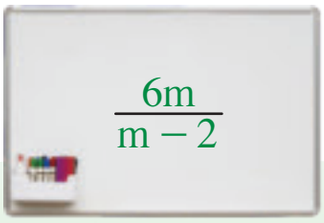
الوحدة الرابعة والعشرون: كسور جبريّة



الدرس الأوّل: مجال التعويض واختزال كسور جبريّة

سُجّل التعبير $\frac{6m}{m-2}$ على اللوح.

هل يمكن أن نعوض العدد 0 بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. اشرحوا.

هل يمكن أن نعوض العدد 1 بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. اشرحوا.

هل يمكن أن نعوض العدد (1–) بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. اشرحوا.

نتعلّم عن مجال التعويض، ونتذكّر كيفيّة اختزال الكسور الجبريّة.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. هل يمكن أن نعوض العدد 3 بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

ب. هل يمكن أن نعوض العدد 2.5 بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

ت. هل يمكن أن نعوض العدد 2 بدلًا من m؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاحسبوا نتيجة التعويض. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

- نسمّي التعبير الجبريّ الّذي يشمل كسرًا أو تعبيرًا مع مقام **"كسر جبريّ"**.

أمثلة: $\frac{ab}{ac}$ $(a \neq 0,\ c \neq 0)$ $\frac{3}{x}+5$ $(x \neq 0)$ $\frac{6m}{m-2}$ $(m \neq 2)$

- نحصل أحيانًا على **تعبير غير معرّف** عندما نعوض عددًا بدلًا مِنَ المتغيّر.

مثال: إذا عوّضنا العدد 2 بدلًا من m في التعبير $\frac{6m}{m-2}$ ، فإنّنا نحصل على العدد صفر في المقام.

هذا **التعبير غير معرّف**. لذا يمكن أن نعوّض كلّ الأعداد في هذا التعبير باستثناء العدد 2.

- نسمّي الأعداد الّتي يمكن تعويضها في التعبير الجبريّ بدلًا مِنَ المتغيّر **"مجال التعويض"**.

أمثلة: مجال التعويض في التعبير $\frac{x}{5}$ هو كلّ الأعداد.

مجال التعويض في التعبير $\frac{5}{x}$ هو كلّ الأعداد **باستثناء العدد** 0 $(x \neq 0)$.

مجال التعويض في التعبير $\frac{5}{x-2}$ هو كلّ الأعداد **باستثناء العدد** 2, $(x \neq 2)$.

2. لائموا كلّ كسر جبريّ إلى مجال التعويض المناسب له.

$\frac{x}{8}$	• كلّ الأعداد باستثناء العدد 0
$\frac{8}{x}$	• كلّ الأعداد باستثناء العدد (-8)
$\frac{3}{2x}$	
$\frac{2x}{3}$	• كلّ الأعداد
$\frac{x}{x+8}$	
$\frac{x+8}{x}$	• كلّ الأعداد باستثناء العدد 8

اختزال كسور جبريّة

3. أمامكم تمارين محلولة. جدوا الحلول الصحيحة. جدوا الحلول غير الصحيحة. اشرحوا.

أ. $\frac{\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 5}=\frac{3}{5}$ ت. $\frac{\cancel{5}\cdot 9}{\cancel{5}\cdot 9}=0$ ج. $\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 2}=2$

ب. $\frac{\cancel{2}+3}{\cancel{2}+5}=\frac{3}{5}$ ث. $\frac{\cancel{5}\cdot 9}{\cancel{5}\cdot 9}=1$ ح. $\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 2}=\frac{1}{2}$

للتذكير

- يمكن أن نختزل، في الكسر الجبريّ، أعدادًا أو تعابير تظهر **كعوامل** في البسط والمقام أيضًا، بشرط أن لا تساوي صفر.

  مثال: $\frac{\cancel{2}\cdot 5\cdot \cancel{a}}{\cancel{2}\cdot \cancel{a}\cdot 3}=\frac{5}{3}$ $(a\neq 0)$

- البسط أو المقام الّذي نختزل فيه جميع العوامل، يتحوّل إلى 1 (لأنّ نتيجة تقسيم عدد أو تعبير على نفسه يساوي 1).

  أمثلة: $\frac{a\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}=a$ $(a\neq 0)$ $\frac{\cancel{2}\cdot \cancel{a}}{\cancel{2}\cdot 3\cdot \cancel{a}}=\frac{1}{3}$ $(a\neq 0)$ $\frac{\cancel{5}\cdot \cancel{a}}{\cancel{5}\cdot \cancel{a}}=1$

- **ممنوع اختزال** عدد أو تعبير يظهر **كمضاف (أو كمطروح)** في بسط وفي مقام الكسر الجبريّ.

  أمثلة: في التعبير $\frac{a+3}{3}$ 3 هو مضاف في البسط؛ لذا لا يمكن اختزاله.

  في التعبير $\frac{ab-2}{a}$ $(a\neq 0)$ a هو جزء من مضاف في البسط؛ لذا لا يمكن اختزاله.

4. اختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا (تذكّروا، نفترض أنّ المقامات لا تساوي صفر). إذا كان الأمر غير ممكن، فاذكروا ذلك.

أ. $\frac{a\cdot 3}{b\cdot 3}=\frac{\quad}{\quad}$ ب. $\frac{a+3}{b+3}=\frac{\quad}{\quad}$ ت. $2\cdot\frac{x}{4}=\frac{\quad}{\quad}$

ث. $\frac{14a}{7b}=\frac{\quad}{\quad}$ ج. $\frac{2a}{14a}=\frac{\quad}{\quad}$ ح. $\frac{8xy}{2x}=\frac{\quad}{\quad}$

خ. $\frac{5a}{10ab}=\frac{\quad}{\quad}$ د. $\frac{4x^3}{5x}=\frac{\quad}{\quad}$ ذ. $\frac{4+x}{5+x}=\frac{\quad}{\quad}$

5. أكملوا، في كلّ بند، في المكان الفارغ تعبيرًا جبريًّا أو عددًا مناسبًا، وسجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{12a}{\quad}=2a$ ب. $\frac{12a}{\quad}=2$ ت. $\frac{12a}{\quad}=a$

ث. $\frac{6a}{\quad}=2a$ ج. $\frac{6a}{\quad}=2$ ح. $\frac{6a}{\quad}=\frac{1}{2}$

خ. $\frac{15ab}{\quad}=15a$ د. $\frac{15ab}{\quad}=3a$ ذ. $\frac{15ab}{\quad}=a$

مجموعة مهامّ

1. أحيطوا الحرف المناسب في العمود.

	صحيح	غير صحيح
أ. في التعبير $\frac{x+2}{x}$ يُسمح الاختزال على x $(x\neq 0)$	צ	מ
ب. مجال التعويض في التعبير $\frac{x}{2}$ هو $x\neq 0$	נ	י
ت. مجال التعويض في التعبير $\frac{4}{x}$ هو $x\neq 0$	מ	י
ث. في التعبير $\frac{2x}{4x}$ يُسمح الاختزال على x $(x\neq 0)$	צ	ח
ج. مجال التعويض في التعبير $\frac{1}{x+5}$ هو $x\neq 0$	ל	מ
ح. في التعبير $\frac{3x^6}{x^5}$ يُسمح الاختزال على x^5 $(x\neq 0)$	צ	ש
خ. مجال التعويض في التعبير $\frac{3+x}{x}$ هو $x\neq 0$	מ	צ

ماذا حصلتم؟ اقرأوا الكلمة مِنَ **النهاية إلى البداية**.

2. يمكن أن نختزل، في كلّ بند، كسرًا واحدًا. أحيطوه.

أ. $\frac{3\cdot 7}{2\cdot 7}$ $\quad$ $\frac{3+7}{2\cdot 7}$

ب. $\frac{3\cdot 7}{2\cdot 6}$ $\quad$ $\frac{3+7}{2+6}$

ت. $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{12}$ $\quad$ $\frac{3}{4}+\frac{7}{12}$

ث. $\frac{4}{5}+\frac{1}{12}$ $\quad$ $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{12}$

ج. $4\cdot\frac{3}{8}$ $\quad$ $4+\frac{3}{8}$

ح. $\frac{6+5}{12}$ $\quad$ $\frac{6\cdot 5}{12}$

3. يمكن أن نختزل، في كلّ بند، كسرًا واحدًا. أحيطوه. جميع المقامات لا تساوي 0.

أ. $\frac{a+b}{a\cdot b}$ $\quad$ $\frac{a\cdot b}{a\cdot c}$

ب. $\frac{3+a}{6\cdot a}$ $\quad$ $\frac{3\cdot a}{6\cdot a}$

ت. $\frac{3a}{4}\cdot\frac{7}{a}$ $\quad$ $\frac{3a}{4}+\frac{7}{a}$

ث. $\frac{a}{b}+\frac{3b}{2a}$ $\quad$ $\frac{a}{b}\cdot\frac{3b}{2a}$

ج. $\frac{5+a^2}{a}$ $\quad$ $\frac{5\cdot a^2}{a}$

ح. $\frac{6\cdot a^2}{a}$ $\quad$ $\frac{6+a^2}{12a}$

4. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{8ab}{12a}$ $\quad$ ت. $\frac{6a^2}{a}$ $\quad$ ج. $\frac{15a^2}{30a^2}$

ب. $\frac{24ab}{18b}$ $\quad$ ث. $\frac{6a}{a^2}$ $\quad$ ح. $\frac{16a}{24a^2}$

5. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{3a^3}{a^2}$ $\quad$ ت. $\frac{15a^2b}{5a^2b^2}$ $\quad$ ج. $\frac{a^2b}{2a^2}$

ب. $\frac{3ab}{3b^2}$ $\quad$ ث. $\frac{5ab^2}{10a^2}$ $\quad$ ح. $\frac{8a^3b^2}{24a}$

6. اختزلوا، في كلّ بند، الكسر الّذي يظهر في الإطار، ثم أحيطوا الإجابة المناسبة في كلّ سطر.

أ. $\frac{6}{24}$ — 4 — 6 — $\frac{1}{4}$ — $\frac{0}{4}$

ب. $\frac{ab}{a}$ — $(a \neq 0)$ — a — $\frac{1}{b}$ — $\frac{1}{a}$ — b

ت. $\frac{a^3}{5a^2}$ — $(a \neq 0)$ — $\frac{a}{5}$ — $5a$ — $\frac{5}{a}$ — $\frac{1}{5}$

ث. $\frac{2a \cdot 3b}{6ab}$ $(a \neq 0)$ $(b \neq 0)$ — 0 — $\frac{1}{a}$ — 1 — 6

7. سجّلوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح"، وسجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{a \cdot b}{a \cdot c} = \frac{b}{c}$

ب. $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$

ت. $\frac{a(c-d)}{a} = c - d$

ث. $\frac{ac-d}{a} = c - d$

8. أكملوا، في كلّ بند، في المكان الفارغ تعبيرًا جبريًّا أو عددًا مناسبًا، وسجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{9a}{\quad} = 3a$

ب. $\frac{12a}{\quad} = 3a$

ت. $\frac{6a^2}{\quad} = 3a$

9. أكملوا، في كلّ بند، في المكان الفارغ تعبيرًا جبريًّا أو عددًا مناسبًا، وسجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{4a}{\quad} = \frac{a}{3}$

ب. $\frac{\quad}{6} = 3a$

ت. $\frac{\quad}{2a} = 3a^2$

10. أيّ مساواة صحيحة ($a \neq -1$, $a \neq 1$, $a \neq 0$)؟ اشرحوا.

أ. $\frac{a-1}{a^2-1} = \frac{1}{a-1}$

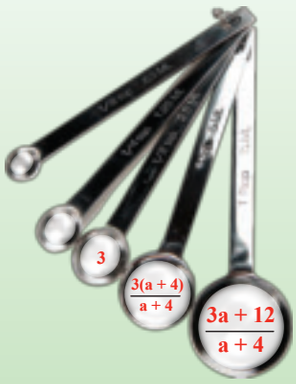
ب. $\frac{a-1}{a^2-1} = \frac{1}{a+1}$

ت. $\frac{a-1}{a^2-1} = \frac{1}{a}$

ث. $\frac{a-1}{a^2-1} = a+1$

الدرس الثاني: نحلّل إلى عوامل ونختزل

فكرتُ في عدد،
ضربتُه في 3،
أضفتُ 12 إلى حاصل الضرب
وقسّمتُ المجموع على 3.
حصلت على النتيجة



ما العلاقة بين العدد الّذي فكّرت فيه والنتيجة الّتي حصلت عليها؟

نتذكّر تحليل العوامل ونختزل كسورًا جبريّة.

نتطرّق في المهام 1 - 3 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. اختاروا ثلاثة أعداد كما ترغبون، واعملوا حسب التعليمات.
سجّلوا تمرينًا مناسبًا لكلّ عدد اخترتموه، واحسبوا النتيجة.
جدوا علاقة بين العدد الّذي اخترتموه والنتيجة.

2. أكملوا التعابير.

العدد الّذي اخترتُه	x
ضربت العدد في 3	_____
أضفتُ 12 إلى حاصل الضرب	_____
قسّمتُ المجموع على 3	_____

3. طُلب من تلاميذ الصفّ التاسع أن يشرحوا العلاقة بين العدد الّذي نختاره والنتيجة الناتجة.

قال **عمار:** لا يمكن اختزال الكسر الجبريّ $\frac{3x+12}{3}$ ، لأنّ التعبير 3x + 12 في البسط هو مجموع.

قال **سامر:** اختزلتُ الكسر الجبريّ وحصلت على: $\frac{3x+12}{3} = 3x + 4$

قال **عامر:** اختزلتُ الكسر الجبريّ وحصلت على: $\frac{3x+12}{3} = x + 12$

قال **أيوب:** حلّلت التعبير 3x + 12 إلى عوامل، اختزلتُ الكسر وحصلت على: $\frac{3x+12}{3} = \frac{3(x+4)}{3} = x + 4$

مَن مِنهم قوله صحيح؟ اشرحوا.

للتذكير

- إذا ظهر التعبير نفسه في البسط والمقام أيضًا، يمكن اختزاله بشرط أن لا يساوي المقام 0.

أمثلة: $\frac{3\cdot(x+1)}{(x+1)}=3$ $(x \neq -1)$

$\frac{a\cdot(b+6)}{2\cdot(b+6)}=\frac{a}{2}$ $(b \neq -6)$

- حسب قانون التوزيع $ab + ac = a(b + c)$ ، إخراج العامل المشترك يحوّل المجموع $ab + ac$ إلى تعبير ضرب $a(b + c)$

مثال: حلّل **أيوب**، في المهمّة 3، البسط إلى عوامل واختزل $\frac{3x+12}{3}=\frac{3(x+4)}{3}=x+4$

4. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أمثلة: $\frac{2\cdot(x-5)}{(x-5)}=2$ مجال التعويض: كلّ الأعداد باستثناء العدد 5 $(x \neq 5)$

$\frac{(x-4)}{(x-4)(x+5)}=\frac{1}{(x+5)}$ مجال التعويض: كلّ الأعداد باستثناء العدد 4 والعدد (−5) $(x \neq 4, x \neq -5)$

أ. $\frac{3(x+1)}{3y}$ ت. $\frac{3x+1}{x+1}$ ج. $\frac{(x-2)}{(x-2)(x+3)}$

ب. $\frac{3(x+1)}{x+1}$ ث. $\frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)}$ ح. $\frac{2(x-6)}{6(x-2)}$

5. سجّلوا، في كلّ بند، التعبير كتعبير ضرب (أخرجوا **جميع** العوامل المشتركة).

أمثلة: $6a^2 + 18a = 6a(a + 3)$ $x^3 - 5x = x(x^2 - 5)$

أ. $5a + 10$ ج. $4x - x^2$

ب. $5a + 10b$ ح. $x^2 - 9x$

ت. $a^2 + 3a$ خ. $x^3 + 7x^2$

ث. $2a^2 + 8a$ د. $x^3 + 7x$

6. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل، وسجّلوا مجال التعويض واختزلوا إذا كان الامر ممكنًا.

مثال: $\frac{x^2+6x}{2x+12}=\frac{x(x+6)}{2(x+6)}=\frac{x}{2}$ **مجال التعويض:** كلّ الأعداد باستثناء العدد(6−) $x \neq -6$

أ. $\frac{8x+12}{4}$ ت. $\frac{x^2-10x}{5x}$ ج. $\frac{5x+10}{x^2+2x}$

ب. $\frac{4}{2x-4}$ ث. $\frac{10x+30}{5x+10}$ ح. $\frac{x^3-x^2}{4x-4}$

مجموعة مهامّ

1.

فكرتُ في عدد،
ضربتُه في 2،
أضفتُ 8 إلى حاصل الضرب
وقسّمتُ المجموع على 2.
حصلت على النتيجة

أ. إذا اخترتُ العدد 5، فما هي النتيجة الّتي حصلت عليها؟
إذا اخترتُ العدد 10، فما هي النتيجة الّتي حصلت عليها؟

ب. أكملوا:

العدد الذي اخترتُه	x
ضربتُ العدد في 2	_____
أضفتُ 8 إلى حاصل الضرب	_____
قسّمتُ المجموع على 2	_____

ت. ما هي العلاقة بين العدد الّذي اخترته والنتيجة الّتي حصلت عليها؟

2. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{5(a+3)}{5\cdot b}$ ت. $\frac{5a+3}{a+3}$ ج. $\frac{4(x-2)}{8(x-2)}$

ب. $\frac{5(a+3)}{a+3}$ ث. $\frac{6(x+1)}{(x+1)}$ ح. $\frac{2(x-6)}{3(x-6)}$

3. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{6(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)}$ ت. $\frac{5x+1}{5(x+1)}$ ج. $\frac{x(x-6)}{x(x-2)}$

ب. $\frac{(x+1)}{(x-1)(x+1)}$ ث. $\frac{3(x+1)}{6(x+1)}$ ح. $\frac{2(x-6)^2}{3(x-6)}$

4. سجّلوا، في كلّ بند، التعبير كتعبير ضرب (أخرجوا **جميع** العوامل المشتركة).

أمثلة: $5x + 20 = 5(x + 3)$ $x^4 - 2x^3 = x^3(x - 2)$

أ. $4x + 12$ ت. $x^2 - 5x$ ج. $6x - x^2$ خ. $x^3 + 4x^2$

ب. $3x + 24$ ث. $x^2 + 5x$ ح. $6x + x^2$ د. $x^2 - x$

5. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل، وسجّلوا مجال التعويض واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{4x+16}{4}$ ت. $\frac{x^2-8x}{4x}$ ج. $\frac{5x-10}{x^2-2x}$

ب. $\frac{6}{6x-24}$ ث. $\frac{6x+18}{4x+12}$ ح. $\frac{x^2-3x}{2x-6}$

6. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل، وسجّلوا مجال التعويض واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{4x^2+8x}{4x}$ ت. $\frac{x^2+9x}{3x}$ ج. $\frac{7x-14}{x^2-2x}$

ب. $\frac{3x}{3x-12}$ ث. $\frac{2x^2+6x}{4x^2+12x}$ ح. $\frac{x^3-x^2}{8x-8}$

7. أكملوا، في كلّ بند، تعبيرًا جبريًّا مناسبًا (في جميع البنود $x \neq 3$).

أ. $\frac{2x-6}{\square} = 2$ ت. $\frac{2x-6}{\square} = \frac{1}{2}$

ب. $\frac{\square}{2x-6} = 2$ ث. $\frac{\square}{2x-6} = \frac{1}{2}$

الدرس الثالث: نضرب ونختزل كسورًا جبريّة

تناول **نعيم**، **جميل** و**يوسف** موضوع ضرب الكسور الجبريّة. (نفترض في كلّ تعبير أنّ المقام لا يساوي 0.)

نعيم

$$\frac{3a}{2b}\cdot 4=\frac{3a}{2b\cdot 4}=\frac{3a}{8b}$$

جميل

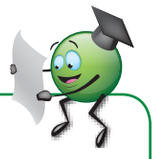
$$\frac{3a}{2b}\cdot 4=\frac{3a\cdot 4}{2b\cdot 4}=\frac{3a}{2b}$$

يوسف

$$\frac{3a}{2b}\cdot 4=\frac{3a\cdot 4}{2b\cdot 1}=\frac{6a}{b}$$

افحصوا إجاباتهم واشرحوا.

نضرب ونختزل كسورًا جبرية.



نضرب كسورًا جبريّة كما نضرب كسورًا عاديّة.

أمثلة:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{x}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5x}{12}$$

$$\frac{\cancel{2}}{9}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}=\frac{1}{9}$$

$$\frac{\cancel{4}^{2}a}{9}\cdot\frac{b}{\cancel{2}a}=\frac{2b}{9}\quad (x\neq 0)$$

$$\frac{2}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{50}^{10}}{1}=20$$

$$\frac{2}{5}\cdot x=\frac{2}{5}\cdot\frac{x}{1}=\frac{2x}{5}$$

1. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، اضربوا واختزلوا قدر الإمكان.

مثال:

معطى التعبير $\frac{7x^2}{2y}\cdot\frac{y^3}{21x^3}$

مجال التعويض $x\neq 0$, $y\neq 0$

نختزل: $\frac{7x^{\cancel{2}}}{2\cancel{y}}\cdot\frac{\cancel{y^{3}}^{\cancel{2}}}{\cancel{21}_{3}x^{\cancel{3}}}$

نحصل على: $\frac{y^2}{6x}$

أ. $\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{x}$

ب. $\frac{x}{2}\cdot\frac{10}{7}$

ت. $\frac{2a}{3}\cdot\frac{3}{5a}$

ث. $\frac{15a}{b}\cdot\frac{b}{10a}$

ج. $\frac{x}{6}\cdot\frac{12}{4x}$

ح. $\frac{x-4}{2}\cdot\frac{12}{x-4}$

خ. $\frac{b}{a+5}\cdot\frac{a+5}{3b}$

د. $6\cdot\frac{5}{12b}$

ذ. $\frac{5a}{6b}\cdot b$

ر. $\frac{x}{y}\cdot\frac{y^2}{x^3}$

ز. $\frac{5x^2}{3y}\cdot\frac{y^3}{15x^2}$

س. $\frac{10x^2}{y^3}\cdot\frac{y}{2x^5}$

2. معطى التعبير $\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4a+8}$ $(a \neq 0\ ,\ a \neq -2)$

أ. اضربوا التعبير (دون أن تختزلوا).

ب. سجّلت المعلّمة التعبير على اللوح $\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4a+8}$ $(a \neq 0\ ,\ a \neq -2)$

حلّت **رائدة** كالتالي: $\frac{\cancel{a+2}}{\cancel{a}}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}a+8}=\frac{\cancel{2}}{a+\cancel{8}_4}=\frac{1}{a+4}$

حلّت **رانية** كالتالي: $\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4a+8}=\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4(a+2)}=\frac{1}{a}$

مَن مِنهما حلّها صحيح؟ اشرحوا.

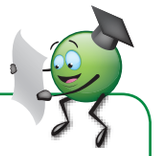
ت. ماذا تفضلون، أوّلًا، أن تضربوا أو أن تختزلوا؟ اشرحوا.

3. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل (إذا كان الأمر ممكنًا)، اختزلوا (إذا كان الأمر ممكنًا) واضربوا (المقامات لا تساوي 0.)

أ. $\frac{x-4}{6}\cdot\frac{2}{x+5}$ ث. $\frac{3}{x-2}\cdot\frac{5x-10}{4}$ خ. $\frac{x^2-7x}{3x}\cdot\frac{3}{x-7}$

ب. $\frac{x-2}{3}\cdot\frac{1}{x-2}$ ج. $\frac{5}{3x-12}\cdot\frac{x-4}{5}$ د. $\frac{2x+8}{x^2-2x}\cdot\frac{x}{x+4}$

ت. $\frac{2x+6}{3}\cdot\frac{1}{x+3}$ ح. $\frac{2x}{4}\cdot\frac{x^2+3x}{x+3}$ ذ. $\frac{4x}{2x-10}\cdot\frac{x^2-3x}{3-x}$



- أحيانًا، مِنَ الأفضل أن نختزل في الكسور الجبريّة قبل أن نحلّ.

لاختزال الكسر الجبريّ، يجب أن نسجّل البسط و/ أو المقام كتعبير ضرب (هذا يعني أن نحلّل إلى عوامل).

مثال: رأينا في المهمّة 2 (بند ب) التعبير: $\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4a+8}=$

مجال التعويض: $a \neq 0,\ a \neq -2$

نحلّل المقام إلى عوامل كالتالي: $\frac{a+2}{a}\cdot\frac{4}{4(a+2)}=$

نختزل: $\frac{\cancel{a+2}}{a}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}(a+2)}=\frac{1}{a}$

- في الحالات الّتي لا نستطيع أن نختزل فيها، نضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

مثال: معطى التعبير: $\frac{a+3}{a}\cdot\frac{5}{2a+8}=$

مجال التعويض: $a \neq 0,\ a \neq -4$

نحلّل المقام إلى عوامل كالتالي: $\frac{a+3}{a}\cdot\frac{5}{2(a+4)}=$

لا يمكن الاختزال. نضرب: $\frac{5\cdot(a+3)}{2a\cdot(a+4)}$

مجموعة مهامّ

1. أكملوا، في كلّ بند، عددًا مناسبًا.

أ. $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}=\frac{2}{\square}$ ب. $\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{9}=\frac{2}{\square}$ ت. $\frac{1}{21}\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{\square}$

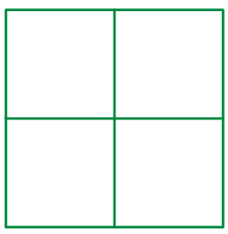
2. لائموا بين أزواج التعابير المتساوية (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0.)

$\frac{4}{x}$ •	• $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x}$
$\frac{1}{4x}$ •	• $4\cdot\frac{1}{x}$
$\frac{3}{4x}$ •	• $\frac{1}{4}\cdot x$
$\frac{4}{3x}$ •	• $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{x}$
$\frac{x}{4}$ •	• $\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{x}$

3. لائموا بين أزواج التعابير المتساوية (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0.)

$\frac{1}{3a}$ •	• $\frac{a^2}{6}\cdot\frac{1}{a}$
$\frac{a^2}{12}$ •	• $\frac{a}{6}\cdot\frac{2}{a^2}$
$\frac{6}{a}$ •	• $a\cdot\frac{6}{a^2}$
$\frac{a}{6}$ •	• $2a\cdot\frac{a^2}{6}$
$\frac{a^3}{3}$ •	• $\frac{a}{6}\cdot\frac{a}{2}$

4. سجّلوا تمارين ضرب مع كسور جبريّة، بحيث تكون النتيجة 3a.
سجّلوا مجال التعويض لكلّ تعبير.



5. أحيطوا، في كلّ بند، التعابير الّتي تساوي التعبير الّذي يظهر في الإطار (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0).

أ. $\frac{x}{5}\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{x}{10}$ $\frac{x}{2}$ $\frac{x}{5}$ $\frac{1}{10}$

ب. $\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{x}$

2 $\frac{1}{x}$ $\frac{2}{x}$ $\frac{6}{3x}$

ت. $\frac{x}{4}\cdot\frac{8}{x}$

$\frac{8}{4}$ 1 $\frac{8x}{4x}$ 2

ث. $\frac{x-3}{2}\cdot\frac{10}{x-3}$

5 $\frac{10(x-3)}{2(x-3)}$ $\frac{1}{5}$ 1

6. أحيطوا، في كلّ بند، التعابير الّتي تساوي التعبير الّذي يظهر في الإطار (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0).

أ. $\frac{3b}{a}\cdot\frac{a}{12b}$

4 $\frac{3ab}{12ab}$ $\frac{a}{b}$ $\frac{1}{4}$

ب. $6\cdot\frac{x}{2}$

$\frac{6\cdot x}{2\cdot x}$ $\frac{6\cdot x}{2}$ $\frac{x}{6\cdot 2}$ $3x$

ت. $\frac{4m}{a+3}\cdot\frac{a+3}{m}$

4 $\frac{4m\cdot(a+3)}{m\cdot(a+3)}$ $\frac{4}{m}$ $\frac{4}{a+3}$

ث. $\frac{x^2-3x}{4}\cdot\frac{12}{x-3}$

1 $\frac{12x}{4}$ $3x$ x

7. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل، اختزلوا (إذا كان الأمر ممكنًا) واضربوا (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0.)

أ. $\frac{2x-6}{5}\cdot\frac{7}{x-3}$

ب. $\frac{x-1}{6}\cdot\frac{18}{2x-2}$

ت. $\frac{5}{x-4}\cdot\frac{3x-12}{10}$

ث. $\frac{x-3}{2x-10}\cdot\frac{x-5}{x-3}$

ج. $\frac{2x-14}{3x}\cdot\frac{3x}{x-7}$

ح. $\frac{x+4}{x-3}\cdot\frac{2x-6}{2x+8}$

8. حلّلوا، في كلّ بند، إلى عوامل (إذا كان الأمر ممكنًا)، اختزلوا (إذا كان الأمر ممكنًا) واضربوا (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0.)

أ. $\frac{x+1}{3}\cdot\frac{5}{2x+2}$

ب. $\frac{x+2}{2}\cdot\frac{4}{5x+10}$

ت. $\frac{3x+9}{x+3}\cdot\frac{3x+12}{x+4}$

ث. $\frac{6+2x}{x-3}\cdot\frac{x^2-3x}{x+3}$

ج. $\frac{x^2-7x}{3x}\cdot\frac{3}{x-7}$

ح. $\frac{2x+8}{x^2-2x}\cdot\frac{x}{x+4}$

الدرس الرابع: نقسّم كسورًا جبريّة

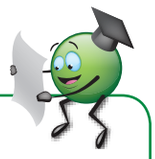
خرج تلاميذ الصفوف التاسعة في جولة علميّة خارج المدرسة.
زار $\frac{1}{2}$ التلاميذ حديقة العلوم على اسم كلور في معهد وايزمن.
وزّعت مركّزة طبقة الصفوف التاسعة التلاميذ إلى أربع مجموعات متساوية.
أيّ جزء من عدد تلاميذ الصفوف التاسعة كان في كلّ مجموعة؟

نقسّم ونختزل كسورًا جبريّة.

1. قال **سلام:** يوجد في كلّ مجموعة $\frac{1}{4}$ عدد تلاميذ طبقة الصفوف التاسعة.

قال **سليم:** يوجد في كلّ مجموعة $\frac{1}{8}$ عدد تلاميذ طبقة الصفوف التاسعة.

مَن مِنهما قوله صحيح؟ سجّلوا تمرينًا مناسبًا للتوزيع واحسبوا.



نقسّم الكسور الجبريّة كما نقسّم الكسور العاديّة.

بدلًا من أن نقسّم على عدد، نضرب في مقلوب العدد (انتبهوا، لا يمكن التقسيم على 0).

أمثلة:

$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} : x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$ $(x \neq 0)$

$\frac{1}{4} : \frac{3}{8} = \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{8}^{2}}{3} = \frac{2}{3}$

$\frac{x}{4} : \frac{3}{8} = \frac{x}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{8}^{2}}{3} = \frac{2x}{3}$

2. حلّ **أمين** و**سمير** تمارين قسمة فيها كسور جبريّة، أمامكم حلّ كلّ واحد منهما (في كلّ تعبير المقام لا يساوي 0.)
افحصوا إجاباتهما، واشرحوا مَن مِنهما كان حلّه صحيحًا؟ ومَن مِنهما كان حلّه غير صحيح؟

أمين

$\frac{2a}{3b} : 4 = \frac{3b}{2a} \cdot 4 = \frac{3b \cdot 4}{2a \cdot 1} = \frac{6b}{a}$

سمير

$\frac{2a}{3b} : 4 = \frac{2a}{3b} \cdot \frac{1}{4} = \frac{a}{6b}$

3. اضربوا واختزلوا قدر الإمكان ($x \neq 0$).

أ. $\frac{2}{x} \cdot \frac{x}{4}$ ت. $\frac{2x}{5} \cdot \frac{x}{14}$

ب. $\frac{8x}{x} \cdot \frac{x}{2}$ ث. $\frac{5x}{12} \cdot 6x$

4. قسّموا واختزلوا قدر الإمكان ($x \neq 0$).

أ. $\frac{2}{x} : \frac{x}{4}$ ت. $\frac{2x}{5} : \frac{x}{14}$

ب. $\frac{8x}{x} : \frac{x}{2}$ ث. $\frac{5x}{12} : 6x$

5. مُعطى $\frac{x-2}{x} : \frac{1}{4}$.

ما هو مجال التعويض؟

قالت **عدن:** مجال التعويض هو $x \neq 2$ وَ $x \neq 0$ أيضًا.

اشرحوا لماذا قول **عدن** صحيح؟

مجموعة مهامّ

1. وزعت **ليلى** $\frac{1}{2}$ لوح شوكولاطة على صديقاتها الثلاث بالتساوي.

أيّ جزء من لوح الشوكولاطة حصلت كلّ واحدة منهن؟

سجّلوا تمرينًا مناسبًا واحسبوا.

2. اضربوا، في كلّ بند، واختزلوا قدر الإمكان ($a \neq 0$).

أ. $\frac{6}{a} \cdot \frac{a}{2}$ ب. $\frac{a}{3} \cdot \frac{12}{a}$ ت. $\frac{3a}{7} \cdot \frac{a}{6}$ ث. $\frac{3a}{4} \cdot 12a$

3. قسّموا، في كلّ بند، واختزلوا قدر الإمكان ($a \neq 0$).

أ. $\frac{6}{a} : \frac{a}{2}$ ب. $\frac{a}{3} : \frac{12}{a}$ ت. $\frac{3a}{7} : \frac{a}{6}$ ث. $\frac{3a}{4} : 12a$

4. اضربوا، في كلّ بند، واختزلوا قدر الإمكان ($a \neq 0,\ b \neq 0$).

أ. $\frac{2a}{15b} \cdot \frac{4b}{10a}$ ب. $\frac{2a^2}{15b^2} \cdot \frac{4b}{10a}$ ت. $\frac{7a}{b^2} \cdot \frac{5b^2}{14a}$ ث. $\frac{5a}{12b} \cdot 6b$

5. قسّموا، في كلّ بند، واختزلوا قدر الإمكان ($a \neq 0,\ b \neq 0$).

أ. $\frac{2a}{15b} : \frac{4b}{10a}$ ب. $\frac{2a^2}{15b^2} : \frac{4b}{10a}$ ت. $\frac{7a}{b^2} : \frac{5b^2}{14a}$ ث. $\frac{5a}{12b} : 6b$

6. لائموا أزواجًا مِنَ التعابير المتساوية.

انتبهوا، لا نقسّم على 0. جميع المقامات لا تساوي 0.

$\frac{1}{4} : \frac{1}{x}$	$\frac{3x}{4}$
$4 : \frac{1}{x}$	$\frac{1}{4x}$
$\frac{1}{4} : x$	$\frac{4x}{3}$
$\frac{3}{4} : \frac{1}{x}$	$4x$
$\frac{4}{3} : \frac{1}{x}$	$\frac{x}{4}$

7. سجّلوا "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا الأخطاء.

انتبهوا، لا نقسّم على 0. كلّ المقامات لا تساوي 0.

أ. $\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{a^2}{b^2}$ ث. $\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{a}{2b^2}$

ب. $\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{9}{4}$ ج. $\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{2b^2}{a}$

ت. $\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{4}{9}$ ح. $\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{9a}{2}$

نحافظ على لياقة رياضيّة

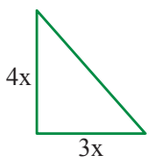
مسائل كلاميّة

1. اختار **عمار** عددًا (ارمزوا له بـ x).
قسّم **عمار** العدد الّذي اختاره على 2، أضاف 8 إلى النتيجة وحصل على 11.
أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟
ب. سجّلوا معادلة مناسبة، حلّوها وجدوا العدد الّذي اختاره **عمار**.

2. اخترتُ عددًا، ضربته في 3، طرحت 1 من حاصل الضرب وقسّمت النتيجة على 4.
أ. اخترتُ العدد 1. ما هي النتيجة الّتي حصلتُ عليها؟
ب. اخترتُ العدد 7. ما هي النتيجة الّتي حصلتُ عليها؟
ت. اخترتُ العدد (5−). ما هي النتيجة الّتي حصلتُ عليها؟
ث. حصلتُ على العدد 8. أيّ عدد اخترتُ؟
ج. هل يمكن أن أحصل على عدد مساوٍ للعدد الّذي اخترتُه؟
إذا كانت الإجابة نعم، ما هو العدد الّذي اخترتُه؟ إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

3. يوجد في جرّة خرزات بيضاء، خرزات زرقاء وخرزات حمراء.
عدد الخرزات البيضاء ضعفيْ عدد الخرزات الزرقاء.
عدد الخرزات الحمراء أكبر بـ 5 من عدد الخرزات الزرقاء.
أ. أكملوا: عدد الخرزات الزرقاء x
عدد الخرزات البيضاء _____
عدد الخرزات الحمراء _____
ب. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.
ت. مجموع الخرزات في الجرّة 23 خرزة. هل يمكن؟ اشرحوا.
ث. مجموع الخرزات في الجرّة 37 خرزة.
سجّلوا معادلة مناسبة، حلّوا وجدوا عدد الخرزات من كلّ نوع في الجرّة.

4. أمامكم رسمة مثلّث قائم الزاوية.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).
طول القائمان 3x وَ 4x ($x > 0$).



أ. طول الوتر 15 سم.
سجّلوا معادلة مناسبة، حلّوا وجدوا طولي القائمين.
ب. ما هو محيط المثلّث؟
ت. محيط المربّع يساوي محيط المثلّث.
ما هي مساحة المربّع؟