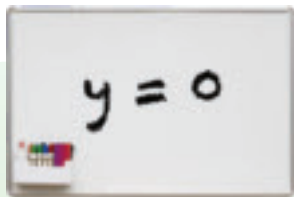


الوحدة عشرون: من دالة تربيعية إلى معادلة تربيعية



الدرس الأول: معادلة صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$

وجدت رانية حلول المعادلة $2x^2 - 8 = 0$ بطريقة جبرية كالتالي:

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8 \quad / :2$$

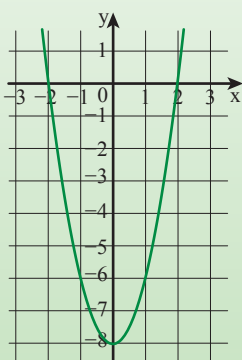
$$x^2 = 4$$

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة رانية؟

رسمت رهام الخط البياني للدالة $y = 2x^2 - 8$ ووجدت الحلول بطريقة بيانية.

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة رهام؟

نبحث معادلة تربيعية صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$.

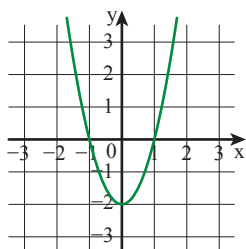


يمكن أن نحل معادلات صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$ بطريقة جبرية أو بطريقة بيانية.

مثال:

بطريقة بيانية

نرسم الخط البياني للدالة $y = 2x^2 - 2$



نتمتع في الخط البياني للدالة، ونجد أن النقطتين

الصفرية هما: $(1, 0)$ ، $(-1, 0)$.

نستنتج من ذلك أن حلول المعادلة هما:

$$x = -1 \text{ أو } x = 1$$

بطريقة جبرية

نحل المعادلة

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$2(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

حلول المعادلة هما: $x = -1$ أو $x = 1$

1. حلوا المعادلات.

ج. $100 - 4x^2 = 0$

ت. $4x^2 - 4 = 0$

أ. $x^2 - 36 = 0$

ح. $45 - 5x^2 = 0$

ث. $-2x^2 + 32 = 0$

ب. $4x^2 - 36 = 0$

2. جدوا، في كل بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x).

أ. $y = x^2 - 64$ ب. $y = -x^2 + 1$ ت. $y = 2x^2 - 18$

3. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

أمثلة:

$(x - 1)(x - 8) = 108 - 9x$	$(x - 5)^2 = 74 - 10x$
$x^2 - 9x + 8 = 108 - 9x / +9x - 8$	$x^2 - 10x + 25 = 74 - 10x / +10x - 25$
$x^2 = 100$	$x^2 = 49$
$x = -10$ أو $x = 10$	$x = -7$ أو $x = 7$

أ. $3x^2 + 2x - 75 = 2x$ ت. $(x + 3)^2 = 6x + 10$

ب. $(x + 2)(x - 4) + 2x = 28$ ث. $(x + 2)(x + 5) = 2x^2 + 7x - 15$

4. حلّوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًا فاشرحوا.

أ. $3x^2 = 75$ ت. $3x^2 - 12 = 0$ ج. $3x^2 - 3 = 0$

ب. $3x^2 = 0$ ث. $3x^2 + 12 = 0$ ح. $3x^2 + 3 = 0$



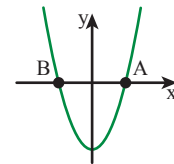
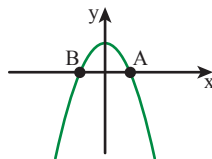
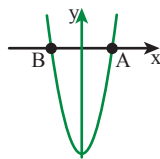
5. قال نديم: نقاط تقاطع الدالة $y = x^2 + 16$ مع محور x هما: $(4, 0)$ و $(-4, 0)$.

قال عماد: لا يوجد نقاط تقاطع لهذه الدالة مع محور x.
من منهما قوله صحيح؟ اشرحوا بطريقتين مختلفتين.



1. جدوا، في كل بند، إحداثيات النقطتين A و B (النقاط الصفرية للدالة)، وسجّلوها في الرسمة.

أ. $y = x^2 - 4$ ب. $y = -x^2 + 1$ ت. $y = 2x^2 - 8$





2.

اخترتُ عددًا،

أضفتُ 4 إلى العدد الذي اخترته،

طرحْتُ 4 من العدد الذي اخترته،

ضربتُ النتيجةَين اللَّتين حصلْتُ عليهما.

أ. أيُّ أعدادٍ اخترتُ إذا حصلْتُ على 0؟

ب. أيُّ أعدادٍ اخترتُ إذا حصلْتُ على 20؟

ت. أيُّ أعدادٍ اخترتُ إذا حصلْتُ على 65؟



3. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 - 1 = 0$

ت. $2x^2 - 32 = 0$

ج. $81 - x^2 = 0$

ب. $x^2 - 1 = 24$

ث. $2x^2 - 32 = -14$

ح. $81 - x^2 = 65$



4. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

أمثلة:

$$(x + 5)^2 = x^2 + 65$$

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 65 / -x^2 - 25$$

$$10x = 40$$

$$x = 4$$

$$(x + 3)^2 = 6x + 34$$

$$x^2 + 6x + 9 = 6x + 34 / -6x - 9$$

$$x^2 = 25$$

$$x = -5 \text{ أو } x = 5$$

ث. $(x + 6)^2 = 12x + 36$

أ. $2x^2 - 50 = 0$

ج. $(x - 3)(x + 1) = 22 - 2x$

ب. $4x^2 + 36 = 100$

ح. $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 = 2x^2 + 29$

ت. $x(x + 4) = 4x + 9$



5. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

ث. $(x - 4)^2 - x(x + 8) = 0$

أ. $x(x - 1) = 16 - x$

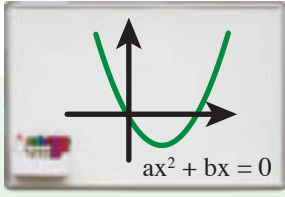
ج. $(x - 6)(x - 1) = 2x^2 - 7x - 3$

ب. $(x + 2)^2 - 4x = 20$

ح. $(3x - 4)(4x - 3) = 24 - 25x$

ت. $(x - 2)^2 + x^2 = x(2x + 4)$

6. الدالتان: $y = 3x^2 - 12$ و $y = -3x^2 + 12$ لهما النقطتان الصفريّتان نفسهما؟ اشرحوا.



الدرس الثاني: معادلات صورتها $a \neq 0, ax^2 + bx = 0$

أراد يوسف وأيوب أن يحلوا المعادلة $2x^2 - 8x = 0$

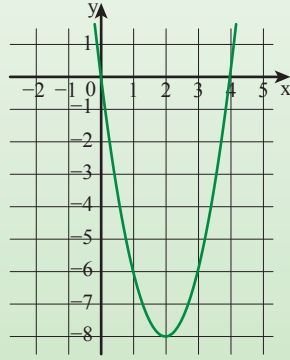
سجّل يوسف: $2x^2 - 8x = 0$

$$2x(x - 4) = 0$$

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة يوسف؟

رسم أيوب الخط البياني للدالة $y = 2x^2 - 8x$

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة أيوب؟



نحل معادلات تربيعية صورتها $a \neq 0, ax^2 + bx = 0$



يمكن حل معادلات صورتها $a \neq 0, ax^2 + bx = 0$ بطريقة جبرية أو بطريقة بيانية. هذه النقاط هي نقاط تقاطع القطع المكافئ مع محور x ، وصورتها $(0, \text{---})$.

مثال:

بطريقة جبرية

نحل المعادلة

نحلل إلى عوامل:

نحصل على:

حلول المعادلة هما:

بطريقة بيانية

نرسم الخط البياني للدالة $y = 3x^2 - 6x$

نتمتع في الخط البياني للدالة،

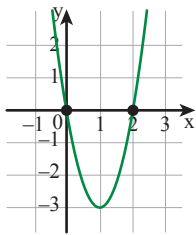
ونجد أن النقطتين الصفريتين

هما:

$(0, 0), (2, 0)$

من هنا ينتج أن حلول المعادلة هما:

$x = 0$ أو $x = 2$



1. حلوا المعادلات.

أمثلة:

$$2x^2 - 16x = 0$$

نحلل إلى عوامل: $2x(x - 8) = 0$

$$2x = 0 \quad \text{أو} \quad x - 8 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = 8$$

$$x^2 + 4x = 0$$

نحلل إلى عوامل: $x(x + 4) = 0$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -4$$

$$5x - x^2 = 0 \quad \text{ج.}$$

$$-x^2 - 5x = 0 \quad \text{ح.}$$

$$3x^2 - 12x = 0 \quad \text{ت.}$$

$$3x^2 + 12x = 0 \quad \text{ث.}$$

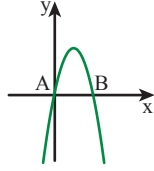
$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{أ.}$$

$$x^2 + 3x = 0 \quad \text{ب.}$$

2. جدوا، في كل بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x).

أ. $y = 8x - x^2$ ت. $y = x^2 + 15x$ ج. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

ب. $y = 4x^2 - 8x$ ث. $y = -2x^2 + 15x$ ح. $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x$



3. أ. حلّوا المعادلة $-2x^2 + 5x = 0$.

ب. أمامكم رسمة تقريبية للخط البياني للدالة $y = -2x^2 + 5x$.
ما هي إحداثيات النقطتين A و B؟

4. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

$$(x - 1)(x + 5) = 5(2x - 1)$$

$$x^2 + 4x - 5 = 10x - 5$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x - 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 6$$

$$(x + 3)^2 + 2(3x - 1) = 7$$

$$x^2 + 6x + 9 + 6x - 2 = 7$$

$$x^2 + 12x + 7 = 7$$

$$x^2 + 12x = 0$$

$$x(x + 12) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x + 12 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = -12$$

أمثلة:

ث. $(x + 1)^2 = 4x(x + 2) + 1$

ج. $(x + 2)(3x - 2) = (x + 1)(x - 4)$

ح. $(x + 3)(x - 2) = x - 5$

أ. $5x^2 + 7 = 2(5x + 3) + 1$

ب. $(x - 4)^2 + 2(1 - 4x) = 18$

ت. $(x + 2)(x - 3) = 30 - x$



مجموعة مهام

1. جدوا، في كل بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x).

أ. $y = 3x^2 - 9x$ ت. $y = 5x^2 - 20x$ ج. $y = x^2 - 4x$

ب. $y = 3x^2 + 9x$ ث. $y = 5x^2 - 20$ ح. $y = x^2 - 4$

2. جدوا، في كل بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x).

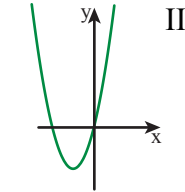
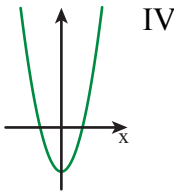
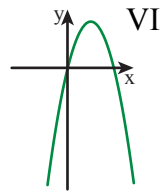
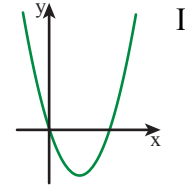
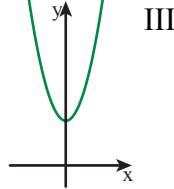
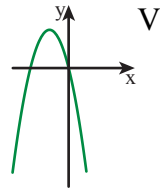
أ. $y = 4x^2 - 16x$ ت. $y = -6x^2 + 24x$ ج. $y = 50x - 2x^2$

ب. $y = 4x^2 - 16$ ث. $y = -6x^2 + 24$ ح. $y = 50 - 2x^2$



3. أمامكم دوال تربيعية وخطوطها البيانية.
لائموا كلَّ خطٍّ بيانيٍّ للدالة المناسبة.

أ. $y = 2x^2 + 4$ ت. $y = 2x^2 - 4x$ ج. $y = -2x^2 + 4x$
ب. $y = 2x^2 - 4$ ث. $y = -2x^2 - 4x$ ح. $y = 2x^2 + 4x$



4. حلّوا المعادلات.

أ. $2x(x - 5) = 0$ ت. $2x^2 - 32x = 0$ ج. $8x^2 - 32x = 0$
ب. $2x(x + 5) = 0$ ث. $2x^2 - 32 = 0$ ح. $8x^2 - 32 = 0$



5. حلّوا المعادلات.

أ. $5x^2 - 45x = 0$ ت. $-3x^2 + 27x = 0$ ج. $8x^2 - 2x = 0$
ب. $5x^2 - 45 = 0$ ث. $-3x^2 + 27 = 0$ ح. $8x^2 - 2 = 0$



6. سجّلوا، في كلِّ بند، أيَّ أعداد من بين الأعداد -3 ، -2 ، 0 ، 2 ، 3 هي حلول للمعادلة المعطاة.

أ. $x(x + 2) = 0$ ت. $x^2 - 9 = 0$ ج. $x^2 - 2x = 0$
ب. $x(-x + 3) = 0$ ث. $x(x + 3) = 0$ ح. $x^2 - 4 = 0$



7. صلوا بين كلّ دالّة ونقاطها الصفرية. إذا لم تجدوا للدالّة نقاط تقاطع مع محور x ، فاذكروا ذلك.

- | | | |
|--------------------|---|--------------------|
| أ. $y = x^2 - 9$ | • | (1 , 0) , (-1 , 0) |
| ب. $y = x^2 + 3x$ | • | (0 , 0) |
| ت. $y = -x^2 - 4$ | • | (0 , 0) , (5 , 0) |
| ث. $y = -x^2 + 1$ | • | (5 , 0) , (-5 , 0) |
| ج. $y = -2x^2 + 8$ | • | (0 , 0) , (-3 , 0) |
| ح. $y = 3x^2 - 75$ | • | (3 , 0) , (-3 , 0) |
| خ. $y = -2x^2$ | • | (2 , 0) , (-2 , 0) |
| د. $y = -x^2 + 5x$ | • | |



8. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| أ. $3x^2 + 4 = 6(x + 1) - 2$ | ث. $(x + 4)^2 = 2x(x + 3) + 16$ |
| ب. $(x - 3)^2 + 2(4x + 1) = 11$ | ج. $(x + 5)(x + 2) = x + 10$ |
| ت. $(x + 2)(x - 1) = x + 2$ | ح. $(x + 4)(x - 1) = (x + 2)(x - 2)$ |



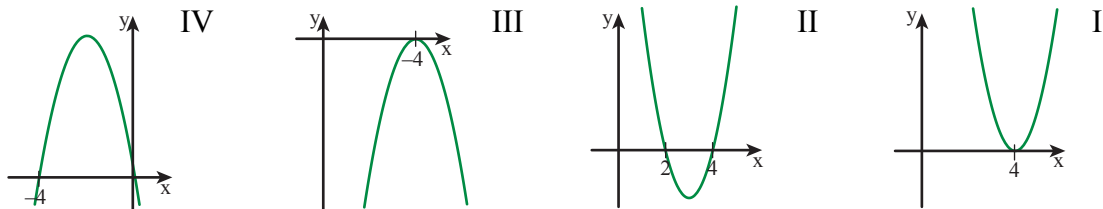
9. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

- | | |
|---------------------------------------|--|
| أ. $(x + 3)^2 - 4x = x + 9$ | ث. $(x + 6)^2 = (2x + 9)(x + 4)$ |
| ب. $(x - 5)^2 + (x + 1)^2 = 26$ | ج. $(x + 5)(x - 5) + (x + 2)^2 = 4x + 1$ |
| ت. $(x + 2)(x - 3) = (2x + 3)(x - 2)$ | ح. $(x - 4)^2 = (x + 2)(x + 8)$ |



10. أ. حلّوا المعادلة $2(x - 4)^2 = 0$

ب. أمامكم عدّة خطوط بيانية، أيّ خطّ بيانيّ يمكن أن يكون مناسباً للدالّة $y = 2(x - 4)^2$ ؟ اشرحوا.





الدرس الثالث: نحلّ مسائل كلاميّة

ركل **يونس** كرة القدم، في لعبة كرة القدم، إلى أعلى بطريقة عموديّة.
الدالة $y = 45x - 5x^2$ تُناظر بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة ركل الكرة
 x (بالثواني) وارتفاع الكرة عن الأرض y (بالمتر).
خمنوا: هل يمكن أن تصل الكرة ارتفاع 120 مترًا؟
نبحث ارتفاع الكرة في أوقات مختلفة.

1. نتطرق إلى المُعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. احسبوا إحداثيّات نقاط تقاطع الدالة $y = 45x - 5x^2$ مع محور x (النقاط الصفرية).

ب. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ت. أمامكم رسمة تقريبية تصف ارتفاع الكرة حسب الزمن الذي مرّ من لحظة ركل الكرة.

سجّلوا، في الرسمة، إحداثيّات النقاط الصفرية.

ما معنى هذه النقاط بالنسبة للكرة؟

ث. ما هو محور تماثل الدالة؟

ج. ما هما إحداثيّات نقطة رأس الدالة؟

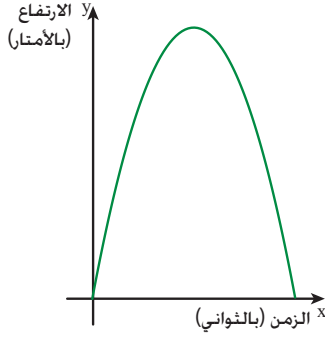
ما معنى إحداثيّ هذه النقطة؟

ح. هل يمكن أن تصل الكرة ارتفاع 120 مترًا؟ اشرحوا.

خ. في أي ارتفاع تكون الكرة بعد مرور 3 ثوانٍ؟

هل تصل الكرة هذا الارتفاع مرّة أخرى؟

إذا كانت الإجابة نعم، بعد كم ثانية؟ إذا كانت الإجابة لا، فاشرحوا.



2. طول أحد أضلاع المستطيل 3 أضعاف طول الضلع المجاور.

(أعدّدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).

نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًا لطول الضلع الطويل للمستطيل.

ت. سجّلوا تعبيرًا جبريًا لمساحة المستطيل.

ث. مساحة المستطيل 75 سنتيمترًا مربعًا. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطه.

ج. مساحة المستطيل 192 سنتيمترًا مربعًا. احسبوا أطوال أضلاعه.

3. حلّوا المعادلات (بسّطوا في البداية).

أ. $5x^2 + 20 = 4x^2 + 84$

ث. $(x - 2)^2 + (x + 1)(x - 6) + 2 = 0$

ب. $(x + 4)(x + 7) = 28$

ج. $x^2 - 4(x + 8) + 32 = 0$

ت. $x(x + 2) + 5(x + 7) = 35$

ح. $(x + 3)^2 + (x - 2)(x - 4) = 25$

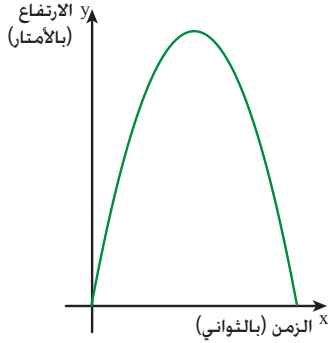


مجموعة مهام



1. يتمرن رياضي على القفز بواسطة الزانة (عصا طويلة).

الدالة $y = 10x - 5x^2$ تُناظر، **بالتقريب**، بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة القفز x (بالثواني) وارتفاع الرياضي فوق سطح الأرض y (بالمتر).



أ. أي قيم مناسبة ل x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. احسبوا نقاط تقاطع الخط البياني للدالة مع محور x (النقاط الصفرية). سجّلوها في الرسم.

ما معنى هذه النقاط؟

كم من الوقت استمر القفز؟

ت. بعد مرور كم من الوقت يصل الرياضي الارتفاع الأعظم؟

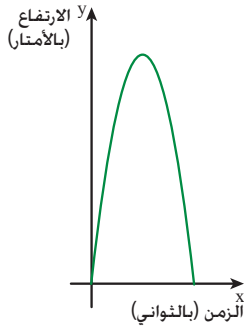
ث. ما هو الارتفاع الأعظم الذي يصله الرياضي؟

ج. كم مرّة يصل الرياضي الارتفاع 2 م؟ اشرحوا.



2. أُطلقت قذيفة من مدفعية.

الدالة $y = 400x - 5x^2$ تُناظر، **بالتقريب**، بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة إطلاق القذيفة x (بالثواني) وارتفاع القذيفة فوق سطح الأرض y (بالمتر).



أ. أي قيم مناسبة ل x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. في أي ارتفاع كانت القذيفة بعد مرور 1 ثانية؟

ت. في أي ارتفاع كانت القذيفة بعد مرور ثانيتين؟

ث. بعد مرور كم من الوقت تصل القذيفة الأرض؟

سجّلوا، في الرسم، القيم المناسبة.

ج. بعد مرور كم من الوقت تصل القذيفة الارتفاع الأعظم؟

ح. ما هو الارتفاع الأعظم الذي تصله القذيفة؟





3. طول أحد أضلاع المستطيل ضعفي طول الضلع المجاور. (أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).
نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

- أ. أي قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.
ب. سجلوا تعبيراً جبرياً لطول الضلع الطويل للمستطيل.
ت. سجلوا تعبيراً جبرياً لمساحة المستطيل.

ث. إذا كان 15 سم $= x$ ، فما هو محيط المستطيل؟ ما هي مساحة المستطيل؟
ج. إذا كانت مساحة المستطيل 72 سنتمترًا مربعًا. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطه.



4. طول أحد أضلاع المستطيل 2.5 أضعاف طول الضلع المجاور. (أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).
نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

- أ. أي قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.
ب. سجلوا تعبيراً جبرياً لطول الضلع الطويل للمستطيل.
ت. سجلوا تعبيراً جبرياً لمساحة المستطيل.

ث. إذا كانت مساحة المستطيل 90 سنتمترًا مربعًا. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطه.
ج. إذا كان محيط المستطيل 84 سم. ما هي أطوال أضلاع المستطيل؟

5. حلّوا المعادلات (بسطوا في البداية).

أ. $(x - 1)(x - 4) = 4(x + 1)$ ث. $(x + 3)(x + 4) = 2x^2 + 7x - 4$

ب. $3(x - 3) + 2x(x + 2) = 7x + 9$ ج. $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 36$

ت. $(x - 2)(x - 7) = 2x(x - 2) + 14$ ج. $(x + 2)(x + 3) = 2x(x + 3) - x - 10$

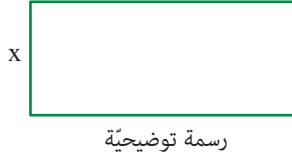
6. حلّوا المعادلات (بسطوا في البداية).

أ. $(x - 1)^2 + 48 = 2x^2 + (x + 7)^2$ ث. $2(x - 4)^2 + (x + 4)^2 = (x + 8)(x + 6)$

ب. $(x + 6)^2 + (x + 4)^2 = (x + 10)^2 + 1$ ج. $(x - 8)(x - 3) = 2x^2 + (x + 4)(x + 6)$

ت. $3(1 - x) + (x + 2)(x + 1) = 30$ ج. $(x + 4)(x - 4) = 3x^2 + (x - 8)(x + 2)$

7. نُسيج قطعة أرض مستطيلة الشكل، طول أحد أضلاع المستطيل ضعفي طول الضلع المجاور. (أعدت الرسة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).



نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

أ. أي قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. سجّلوا تعبيراً جبرياً لطول الضلع الطويل لقطعة الأرض مستطيلة الشكل.

ت. سجّلوا تعبيراً جبرياً لمساحة المستطيل.

ث. إذا كانت مساحة قطعة الأرض 392 مترًا مربعًا.

هل يكفي سياج طوله 80 مترًا لتسييج قطعة الأرض؟ اشرحوا.

8. يسقط حجر من سطح بناية، ويصل الأرض.

الدالة $y = 125 - 5x^2$ تُناظر بين الزمن x (بالثواني) الذي مرّ منذ بداية سقوط الحجر والارتفاع y (بالمتر) فوق سطح الأرض.



أ. أي قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. في أي ارتفاع فوق سطح الأرض كان الحجر بعد مرور 3 ثواني؟

ت. بعد مرور كم ثانية يصل الحجر الأرض؟

ث. ما هو ارتفاع البناية فوق سطح الأرض؟

ج. ارسّموا رسة تقريبية للخط البياني، للدالة، المناسب لسقوط الحجر.

ح. نفترض أنّ الحجر سقط من سطح البناية إلى بئر عمقه 30 مترًا.

كيف يتغيّر الخط البياني في أعقاب ذلك؟



9. أُطلقت قذيفة من مدفعية. الدالة $y = 20x - 5x^2$ تصف العلاقة بين

الزمن الذي مرّ منذ لحظة إطلاق القذيفة x (بالثواني) وارتفاع القذيفة

فوق سطح الأرض y (بالمتر).

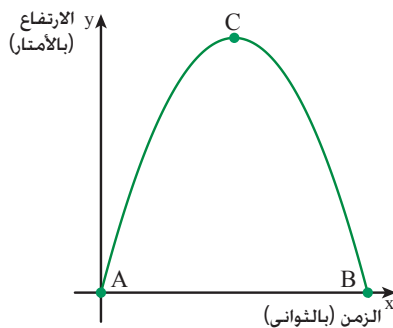
أمامكم الخط البياني للدالة.

أ. ما هي إحداثيات النقطتين A و B؟

ب. ما هو محور التماثل؟

ت. رأس القطع المكافئ. ما هما إحداثيا النقطة C؟

ما معنى إحداثي النقطة في المهمة؟





الدرس الرابع: فَمِيز الدَّالَّةُ التَّربيعيَّة

أمامكم دوال، أي منها تربيعيَّة؟

$$\begin{array}{lll} y = x(x + 1) - x^2 & y = 2x(x + 5) & y = x^2 \\ y = 2x + 1 & y = 4x^2 + 8x & y = (x + 8)(x - 1) \\ y = (x - 3)^2 & y = x^2 + 3x - 5 & y = x^2 + x^2 \end{array}$$

فَمِيز دوال تربيعيَّة $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

1. نتطرَّق إلى المُعطيات الَّتِي وردت في مهمَّة الافتتاحيَّة.

أ. بَسَّطُوا التَّمثِيلَات الجبريَّة للدوال.

ب. أيّ دوال من بين الدوال أعلاه هي دوال تربيعيَّة؟



نسمي الدالَّة الَّتِي يمكن تحويلها إلى الصورة $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) "دالَّة تربيعيَّة".
نسمي a , b , c "بارمترات" الدالَّة التربيعيَّة.

أمثلة:

- مُعطاة الدالَّة $y = (x - 3)^2$, نحصل بعد التبسيط على $y = x^2 - 6x + 9$.
الدالَّة هي دالَّة تربيعيَّة.
في هذه الدالَّة $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$
- مُعطاة الدالَّة $y = 2x(x + 5)$, نحصل بعد التبسيط على $y = 2x^2 + 10x$.
الدالَّة هي دالَّة تربيعيَّة.
في هذه الدالَّة: $a = 2$, $b = 10$, $c = 0$
- مُعطاة الدالَّة $y = (x + 4)^2 - (x - 4)^2$, نحصل بعد التبسيط على $y = 16x$.
الدالَّة ليست دالَّة تربيعيَّة.

2. سجِّلُوا لِكُلِّ دالَّة تربيعيَّة القِيَم a , b و c .

$$\begin{array}{lll} \text{أ. } y = 2x^2 + 3x + 4 & \text{ب. } y = -2x + x^2 & \text{ج. } y = x^2 - 8 + 3x \\ \text{ب. } y = -2x + x^2 & \text{ج. } y = (x + 4)(x - 4) & \text{د. } y = 12 - 3x^2 \\ \text{ت. } y = -2x + x & \text{ح. } y = -2x^2 & \text{ذ. } y = (x - 3)^2 - x^2 \\ \text{خ. } y = 5x(x - 2) \end{array}$$

3. سجّلوا، في كلّ بند، دالة تربيعية مناسبة حسب البارمترات المسجلة.

$$a = -1, b = 3, c = 0$$

$$y = -x^2 + 3x$$

الدالة:

$$a = 2, b = -3, c = 6$$

$$y = 2x^2 - 3x + 6$$

الدالة:

أمثلة:

ت. $a = -1, b = 3, c = 0$

أ. $a = 1, b = -1, c = 4$

ث. $a = \frac{1}{2}, b = 2, c = -1$

ب. $a = 8, b = 0, c = 3.5$



للتذكير



الخطّ البيانيّ للدالة التربيعية $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) هو **قَطْع مكافئ**.

إذا كان $a > 0$ فإنّ نقطة رأس القَطْع المكافئ **صغرى**.

إذا كان $a < 0$ فإنّ نقطة رأس القَطْع المكافئ **عظمى**.

إحداثيّتا **نقطة التقاطع** مع محور y هما $(0, c)$.

أمثلة:

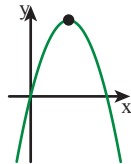
مُعطاة الدالة: $y = -x^2 + 4x$

في هذه الدالة $a = -1, b = 4, c = 0$

نقطة رأس القَطْع المكافئ عظمى، لأنّ $a < 0$

إحداثيّتا نقطة التقاطع مع محور y : $(0, 0)$

رسمه تقريبيّة للقَطْع المكافئ:



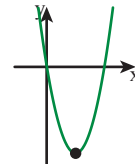
مُعطاة الدالة: $y = 2x^2 - 6x$

في هذه الدالة $a = 2, b = -6, c = 0$

نقطة رأس القَطْع المكافئ صغرى، لأنّ $a > 0$

إحداثيّتا نقطة التقاطع مع محور y : $(0, 0)$

رسمه تقريبيّة للقَطْع المكافئ:

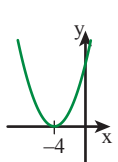


نفكّر بـ ...

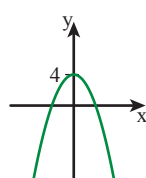
4. أ. سجّلوا دالة تربيعية فيها: $a = 1, b = 0, c = -4$

ب. أمامكم رسومات، أي منها يمكن أن تكون رسمه تقريبيّة للدالة؟

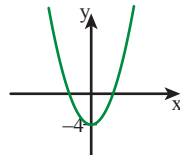
اشرحوا لماذا الخطوط البيانيّة الأخرى غير مناسبة؟



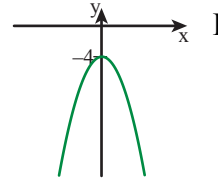
IV



III



II



I

5. سجّلوا، في كلّ بند، تمثيلاً جبرياً للدالة التربيعية حسب البارامترات، ولائموا كل قطع مكافئ للدالة المناسبة التي سجّلتموها.

أ. $a = 2, b = -1, c = 0$ ب. $a = -1, b = 2, c = 0$

ث. $a = 2, b = 0, c = -1$ د. $a = -1, b = 0, c = 2$



6. بسّطوا كلّ دالة تربيعية، وسجّلوا قيم a, b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجّلوا إحداثيي نقطة التقاطع مع محور y .

أ. $y = 5(x + 1)^2$ ب. $y = 4(x + 2)(x - 2)$

ث. $y = 10x^2 + 3(x + 1)(x - 1)$ د. $y = -4(x - 1)^2 + 8x$



مجموعة مهام



1. أكملوا الجدول.

الدالة	a	b	c	نقطة الرأس صغرى / عظمى
مثال: $y = -x^2 + 8x$	-1	8	0	عظمى
أ. $y = 3x^2 - 6x - 1$				
ب. $y = 3x^2 - 6x - 1$	2	-5	-4	
ث. $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$	$\frac{1}{2}$	3	1	
ج. $y = 3x^2$				
ح. $y = 3x^2$	-4	0	-6	

2. بسّطوا كلّ دالّة، وحدّدوا هل الدالّة تربيعيّة؟

سجّلوا لكلّ دالّة تربيعيّة قيم a , b , c .

اذكروا هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟

أ. $y = 2x^2 + 4x + 1$

ج. $y = x^2 - 6x + 5$

ب. $y = x^2 + 8x$

ح. $y = 2x(x - 5)$

ت. $y = 4 - 2x^2$

خ. $y = x(x + 5) - 3(x + 2)$

ث. $y = 5 + 2x - 3x^2$

د. $y = 5x^2 - 5(x + 1)(x - 1)$

3. بسّطوا كلّ دالّة، وحدّدوا هل الدالّة تربيعيّة؟

سجّلوا لكلّ دالّة تربيعيّة قيم a , b , c .

اذكروا هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟

أ. $y = (x + 3)(x - 1)$

ج. $y = (x + 1)^2 - x^2$

ب. $y = x(2x - 5) - 2x^2 + 1$

ح. $y = (x + 2)^2 + (x + 6)^2$

ت. $y = x^2 + (x + 3)(2x - 1)$

خ. $y = x^2 - (x + 3)^2$

ث. $y = -3(x - 1)^2$

د. $y = (x + 1)(2x + 1)$

4. بسّطوا، في كلّ بند، وسجّلوا قيم a , b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجّلوا إحداثيّ نقطة التقاطع مع محور y .

أ. $y = -8 + 4x^2$

ت. $y = x^2 + x(x + 2)$

ب. $y = -(x + 3)^2$

ث. $y = 9x + x^2 - 3$

5. بسّطوا، في كلّ بند، وسجّلوا قيم a , b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجّلوا إحداثيّ نقطة التقاطع مع محور y .

أ. $y = 5x^2 + 2(x + 3) + 4$

ت. $y = (x + 4)^2 - 3x^2$

ب. $y = 2(x + 5)(x - 5)$


ث. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8$



6. حاولوا أن تصلوا الكنز.

يُسمح المرور عبر التربيعة المسجلة فيها دوال تربيعية فقط.
(دالة يمكن تحويلها إلى الصورة $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$).

ابدأوا

$y = x^2 + 2$	$y = x^2 + 2x$	$y = 3x^2 + 2x$	$y = \frac{1}{x^2}$	$y = 3 - 5x$
$y = x \cdot x^2$	$y = x + x$	$y = 8 - x^2$	$y = (x + 1)(x - 1)$	$y = x^2 + x^3$
$y = 2x + 6$	$y = \frac{1}{3}x$	$y = 5$	$y = x^2 + x(x + 2)$	$y = x(x + 3)$
$y = -5x - 3$	$y = x(3 + x) - x^2$		$y = x^2 - x(x + 2)$	$y = 3x^2 - x$
$y = x(x^2 + 3)$	$y = 6 - 2x$	$y = 4x + 2x^2$	$y = x(x + 2) - 2x^2$	$y = (x + 2)^2$



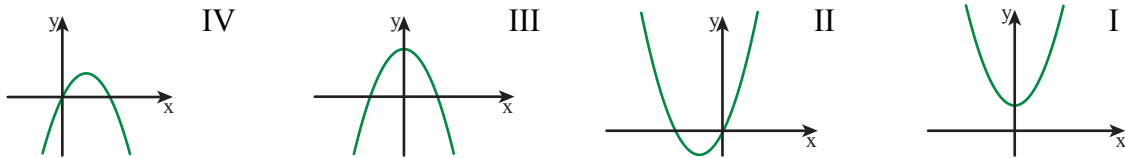
7. سجلوا، في كل بند، دالة تربيعية حسب البارمترات، ولائموا قطعًا مكافئًا لكل دالة سجلتموها.

أ. $a = 1$, $b = 2$, $c = 0$

ب. $a = -2$, $b = 2$, $c = 0$

ث. $a = 1$, $b = 0$, $c = 2$

د. $a = -1$, $b = 0$, $c = 2$



8. لائموا بين أزواج الدوال التي لها التمثيل الجبري نفسه.

عمود ب

$y = x^2 - 25$ •

$y = x^2 + 10x + 26$ •

$y = x^2 - 10x + 25$ •

$y = x^2 + 10x + 25$ •

$y = x^2 + 10x$ •

عمود أ

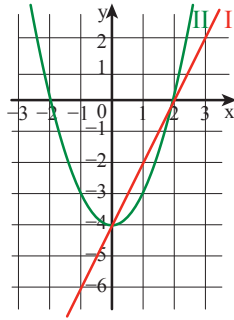
• $y = (x + 5)^2$

• $y = (x + 5)^2 + 1$

• $y = (x + 5)^2 - 25$

• $y = (x + 5)(x - 5)$

• $y = (x - 5)^2$



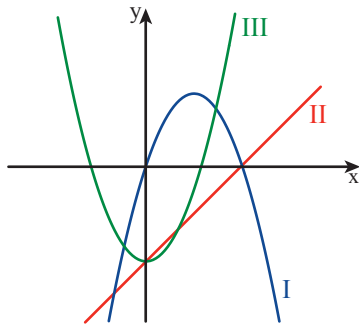
9. أمامكم الخطان البيانيان للدالتين:

$$y = 2x - 4$$

$$y = x^2 - 4$$

لائموا كلَّ خطٍ بيانيٍّ للدالة المناسبة.

اشرحوا كيف تمّت الملاءمة؟



10. أمامكم الخطوط البيانيّة للدّاول:

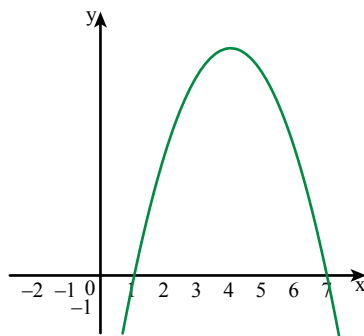
$$y = x - 3$$

$$y = x^2 - 3$$

$$y = -x^2 + 3x$$

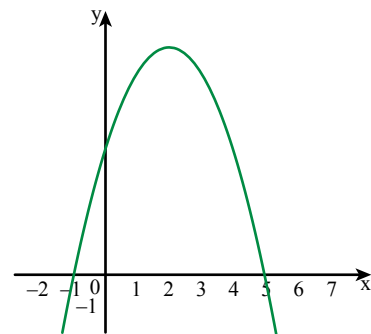
لائموا كلَّ خطٍ بيانيٍّ للدالة المناسبة.

اشرحوا كيف تمّت الملاءمة؟



11. مُعطاة الدالة التربيعيّة $y = -x^2 + 4x + 5$.

قالت **نعيمّة**: الرسم التقريريّة للدالة هي



قالت **رانية**: الرسم التقريريّة للدالة هي

مَن منهما قولها صحيح؟ اشرحوا.