "بعيدة".

مثال: في المهمة 2 من الصعب أن نحدد إحداثيا نقطة التقاطع من الرسم البياني.

- **بمساعدة جدول**

نحضِّر جدول قيم لكل دالة ونفتش عن نقطة مشتركة للدالتين.

أحيانًا، من الصعب أن نجد إحداثيا نقطة التقاطع من الجدول.

مثال: في المهمة 1 وجدت عناية نقطة مشتركة $(1, 3)$ في الجدول.

- **بطريقة جبرية**

نفتش عن الإحداثي x الذي توجد فيه نفس القيمة للدالتين.

هذا يعني، لأي قيمة x يتحقق $f(x) = g(x)$

مثال: في المهمة 2

نكتب مساواة بين الدالتين $f(x) = g(x)$ ونسجِّل معادلة: $6x + 0.5 = 3x + 1.5$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

في حل المعادلة، نحصل على الإحداثي x لنقطة التقاطع.

لإيجاد الإحداثي y لنقطة التقاطع، نعوِّض الإحداثي x في إحدى الدالتين.

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \cdot \frac{1}{3} + 1.5 = 2.5$$

$$\left(\frac{1}{3},\ 2.5\right)$$

إحداثيا نقطة التقاطع هما:

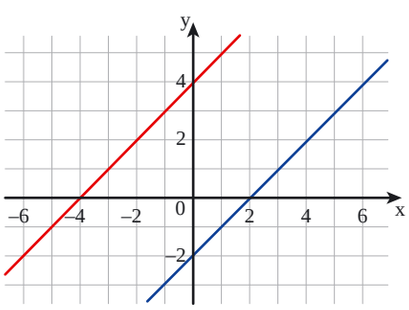
نفحص الحل بواسطة تعويض إحداثيا نقطة التقاطع في الدالة الأخرى.

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = 6 \cdot \frac{1}{3} + 0.5 = 2.5$$

4. أمامكم خطان بيانيان للدالتين:

$$f(x) = x - 2$$

$$g(x) = x + 4$$

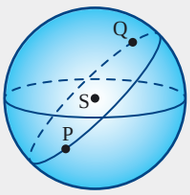


قال **وسام**: تقع نقطة تقاطع الخطين البيانيين في مكان بعيد جدًا.

قال **أيوب**: الخطان البيانيان لا توجد لهما نقطة تقاطع، لأنهما متوازيان.

أيهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

الحقيقة أن كل مستقيمين لهما نقطة تقاطع واحدة فقط، تُعتبر حقيقة مفهومة ضمنًا.
قبل حوالي 2300 سنة، حدد ذلك اقليدس مؤسس الهندسة.
في نفس الوقت، يمكن أن نَصف لأنفسنا حالات لا يكون فيها الأمر هكذا. مثلًا: إذا أخذنا بالحسبان أننا نعيش على سطح الكرة الأرضية، نفهم في هذا الواقع أن الخط المكافئ للخط المستقيم في المستوى هو محيط دائرة مركزها في مركز الكرة ونِصف قطرها كنصف قُطر الدائرة (انظروا الرسمة).



على سطح المستوى، المستقيم هو الخط الأقصر الذي يربط بين نقطتين معطاتين. أما على سطح الكرة، الخط الأقصر بين نقطتين معطاتين (مثلًا: P وَ Q في الرسمة) هو دائري (منحني). من هنا أمامكم "عالَم" فيه "خطوط مستقيمة" تتقاطع في نقطتين!

5. جدوا، في كل بند،إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين المعطاتين.

أ. $f(x) = 2x - 1$ $g(x) = x + 4$

ب. $f(x) = 3x + 7$ $g(x) = 7 - 2x$

ث. $f(x) = 2x + 1$ $g(x) = -2x - 4$

ج. $y = 3 - 2x$ $y = 3x - 1$

6. معطاة قائمة لخمس دوال خطية.

$f(x) = 3x + 5$ $g(x) = 2x$ $p(x) = 2x + 1$ $h(x) = 2(x + 5)$ $t(x) = 3x + 1$

اختاروا، في كل بند، دالتين مناسبتين من القائمة المعطاة. إذا لم تتمكنوا، فاشرحوا لماذا.
افحصوا إجابتكم بطريقة جبرية.

أ. المستقيمان لهما نقطة تقاطع.

ب. المستقيمان لا توجد لهما نقطة تقاطع.

مجموعة مهامّ

1. اختاروا، في كل بند، إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين، من بين النقاط المعطاة.

أ. $g(x) = 2x - 4$ $f(x) = x - 3$ النقاط: $(3, 0)$ $(1, -2)$ $(1, 2)$

ب. $g(x) = -2x - 1$ $f(x) = 2 + x$ النقاط: $(-1, 1)$ $(1, -1)$ $(-2, 3)$

2. جدوا، في كل بند،إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين.

أ. $f(x) = 2x + 4$ $g(x) = 10$

ب. $f(x) = -2x + 1$ $g(x) = x + 7$

ت. $y = 3x + 4$ $y = 5x + 12$

ث. $f(x) = 0.5x$ $g(x) = 2x - 1$

3. جدوا، في كل بند،إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين.

أ. $f(x) = -2(x + 1)$ $g(x) = x + 7(x - 2)$

ب. $f(x) = 3(x - 5) - 2x$ $g(x) = -2(x + 15)$

ت. $y = 3x + 4(x - 2)$ $y = 8(x + 1)$

4. جدوا، في كل بند، إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين.

أ. $f(x) = \frac{1}{3}(2x - 1)$ $g(x) = 6$

ب. $y = -\frac{1}{10}(x + 3)$ $y = \frac{1}{10}(x + 2) + 5$

ت. $f(x) = \frac{1}{5}(x + 10)$ $g(x) = 8 - \frac{1}{5}(x - 1)$

5. معطاة دالتان: $g(x) = -2x - 5$ $f(x) = 3x + 5$

أ. ارسموا الخطين البيانيين للدالتين في نفس هيئة المحاور.

ب. جدوا قيمة x الذي يتحقق فيه $f(x) = g(x)$.

ت. جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين.

6. جدوا، في كل بند، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيْ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

أ. $f(x) = 4x + 4$ $g(x) = 8$

ب. $f(x) = -x + 1$ $g(x) = x + 1$

ت. $f(x) = 5x + 4$ $g(x) = 5x - 2$

ث. $f(x) = 2x$ $g(x) = -2x + 1$

7. جدوا، في كل بند، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيْ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

أ. $f(x) = 2(x - 1) - 3x$ $g(x) = x$

ب. $f(x) = 3(x - 2) - 5x$ $g(x) = 6 - 2x$

ت. $f(x) = (3x - 1) \cdot 2$ $g(x) = 4(x + 4)$

8. جدوا، في كل بند، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيْ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

أ. $f(x) = 4 - (2x - 1)$ $g(x) = 4(1 - x) - 6$

ب. $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$ $g(x) = 10x - 3(x - 5)$

ت. $f(x) = 10 - 4(3 - x)$ $g(x) = 2(5 - 2x) - 4$

9. جدوا، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيْ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

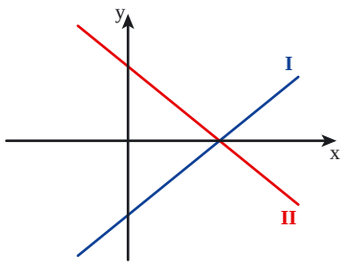
$f(x) = 2(x - 3) + 6$ $\qquad$ $g(x) = 3(x + 4) - x$

10. معطى خطان بيانيان لدالتين خطيتين.

$g(x) = x - 6$ $\qquad$ $f(x) = 6 - x$

أ. لائموا لكل دالة الخط البياني المناسب لها.

ب. جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين.

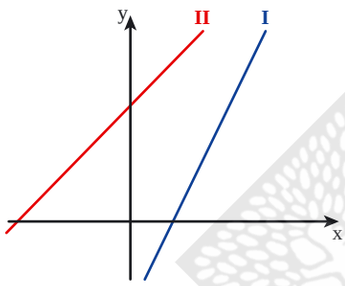


11. معطى خطان بيانيان لدالتين خطيتين.

$g(x) = x + 4$ $\qquad$ $f(x) = 2x - 3$

أ. لائموا لكل دالة الخط البياني المناسب لها.

ب. جدوا إحداثيْ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.



12. معطى خطوط بيانية لثلاث دوال خطية:

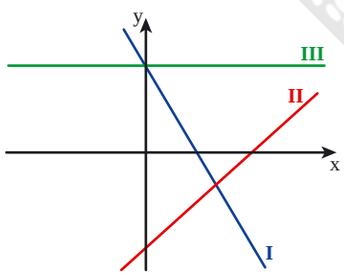
$f(x) = 5$ $\qquad$ $g(x) = -2x + 5$ $\qquad$ $h(x) = x - 6$

أ. لائموا لكل دالة الخط البياني المناسب لها.

ب. جدوا إحداثيِ النقطة التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

ت. جدوا إحداثيِ النقطة التي يكون فيها $h(x) = g(x)$.

ث. هل توجد نقطة فيها $h(x) = f(x)$؟



13. معطاة دالتان خطيتان. النقطة الصفرية لإحداهما هي $(0, 0)$ وللأخرى $(-4, 0)$.

أ. إذا كانت الدالتين تصاعديتين، فبأي رُبع يمكن أن تكون نقطة تقاطع الخطين البيانيين المناسبين؟

ب. إذا كانت الدالتين تنازلتين، فبأي رُبع يمكن أن تكون نقطة التقاطع؟

ت. إذا كانت إحدى الدالتين تنازلية والأخرى تصاعدية، فبأي رُبع يمكن أن تكون نقطة التقاطع؟

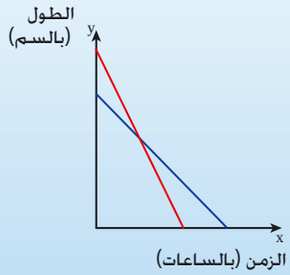
ث. هل يمكن أن تكون نقطة تقاطع الخطين البيانيين على محور y؟

الدرس الثاني: حل متباينة

في درس العلوم، أُشعلت شمعتان مختلفتان في نفس الوقت.
تناظر الدالتان الآتيتان بين الزمن الذي مرَّ منذ اشعال الشمعة x (بالساعات)، وطول الشمعة y (بالسم).

الشمعة أ: $f(x) = 8 - 2x \quad (0 \le x \le 4)$

الشمعة ب: $g(x) = 6 - x \quad (0 \le x \le 6)$



أمامكم خطان بيانيان للدالتين:

- ما هو طول كل شمعة قبل اشعالها؟
- بعد مرور كم ساعة انطفأت كل شمعة؟
- بعد مرور كم ساعة كانت الشمعتان في نفس الطول؟
  أي شمعة كانت أطول من الأخرى قبل هذا الزمن، بعد هذا الزمن؟

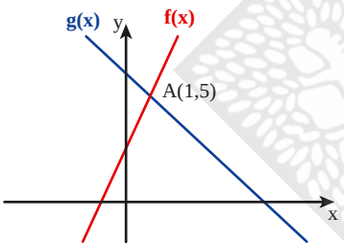
نحل المتباينتين بواسطة الرسوم البيانية.

1. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.
في كل بند، انسخوا وأكملوا إشارة الترتيب المناسبة (<, > أو =). صفوا معنى التباين في القصة.

أ. $f\left(\frac{1}{2}\right) \quad g\left(\frac{1}{2}\right)$ ت. $g(3) \quad f(3)$ ج. $g\left(2\frac{1}{2}\right) \quad f\left(2\frac{1}{2}\right)$

ب. $f(2) \quad g(2)$ ث. $g(1) \quad f(1)$ ح. $g(0) \quad f(0)$

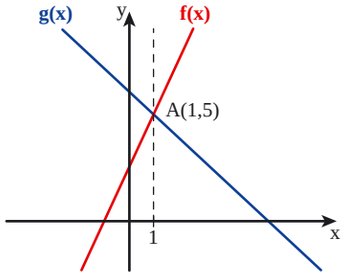
2. معطى خطان بيانيان لدالتين.



أ. في أي قيمة x يكون $f(x) = g(x)$؟
ب. أي دالة لها قيمة أكبر عندما يكون $x = 0$، عندما يكون $x = 2$؟
ت. اكتبوا قيمتين لـ x تُحققان $f(x) > g(x)$, $f(x) < g(x)$

رأينا كيفية حل متباينة بين دالتين خطيتين بطريقة بيانية، حسب المراحل الآتية:

- نجد قيمة x لنقطة التقاطع بين الخطين البيانيين للدالتين.
- نفحص أي خط بياني يقع فوق الخط البياني الآخر على يمين قيمة x التي وجدناها، وأي خط بياني يقع فوق الخط البياني الآخر على يسار النقطة التي وجدناها.



مثال: في المهمة 2، النقطة A هي نقطة تقاطع الخطين البيانيين.

- للقيمة $x = 1$ يتحقق $f(x) = g(x)$.
- للقيم x أكبر من 1 $(x > 1)$: $f(x) > g(x)$
  يقع الخط البياني للدالة f(x) فوق الخط البياني للدالة g(x).
- للقيم x أصغر من 1 $(x < 1)$: $f(x) < g(x)$
  يقع الخط البياني للدالة f(x) تحت الخط البياني للدالة g(x).

3. معطى خطان بيانيان لدالتين.

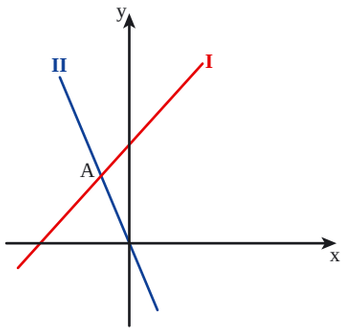
$f(x) = -2x$ $\quad$ $g(x) = x + 3$

أ. لائموا لكل خط بياني الدالة المناسب له.

ب. جدوا قيمة x يكون فيه $f(x) = g(x)$.

ت. لأي قيم x يتحقق $f(x) > g(x)$.

ث. في أي مجال يتحقق $f(x) < g(x)$.



4. معطى دالتان :

$f(x) = 3 + 2x$ $\quad$ $g(x) = 2x - 4$

قال **رائد**: المتباينة $f(x) > g(x)$ لا يوجد لها حل.

قال **عدي**: المتباينة $f(x) < g(x)$ يوجد لها عدد لا نهائي من الحلول.

ارسموا الخطين البيانيين للدالتين بالتقريب واشرحوا أيُّهما قوله صحيح.

مجموعة مهامّ

1. عند الساعة الـ 12 في الليل، فتح المزارع غسان حنفيتيْ بركتين للري.
أمامكم خطان بيانيان يصفان دالتين. تناظر كل دالة بين الزمن الذي مرَّ منذ أن فتح المزارع الحنفية x (بالساعات) وارتفاع الماء في البركة y (بالسم).

البركة **أ**: $f(x) = 200 - 20x$ $\quad$ $(0 \le x \le 10)$

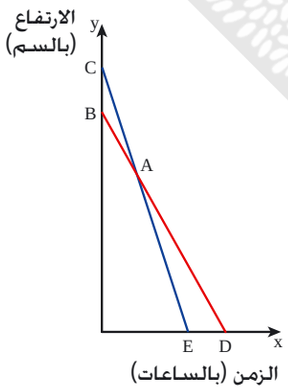
البركة **ب**: $g(x) = 240 - 30x$ $\quad$ $(0 \le x \le 8)$

أ. لائموا لكل خط بياني البركة المناسبة له.

ب. جدوا إحداثيات النقاط المشار إليها في الرسمة، وسجِّلوا معنى كل نقطة في القصة.

ت. في أي ساعة كان ارتفاع الماء في البركة أ أعلى من ارتفاع الماء في البركة **ب**؟

ث. في أي ساعة كان ارتفاع الماء في البركة أ أقل من ارتفاع الماء في البركة **ب**؟



2. معطى خطان بيانيان لدالتين:

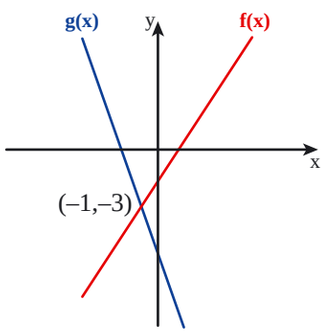
أ. لأي قيمة x يتحقق $f(x) = g(x)$ ؟

ب. أي دالة يوجد لها قيمة أكبر عندما يكون $x = 0$؟

ت. أي دالة يوجد لها قيمة أكبر عندما يكون $x = -3$؟

ث. اكتبوا قيمتين لـ x فيهما $f(x) > g(x)$.

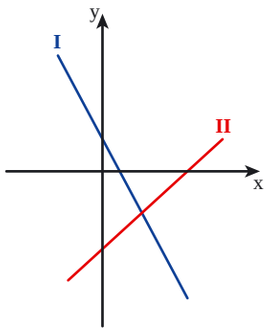
ج. اكتبوا قيمتين لـ x فيهما $f(x) < g(x)$.



3. معطى خطان بيانيان لدالتين:

$f(x) = -2x + 2$

$g(x) = x - 4$



أ. لائموا لكل خط بياني الدالة المناسب له.

ب. في أي قيمة x يكون $f(x) = g(x)$؟

ت. أي دالة لها قيمة أكبر عندما يكون $x = 0$؟

ث. اكتبوا قيمتين لـ x فيهما $f(x) > g(x)$.

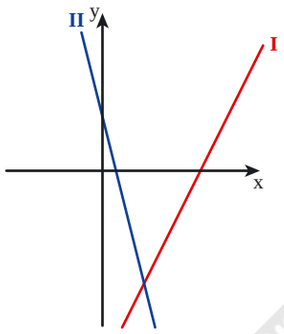
ج. اكتبوا قيمتين لـ x فيهما $f(x) < g(x)$.

ح. في أي قيم x يتحقق $f(x) > g(x)$؟

4. معطى خطان بيانيان لدالتين.

$f(x) = 2x - 7$

$g(x) = -4x + 2$



أ. لائموا لكل خط بياني الدالة المناسب له.

ب. في أي قيمة x يكون $f(x) = g(x)$؟

ت. في أي مجال يتحقق $f(x) > g(x)$.

ث. في أي قيم x يتحقق $f(x) > 0$.

ج. في أي قيم x يتحقق $g(x) > 0$.

5. جدوا أزواجًا من الدوال التي تحقق الشروط الثلاثة الآتية.

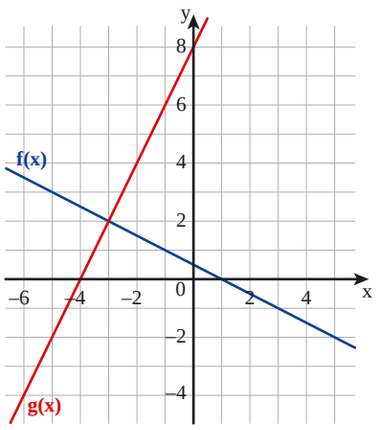
$f(3) = g(3)$

$f(x) < g(x)$ لكل $x < 3$.

$f(x) > g(x)$ لكل $x > 3$.

6. معطى خطان بيانيان لدالتين.

جدوا حسب الرسم البياني:



أ. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) = g(x)$.

ب. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) > g(x)$.

ت. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) < g(x)$.

ث. مجال يكون فيه $f(x) > g(x)$.

الدّرس الثّالث: مقاولو حدائق

حلّ مسألة في التّنور الرّياضيّ

نشر ثلاثة مقاولي حدائق، في صحيفة الحيّ، اقتراحات أسعار لتصميم الحديقة.

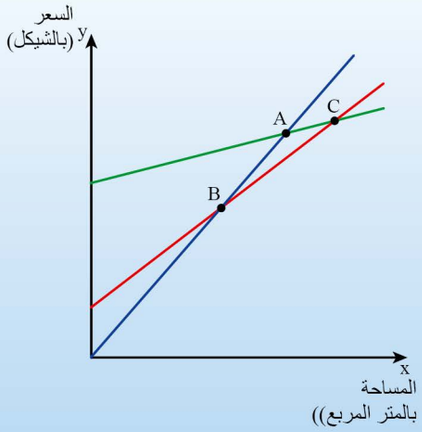
المقاول **مروان**: 700 شاقل مقابل التّخطيط + 10 شواقل لكلّ متر حديقة مربّع.

المقاولة **مروة**: 200 شاقل مقابل التخطيط + 30 شاقلًا لكل متر حديقة مربّع.

المقاول **ضياء**: 45 شاقلًا لكل متر حديقة مربّع (السّعر يشمل التّخطيط).

أمامكم رسوم بيانيّة تصف الاقتراحات.

لائموا خطًّا بيانيًّا لكلّ مقاول. اِشرحوا كيفيّة الملاءمة.



نحلّ مسألة في التّنور الرّياضيّ.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. أُكتبوا تعبيرًا جبريًّا للخطّ البيانيّ للدّالّة. أُذكروا أيّ قيم x مناسبة لشروط المسألة لكلّ مقاول.

ب. ما هي مساحة الحديقة الّتي يجبي ضياء ومروة مقابلها نفس المبلغ؟ ما هو السّعر؟

ت. هل توجد مساحة حديقة يجبي المقاولون الثّلاثة مقابلها نفس المبلغ؟ اِشرحوا.

ث. يوجد لدى عائلة سليم حديقة مساحتها 30 مترًا مربّعًا.

- أيّ مقاول هو الأرخص سعرًا؟
- أيّ مقاول هو الأغلى سعرًا؟
- ما هو الفرق بين الاقتراحين؟

ج. قالت السّيدة **نورة**: تجبي المقاولة مروة السّعر الأرخص لتصميم حديقتي.
ما هي مساحة حديقة السّيدة نورة؟

ح. ميزانيّة عائلة أيّوب لتصميم الحديقة هي 1,500 شاقل.
هم معنيّون بتصميم قسم كبير، قدر الإمكان، من حديقتهم.
أيّ مقاول يصمّم قسمًا كبيرًا من مساحة الحديقة في إطار ميزانيّة عائلة السّيد أيّوب؟
ما هي المساحة الّتي تمّ تصميمها في حديقة عائلة أيّوب؟ اِشرحوا.

2. مساحة معظم الحدائق في الحيّ أكبر من 25 مترًا مربّعًا.
أراد المقاول **رامي** أن يتنافس مع المقاولين الثلاثة الآخرين.
اِقترح نفس السّعر غير المتعلّق بمساحة الحديقة.
أعطوا مثالًا لاقتراح سعر يمكن أن يقترحه رامي.

مجموعة مهامّ

1. معطى خطان بيانيان لدالتين.
جدوا، في كل بند، قيم مناسبة لـ x.

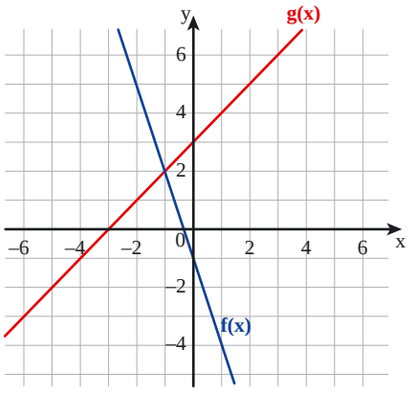
أ. $g(x) = 0$

ب. $f(x) = -4$

ت. $g(x) = 5$

ث. $f(x) = g(x)$

ج. $f(x) < g(x)$



2. معطى خطان بيانيان لدالتين:

$f(x) = 2(x - 5)$

$g(x) = -(5x + 3)$

أ. لائموا الدالة المناسبة لكل خط بياني.

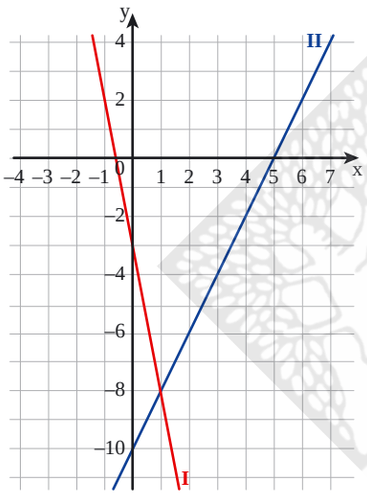
ب. جدوا، لكل حالة، قيم مناسبة لـ x.

(i) $f(x) = 0$

(ii) $f(x) = g(x)$

(iii) $f(x) < g(x)$

(iv) $g(x) = 0$



3. معطى خطان بيانيان لدالتين:

$f(x) = 2(x - 5) - (x + 1)$

$g(x) = 4(2.5 - x)$

أ. لائموا الدالة المناسبة لكل خط بياني.

ب. جدوا، لكل حالة، قيم مناسبة لـ x.

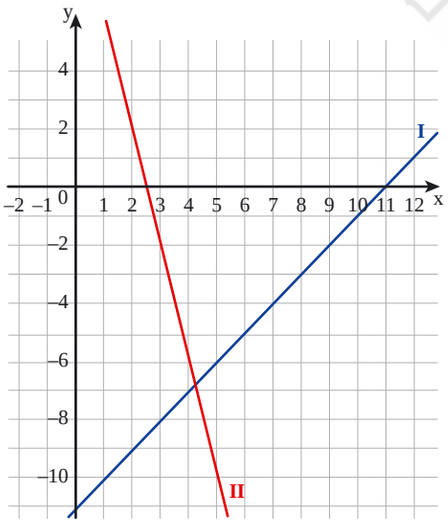
(i) $f(x) = 0$

(ii) $f(x) = g(x)$

(iii) $f(x) < g(x)$

(iv) $g(x) = 10$

(v) $f(x) < 0$



4. معطى خطان بيانيان لدالتين.

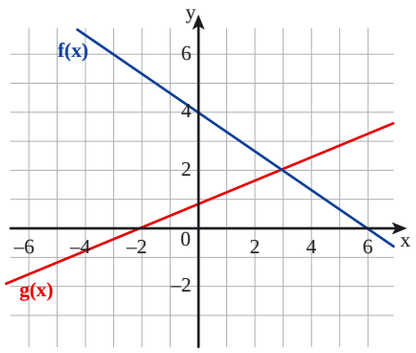
جدوا حسب الرسم البياني:

أ. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) = g(x)$.

ب. مجال فيه $f(x) > g(x)$.

ت. النقطة الصفرية للدالة $f(x)$.

ث. قيمة لـ x يكون فيه $g(x) = 0$.



5. معطى خطوط بيانية لثلاثة دوال.

جدوا حسب الرسم البياني:

أ. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) = g(x)$.

ب. قيمة لـ x يكون فيها $h(x) = g(x)$.

ت. قيمة لـ x يكون فيها $f(x) = h(x)$.

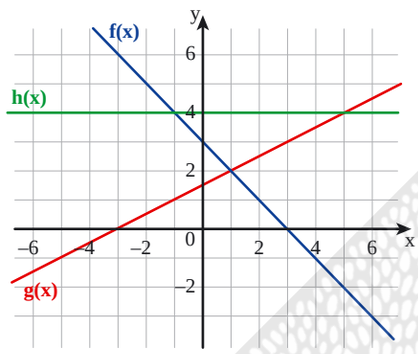
ث. النقطة الصفرية للدالة $f(x)$.

ج. قيمة لـ x يكون فيها $g(x) = 0$.

ح. قيمة لـ x يكون فيها $h(x) = 0$.

خ. جدوا، لكل حالة، المجال المناسب.

(i) $f(x) > g(x)$ (ii) $f(x) > h(x)$ (iii) $g(x) > h(x)$



6. تطرقوا إلى الرسوم البيانية في المهمة 5 وجدوا في كل بند مجال مناسب.

أ. $f(x) > 0$ ب. $g(x) > 0$ ت. $h(x) > 0$

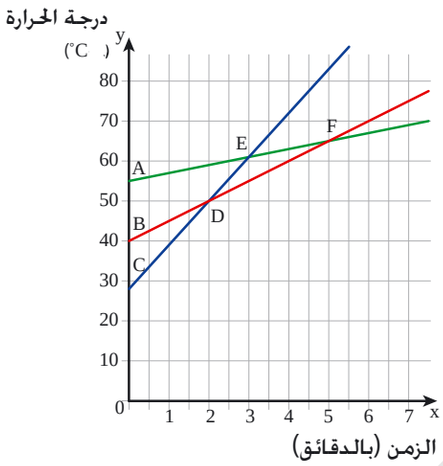
7. تطرقوا إلى الرسوم البيانية في المهمة 5 وجدوا في كل بند مجال مناسب.

أ. $f(x) > g(x)$ وأيضًا $f(x) > h(x)$

ب. $h(x) > g(x)$ وأيضًا $h(x) > f(x)$

ت. ثلاث دوال موجبة.

8. نسخِّن ماء في ثلاثة أوعية لمدة 7 دقائق.
في الوعاء أ : في البداية كانت درجة الحرارة $28^{\circ}C$ وفي كل دقيقة ارتفعت $11^{\circ}C$.
في الوعاء ب : في البداية كانت درجة الحرارة $40^{\circ}C$ وفي كل دقيقة ارتفعت $5^{\circ}C$.
في الوعاء ب : في البداية كانت درجة الحرارة $55^{\circ}C$ وفي كل دقيقة ارتفعت $2^{\circ}C$.
أمامكم ثلاثة رسوم بيانية.



أ. لائموا لكل خط بياني الوعاء المناسب له.
ب. هل يوجد زمن فيه نفس درجة الحرارة في الأوعية الثلاثة؟ اشرحوا.
ت. جدوا إحداثيات النقاط المشار إليها في الرسمة وسجِّلوا معنى كل نقطة في القصة.
ث. في أي وعاء كانت درجة الحرارة المنخفضة خلال الدقيقتين الأولتين للتسخين؟
ج. في أي مجال درجة حرارة الماء في وعاء ت أكبر من درجة الحرارة في الأوعية الأخرى؟
ح. في أي مجال درجة حرارة الماء في وعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الأوعية الأخرى؟
خ. في أي وعاء كانت درجة الحرارة المنخفضة بين الدقيقة الثانية والدقيقة الخامسة؟
د. في أي وعاء كانت درجة الحرارة العليا في نهاية الـ 7 دقائق؟
ذ. في أي وعاء كانت درجة الحرارة المنخفضة في نهاية الـ 7 دقائق؟

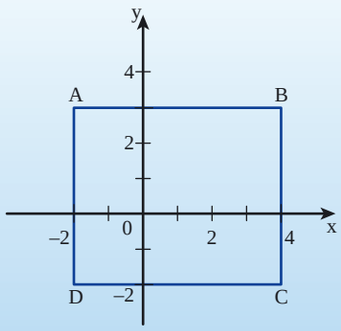
9. في لواء "أرباع" في دولة "تربيعات"، بُنيت جميع البلدان على شكل مربع.
عند دخول البلدة، يجب أن تُدفع رسوم بإحدى الطرق الآتية:
الطريقة I: 5 شواقل لكل كيلومتر في محيط البلدة.
الطريقة II: 80 شاقل + 4 شواقل لكل كيلومتر على طول ضلع البلدة.
x يمثِّل طول ضلع البلدة (بالكم).
أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لكل طريقة. اذكروا أي قيم x مناسبة لشروط المسألة.
ب. ارسموا خطوط بيانية تقريبية مناسبة في نفس هيئة المحاور، جدوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين الخطوط البيانية.
ت. دخل **جواد** بلدة طول ضلعها 7 كم. أي طريقة دفع من الأفضل أن يختار؟
ث. دفع **داوود** عند دخوله بلدة "البرتقال" 172 شاقلًا حسب الطريقة الأرخص.
ج. دفعت كل من **علياء وسامرة** مبلغ مقداره 150 شاقلا.
دفعت علياء بالطريقة الأرخص. ما هي قياسات البلدة؟
دفعت سامرة بالطريقة الأغلى. ما هي قياسات البلدة؟

الدرس الرابع: مساحات مضلعات في هيئة المحاور

أمامكم مستطيل في هيئة المحاور.

جدوا بواسطة الرسمة:

- إحداثيات رؤوس المستطيل.
- التعبير الجبري للدالة التي خطها البياني يمر عبر النقطتين A وَ B.
- التعبير الجبري للدالة التي خطها البياني يمر عبر النقطتين B وَ D.



سنتعلَّم كيفية حساب أطوال القطع ومساحات المضلعات.

1. أ. تطرقوا في الرسمة إلى مهمة الافتتاحية.

قال **رامي**: طول القطعة AD هو 1، لأن $1 = (-2) + 3$.

قال **سامي**: طول القطعة AD هو 5، لأن $5 = (-2) - 3$.

قال **أمير**: طول القطعة AD هو 5–، لأن $-5 = 3 - 2-$.

قال **سامر**: طول القطعة AD هو 5، لأن $5 = 2 + 3$.

أيهم قوله صحيح؟

ب. جدوا طول القطعة AB.

ت. احسبوا مساحة المستطيل.

ث. احسبوا مساحة المثلث ΔBDC .

2. أ. قالت **ولاء**: المستقيم الذي يمر عبر النقطتين B وَ C لا يصف دالة.

اشرحوا لماذا؟

ب. قالت **إياد**: التمثيل الجبري للمستقيم الذي يمر عبر النقطتين B وَ C هو $x = 4$، لأن الإحداثي x لكل النقاط على المستقيم هو 4.

سجِّلوا التمثيل الجبري للمستثيم الذي يمر عبر النقطتين A وَD حسب طريقة حل إياد.

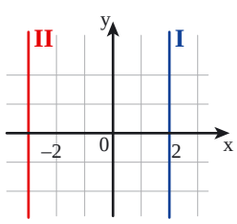
المستقيمات الموازية لمحور y لا تصف دوال.

التمثيل الجبري لهذه المستقيمات صورته $x = k$.

مثال: في الرسمة:

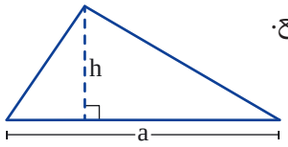
التمثيل الجبري للمستقيم I هو $x = 2$، هذا يعني في هذه الحالة $k = 2$.

التمثيل الجبري للمستقيم II هو $x = -3$، هذا يعني $k = -3$.



تذكير

رأينا أن مساحة المثلث تساوي نِصف حاصل ضرب طول الضلع بطول الارتفاع على الضلع.

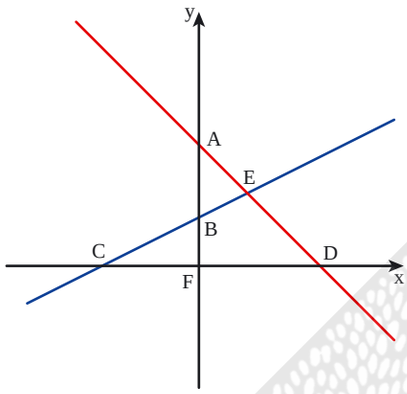


مثال: مساحة المثلث في الرسمة هي $\frac{a \cdot h}{2}$ $(a > 0,\ h > 0$,

a وَ h وحدات طول، $\frac{a \cdot h}{2}$ وحدات مساحة مناسبة).

3. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$f(x) = -x + 5$ $\quad g(x) = 0.5x + 2$



أ. لائموا خط بياني لكل دالة.

ب. جدوا إحداثيات النقطتين A وَ B.

ت. جدوا إحداثيات النقطتين C وَ D.

ث. جدوا إحداثيْ نقطة التقاطع E.

ج. احسبوا مساحة المثلث ΔBCF. ما هو نوع المثلث؟

ح. احسبوا طول القطعة CD.

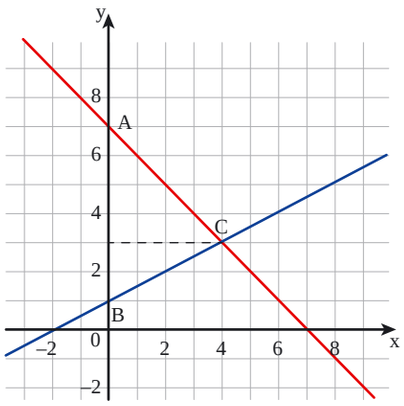
خ. احسبوا مساحة المثلث ΔCDE .

حِساب مساحة مثلثات في هيئة محاور

المحور x والمحور y متعامدان لبعضهما، لذا المستقيمات المتوازية للمحاور تكون متعامدة لبعضها.

في المثلث الذي أحد أضلاعه موازي للمحور x، الارتفاع للضلع (أو امتداده) موازي لمحور y.

مثال: في رسمة المثلث ΔABC



يقع الضلع AB على المحور y .

طول AB في هيئة المحاور هو 6 وحدات $(6 - 1 = 7)$.

الارتفاع للضلع AB هو قطعة تخرج من الرأس C وموازي للمحور x.

طوله 4 وحدات في هيئة المحاور $(4 - 0 = 4)$.

مساحة المثلث ΔABC هي 12 وحدة مساحة في هيئة المحاور، لأن $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$.

4. تظهر في الرسمة التي أمامكم الخطوط البيانية للتمثيلات الجبرية الآتية:

$f(x) = -3x - 3$ $\quad g(x) = 4 - x$ $\quad x = 2$

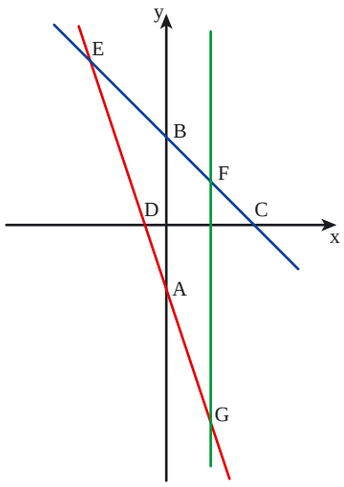
أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل تمثيل جبري.

ب. جدوا إحداثيات النقاط A, B, C, D.

ت. جدوا إحداثيات النقاط E, F, G.

ث. احسبوا مساحات المثلثات:

$\Delta AFG,\ \Delta BCD,\ \Delta DFG,\ \Delta EFG$



مجموعة مهامّ

1. أ. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا لكل مستقيم في الرسمة.

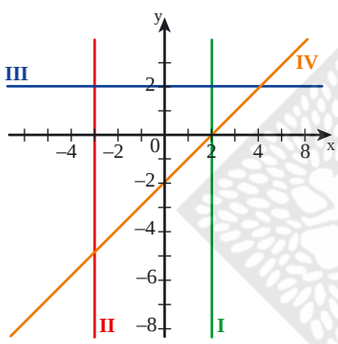
ب. اكتبوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين المستقيمين I وَ IV.

ت. اكتبوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين المستقيمين II وَ IV.

ث. اكتبوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين المستقيمين III وَ IV.

ج. اكتبوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين المستقيمين II وَ III.

ح. أي مستقيمين لا توجد بينهما نقطة تقاطع؟ اشرحوا.



2. تظهر في الرسمة التي أمامكم الخطوط البيانية للتمثيلات الجبرية الآتية:

(i) $x = 3$ $\quad$ (ii) $y = 2$ $\quad$ (iii) $y = 1 - x$

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل تمثيل جبري.

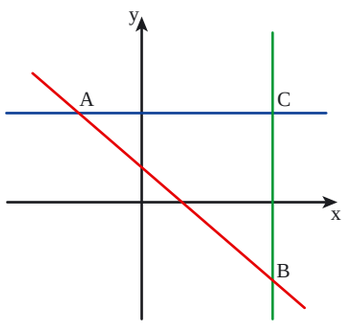
ب. اشرحوا لماذا المثلث ΔACB هو مثلث قائم الزاوية؟

ت. جدوا إحداثيات النقاط A, B , C.

ث. احسبوا طول القطعة AC.

ج. احسبوا طول القطعة BC.

ح. احسبوا مساحة المثلث ΔACB .



3. تظهر في الرسمة التي أمامكم الخطوط البيانية للتمثيلات الجبرية الآتية:

$f(x) = x + 4$ $\quad g(x) = -x - 2$ $\quad x = 3$

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل تمثيل جبري.

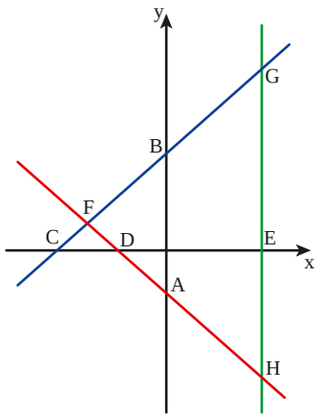
ب. جدوا إحداثيي النقطتين A وَB.

ت. جدوا إحداثيات النقاط C, D, E.

ث. جدوا إحداثيات النقاط F, H, G.

ج. احسبوا مساحة المثلثات:

$\Delta ABF,\ \Delta CDF,\ \Delta DEH$



4. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة 3 واحسبوا مساحة المثلثات ΔAGH, ΔFDE, ΔFGH.

5. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة 3 واحسبوا مساحة الشكل الرباعي ABGH.

6. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$g(x) = x + 1$ $\quad f(x) = \frac{x-4}{2}$

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل تمثيل جبري.

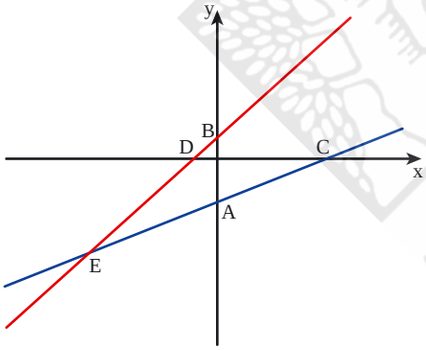
ب. جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الخطين البيانيين مع محور y.

ت. جدوا إحداثيات النقاط الصفرية للدالتين.

ث. جدوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين الخطين البيانيين للدالتين.

ج. احسبوا مساحة المثلثات:

$\Delta CDE,\ \Delta ABE$



7. تظهر في الرسمة التي أمامكم الخطوط البيانية للدوال الآتية:

$f(x) = 2x + 2$ $\quad g(x) = -x + 5$

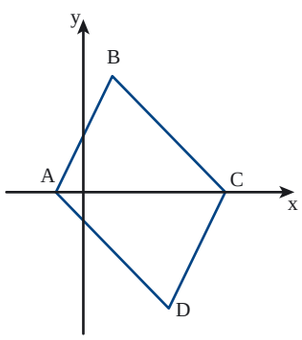
$h(x) = -x - 1$ $\quad p(x) = 2x - 10$

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة. اشرحوا.

ب. جدوا إحداثيات النقاط A, B, C, D.

ت. احسبوا مساحة المثلث ABC.

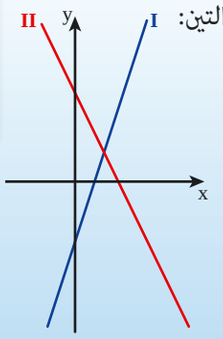
ث. احسبوا مساحة الشكل الرباعي ABCD. ما هو نوع الشكل الرباعي؟



الدرس الخامس: نلخص ونتمرَّن

يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$f(x) = -2x + 3$ $\quad$ $g(x) = 3x - 2$



لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة.

جدوا قيم x المناسبة لكل شرط.

$f(x) = 0$

$f(x) > 0$

نتمرَّن ونلخص موضوع الدالة الخطية.

1. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.
جدوا، في كل بند، قيم x المناسبة. اشرحوا.

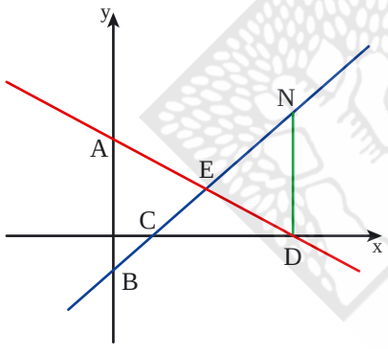
أ. $g(x) > 0$ $\quad$ ت. $f(x) > g(x)$

ب. $f(x) = g(x)$ $\quad$ ث. $f(x) < g(x)$

2. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$x + 2y = 18$

$y = x - 3$



المستقيم DN موازي للمحور y.

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة. اشرحوا.

ب. جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع كل خط بياني مع محور y .

ت. جدوا إحداثيات النقاط الصفرية للدالتين.

ث. جدوا إحداثيْ نقطة التقاطع بين الخطين البيانيين للدالتين.

ج. جدوا إحداثيْ النقطة N. اشرحوا.

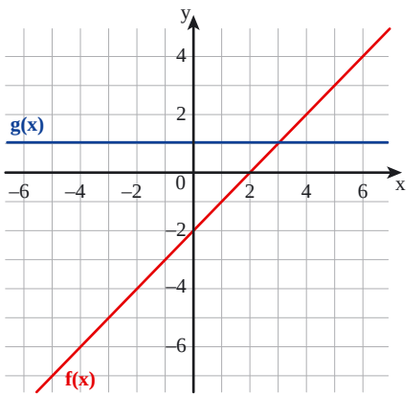
ح. احسبوا مساحة المثلثات: ΔCED ,ΔEND ,ΔCND .

خ. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الذي يمر عبر النقطتين A وَ N.

د. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الذي يمر عبر النقطة B ومُوازٍ للمستقيم AN.

مجموعة مهامّ

1. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين f(x) وَ g(x).
أشيروا إلى الادعاءات الصحيحة وصححوا الادعاءات غير الصحيحة.



أ. إحداثيا النقطة التي فيها $f(x) = g(x)$ هما $(3, 1)$.

ب. $f(x)$ موجبة لكل $x > 0$.

ت. $g(x) > 0$ لكل قيم x.

ث. النقطة الصفرية للدالة $f(x)$ هي $(-2, 2)$.

ج. الدالة $g(x)$ لا توجد لها نقطة صفرية.

ح. $f(x)$ سالبة لكل $x > 2$.

خ. $f(3) = g(3)$

د. $f(1) = g(1)$

ذ. $f(4) < g(4)$

ر. $f(0) < g(0)$

2. تطرقوا إلى الرسوم البيانية التي وردت في مهمة 1.

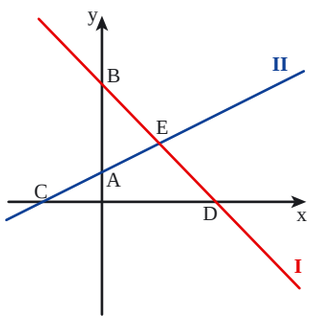
أ. جدوا تمثيلًا جبريًّا للدالتين f(x) وَ g(x).

ب. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الذي يمر عبر نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين f(x) وَ g(x) وموازي لمحور y.

ت. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الذي يمر عبر نقطة تقاطع الخط البياني للدالة g(x) مع محور y وموازي للخط البياني للدالة f(x).

3. أمامكم خطان بيانيان للدالتين f(x) وَ g(x) .

$f(x) = 0.5x + 1$ $\quad$ $g(x) = 4 - x$



أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة. اشرحوا.

ب. جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع كل خط بياني مع محور y.

ت. جدوا إحداثيات النقطتين الصفريتين للدالة.

ث. جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع الخطين البيانيين للدالتين.

ج. في أي قيم x يتحقق $f(x) > 0$.

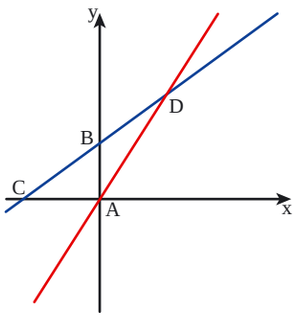
ح. في أي قيم x يتحقق $g(x) < 0$.

خ. في أي قيم x يتحقق $f(x) > g(x)$.

د. احسبوا مساحة المثلث ΔCED .

4. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$f(x) = 3x$ $\quad g(x) = 3 + x$



أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة. اشرحوا.

ب. جدوا إحداثيات النقاط A, B, C, D.

ت. في أي قيم x تكون الدالة $f(x)$ موجبة.

ث. في أي قيم x يتحقق $g(x) < 0$.

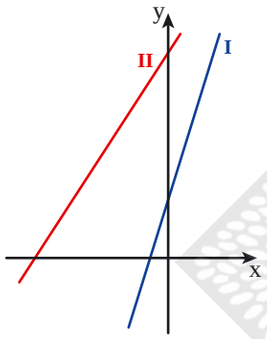
ج. في أي قيم x يتحقق $f(x) < g(x)$.

ح. احسبوا مساحة المثلث ΔACD.

خ. احسبوا مساحة المثلث ΔABD.

5. يظهر في الرسمة التي أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$f(x) = x + 6$ $\quad g(x) = 3x + 2$



أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكل دالة. اشرحوا.

ب. في أي قيم x يتحقق:

(i) $f(x) = g(x)$ $\quad$ (ii) $f(x) > 0$ $\quad$ (iii) $g(x) < f(x)$

ت. في أي قيم x يتحقق:

(i) $f(x) = -2$ $\quad$ (ii) $g(x) = 2$

ث. احسبوا وأضيفوا إشارة ترتيب مناسبة (<, = أو >)

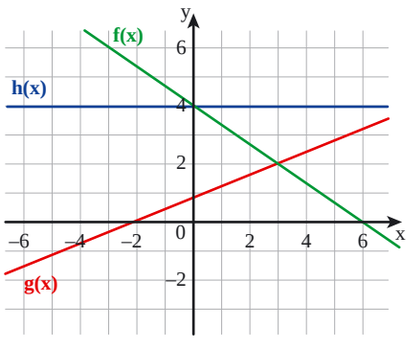
(i) $g(2) \bigcirc f(2)$ $\quad$ (ii) $g(0) \bigcirc f(1)$ $\quad$ (iii) $g(1) \bigcirc f(-1)$

6. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة 5.

جدوا في كل بند، في أي قيم x يتحقق:

أ. $f(x) > -2$ $\quad$ ب. $g(x) < 7$

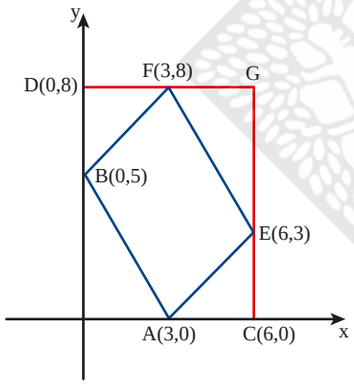
7. تظهر في الرسمة التي أمامكم ثلاثة خطوط بيانية لثلاث دوال.
أشيروا إلى الادعاءات الصحيحة وصححوا الادعاءات غير الصحيحة.



أ. إحداثيا النقطة التي فيها $f(x) = g(x)$ هما $(2, 3)$.
ب. إحداثيا النقطة التي فيها $f(x) = h(x)$ هما $(0, 4)$.
ت. $f(x)$ موجبة لكل $x < 6$.
ث. $g(x) > 0$ لكل $x < -2$.
ج. النقطة الصفرية للدالة $f(x)$ هي $(0, 6)$.
ح. النقطة الصفرية للدالة $h(x)$ هي $(0, 4)$.
خ. $g(x) = 0$ لكل $x = -2$.
د. $h(x)$ موجبة لكل قيم x

8. تطرقوا إلى الرسوم البيانية التي وردت في مهمة 7.
أشيروا إلى الادعاءات الصحيحة وصححوا الادعاءات غير الصحيحة.
أ. لكل $x > 3$, $g(x)$ موجبة وَ $f(x)$ سالبة.
ب. لكل $-2 < x < 6$, الدوال الثلاث موجبة.
ت. لكل $-2 < x < 6$, الدالة $h(x)$ لها قيم أكبر من قيم الدوال الأخرى.

9. تطرقوا إلى معطيات الرسمة.



أ. احسبوا مساحة المثلثات ΔACE, ΔBDF .
ب. النقطة G هي نقطة التقاطع التي يمر فيها المستقيم عبر النقطتين D وَ F والمستقيم الذي يمر عبر النقطتين C وَ E.
جدوا إحداثيي النقطة G.
ت. احسبوا مساحة المثلث ΔEFG .

10. تطرقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمة 9.
أ. اكتبوا، في كل بند، تمثيلًا جبريًّا مناسبًا.
- مستقيم يمر عبر النقطتين B وَ F.
- مستقيم يمر عبر النقطتين E وَ A.
- مستقيم يمر عبر النقطتين B وَ A.
- مستقيم يمر عبر النقطتين E وَ F.
- مستقيم يمر عبر النقطتين C وَ G.
- مستقيم يمر عبر النقطتين G وَ D.

ب. أي مستقيمات لا يوجد لها نقاط تقاطع؟ اشرحوا.

11. تطرقوا إلى الرسمة التي وردت في مهمة 9. احسبوا مساحة الشكل الرباعي ABFE.

نحافظ على لياقة رياضيّة

معادلات وتعابير جبريّة

1. حلوا المعادلات.

أ. $2(x - 5) + 3(x + 4) = 42$

ب. $12(x - 1) - 9(x + 1) = 0$

ت. $5(2x + 7) - 2(x - 3) = 25$

ث. $3(4x - 5) + 5(2x - 1) = 2$

ج. $6x - 2(x + 4) + 3(1 + 2x) = 5$

ح. $5 - 3(x + 1) - 4(1 - 2x) = -7$

2. جدوا، في كل بند، العدد الذي نتيجة تعويضه (بدل x) في التعبيرين متساوية.

أ.	$3x - 4$	$2x - 1$	الأعداد:	1	5	3	−1
ب.	$4x - 3$	$2x - 1$	الأعداد:	1.5	0	1	−1
ت.	$5x - 3$	$2x - 3$	الأعداد:	5	2	1	0
ث.	$4(x - 3)$	$3(1 + x)$	الأعداد:	2	6	−15	15

3. لائموا لكل معادلة في العمود الأيمن، المعادلة المناسبة من العمود الأيسر والتي يوجد لها نفس الحل.

أ. $x - (4 - 10) = 3$

ب. $4 - (x + 3) = 3$

ت. $2(5 + x) - 10 = 20$

ث. $\frac{x + 5}{6} = 2$

I. $2x = 20$

II. $x - 4 = 3$

III. $x + 3 = 5$

IV. $x \cdot 3 = -9$

4. لائموا لكل معادلة حلًّا من بين الأعداد الآتية: -2 , 2 , 0.5

أ. $5(x - 4) = 3(x - 5) - 1$

ب. $3(1 - 2x) = 25 + 5x$

ث. $2(x - 2) = 6(x - 1)$

ج. $10 - 4 = 4x - 2(x - 1)$

5. يوجد في جرة خرزات بيضاء، خرزات حمراء وخرزات خضراء.
عدد الخرزات البيضاء ضعفيْ عدد الخرزات الحمراء.
عدد الخرزات الخضراء أكبر بـ 5 من عدد الخرزات الحمراء.
x يمثِّل عدد الخرزات الحمراء في الجرة.

أ. اكتبوا تعبيرين جبريين مناسبين لعدد الخرزات البيضاء وعدد الخرزات الخضراء.
سجِّلوا أي قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة وحسب التعابير التي سجَّلتموها. اشرحوا.

ب. مجموع الخرزات في الجرة 30 خرزة. كم خرزة من كل نوع يوجد في الجرة؟

ت. هل يمكن أن يكون مجموع الخرزات في الجرة 23 خرزة؟ اشرحوا.