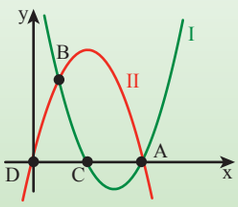
الوحدة الثالثة والعشرون: هيئة معادلات

الدرس الأوّل: إيجاد نقاط تقاطع الخطوط البيانيّة

أمامكم خطّان بيانيّان للدالّتين.

$y = x^2 - 6x + 8$

$y = -x^2 + 4x$



لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة. اشرحوا.

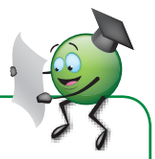
على أيّ خطّ بيانيّ تقع كلّ نقطة مِنَ النقاط التالية؟ اشرحوا.

(5 , 3) (4 , 0) (2 , 0) (3 , −1) (1 , 3) (2 , 4)

نجد نقاط مشتركة للخطوط البيانيّة للدالتين.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

ما هي إحداثيّات النقاط المشتركة للخطين البيانيّين (النقطتان A وَ B)؟



تقع النقاط الّتي إحداثيّاتها تحقّق التمثيل الجبريّ للدالّتين على الخطّين البيانيّين (هذه النقاط مشتركة للخطّين البيانيّين)؛ لذا فهي **نقاط تقاطع** الخطّين البيانيّين.

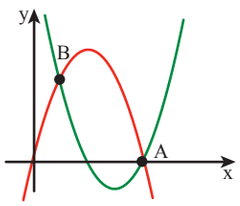
مثال: نتناول في المهمّة 1 الدالتين $y = x^2 - 6x + 8$ $y = -x^2 + 4x$

- نعوّض $x = 4$

نحصل على $4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0$ وأيضًا على $-4^2 + 4 \cdot 4 = 0$

لذا تقع النقطة (4, 0) على الخطّين البيانيّين

وهي نقطة تقاطعهما (النقطة A في الرسمة).



- نعوّض $x = 1$

نحصل على $1^2 - 6 \cdot 1 + 8 = 3$ وأيضًا على $-1^2 + 4 \cdot 1 = 3$

لذا تقع النقطة (1, 3) على الخطّين البيانيّين

وهي نقطة تقاطعهما (النقطة B في الرسمة).

2. عيّنوا، في كلّ بند، النقاط الّتي هي نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين للدالّتين.

أ. $y = x^2 + 2$, $y = 4 - x^2$

(1 , 3) (2 , 6) (−1 , 2) (−1 , 3)

ب. $y = (x - 2)^2 + x - 1$, $y = 2x - 1$

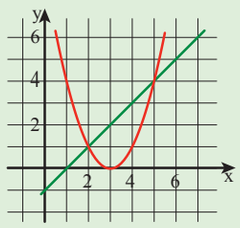
(4 , 7) (3 , 5) (4 , 1) (1 , 1)

ت. $y = 2(x - 2)(x + 1)$, $y = x(x - 2)$

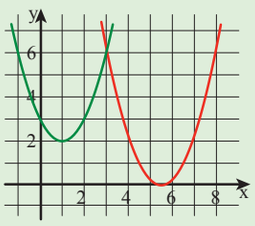
(0 , −4) (2 , 0) (−2 , 8) (0 , 0)

3. رُسم، في كلّ بند، خطّان بيانيّان. سجّلوا إحداثيّات نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين للدالّتين (إنْ وُجدت).

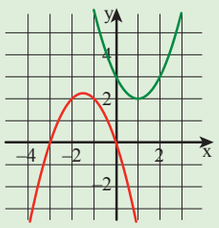
أمثلة:



إحداثيّات نقاط التقاطع: (2 , 1) (5 , 4)

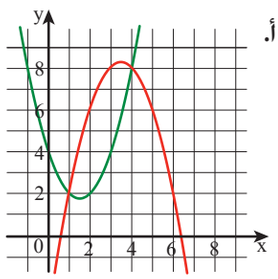


(3 , 6)

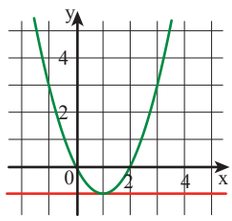


لا توجد نقاط تقاطع

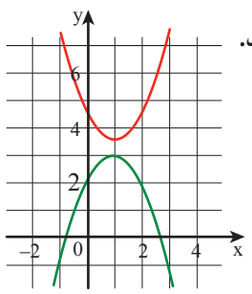
أ.



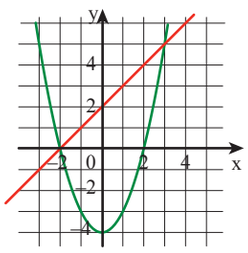
ب.



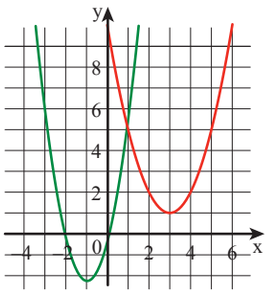
ت.



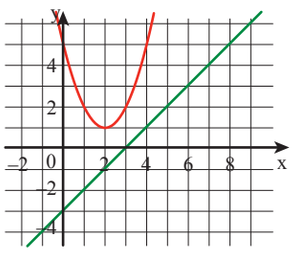
ث.



ج.



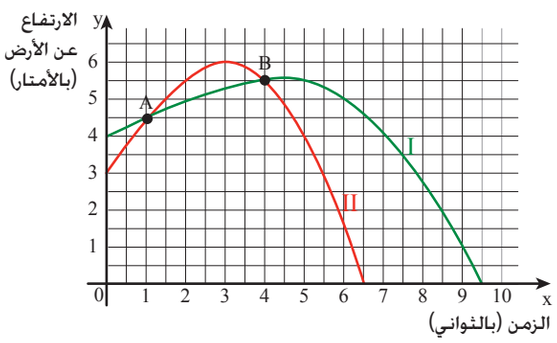
ح.



رأينا في المهمّة 3 أنّ قطعين مكافئان أو مستقيم وقطع مكافئ يمكن أن يكونا في إحدى الحالات التالية:

- **نقطتا تقاطع** **مثال:** القطعان المكافئان في بند أ، والقطع المكافئ والمستقيم في بند ث.
- **نقطة تقاطع واحدة** **مثال:** القطعان المكافئان في بند ج، والقطع المكافئ والمستقيم في بند ب.
- **لا توجد نقطة تقاطع** **مثال:** القطعان المكافئان في بند ت، والقطع المكافئ والمستقيم في بند ح.

4. قذف **أسعد** و**أيوب** كرة إلى أعلى.



يصف الخطّ البيانيّ I ارتفاع كرة **أسعد** عن الأرض (بالأمتار) كدالّة للزمن (بالثواني).

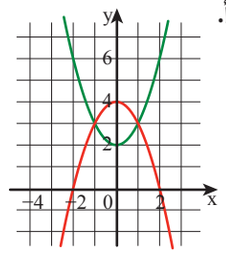
يصف الخطّ البيانيّ II ارتفاع كرة **أيوب** عن الأرض (بالأمتار) كدالّة للزمن (بالثواني).

ماذا تصف النقطتان A وَ B اللّتان تقعان على الخطّين البيانيين؟

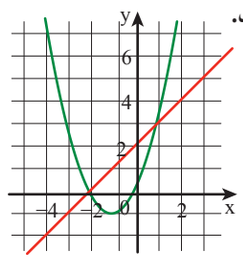
مجموعة مهامّ

1. رُسم، في كلّ بند، خطّان بيانيّان. سجّلوا إحداثيّات نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين للدالّتين (إنْ وُجدت).

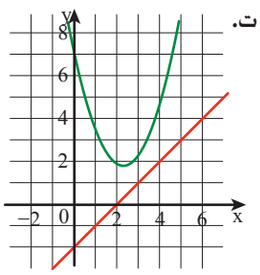
أ.



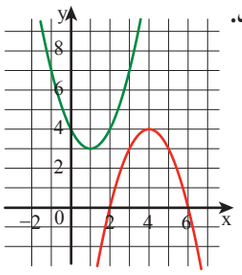
ب.



ت.



ث.



2. عيّنوا، في كلّ بند، النقاط الّتي هي نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين للدالّتين.

أ. $\begin{cases} y = (x - 3)(x - 1) \\ y = 2(x - 1) \end{cases}$ $(5\ ,\ 8)$ $(2\ ,\ 2)$ $(1\ ,\ 0)$ $(0\ ,\ 3)$

ب. $\begin{cases} y = (x - 2)^2 - 4 \\ y = 3(x - 4) \end{cases}$ $(0\ ,\ 4)$ $(-3\ ,\ 3)$ $(3\ ,\ -3)$ $(4\ ,\ 0)$

ت. $\begin{cases} y = 3(x^2 - 1) + 1 \\ y = 2(x + 2) + x \end{cases}$ $(2\ ,\ 10)$ $(0\ ,\ -2)$ $(1\ ,\ 1)$ $(-1\ ,\ 1)$

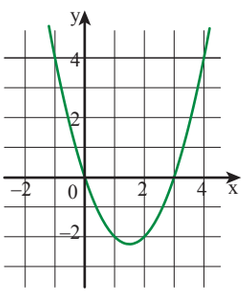
3. عيّنوا، في كلّ بند، النقاط الّتي هي نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين للدالّتين.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 7x + 6 \\ y = x(x - 1) + 6 \end{cases}$ $(0\ ,\ 6)$ $(1\ ,\ 0)$ $(3\ ,\ 3)$ $(6\ ,\ 0)$

ب. $\begin{cases} y = (x - 3)^2 - 9 \\ y = 2(x - 8) \end{cases}$ $(4\ ,\ 8)$ $(1\ ,\ -5)$ $(4\ ,\ -8)$ $(0\ ,\ 0)$

ت. $\begin{cases} y = (x - 4)(x - 2) \\ y = (x - 5)^2 - 9 \end{cases}$ $(0\ ,\ 8)$ $(2\ ,\ 0)$ $(1\ ,\ 3)$ $(0\ ,\ 16)$

4. أمامكم الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 - 3x$.



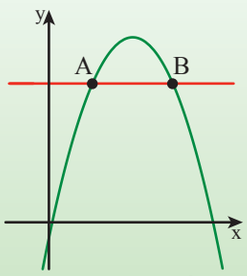
أ. أكملوا عددًا، في المكان الفارغ، في الدالّة $y = 2x +$ ☐، بحيث يتقاطع المستقيم مع القَطْع المكافئ في نقطتين.

ب. أكملوا عددًا، في المكان الفارغ، في الدالّة $y = 2x +$ ☐، بحيث لا يتقاطع المستقيم مع القَطْع المكافئ بتاتًا.

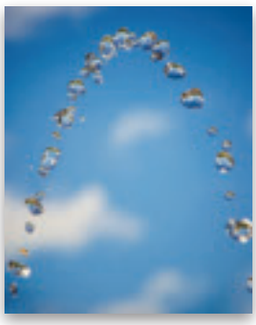
(**إرشاد:** يمكن أن نسجّل عددًا سالبًا في المكان الفارغ).

الدرس الثاني: حلّ جبريّ لهيئة معادلات

أمامكم رسمة الخطّ البيانيّ للدالّة $y = -x^2 + 8x$.
التمثيل الجبريّ للمستقيم AB هو $y = 7$.
كيف نجد إحداثيي النقطتين A وَ B؟



نحلّ هيئات معادلات، ونجد إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم مع القَطْع المكافئ.

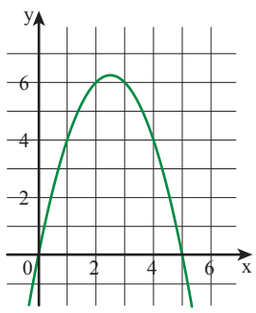


1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = -x^2 + 8x \\ y = 7 \end{cases}$

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

2. أ. حلّوا بطريقة جبريّة هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = x + 3 \end{cases}$



ب. رُسم، في هيئة المحاور، القَطْع المكافئ $y = -x^2 + 5x$.
ارسموا المستقيم $y = x + 3$.

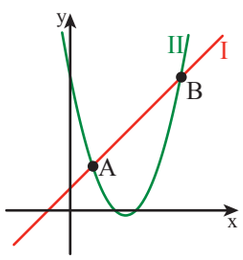
ت. سجّلوا إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم والقَطْع المكافئ.

ث. قارنوا بين حلّ هيئة المعادلات في بند أ وإجاباتكم عن بند ب.

3. أمامكم خطّان بيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 5x + 6$

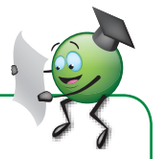
$y = x + 1$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. حلّوا هيئة المعادلات $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 6 \\ y = x + 1 \end{cases}$

ت. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟



يمكن إيجاد إحداثيّات نقاط تقاطع القَطْع المكافئ والمستقيم **بطريقة جبريّة**.
نتمعّن في التمثيل الجبريّ لكلّ دالّة كمعادلة، ونحلّ هيئة معادلات مبنيّة مِن دالّتين.

مثال: مُعطاة دالّتان: $y = x^2 - 3x + 4$

$y = x + 9$

نحلّ هيئة المعادلات كالتالي:

- نقارن بين التمثيلات الجبريّة للدوال: $x^2 - 3x + 4 = x + 9$
- نرتّب المعادلة: $x^2 - 4x - 5 = 0$
- نحلّ المعادلة ونحصل على: $x = 5$ أو $x = -1$

إحداثيّات نقاط تقاطع الخطّين البيانيّين صورتها (_____ ,5) , (_____ ,−1).

- نعوّض إحداثيْ x لنقاط التقاطع في أحد التمثيلات الجبريّة، ونجد إحداثيّات y للنقاط.

مثلًا: نعوّض $x = 5$ في الدالّة $y = x + 9$ ونحصل على $y = 14$.

نعوّض $x = -1$ في الدالّة $y = x + 9$ ونحصل على $y = 8$.

إحداثيّات نقاط التقاطع هي $(5, 14)$, $(-1, 8)$

- نفحص هل نتجت، بالفعل، مساواة؟ نعوّض في الدالّة الثانية $y = x^2 - 3x + 4$ إحداثيّات النقاط، ونحصل على:

$5^2 - 3 \cdot 5 + 4 = 14$ ✔ $14 = 14$

$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 4 = 8$ ✔ $8 = 8$

4. جدوا، في كلّ بند، إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم والقَطْع المكافئ. افحصوا إجاباتكم.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 8x + 7 \\ y = x - 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = -x^2 - 3x + 4 \\ y = x + 4 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = -2x^2 + 4x + 5 \\ y = 4x - 3 \end{cases}$

5. جدوا، في كلّ بند، إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم والقَطْع المكافئ.
(سجّلوا، في البداية، كلّ معادلة بالصورة التالية: ... = y.)

أ. $\begin{cases} y = x^2 + 8x + 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = (x - 3)^2 - 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = (x - 1)^2 + 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

6. حلّوا هيئات المعادلات. اذكروا كم نقطة مشتركة توجد للقطع المكافئ والمستقيم في كلّ حالة؟ اشرحوا.

أ. $\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = x + 3 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = 3x + 1 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = (x - 1)^2 + 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

رأينا أنّ هنالك علاقة بين **عدد الحلول** وهيئة المعادلات الّتي تصف الدالّتين، وعدد نقاط تقاطع الخطوط البيانيّة المناسبة.

- إذا كان هنالك **حلّين** لهيئة معادلات، فإنّ الخطوط البيانيّة المناسبة لها **نقطتيْ تقاطع**.
- إذا كان هنالك **حلًّا واحدًا** لهيئة معادلات، فإنّ الخطوط البيانيّة المناسبة لها **نقطة تقاطع واحدة**.
- إذا لم يكن هنالك **حلّ** لهيئة معادلات، فإنّ الخطوط البيانيّة المناسبة **لا تتقاطع**.

7. مُعطاة الدالّة $y = -x^2 + 3x + 10$.

أ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الخطّ البيانيّ للدالّة مع المحاور.

ب. هل نقطة رأس القَطْع المكافئ عظمى أم صغرى؟ اشرحوا.

ت. ارسموا رسمة تقريبيّة للقَطْع المكافئ المناسب للدالّة المعطاة.

ث. مُعطى المستقيم $2x + y = 10$.

جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم مع المحاور.

ارسموا المستقيم في هيئة المحاور، نفسها، الّتي رسمتم فيها الرسمة التقريبيّة للقَطْع المكافئ.

ج. جدوا حلّ هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = -x^2 + 3x + 10 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$

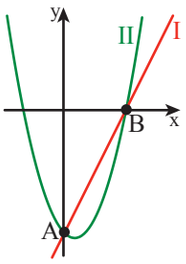
مجموعة مهامّ

1. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالتين: $y = 2x - 6$ $\quad y = x^2 - x - 6$

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$

ت. جدوا إحداثيّات النقطتين A وَ B.

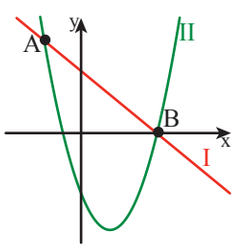


2. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالتين: $y = 4 - x$ $\quad y = x^2 - 3x - 4$

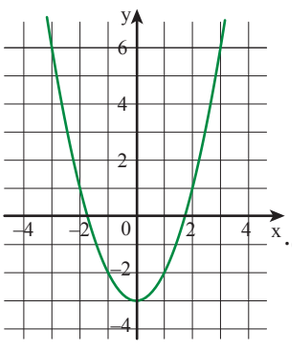
أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - 3x - 4 \\ y = 4 - x \end{cases}$

ت. جدوا إحداثيّات النقطتين A وَ B.



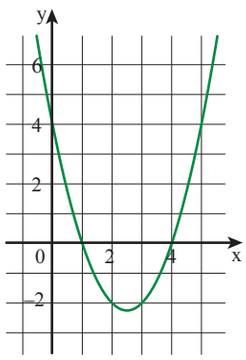
3. أ. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ y = 2x \end{cases}$



ب. رُسم، في هيئة المحاور، القَطْع المكافئ للدالّة $y = x^2 - 3$
ارسموا المستقيم $y = 2x$.

ت. اقرأوا مِنَ الخطّ البيانيّ، وسجّلوا إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم مع القَطْع المكافئ.

4. أ. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = (x - 4)(x - 1) \\ y = 4 - x \end{cases}$



ب. رُسم، في هيئة المحاور، القَطْع المكافئ للدالّة $y = x^2 - 5x + 4$
ارسموا المستقيم $y = 4 - x$

ت. اقرأوا مِنَ الخطّ البيانيّ، وسجّلوا إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم مع القَطْع المكافئ.

5. مُعطاة الدالّة $y = x^2 - 4x + 3$.

أ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الخطّ البيانيّ للدالّة مع المحاور.

ب. هل نقطة رأس القَطْع المكافئ عظمى أم صغرى؟ اشرحوا.

ت. ارسموا رسمة تقريبيّة للقَطْع المكافئ المناسب للدالّة المعطاة.

ث. مُعطى المستقيم $x + y = 3$
جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع المستقيم مع المحاور.
ارسموا المستقيم في هيئة المحاور، نفسها، الّتي رسمتم فيها الرسمة التقريبيّة للقَطْع المكافئ.

ج. جدوا حلّ هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$

6. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات (سجّلوا، في البداية، كلّ معادلة بالصورة التالية $y = \ldots\ldots\ldots$).

أ. $\begin{cases} x^2 - y = 5x \\ 4x + y = 12 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = x(x - 3) + 3x \\ y = x + 2 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} x^2 = 3x + y \\ y = x - 3 \end{cases}$

7. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات (سجّلوا، في البداية، كلّ معادلة بالصورة التالية ..... = y).

أ. $\begin{cases} y = (x+2)^2 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} x^2 + 2x = y + 9 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} x^2 - y = 5x - 9 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

8. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات، وسجّلوا عدد النقاط المشتركة للقَطْع المكافئ والمستقيم.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = x \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ y = x - 5 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x^2 + 7 \end{cases}$

9. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات، وسجّلوا عدد النقاط المشتركة للقَطْع المكافئ والمستقيم.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 5 \\ y = -2x^2 + 5 \end{cases}$

10. حدّدوا، في كلّ بند، عدد النقاط المشتركة للخطوط البيانيّة لكلّ زوج من الدوال.

أ. $y = x^2 - 5x$ و $y = x - 9$

ب. $y = x^2 + 3$ و $y = x - 1$

ت. $y = 4$ و $y = 4x - 4x^2$

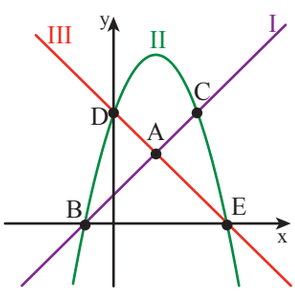
ث. $y = x + 3$ و $y = x^2 + 5x + 6$

11. أمامكم الخطوط البيانيّة للدوال:

$y = -x^2 + 4x + 5$

$y = x + 1$

$y = 5 - x$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. جدوا إحداثيي النقطة A.

ت. جدوا إحداثيّات النقطتين B وَ C.

ث. جدوا إحداثيّات النقطتين D وَ E.

ج. ما هو طول القطعة BE؟

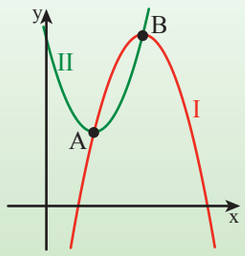
الدرس الثالث: حلّ جبريّ لهيئة معادلات (تكملة)

أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 4x + 7$

$y = -x^2 + 8x - 9$

لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.



نحلّ هيئات معادلات، ونجد إحداثيّات نقاط تقاطع الدالّتين.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 7 \\ y = -x^2 + 8x - 9 \end{cases}$

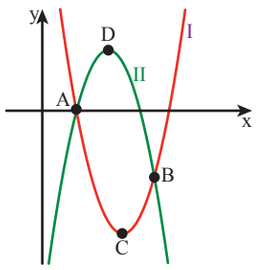
ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

2. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 10x + 16$ $\qquad$ $y = -x^2 + 8x - 12$

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} y = x^2 - 10x + 16 \\ y = -x^2 + 8x - 12 \end{cases}$



ت. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ث. C وَ D هما رأسان للقطعين المكافئين. ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟

3. جدوا، في كلّ بند، إحداثيّات نقاط التقاطع للقطعين المكافئين. افحصوا إجاباتكم.
كم نقطة مشتركة يوجد للقطعين المكافئين؟ اشرحوا.

أ. $y = x^2 + 8x - 12$ و $y = -x^2 + 8x - 4$

ب. $y = x^2 - 5x + 4$ و $y = 2x^2 - 2$

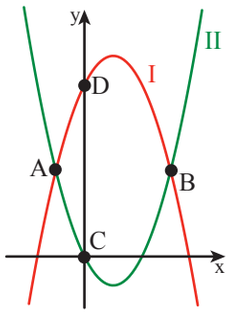
ت. $y = x^2 - 5x + 4$ و $y = -x^2 + x - 3$

ث. $y = x^2 - 5x + 4$ و $y = x^2 - 1$

4. قال **عامر**: أنا أعرف أنّه لا توجد نقاط مشتركة للقطعين المكافئين $y = x^2 - 4x$ و $y = x^2 - 4x + 2$، دون أن أحلّ هيئة المعادلات.

اشرحوا كيف عرف **عامر** ذلك؟

5. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين: $y = x^2 - 2x$ $y = -x^2 + 2x + 6$



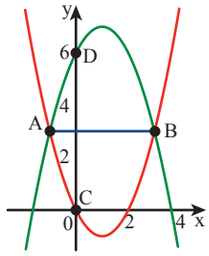
أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟
ما هو طول القطعة CD؟

ت. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ث. حسبت **تمام** و**صفية** طول القطعة AB.
قالت **تمام**: طول القطعة AB هو 2 وحدات.
قالت **صفية**: طول القطعة AB هو 4 وحدات.
مَن مِنهما قولها صحيح؟ اشرحوا.

البُعد بين نقطتين هو طول القطعة الّتي تربط بين نقطتين.
إذا كانت القطعة موازية لأحد المحاور، فيمكن إيجاد طول القطعة بمساعدة اعتبارات أو بواسطة العدّ.
انتبهوا، يتمّ قياس طول كلّ قطعة بعدد غير سالب دائمًا.

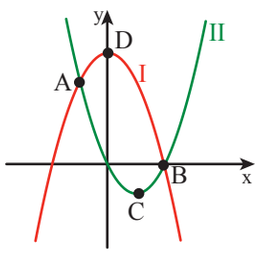


مثال: في المهمّة 5

- إحداثيّات النقطتين A وَ B هما: $A(-1\ ,\ 3)$ $B(3\ ,\ 3)$
  البُعد بين A وَ B (طول القطعة AB) هو 4 وحدات.
- إحداثيّات النقطتين C وَ D هما: $C(0\ ,\ 0)$ $D(0\ ,\ 6)$
  طول القطعة CD هو 6 وحدات.

مجموعة مهامّ

1. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:
$y = x^2 - 2x$ $y = 4 - x^2$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ت. C وَ D هما رأسان للقطعين المكافئين.
ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟

2. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = 2x^2 - 2x - 4$

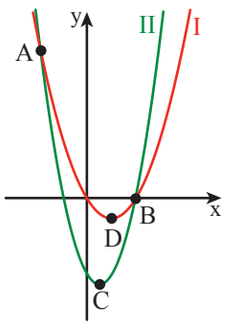
$y = x^2 - 2x$

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ت. C وَ D هما رأسان للقطعين المكافئين.

ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟



3. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات (سجّلوا، في البداية، كلّ معادلة بالصورة التالية ..... = y).

أ. $\begin{cases} y = x^2 \\ 3x + y = 2x^2 + 2 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y + 1 = 2x^2 + 3x \\ y + 13 = x^2 + 10x \end{cases}$ ت. $\begin{cases} x^2 - 2x = y - 3 \\ x^2 + x = y + 6 \end{cases}$

4. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات (سجّلوا، في البداية، كلّ معادلة بالصورة التالية ..... = y).

أ. $\begin{cases} y = (2x - 1)(x + 2) \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = (3x - 5)(x - 1) \\ y = (x - 1)(x - 4) \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = (x + 2)^2 \\ x^2 + y = 6x - 8 \end{cases}$

5. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات، وسجّلوا عدد النقاط المشتركة للدالّتين.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 8 \\ y = x^2 + 4x \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 2x^2 + 3x + 1 \\ y = -x^2 + 1 \end{cases}$ ج. $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 8 \\ y = 8 \end{cases}$

ب. $\begin{cases} y = x^2 + 5x \\ y = x^2 + 4x + 3 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = -2x^2 + 1 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} y = x^2 - 4x \\ y = 2x - 5 \end{cases}$

6. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات، وسجّلوا عدد النقاط المشتركة للدالّتين.

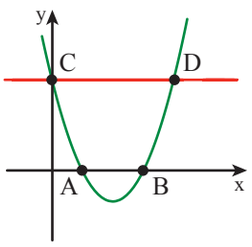
أ. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = (x-1)(x-5) \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = (x-2)^2 \\ y = -x^2 + 2 \end{cases}$ ج. $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 8 \\ y = -x^2 + 4x \end{cases}$

ب. $\begin{cases} y = (x-2)^2 - 2 \\ y = x^2 + 8 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 1 \\ y = x - 5 \end{cases}$

7. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 6x + 5$

$y = 5$



أ. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ب. ما هو طول القطعة AB؟

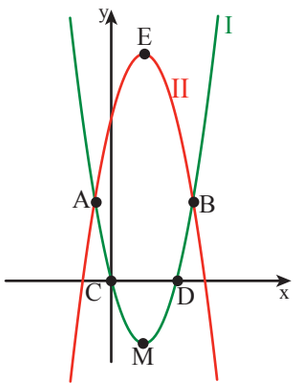
ت. ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟

ث. ما هو طول القطعة CD؟

8. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 4x$

$y = -x^2 + 4x + 10$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

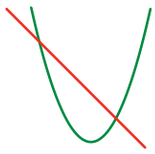
ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

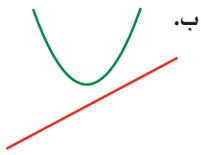
ت. ما هو طول القطعة AB؟

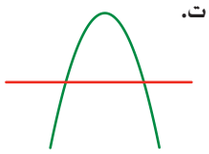
ث. ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟ ما هو طول القطعة CD؟

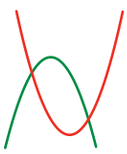
ج. E وَ M هما رأسان للقطعين المكافئين.
ما هي إحداثيّات النقطتين M وَ E؟ ما هو طول القطعة ME؟

9. سجّلوا، في كلّ بند، هيئة معادلات مناسبة للخطوط البيانيّة الّتي تظهر في الرسمة.

أ. 

ب. 

ت. 

ث. 

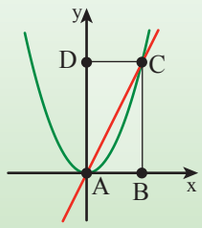
الدرس الرابع: رسوم بيانيّة ومساحات

أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2$ $y = 2x$

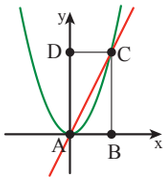
ABCD هو مستطيل.

ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ C؟



نحسب أطوال القطع ومساحات المثلّثات والأشكال الرباعيّة داخل الرسوم البيانيّة للدوال.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة. إحداثيّا النقطة C هما C(2, 4).



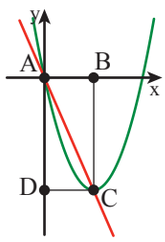
أ. ما هي إحداثيّات النقطة B؟ ما هو طول القطعة BC؟

ب. ما هي إحداثيّات النقطة D؟ ما هو طول القطعة CD؟

ت. ما هو محيط المستطيل ABCD؟

ث. ما هي مساحة المستطيل ABCD؟

2. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين: $y = -2x$ $y = x^2 - 4x$



أ. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ C؟

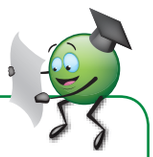
ب. ما هما إحداثيّا النقطة B؟ ما هو طول القطعة BC؟

ت. ما هما إحداثيّا النقطة D؟ ما هو طول القطعة CD؟

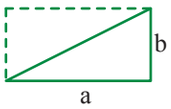
ث. ما هو محيط المستطيل ABCD؟

ج. ما هي مساحة المستطيل ABCD؟

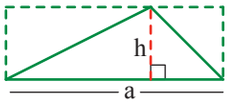
نحسب مساحات



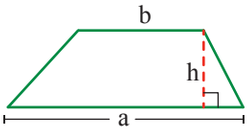
للتذكير



- مساحة **المثلّث القائم الزاوية** تساوي نِصف حاصل ضرب طولي القائمين $S = \frac{a \cdot b}{2}$.



- مساحة **كلّ مثلّث** تساوي نِصف حاصل ضرب طول أحد الأضلاع في طول الارتفاع لهذا الضلع $S = \frac{a \cdot h}{2}$.

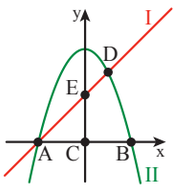


- مساحة **شبه المنحرف** تساوي نِصف حاصل ضرب مجموع طولي القاعدتين في طول ارتفاع شبه المنحرف $S = \frac{(a+b)h}{2}$.

3. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = -x^2 + 9$

$y = x + 3$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقاط A , B , D , E؟

ت. ما هو نوع المثلّث ACE؟ جدوا مساحته.

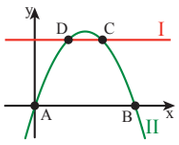
ث. جدوا في المثلّث ADB:

- طول القطعة AB.
- طول الارتفاع للضلع AB.
- مساحة المثلّث.

4. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

$y = 4$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقاط A , B , C , D؟

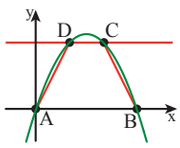
ت. نَتَج شبه منحرف ABCD.

ما هما قاعدتا شبه المنحرف؟

ما هو طول كلّ قاعدة؟

ارسموا ارتفاعًا في شبه المنحرف، واحسبوا طوله.

احسبوا مساحة شبه المنحرف.

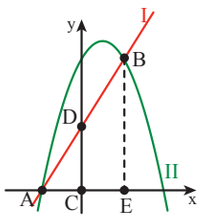


مجموعة مهامّ

1. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = -x^2 + 2x + 8$

$y = 2x + 4$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

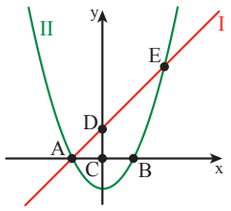
ب. ما هي إحداثيّات النقاط A , B , D؟

ت. ما هما إحداثيّا النقطة E؟

ث. احسبوا مساحة ΔACD.

ج. احسبوا مساحة ΔAEB.

2. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين: $y = x^2 - 1$ $y = x + 1$



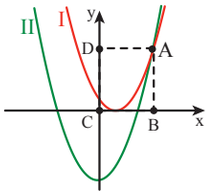
أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقاط A , B , D , E؟

ت. احسبوا مساحة ΔACD.

ث. احسبوا مساحة ΔADB.

3. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين: $y = x^2 - 2x + 1$ $y = x^2 - 5$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

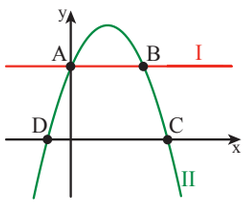
ت. ما هي أطوال أضلاع المستطيل ABCD؟

ث. احسبوا محيط المستطيل.

ج. احسبوا مساحة المستطيل.

4. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = -x^2 + 3x + 4$ $y = 4$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ت. ما هي إحداثيّات النقطتين C وَ D؟

ث. صلوا بين النقاط كي تحصلوا على شبه المنحرف ABCD.

ما هما قاعدتا شبه المنحرف؟ ما هو طول كلّ قاعدة؟

ارسموا ارتفاعًا في شبه المنحرف، واحسبوا طوله.

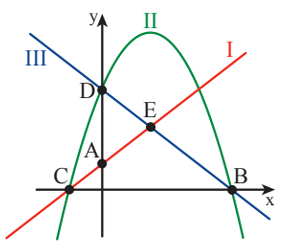
احسبوا مساحة شبه المنحرف.

5. أمامكم الخطوط البيانيّة للدوال:

$y = -x^2 + 3x + 4$

$y = x + 1$

$y = 4 - x$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. احسبوا مساحة ΔAED.

ت. احسبوا مساحة ΔCEB.

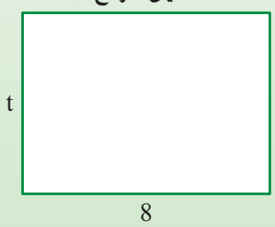
ث. احسبوا محيط ΔCEB.

الدرس الخامس: حافظ شاشة الحاسوب

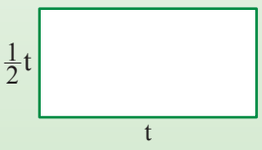
مهمّة في التنوّر الرياضيّ

طُلب من مهندسة برمجة أن تُبرمج "حافظ شاشة حاسوب" مكوّن من نوعين من المستطيلات، بحيث تتغيّر مساحتيهما بشكل دوري حسب الزمن، (t) بالثواني، الّذي يمرّ منذ بداية الدورة.
خطّطت المهندسة النموذجين التاليين مِنَ المستطيلات.
(أُعدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).

مستطيل نموذج I



مستطيل نموذج II



يتغيّر كلّ مستطيل **بشكل متواصل**، في دوريّة مقدارها 22 ثانية.
خمّنوا: هل هنالك زمن تكون فيه المساحة نفسها للمستطيلين؟

نبحث التغيّر في مساحة المستطيلين خلال دورة واحدة مقدارها 22 ثانية.

نتطرّق في المهامّ 1 - 5 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المستطيل مِنَ النموذج I y = _____

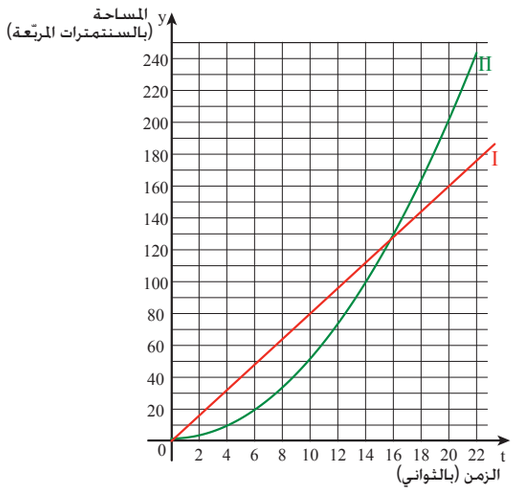
ب. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المستطيل مِنَ النموذج II y = _____

2. أمامكم خطّان بيانيّان يصفان التغيّر في مساحة المستطيلين من النموذجين.

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ لنموذج المستطيل المناسب له.

ب. استعينوا بتعابير أو برسوم بيانيّة، وجدوا مساحة كلّ مستطيل:

- بعد مرور 3 ثوان.
- بعد مرور 12 ثانية.
- بعد مرور 18 ثانية.



ت. بعد مرور كم ثانية تكون مساحة المستطيل مِنَ النموذج I 72 سنتمترًا مربّعًا؟

بعد مرور كم ثانية تكون مساحة المستطيل مِنَ النموذج II 72 سنتمترًا مربّعًا؟

ث. بعد مرور كم ثانية تكون مساحة المستطيلين متساوية؟ ما هي المساحة؟
عيّنوا النقطة المناسبة في الرسم البيانيّ.

3. أشيروا إلى الإجابة الصحيحة، واشرحوا.

أ. خلال دورة واحدة، مساحة المستطيل مِنَ النموذج I تكبر دائمًا / تصغر دائمًا.

ب. خلال دورة واحدة، مساحة المستطيل مِنَ النموذج II تكبر دائمًا / تصغر دائمًا.

4. يتمّ تحديد ألوان المستطيلات، في كلّ زمن معطى، حسب القانونيّة التالية:
لون المستطيل الّذي مساحته أكبر من بين الإثنين هو **أحمر**، ولون المستطيل الّذي مساحته أصغر هو **أزرق**.
إذا كانت مساحة المستطيلين متساوية، فإنّنا نسمع صوت جرس، ويتغيّر لون المستطيلات (من أحمر إلى أزرق وبالعكس).

أ. - ما هو لون المستطيل مِنَ النموذج I في نهاية الثانية الثامنة؟
- ما هو لون المستطيل مِنَ النموذج II في نهاية الثانية الثامنة؟

ب. - ما هو لون المستطيل مِنَ النموذج I في نهاية الثانية الـ 20؟
- ما هو لون المستطيل مِنَ النموذج II في نهاية الثانية الـ 20؟

5. بعد مرور كم ثانية تتغيّر ألوان المستطيلات خلال الدورة الأولى؟ اشرحوا.

6. حدّدوا، في كلّ بند، عدد النقاط المشتركة للخطّين البيانيّين لكلّ دالتين.

أ. $y = x^2 + 5x + 6$ و $y = x + 2$

ب. $y = -x^2 + x$ و $y = 2x^2 + 3x + 1$

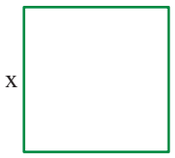
ت. $y = -2x^2 + 3x + 1$ و $y = 3x - 7$

مجموعة مهامّ

أُعِدّت الرسومات في المهامّ التالية للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. معطى مربّع طول ضلعه x ($x > 2$).

أ. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المربّع.



ب. كبّروا طول أحد أضلاع المربّع بـ 6 سم، وصغّروا بـ 2 سم طول الضلع الثاني، ونتج مستطيل.
اكتبوا تعابير لأطوال أضلاع المستطيل.
اكتبوا تعبيرًا لمساحة المستطيل.

ت. مجموع مساحتي المربّع والمستطيل هو 58 سنتمترًا مربّعًا.
جدوا طول ضلع المربّع.

2. حلّوا هيئات المعادلات.

أ. $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$

ب. $\begin{cases} y = 2x^2 - 5x \\ y = 2x - 5 \end{cases}$

ت. $\begin{cases} y = x(2x - 3) \\ y = -2(x - 4) \end{cases}$

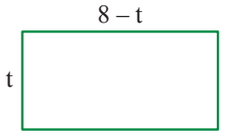
ث. $\begin{cases} y = (x - 2)(x - 8) \\ x^2 + y = 8x - 12 \end{cases}$

ج. $\begin{cases} y = (x - 2)(x - 4) \\ y = x^2 - 10x + 16 \end{cases}$

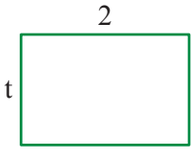
ح. $\begin{cases} y = x^2 + 8x - 13 \\ 2x^2 + 7 = x + y \end{cases}$

3. رسم **رامي** و**سعيد**، في الحاسوب، "حافظ شاشة حاسوب" مكوّن من مستطيلات، حيث تتغيّر مساحة هذه المستطيلات كلّ الوقت. t يمثّل الزمن بالثواني.

مستطيلات **رامي**



مستطيلات **سعيد**



أ. أيّ قيم مناسبة لـ t حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة مستطيل **رامي**: y = _____

ت. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة مستطيل **سعيد**: y = _____

ث. أمامكم خطّان بيانيّان يصفان التغيّر في مساحة مستطيلات **رامي** و**سعيد**.

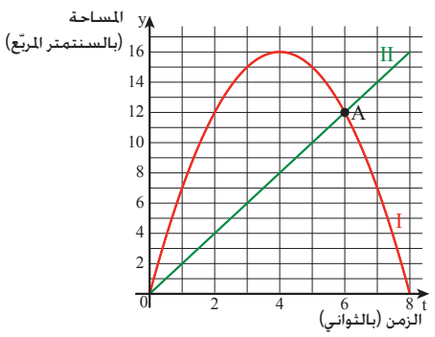
أيّ خطّ بيانيّ يصف مساحة مستطيلات **رامي**؟

أيّ خطّ بيانيّ يصف مساحة مستطيلات **سعيد**؟

ج. أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان $t = 3$؟

أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان $t = 7$؟

أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان $t = 5$؟



ح. ما هي أطوال أضلاع مستطيل **سعيد** إذا كانت مساحته 8 سنتمترات مربّعة؟

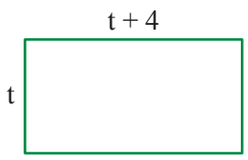
خ. ما هي أطوال أضلاع مستطيل **رامي** إذا كانت مساحته 7 سنتمترات مربّعة؟

د. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

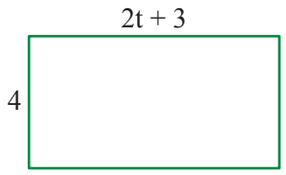
ماذا تصف هذه النقطة؟

4. رسم **عماد** و**جمال**، في الحاسوب، "حافظ شاشة حاسوب" مكوّن من مستطيلات، حيث تتغيّر مساحة هذه المستطيلات كلّ الوقت. t يمثّل الزمن بالثواني.

مستطيلات **عماد**



مستطيلات **جمال**



أ. أيّ قيم مناسبة لـ t حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

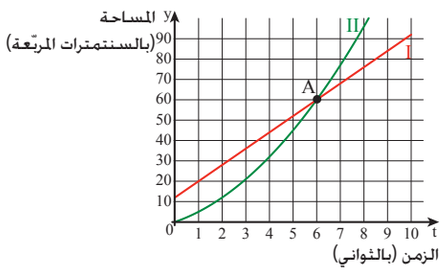
ب. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة مستطيل **عماد**: y = _____

ت. أكملوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة مستطيل **جمال**: y = _____

ث. أمامكم خطّان بيانيّان يصفان التغيّر في مساحة مستطيلات **عماد** و**جمال**.

أيّ خطّ بيانيّ يصف مساحة مستطيلات **عماد**؟

أيّ خطّ بيانيّ يصف مساحة مستطيلات **جمال**؟



ج. أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان t = 2؟

أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان t = 7؟

أيّ مستطيل مساحته أكبر إذا كان t = 10؟

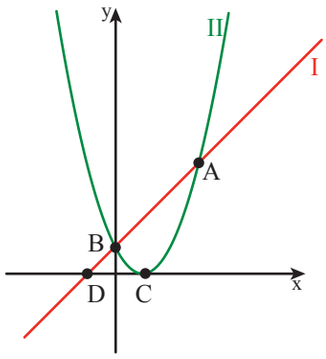
ح. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

ماذا تصف هذه النقطة؟

5. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 - 2x + 1$

$y = x + 1$



أ. ما هي إحداثيّات النقطتين A وَ B؟

ب. ما هما إحداثيّا النقطة C؟

ت. ما هما إحداثيّا النقطة D؟

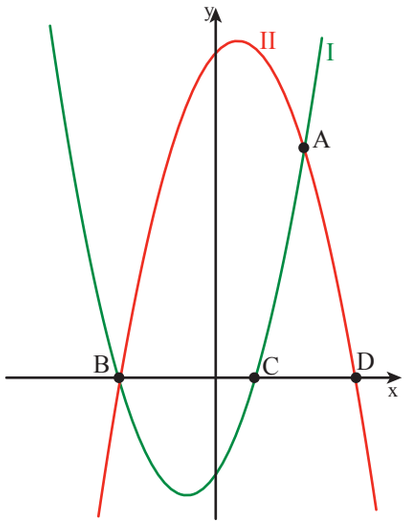
ث. ما هو طول القطعة CD؟

ج. احسبوا مساحة ΔBCD.

6. أمامكم الخطّان البيانيّان للدالّتين:

$y = x^2 + 2x - 3$

$y = -x^2 + x + 12$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. ما هي إحداثيّات النقطتين B وَ C؟

ت. ما هو طول القطعة BC؟

ث. ما هما إحداثيّا النقطة D؟

ما هو طول القطعة BD؟

ج. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

ح. احسبوا مساحة ΔACD.

7. اختار **سامي** عددًا، أضاف له 3 وضرب المجموع في العدد الّذي اختاره.

اختار **جميل** عددًا وضربه في 8.

هل يمكن أنّهما اختارا العدد نفسه وحصلا على النتيجة نفسها؟ اشرحوا.