

الوحدة عشرون: من دالة تربيعية إلى معادلة تربيعية

الدرس الأول: معادلة صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$

ووجدت رانيا حلول المعادلة $0 = 2x^2 - 8$ بطريقة جبرية كالتالي:

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8 / :2$$

$$x^2 = 4$$

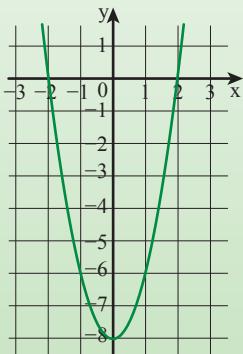
ما هي حلول المعادلة حسب طريقة رانيا؟

رسمت رهام الخط البياني للدالة $y = 2x^2 - 8$

ووجدت الحلول بطريقة بيانية.

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة رهام؟

نبحث معادلة تربيعية صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$

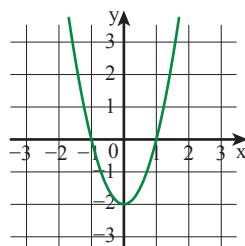


يمكن أن نحل معادلات صورتها $a \neq 0, ax^2 + c = 0$ بطريقة جبرية أو بطريقة بيانية.

مثال:

طريقة بيانية

$$y = 2x^2 - 2 \quad \text{نرسم الخط البياني للدالة}$$



طريقة جبرية

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$2(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

حلول المعادلة هما: $x = 1$ أو $x = -1$

نتمعم في الخط البياني للدالة، ونجد أن النقطتين الصفريتان هما: $(1, 0)$ ، $(-1, 0)$.

نستنتج من ذلك أن حلول المعادلة هما:

$$x = -1 \quad \text{أو} \quad x = 1$$

1. حلوا المعادلات.

$$100 - 4x^2 = 0 \quad \text{ج.}$$

$$4x^2 - 4 = 0 \quad \text{ت.}$$

$$x^2 - 36 = 0 \quad \text{أ.}$$

$$45 - 5x^2 = 0 \quad \text{ح.}$$

$$-2x^2 + 32 = 0 \quad \text{ث.}$$

$$4x^2 - 36 = 0 \quad \text{ب.}$$

2. جدوا، في كلّ بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x).

ت. $y = 2x^2 - 18$

ب. $y = -x^2 + 1$

أ. $y = x^2 - 64$

3. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$(x - 1)(x - 8) = 108 - 9x$

$(x - 5)^2 = 74 - 10x$

أمثلة:

$x^2 - 9x + 8 = 108 - 9x / +9x - 8$

$x^2 - 10x + 25 = 74 - 10x / +10x - 25$

$x^2 = 100$

$x^2 = 49$

$x = -10 \text{ أو } x = 10$

$x = -7 \text{ أو } x = 7$

ت. $(x + 3)^2 = 6x + 10$

أ. $3x^2 + 2x - 75 = 2x$

ث. $(x + 2)(x + 5) = 2x^2 + 7x - 15$

ب. $(x + 2)(x - 4) + 2x = 28$

4. حلوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًا فاشرحوا.

ج. $3x^2 - 3 = 0$

ت. $3x^2 - 12 = 0$

أ. $3x^2 = 75$

ح. $3x^2 + 3 = 0$

ث. $3x^2 + 12 = 0$

ب. $3x^2 = 0$



5. قال نديم: نقاط تقاطع الدالة $y = x^2 + 16$ مع محور x هما: (-4, 0) و (4, 0).

قال عماد: لا يوجد نقاط تقاطع لهذه الدالة مع محور x .

من منهما قوله صحيح؟ اشرحوا بطرقتين مختلفتين.

مجموعة مهام

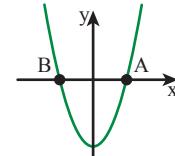
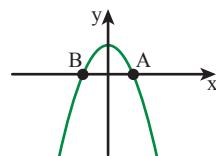
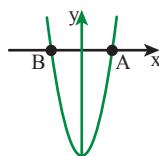


1. جدوا، في كلّ بند، إحداثيات النقطتين A و B (النقاط الصفرية للدالة)، وسجلوها في الرسمة.

ت. $y = 2x^2 - 8$

ب. $y = -x^2 + 1$

أ. $y = x^2 - 4$





.2 اخترتُ عدداً،

أضفتُ 4 إلى العدد الذي اخترته،
طرحتُ 4 من العدد الذي اخترته،
ضربتُ النتيجتين اللتين حصلتُ عليهما.



أ. أيّ أعداد اخترتُ إذا حصلتُ على 0؟

ب. أيّ أعداد اخترتُ إذا حصلتُ على 20؟

ت. أيّ أعداد اخترتُ إذا حصلتُ على 65؟



.3 حلوا المعادلات.

$$81 - x^2 = 0 \quad ج.$$

$$2x^2 - 32 = 0 \quad ت.$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad أ.$$

$$81 - x^2 = 65 \quad ح.$$

$$2x^2 - 32 = -14 \quad ث.$$

$$x^2 - 1 = 24 \quad ب.$$



.4 حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$\begin{aligned} (x + 5)^2 &= x^2 + 65 \\ x^2 + 10x + 25 &= x^2 + 65 / -x^2 - 25 \\ 10x &= 40 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 3)^2 &= 6x + 34 \\ x^2 + 6x + 9 &= 6x + 34 / -6x - 9 \\ x^2 &= 25 \\ x &= -5 \text{ أو } x = 5 \end{aligned}$$

أمثلة:

$$\begin{aligned} (x + 6)^2 &= 12x + 36 \quad ث. \quad 2x^2 - 50 = 0 \quad أ. \\ (x - 3)(x + 1) &= 22 - 2x \quad ج. \quad 4x^2 + 36 = 100 \quad ب. \\ (x - 1)^2 + (x - 2)^2 &= 2x^2 + 29 \quad ح. \quad x(x + 4) = 4x + 9 \quad ت. \end{aligned}$$



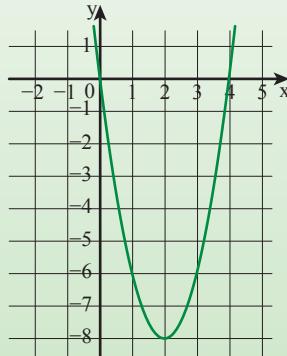
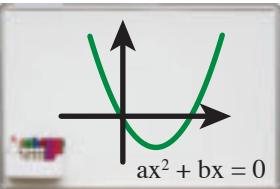
.5 حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 - x(x + 8) &= 0 \quad ث. \quad x(x - 1) = 16 - x \quad أ. \\ (x - 6)(x - 1) &= 2x^2 - 7x - 3 \quad ج. \quad (x + 2)^2 - 4x = 20 \quad ب. \\ (3x - 4)(4x - 3) &= 24 - 25x \quad ح. \quad (x - 2)^2 + x^2 = x(2x + 4) \quad ت. \end{aligned}$$



.6 الدالتان: $y = -3x^2 + 12$ لهما النقاط الصفرية نفسها؟ اشرحوا.

الدرس الثاني: معادلات صورتها $a \neq 0, ax^2 + bx = 0$



أراد يوسف وأيوب أن يحلا المعادلة

$$2x^2 - 8x = 0$$

سُجّل يوسف:

$$2x(x - 4) = 0$$

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة يوسف؟

رسم أيوب الخط البياني للدالة $y = 2x^2 - 8x$

ما هي حلول المعادلة حسب طريقة أيوب؟

نحل معادلات تربيعية صورتها $.a \neq 0, ax^2 + bx = 0$

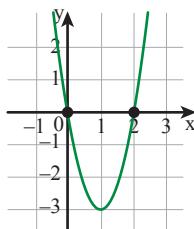


يمكن حل معادلات صورتها $0 (a \neq 0)$ $ax^2 + bx = 0$ بطريقة جبرية أو بطريقة بيانية.

هذه النقاط هي **نقاط تقاطع القطع المكافئ مع محور x**, وصورتها $(0, 0)$, _____.

مثال:

طريقة بيانية



نرسم الخط البياني للدالة $y = 3x^2 - 6x$

نتمم في الخط البياني للدالة

ونجد أن النقطتين الصفريتان

هما:

$(0, 0), (2, 0)$

من هنا يتبع أن حلول المعادلة هما:

$$x = 0 \text{ أو } x = 2$$

طريقة جبرية

نحل المعادلة

$$3x^2 - 6x = 0$$

نحل إلى عوامل:

$$3x(x - 2) = 0$$

نحصل على:

$$3x = 0 \text{ أو } x - 2 = 0$$

حلول المعادلة هما:

$$x = 0 \text{ أو } x = 2$$

1. حلوا المعادلات.

$$2x^2 - 16x = 0$$

نحل إلى عوامل:

$$2x(x - 8) = 0$$

$$2x = 0 \quad \text{أو} \quad x - 8 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = 8$$

$$x^2 + 4x = 0$$

نحل إلى عوامل:

$$x(x + 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 4 = 0$$

أمثلة:

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -4$$

$$5x - x^2 = 0 \quad \text{ج.}$$

$$-x^2 - 5x = 0 \quad \text{ح.}$$

$$3x^2 - 12x = 0 \quad \text{ت.}$$

$$3x^2 + 12x = 0 \quad \text{ث.}$$

$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{أ.}$$

$$x^2 + 3x = 0 \quad \text{ب.}$$

2. جدوا، في كلّ بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x). .

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \quad \text{ج.}$$

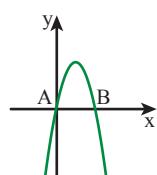
$$y = \frac{1}{2}x^2 - 5x \quad \text{ح.}$$

$$y = x^2 + 15x \quad \text{ت.}$$

$$y = -2x^2 + 15x \quad \text{ث.}$$

$$y = 8x - x^2 \quad \text{أ.}$$

$$y = 4x^2 - 8x \quad \text{ب.}$$



3. أ. حلوا المعادلة $-2x^2 + 5x = 0$.

ب. أمامكم رسمة تقريرية للخط البياني للدالة $y = -2x^2 + 5x$. ما هي إحداثيات النقطتين A و B؟

4. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$(x - 1)(x + 5) = 5(2x - 1)$$

$$x^2 + 4x - 5 = 10x - 5$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x - 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 6$$

$$(x + 3)^2 + 2(3x - 1) = 7$$

$$x^2 + 6x + 9 + 6x - 2 = 7$$

$$x^2 + 12x + 7 = 7$$

$$x^2 + 12x = 0$$

$$x(x + 12) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x + 12 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = -12$$

أمثلة:

$$(x + 1)^2 = 4x(x + 2) + 1 \quad \text{ث.}$$

$$5x^2 + 7 = 2(5x + 3) + 1 \quad \text{أ.}$$

$$(x + 2)(3x - 2) = (x + 1)(x - 4) \quad \text{ج.}$$

$$(x - 4)^2 + 2(1 - 4x) = 18 \quad \text{ب.}$$

$$(x + 3)(x - 2) = x - 5 \quad \text{ح.}$$

$$(x + 2)(x - 3) = 30 - x \quad \text{ت.}$$

مجموعة مهام



1. جدوا، في كلّ بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x). .

$$y = x^2 - 4x \quad \text{ج.}$$

$$y = x^2 - 4 \quad \text{ح.}$$

$$y = 5x^2 - 20x \quad \text{ت.}$$

$$y = 5x^2 - 20 \quad \text{ث.}$$

$$y = 3x^2 - 9x \quad \text{أ.}$$

$$y = 3x^2 + 9x \quad \text{ب.}$$



2. جدوا، في كلّ بند، النقاط الصفرية للدالة (نقاط التقاطع مع محور x). .

$$y = 50x - 2x^2 \quad \text{ج.}$$

$$y = 50 - 2x^2 \quad \text{ح.}$$

$$y = -6x^2 + 24x \quad \text{ت.}$$

$$y = -6x^2 + 24 \quad \text{ث.}$$

$$y = 4x^2 - 16x \quad \text{أ.}$$

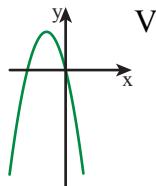
$$y = 4x^2 - 16 \quad \text{ب.}$$



3. أمامكم دوال تربيعية وخطوها البيانية.
لأتموا كل خط بياني للدالة المناسبة.

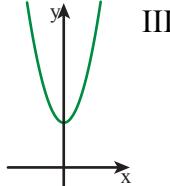
ج. $y = -2x^2 + 4x$

ح. $y = 2x^2 + 4x$



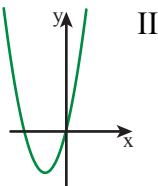
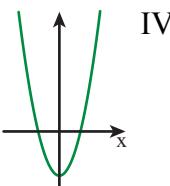
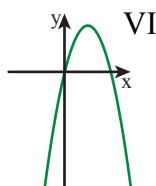
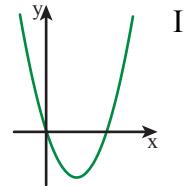
ت. $y = 2x^2 - 4x$

ث. $y = -2x^2 - 4x$



أ. $y = 2x^2 + 4$

ب. $y = 2x^2 - 4$



4. حلوا المعادلات.

ج. $8x^2 - 32x = 0$

ح. $8x^2 - 32 = 0$

ت. $2x^2 - 32x = 0$

ث. $2x^2 - 32 = 0$

أ. $2x(x - 5) = 0$

ب. $2x(x + 5) = 0$



5. حلوا المعادلات.

ج. $8x^2 - 2x = 0$

ح. $8x^2 - 2 = 0$

ت. $-3x^2 + 27x = 0$

ث. $-3x^2 + 27 = 0$

أ. $5x^2 - 45x = 0$

ب. $5x^2 - 45 = 0$



6. سجلوا في كل بند، أي أعداد من بين الأعداد $3, 2, 0, -2, -3$ هي حلول للمعادلة المُعطاة.

ج. $x^2 - 2x = 0$

ح. $x^2 - 4 = 0$

ت. $x^2 - 9 = 0$

ث. $x(x + 3) = 0$

أ. $x(x + 2) = 0$

ب. $x(-x + 3) = 0$



7. صلوا بين كل دالة ونقطتها الصفرية. إذا لم تجدوا للدالة نقاط تقاطع مع محور x ، فاذكروا ذلك.

(1 , 0) , (-1 , 0) •

• $y = x^2 - 9$.أ.

(0 , 0) •

• $y = x^2 + 3x$.ب.

(0 , 0) , (5 , 0) •

• $y = -x^2 - 4$.ت.

(5 , 0) , (-5 , 0) •

• $y = -x^2 + 1$.ث.

(0 , 0) , (-3 , 0) •

• $y = -2x^2 + 8$.ج.

(3 , 0) , (-3 , 0) •

• $y = 3x^2 - 75$.ح.

(2 , 0) , (-2 , 0) •

• $y = -x^2 + 5x$.د.



8. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

ث. $(x + 4)^2 = 2x(x + 3) + 16$

أ. $3x^2 + 4 = 6(x + 1) - 2$

ج. $(x + 5)(x + 2) = x + 10$

ب. $(x - 3)^2 + 2(4x + 1) = 11$

ح. $(x + 4)(x - 1) = (x + 2)(x - 2)$

ت. $(x + 2)(x - 1) = x + 2$



9. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

ث. $(x + 6)^2 = (2x + 9)(x + 4)$

أ. $(x + 3)^2 - 4x = x + 9$

ج. $(x + 5)(x - 5) + (x + 2)^2 = 4x + 1$

ب. $(x - 5)^2 + (x + 1)^2 = 26$

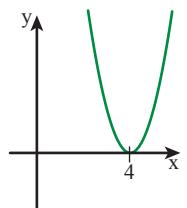
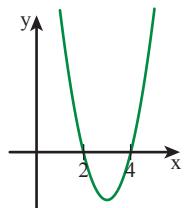
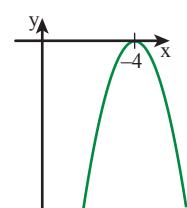
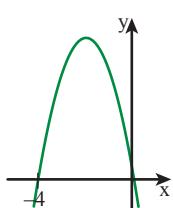
ح. $(x - 4)^2 = (x + 2)(x + 8)$

ت. $(x + 2)(x - 3) = (2x + 3)(x - 2)$



10. أ. حلوا المعادلة $2(x - 4)^2 = 0$

ب. أمامكم عدّة خطوط بيانية، أي خطٌ بيانيٌ يمكن أن يكون مناسباً للدالة $y = 2(x - 4)^2$? اشرحوا.



الدرس الثالث: نحل مسائل كلامية



ركل يونس كرة القدم، في لعبة كرة القدم، إلى أعلى بطريقة عمودية. الدالة $y = 45x - 5x^2$ تُناظر بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة ركل الكرة x (بالثواني) وارتفاع الكرة عن الأرض y (بالأمتار). خمنوا: هل يمكن أن تصل الكرة ارتفاع 120 متراً؟

نبحث ارتفاع الكرة في أوقات مختلفة.

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

أ. احسبوا إحداثيات نقاط تقاطع الدالة $y = 45x - 5x^2$ مع محور x (النقط الصرفية).

ب. أي قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ت. أمامكم رسمة تقريرية تصف ارتفاع الكرة حسب الزمن الذي مرّ من لحظة ركل الكرة. سجلوا، في الرسمة، إحداثيات النقاط الصرفية.

ما معنى هذه النقاط بالنسبة للكرة؟

ث. ما هو محور تماثل الدالة؟

ج. ما هما إحداثياً نقطة رأس الدالة؟

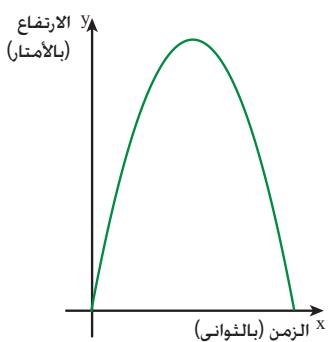
ما معنى إحداثيًّا هذه النقطة؟

ح. هل يمكن أن تصل الكرة ارتفاع 120 متراً؟ اشرحوا.

خ. في أي ارتفاع تكون الكرة بعد مرور 3 ثوانٍ؟

هل تصل الكرة هذا الارتفاع مرة أخرى؟

إذا كانت الإجابة نعم، بعدهم ثانية؟ إذا كانت الإجابة لا، فاشرحوا.



2. طول أحد أضلاع المستطيل 3 أضعاف طول الضلع المجاور.

(أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالرسم).

نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

أ. أي قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. سجلوا تعبيراً جبرياً لطول الضلع الطويل للمستطيل.

ت. سجلوا تعبيراً جبرياً لمساحة المستطيل.

ث. مساحة المستطيل 75 سنتيمتراً مربعاً. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطه.

ج. مساحة المستطيل 192 سنتيمتراً مربعاً. احسبوا أطوال أضلاعه.



3. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$(x - 2)^2 + (x + 1)(x - 6) + 2 = 0 \quad \text{ث.}$$

$$5x^2 + 20 = 4x^2 + 84 \quad \text{أ.}$$

$$x^2 - 4(x + 8) + 32 = 0 \quad \text{ج.}$$

$$(x + 4)(x + 7) = 28 \quad \text{ب.}$$

$$(x + 3)^2 + (x - 2)(x - 4) = 25 \quad \text{ح.}$$

$$x(x + 2) + 5(x + 7) = 35 \quad \text{ت.}$$



مجموعة مهام



1. يتمرن رياضي على القفز بواسطة الزانة (عصا طويلة).

الدالة $y = 10x - 5x^2$ تُناظر، بالتقريب، بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة القفز x (بالثواني)

وارتفاع الرياضي فوق سطح الأرض y (بالأمتار).

أمامكم رسمة تقريبية للدالة.

أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. احسبوا نقاط تقاطع الخط البياني للدالة مع محور x (النقطة الصفرية). سجلوها في الرسمة.

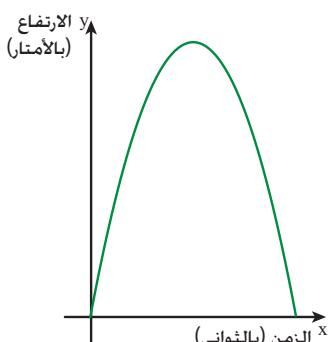
ما معنى هذه النقاط؟

كم من الوقت استمر القفز؟

ت. بعد مرور كم من الوقت يصل الرياضي الارتفاع الأعظم؟

ث. ما هو الارتفاع الأعظم الذي يصله الرياضي؟

ج. كم مرّة يصل الرياضي الارتفاع 2 م؟ اشرحوا.



2. أطلقت قذيفة من مدفعة.

الدالة $y = 400x - 5x^2$ تُناظر، بالتقريب، بين الزمن الذي مرّ منذ لحظة إطلاق القذيفة x (بالثواني)

وارتفاع القذيفة فوق سطح الأرض y (بالأمتار).

أمامكم رسمة تقريبية للدالة.

أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب معطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. في أيّ ارتفاع كانت القذيفة بعد مرور 1 ثانية؟

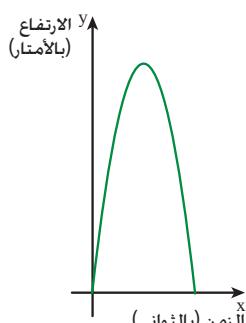
ت. في أيّ ارتفاع كانت القذيفة بعد مرور ثانيةين؟

ث. بعد مرور كم من الوقت تصل القذيفة الأرض؟

سجلوا، في الرسمة، القيم المناسبة.

ج. بعد مرور كم من الوقت تصل القذيفة الارتفاع الأعظم؟

ح. ما هو الارتفاع الأعظم الذي تصله القذيفة؟





x

٣. طول أحد أضلاع المستطيل ضعفي طول الضلع المجاور.
(أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالرسم).
نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

أ. أي قيمة مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. سجلوا تعبيرًا جبريًّا لطول الضلع الطويل للمستطيل.

ت. سجلوا تعبيرًا جibriًّا لمساحة المستطيل.

ث. إذا كان $15 \text{ سم} = x$, فما هو محيط المستطيل؟ ما هي مساحة المستطيل؟

ج. إذا كانت مساحة المستطيل $72 \text{ سنتيمترًا مربعًا}$. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطة.



x

٤. طول أحد أضلاع المستطيل 2.5 أضعاف طول الضلع المجاور.
(أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالرسم).
نرمز إلى طول الضلع القصير بـ x .

أ. أي قيمة مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟ اشرحوا.

ب. سجلوا تعبيرًا جibriًّا لطول الضلع الطويل للمستطيل.

ت. سجلوا تعبيرًا جibriًّا لمساحة المستطيل.

ث. إذا كانت مساحة المستطيل $90 \text{ سنتيمترًا مربعًا}$. احسبوا أطوال أضلاعه ومحيطة.

ج. إذا كان محيط المستطيل 84 سم . ما هي أطوال أضلاع المستطيل؟



٥. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$(x + 3)(x + 4) = 2x^2 + 7x - 4 \quad \text{ث.}$$

$$(x - 1)(x - 4) = 4(x + 1) \quad \text{أ.}$$

$$(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 36 \quad \text{ج.}$$

$$3(x - 3) + 2x(x + 2) = 7x + 9 \quad \text{ب.}$$

$$(x + 2)(x + 3) = 2x(x + 3) - x - 10 \quad \text{ح.}$$

$$(x - 2)(x - 7) = 2x(x - 2) + 14 \quad \text{ت.}$$



٦. حلوا المعادلات (بسطوا في البداية).

$$2(x - 4)^2 + (x + 4)^2 = (x + 8)(x + 6) \quad \text{ث.}$$

$$(x - 1)^2 + 48 = 2x^2 + (x + 7)^2 \quad \text{أ.}$$

$$(x - 8)(x - 3) = 2x^2 + (x + 4)(x + 6) \quad \text{ج.}$$

$$(x + 6)^2 + (x + 4)^2 = (x + 10)^2 + 1 \quad \text{ب.}$$

$$(x + 4)(x - 4) = 3x^2 + (x - 8)(x + 2) \quad \text{ح.}$$

$$3(1 - x) + (x + 2)(x + 1) = 30 \quad \text{ت.}$$

٧. نُسِيَّج قطعة أرض مستطيلة الشكل، طول أحد أضلاع المستطيل ضعفي طول الضلع المجاور.

(أعْدَت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالرسم).

نرمِز إلى طول الضلع القصير بـ x .



رسمة توضيحية

أ. أي قيمة مناسبة لـ x حسب مُعطيات المُسألة؟ اشرحوا.

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لطول الضلع الطويل لقطعة الأرض المستطيلة الشكل.

ت. سجّلوا تعبيرًا جibriًّا لمساحة المستطيل.

ث. إذا كانت مساحة قطعة الأرض 392 متراً مربعاً.

هل يكفي سياج طوله 80 متراً لتسبيح قطعة الأرض؟ اشرحوا.



٨. يسقط حجر من سطح بناية، ويصل الأرض.

الدالة $y = 125 - 5x^2$ تُناظر بين الزمن x (بالثواني) الذي مرّ منذ بداية سقوط الحجر والارتفاع y (بالأمتار)

فوق سطح الأرض.

أ. أي قيمة مناسبة لـ x حسب مُعطيات المُسألة؟ اشرحوا.

ب. في أي ارتفاع فوق سطح الأرض كان الحجر بعد مرور 3 ثواني؟

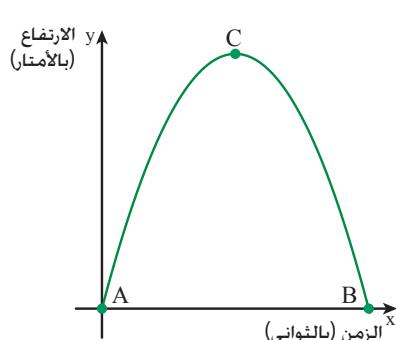
ت. بعد مرور كم ثانية يصل الحجر الأرض؟

ث. ما هو ارتفاع البناء فوق سطح الأرض؟

ج. ارسموا رسمة تقريرية للخط البياني، للدالة، المناسب لسقوط الحجر.

ح. نفترض أن الحجر سقط من سطح البناء إلى بئر عمقه 30 متراً.

كيف يتغيّر الخط البياني في أعقاب ذلك؟



٩. أُطلقت قذيفة من مدفعة. الدالة $y = 20x - 5x^2$ تصف العلاقة بين

الزمن الذي مرّ منذ لحظة إطلاق القذيفة x (بالثواني) وارتفاع القذيفة

فوق سطح الأرض y (بالأمتار).

أمامكم الخط البياني للدالة.

أ. ما هي إحداثيات النقطتين A و B؟

ب. ما هو محور التمايز؟

ت. C رأس القطع المكافئ. ما هما إحداثيا النقطة C؟

ما معنى إحداثي النقطة في المهمة؟

الدرس الرابع: فَيْز الدَّالْلَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ



أمامكم دوال، أي منها دوال تربيعية؟

$$y = x(x + 1) - x^2$$

$$y = 2x(x + 5)$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 4x^2 + 8x$$

$$y = (x + 8)(x - 1)$$

$$y = (x - 3)^2$$

$$y = x^2 + 3x - 5$$

$$y = x^2 + x^2$$

فَيْز دوال تربيعية . $(a \neq 0)$ $y = ax^2 + bx + c$

1. نتطرق إلى المُعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

أ. بسطوا التمثيلات الجبرية للدوال.

ب. أي دوال من بين الدوال أعلاه هي دوال تربيعية؟



نسمى الدالة التي يمكن تحويلها إلى الصورة $y = ax^2 + bx + c$ "دالة تربيعية".

نسمى a ، b ، c "بارامترات" الدالة التربيعية.

أمثلة:

• مُعطاة الدالة $y = x^2 - 6x + 9$ ، نحصل بعد التبسيط على $y = (x - 3)^2$. الدالة هي دالة تربيعية.

في هذه الدالة: $a = 1$ ، $b = -6$ ، $c = 9$

• مُعطاة الدالة $y = 2x(x + 5)$ ، نحصل بعد التبسيط على $y = 2x^2 + 10x$. الدالة هي دالة تربيعية.

في هذه الدالة: $a = 2$ ، $b = 10$ ، $c = 0$

• مُعطاة الدالة $y = 16x$ ، نحصل بعد التبسيط على $y = (x + 4)^2 - (x - 4)^2$. الدالة ليست دالة تربيعية.

2. سجلوا لكل دالة تربيعية القيم a ، b و c .

أ. $y = 5x(x - 2)$

ث. $y = x^2 - 8 + 3x$

ج. $y = 2x^2 + 3x + 4$

ب. $y = 12 - 3x^2$

ج. $y = (x + 4)(x - 4)$

ج. $y = -2x + x^2$

ذ. $y = (x - 3)^2 - x^2$

ح. $y = -2x^2$

ت. $y = -2x + x$

3. سجلوا في كل بند، دالة تربيعية مناسبة حسب البارمترات المسجلة.

$$a = -1, b = 3, c = 0$$

$$y = -x^2 + 3x \quad \text{الدالة:}$$

$$a = 2, b = -3, c = 6$$

$$y = 2x^2 - 3x + 6 \quad \text{الدالة:}$$

أمثلة:

$$a = -1, b = 3, c = 0 \quad \text{ت.}$$

$$a = 1, b = -1, c = 4 \quad \text{أ.}$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 2, c = -1 \quad \text{ث.}$$

$$a = 8, b = 0, c = 3.5 \quad \text{ب.}$$



للذكر

الخط البياني للدالة التربيعية $y = ax^2 + bx + c$ هو قطع مكافىء.

إذا كان $a > 0$ فإن نقطة رأس القطع المكافىء صغرى.

إذا كان $a < 0$ فإن نقطة رأس القطع المكافىء عظمى.

إحداثيا نقطة التقاطع مع محور y هما $(0, c)$.

أمثلة:

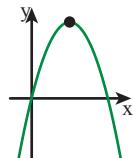
$$y = -x^2 + 4x \quad \text{معطاة الدالة:}$$

$$a = -1, b = 4, c = 0 \quad \text{في هذه الدالة}$$

نقطة رأس القطع المكافىء عظمى، لأن $a < 0$

إحداثيا نقطة التقاطع مع محور y : $(0, 0)$

رسمة تقريبية للقطع المكافىء:



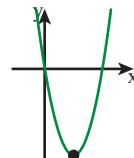
$$y = 2x^2 - 6x \quad \text{معطاة الدالة:}$$

$$a = 2, b = -6, c = 0 \quad \text{في هذه الدالة}$$

نقطة رأس القطع المكافىء صغرى، لأن $a > 0$

إحداثيا نقطة التقاطع مع محور y : $(0, 0)$

رسمة تقريبية للقطع المكافىء:

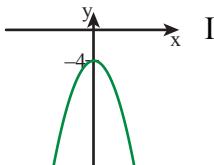
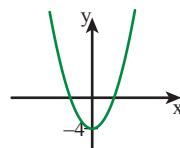
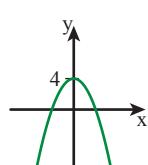
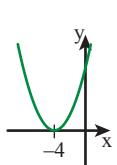


نفكّر بـ ...

4. أ. سجلوا دالة تربيعية فيها: $a = 1, b = 0, c = -4$

ب. أمامكم رسومات، أي منها يمكن أن تكون رسمة تقريبية للدالة؟

اشرحوا لماذا الخطوط البيانية الأخرى غير مناسبة؟



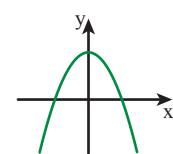
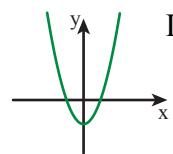
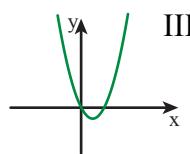
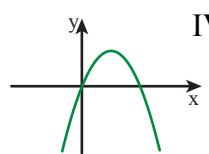
5. سجلوا في كل بند، تمثيلًا جريًّا للدالة التربيعية حسب البارمترات، ولائهموا كل قطع مكافئ للدالة المناسبة التي سجلتموها.

$a = -1, b = 0, c = 2$ ت.

$a = 2, b = -1, c = 0$ أ.

$a = 2, b = 0, c = -1$ ث.

$a = -1, b = 2, c = 0$ ب.



6. بسطوا كل دالة تربيعية، وسجلوا قيم a ، b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجلوا إحداثيًّا نقطة التقاطع مع محور y .

$y = 10x^2 + 3(x + 1)(x - 1)$ ت.

$y = 5(x + 1)^2$ أ.

$y = -4(x - 1)^2 + 8x$ ث.

$y = 4(x + 2)(x - 2)$ ب.



مجموعة مهام



1. أكملوا الجدول.

نقطة الرأس صغرى / عظمى	c	b	a	الدالة	
عظمى	0	8	-1	$y = -x^2 + 8x$	مثال:
				$y = 3x^2 - 6x - 1$	أ.
	-4	-5	2		ب.
	1	3	$\frac{1}{2}$		ت.
				$y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$	ث.
				$y = 3x^2$	ج.
	-6	0	-4		ح.



2. بسّطوا كل دالة، وحدّدوا هل الدالة تربيعية؟

سجّلوا لكل دالة تربيعية قيم a ، b ، c .

اذكروا هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟

$$y = x^2 - 6x + 5 \quad ج.$$

$$y = 2x^2 + 4x + 1 \quad أ.$$

$$y = 2x(x - 5) \quad ح.$$

$$y = x^2 + 8x \quad ب.$$

$$y = x(x + 5) - 3(x + 2) \quad خ.$$

$$y = 4 - 2x^2 \quad ت.$$

$$y = 5x^2 - 5(x + 1)(x - 1) \quad د.$$

$$y = 5 + 2x - 3x^2 \quad ث.$$



3. بسّطوا كل دالة، وحدّدوا هل الدالة تربيعية؟

سجّلوا لكل دالة تربيعية قيم a ، b ، c .

اذكروا هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟

$$y = (x + 1)^2 - x^2 \quad ج.$$

$$y = (x + 3)(x - 1) \quad أ.$$

$$y = (x + 2)^2 + (x + 6)^2 \quad ح.$$

$$y = x(2x - 5) - 2x^2 + 1 \quad ب.$$

$$y = x^2 - (x + 3)^2 \quad خ.$$

$$y = x^2 + (x + 3)(2x - 1) \quad ت.$$

$$y = (x + 1)(2x + 1) \quad د.$$

$$y = -3(x - 1)^2 \quad ث.$$



4. بسّطوا، في كل بند، وسجّلوا قيم a ، b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجّلوا إحداثيًّا نقطة التقاطع مع محور y .

$$y = x^2 + x(x + 2) \quad ت.$$

$$y = -8 + 4x^2 \quad أ.$$

$$y = 9x + x^2 - 3 \quad ث.$$

$$y = -(x + 3)^2 \quad ب.$$



5. بسّطوا، في كل بند، وسجّلوا قيم a ، b و c .

هل نقطة الرأس صغرى أم عظمى؟ اشرحوا.

سجّلوا إحداثيًّا نقطة التقاطع مع محور y .

$$y = (x + 4)^2 - 3x^2 \quad ت.$$

$$y = 5x^2 + 2(x + 3) + 4 \quad أ.$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 \quad ث.$$

$$y = 2(x + 5)(x - 5) \quad ب.$$



6. حاولوا أن تصلوا إلى الكنز.

يُسمح المرور عبر التربيعات المسجلة فيها دوال تربيعية فقط.

(دالة يمكن تحويلها إلى الصورة $y = ax^2 + bx + c$)

ابدأوا				
$y = x^2 + 2$	$y = x^2 + 2x$	$y = 3x^2 + 2x$	$y = \frac{1}{x^2}$	$y = 3 - 5x$
$y = x \cdot x^2$	$y = x + x$	$y = 8 - x^2$	$y = (x + 1)(x - 1)$	$y = x^2 + x^3$
$y = 2x + 6$	$y = \frac{1}{3}x$	$y = 5$	$y = x^2 + x(x + 2)$	$y = x(x + 3)$
$y = -5x - 3$	$y = x(3 + x) - x^2$		$y = x^2 - x(x + 2)$	$y = 3x^2 - x$
$y = x(x^2 + 3)$	$y = 6 - 2x$	$y = 4x + 2x^2$	$y = x(x + 2) - 2x^2$	$y = (x + 2)^2$



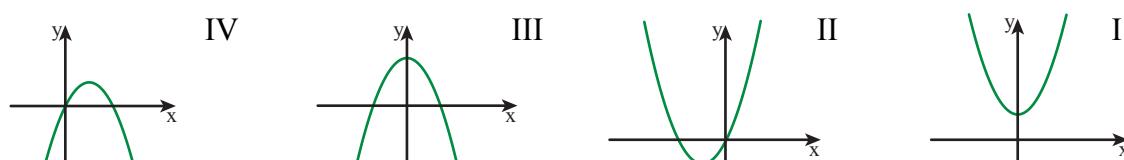
7. سجلوا في كل بند، دالة تربيعية حسب البارمترات، ولائهموا قطعاً مكافئًا لكل دالة سجلتموها.

ت. $a = -1, b = 0, c = 2$

أ. $a = 1, b = 2, c = 0$

ث. $a = 1, b = 0, c = 2$

ب. $a = -2, b = 2, c = 0$



8. لائموا بين أزواج الدوال التي لها التمثيل الجبري نفسه.

عمود ب

$$y = x^2 - 25$$



$$y = x^2 + 10x + 26$$



$$y = x^2 - 10x + 25$$



$$y = x^2 + 10x + 25$$



$$y = x^2 + 10x$$



عمود أ

$$y = (x + 5)^2$$

$$y = (x + 5)^2 + 1$$

$$y = (x + 5)^2 - 25$$

$$y = (x + 5)(x - 5)$$

$$y = (x - 5)^2$$



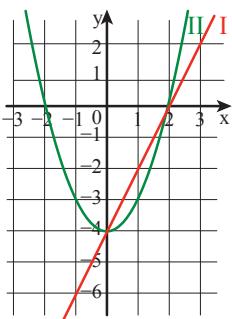
٩. أمامكم الخطآن البيانيان للدالتين:

$$y = 2x - 4$$

$$y = x^2 - 4$$

لأئمّوا كُلّ خطٍّ بيانيًّا للدالة المناسبة.

اشرحوا كيف تمت الملاءمة؟



١٠. أمامكم الخطوط البيانية للدالول:

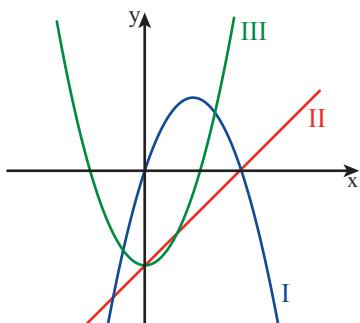
$$y = x - 3$$

$$y = x^2 - 3$$

$$y = -x^2 + 3x$$

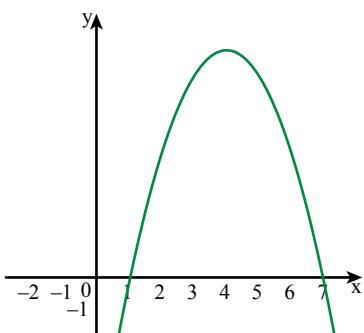
لأئمّوا كُلّ خطٍّ بيانيًّا للدالة المناسبة.

اشرحوا كيف تمت الملاءمة؟

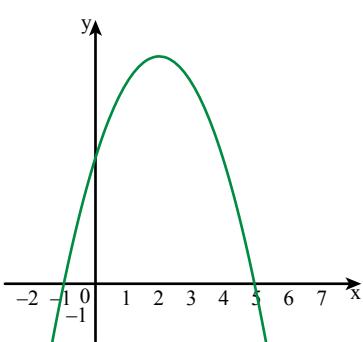


١١. مُعطاة الدالة التربيعية $y = -x^2 + 4x + 5$

قالت نعيمة: الرسمة التقريرية للدالة هي



قالت رانية: الرسمة التقريرية للدالة هي



منِّهما قولها صحيح؟ اشرحوا.