

יחידה 19: משפחות של פונקציות

שיעור 1. המשפחה $y = ax^2 + bx$ או $a = -1$ או $a = 1$

בְּחַרְתִּי מִסְפָּר.

כְּפַלְתִּי אוֹתוֹ בְּמִסְפָּר גָּדוֹל מִמֶּנּוּ ב-2.

אִילוֹ תוֹצְאוֹת נוֹכַל לִקְבֹּל?

נִסְמַן ב- x אֶת הַמִּסְפָּר שֶׁנִּבְחַר, וּב- y אֶת הַתּוֹצְאָה שֶׁהִתְקַבְּלָה.

אִילוֹ עֵרְכִים מֵתֵאִיִּמִּים ל- x לִפִּי נִתּוֹנֵי הַבְּעִיָּה? הִסְבִּירוּ.

נִחְקֹר פּוֹנֵקְצִיּוֹת רִיבּוּעִיּוֹת מֵהַצּוּרָה $y = x^2 + bx$ אוֹ מֵהַצּוּרָה $y = -x^2 + bx$.

בְּמִשִּׁימוֹת 1 - 3 נִתְיַיֶּחַס לִנְתוֹנִים מִמְשִׁימַת הַפְּתִיחָה.

1. א. בְּחַרְתִּי 1, אִיזוֹ תוֹצְאָה קִיבְּלִיתִי? ג. בְּחַרְתִּי (-2), אִיזוֹ תוֹצְאָה קִיבְּלִיתִי?
- ב. בְּחַרְתִּי 6, אִיזוֹ תוֹצְאָה קִיבְּלִיתִי? ד. בְּחַרְתִּי (-10), אִיזוֹ תוֹצְאָה קִיבְּלִיתִי?

2. נִתּוֹנָה הַפּוֹנֵקְצִיָּה $y = x^2 + 2x$

א. הַשְּׁלִימוּ טַבְּלָה.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y = x^2 + 2x$							

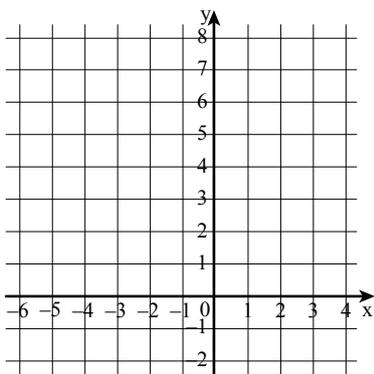
ב. סְּמַנּוּ אֶת הַנְּקוּדוֹת בְּמַעֲרַכַת הַצִּירִים

וְחַבְּרוּ לִקְבֹּלַת פְּרַבּוּלָה.

ג. מִצְאוּ בַעֲזַרַת הַגֵּרֶף אוֹ הַטַּבְּלָה:

- מַה שִׁיעוּרֵי נְקוּדוֹת הָאֵפֶס שֶׁל הַפְּרַבּוּלָה?
 - מַהוּ צִיר הַסִּימְטְרִיָּה שֶׁל הַפְּרַבּוּלָה?
 - מַה שִׁיעוּרֵי נְקוּדַת הַקְּדָקוֹד?
- הַאֵם הוּא מִינִימוּם אוֹ מְקִסִּימוּם?

ד. רְשִׁמוּ שְׁתֵּי דוּגְמָאוֹת שֶׁל נְקוּדוֹת סִימְטְרִיּוֹת עַל הַפְּרַבּוּלָה.

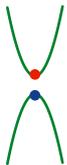
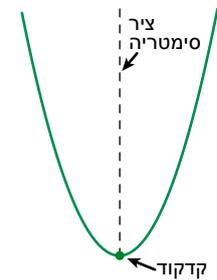


3. א. קִיבְּלִיתִי תוֹצְאָה חִיּוּבִית. אִילוֹ מִסְפָּרִים בְּחַרְתִּי? הִסְבִּירוּ.

ב. קִיבְּלִיתִי תוֹצְאָה שְׁלִילִית. אִילוֹ מִסְפָּרִים בְּחַרְתִּי? הִסְבִּירוּ.



תזכורת



- הפונקציה $y = x^2$ נקראת **פונקציה ריבועית**.
גרף של פונקציה ריבועית נקרא **פרבולה**.
לפרבולה יש **ציר סימטריה**.
נקודת המפגש של הגרף עם ציר הסימטריה נקראת **קדקוד** הפרבולה.

- נקודת הקדקוד של פרבולה היא **נקודת קיצון**.

אם נקודת הקדקוד היא הנקודה "הכי נמוכה" של הפרבולה, היא **נקודת מינימום**.

אם נקודת הקדקוד היא הנקודה "הכי גבוהה" של הפרבולה, היא **נקודת מקסימום**.

- אפשר לבדוק אם פונקציה **עולה** או **יורדת** בשתי דרכים:

- על-ידי "צעידה" **משמאל לימין** על הגרף של הפונקציה.

אם ה"צעידה" על הגרף היא בכיוון **עלייה**, הפונקציה **עולה**.

אם ה"צעידה" על הגרף היא בכיוון **ירידה**, הפונקציה **יורדת**.

- על-ידי התקדמות על ציר x **משמאל לימין**.

אם לכל x בתחום:

מתקדמים על ציר x ושיעורי y **גדלים**, הפונקציה **עולה**.

מתקדמים על ציר x ושיעורי y **קטנים**, הפונקציה **יורדת**.

תזכורת: בשרטוט פרבולה שהיא גרף הפונקציה $y = x^2$

ציר הסימטריה של הפרבולה הוא ציר y

הייצוג האלגברי של ציר הסימטריה הוא $x = 0$

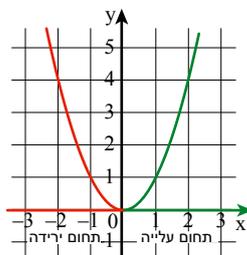
שיעורי קדקוד הפרבולה $(0, 0)$

הפונקציה **עולה** מ- 0 והלאה.

רושמים: הפונקציה **עולה** בתחום $x > 0$

הפונקציה **יורדת** עד 0 .

רושמים: הפונקציה **יורדת** בתחום $x < 0$



- פונקציה היא **חיובית** בתחום מסוים אם ערכי הפונקציה חיוביים באותו תחום, כלומר $y > 0$.

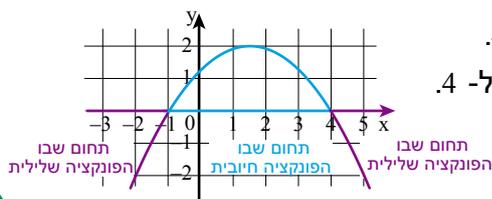
בייצוג גרפי - הנקודות המתאימות לערכים חיוביים של הפונקציה הן הנקודות שעל גרף

הפונקציה הנמצאות **מעל** ציר x .

- פונקציה היא **שלילית** בתחום מסוים אם ערכי הפונקציה שליליים באותו תחום, כלומר $y < 0$.

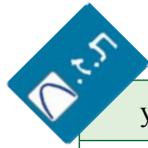
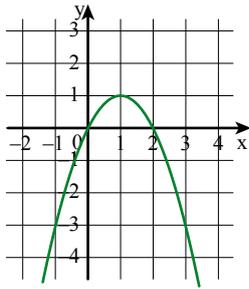
בייצוג גרפי - הנקודות המתאימות לערכים שליליים של הפונקציה הן הנקודות שעל גרף

הפונקציה הנמצאות **מתחת** לציר x .



תזכורת: ערכי הפונקציה שבשרטוט **חיוביים** בין (-1) ל- 4 .

ערכי הפונקציה **שליליים** משמאל ל- (-1) ומימין ל- 4 .



4. בשרטוט גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x$ השלימו תכונות של הפונקציה.

$y = -x^2 + 2x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס)

5. מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 - 4x$?
גילה אמרה: בנקודות האפס מתקיים $y = 0$, לכן פותרים את המשוואה $x^2 - 4x = 0$
 מוציאים גורם משותף ומקבלים $x(x - 4) = 0$
 המשיכו את הפתרון של **גילה** ומצאו את שיעורי נקודות האפס.

6. בכל סעיף חשבו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.

זמנה: $y = x^2 - 3x$

רושמים משוואה: $x^2 - 3x = 0$

מוציאים גורם משותף: $x(x - 3) = 0$

מכאן: $x = 0$ או $x - 3 = 0$

לכן: $x = 0$ או $x = 3$

נקודות האפס הן: $(0, 0)$ ו- $(3, 0)$

א. $y = x^2 - 5x$ ב. $y = x^2 + 5x$ ג. $y = -x^2 + 8x$ ד. $y = -x^2 + 10x$

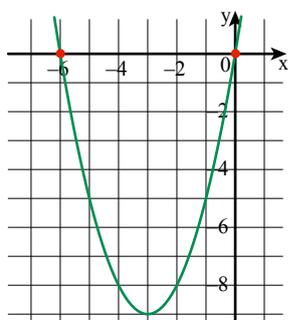


7. **רונית** אמרה: לפונקציה $y = x^2 - 8x$ ולפונקציה $y = 8x - x^2$ יש אותן נקודות אפס. האם **רונית** צודקת? הסבירו.



אפשר למצוא את **נקודות האפס** של הפונקציה הריבועית $y = x^2 + 6x$ בדרכים שונות.

- **בדרך גרפית** - מחפשים נקודות שבהן גרף הפונקציה חותך את ציר x משרטטים את גרף הפונקציה.



גרף הפונקציה חותך את ציר x ב**שתי נקודות** $(0, 0)$ ו- $(-6, 0)$. נקודות אלה הן **נקודות האפס** של הפונקציה.

- **בדרך אלגברית** - רושמים משוואה שבה ערך הפונקציה y הוא 0.

$$x^2 + 6x = 0 \quad \text{פותרים את המשוואה:}$$

$$x(x + 6) = 0 \quad \text{מוציאים גורם משותף (מפרקים לגורמים):}$$

$$x = 0 \text{ או } x + 6 = 0 \quad \text{כלומר:}$$

$$x = 0 \text{ או } x = -6 \quad \text{מכאן:}$$

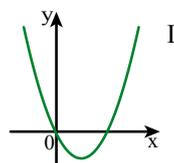
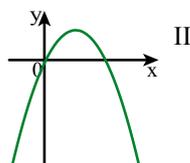
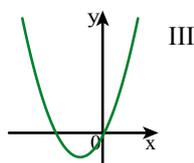
$$(-6, 0) \text{ ו- } (0, 0) \quad \text{שיעורי נקודות האפס הם:}$$



אוסף משימות



1. בשרטוט הגרפים של הפונקציות הריבועיות:



$$y = x^2 + 2x$$

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = -x^2 + 2x$$

א. התאימו פונקציה לגרף.

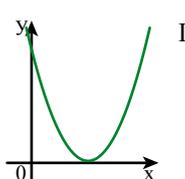
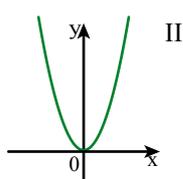
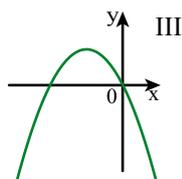
ב. לכל פונקציה קבעו:

אילו מבין הנקודות הבאות הן נקודות האפס שלה?

$$(-2, 0) \quad (0, 0) \quad (2, 0)$$



2. בשרטוט הגרפים של הפונקציות הריבועיות:



$$y = 2x^2$$

$$y = -x^2 - 2x$$

$$y = (x - 2)^2$$

א. התאימו פונקציה לגרף.

ב. לכל פונקציה קבעו:

אילו מבין הנקודות הבאות הן נקודות האפס שלה?

$$(-2, 0) \quad (0, 0) \quad (2, 0)$$

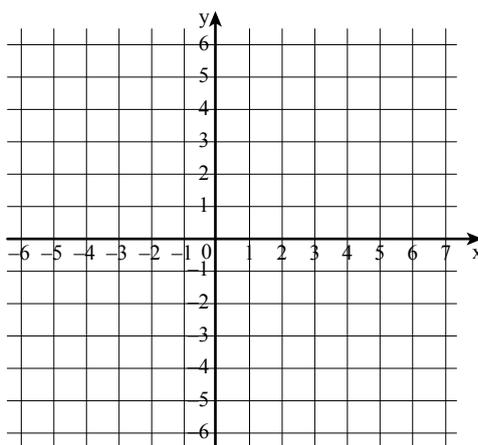


3. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4x$

א. השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2 - 4x$							

ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו לקבלת פרבולה.



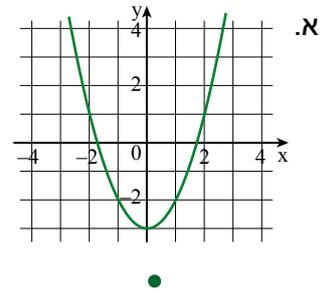
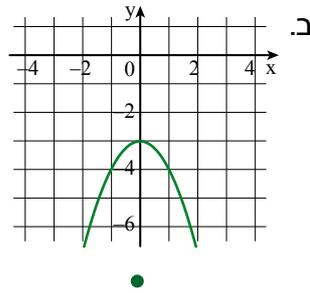
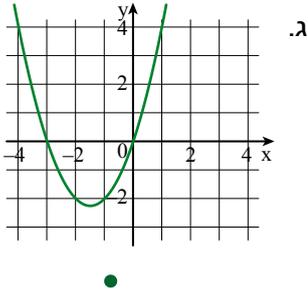
ג. השלימו תעודת זהות של הפונקציה.



$y = x^2 - 4x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



4. התאימו ייצוג אלגברי לגרף.



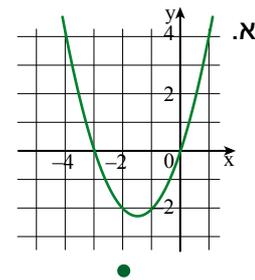
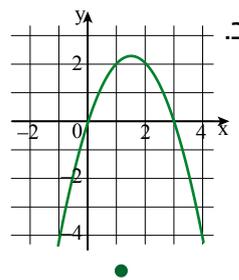
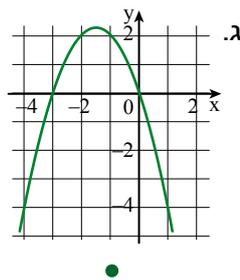
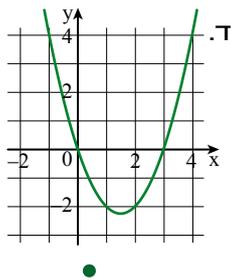
$y = -x^2 - 3$

$y = x^2 + 3x$

$y = x^2 - 3$



5. התאימו ייצוג אלגברי לגרף.



$y = -x^2 + 3x$

$y = x^2 + 3x$

$y = x^2 - 3x$

$y = -x^2 - 3x$



6. בכל סעיף רשמו אילו מבין המספרים: 6, 0, (-6), הם פתרונות של המשוואה הנתונה.

א. $x^2 + 6x = 0$ ג. $-x^2 + 6x = 0$ ה. $6x - x^2 = 0$

ב. $x^2 - 6x = 0$ ד. $-x^2 - 6x = 0$ ו. $x^2 - 36 = 0$



7. פתרו את המשוואות.

א. $x(x - 5) = 0$ ג. $x(x - 1) = 0$ ה. $x^2 - 6x = 0$

ב. $x(x + 5) = 0$ ד. $x(x + 1) = 0$ ו. $x^2 + 6x = 0$



8. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 8x = 0$ ג. $-12x + x^2 = 0$ ה. $0 = x^2 - 12x$

ב. $x^2 + 8x = 0$ ד. $0 = x^2 - 5x$ ו. $0 = x^2 + 12x$



9. א. מצאו מספר שלם שאם נחבר אותו לריבוע של עצמו נקבל 0.

ב. כמה מספרים כאלה תוכלו למצוא?



10. נתונים שני מספרים שלמים.

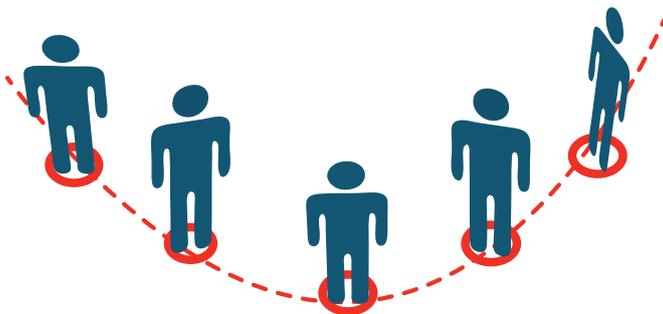
מספר אחד גדול ב-4 מהמספר האחר.

מכפלת שני המספרים היא 45.

א. האם שני המספרים הם זוגיים או אי-זוגיים? הסבירו.

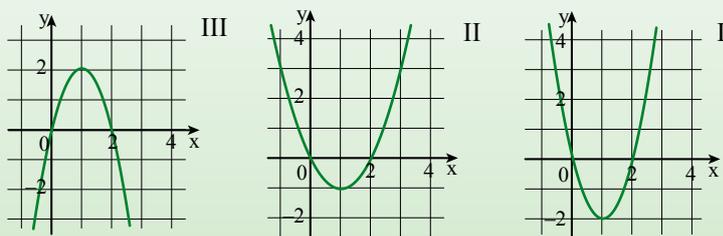
ב. מצאו את שני המספרים.

ג. כמה פתרונות לבעיה?



שיעור 2. המשפחה $y = ax^2 + bx$, $a \neq 0$

לפניכם הגרפים של הפונקציות:



$$y = x^2 - 2x$$

$$y = 2x^2 - 4x$$

$$y = -2x^2 + 4x$$

שערו: איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה?

נחקר פונקציות ריבועיות מהמשפחה $y = ax^2 + bx$, $a \neq 0$.



1. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 4x$

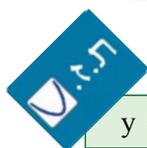
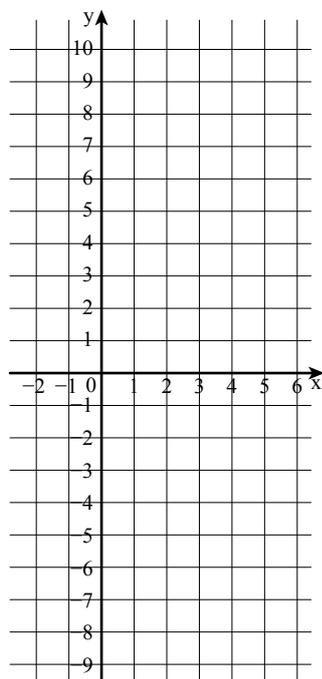
א. השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2 - 4x$					

ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וחברו לקבלת פרבולה.

ג. רשמו שתי דוגמאות של נקודות סימטריות שעל הפרבולה.

ד. השלימו תכונות של הפונקציה.

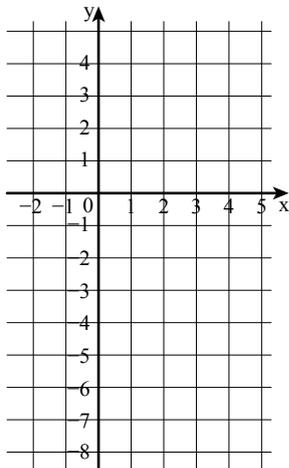


$y = 2x^2 - 4x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

2. נתונה הפונקציה $y = -2x^2 + 4x$

א. השלימו טבלה.

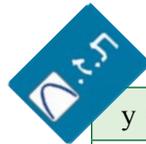
x	-1	0	1	2	3
$y = -2x^2 + 4x$					



ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים וְחִבְרוּ לַקְבֵּלַת פֶּרְבֹּלָה.

ג. רְשֵׁמוּ שְׁתֵּי דֹגְמָאוֹת שֶׁל נִקְוֹדוֹת סִימְטְרִיּוֹת שֶׁעַל הַפֶּרְבֹּלָה.

ד. הַשְׁלִימוּ תַכּוֹנוֹת שֶׁל הַפּוֹנְקְצִיָּה.



$y = -2x^2 + 4x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



במשימת הפתיחה ובמשימות 1 ו-2 ראינו כי:

לפונקציות $y = x^2 - 2x$, $y = 2x^2 - 4x$ ו- $y = -2x^2 + 4x$ יש אותן נקודות אפס.

כלומר הפרבולות המתאימות חותכות את ציר x באותן נקודות.

נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס)

3. בכל סעיף חשבו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.

א. $y = 3x^2 - 6x$

ב. $y = 3x^2 + 6x$

ג. $y = -4x^2 + 12x$

ד. $y = -3x^2 + 12x$

$y = 2x^2 - 6x$

צמצמה:

$2x^2 - 6x = 0$

רושמים:

$2x(x - 3) = 0$ מוציאים גורם משותף:

$2x = 0$ או $x - 3 = 0$ מכאן:

$x = 0$ או $x = 3$ לכן:

נקודות האפס הן: $(0, 0)$ ו- $(3, 0)$

הערה: מתוך הפתרון רואים שלפונקציה

$y = 2x^2 - 6x$ ולפונקציה $y = x^2 - 3x$

יש אותן נקודות אפס.



4. א. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 + 3x$

ב. רשמו פונקציה נוספת שיש לה אותן נקודות אפס כמו לפונקציה $y = x^2 + 3x$



אפשר למצוא את **נקודות האפס** של הפונקציה הריבועית $y = -4x^2 + 8x$ בדרכים שונות.

• **בדרך גרפית**

משרטטים את גרף הפונקציה ומקבלים:

הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות $(0, 0)$ ו- $(2, 0)$.

נקודות אלה הן **נקודות האפס** של הפונקציה.

• **בדרך אלגברית**

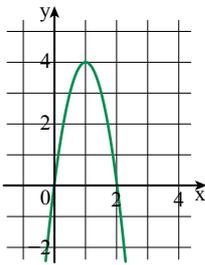
מציבים 0 במקום y ומקבלים את המשוואה $-4x^2 + 8x = 0$

מוציאים גורם משותף (מפרקים לגורמים): $4x(-x + 2) = 0$

כלומר: $4x = 0$ או $-x + 2 = 0$

מכאן: $x = 0$ או $x = 2$

שיעורי נקודות האפס הם: $(0, 0)$ ו- $(2, 0)$



5. פתרו את המשוואות.

ה. $-2x^2 + 2x = 0$

ג. $2x^2 - 12x = 0$

א. $3x(x - 5) = 0$

ו. $\frac{1}{2}x^2 - 6x = 0$

ד. $2x^2 + 12x = 0$

ב. $3x(x + 5) = 0$

אוסף משימות

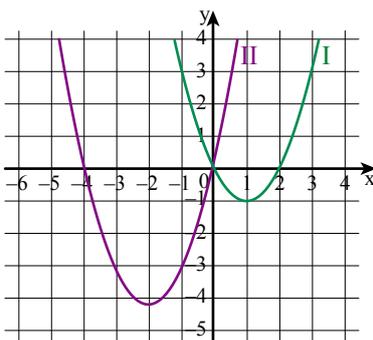


1. במערכת הצירים משורטטים גרפים של הפונקציות הריבועיות:

$y = x^2 - 2x$

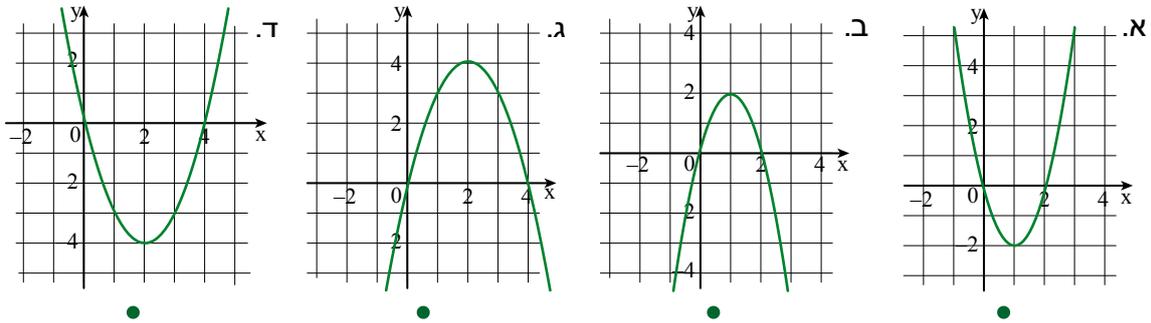
$y = x^2 + 4x$

התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.





2. התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה. הסבירו כיצד התאמתם.



•
 $y = -2x^2 + 4x$

•
 $y = 2x^2 - 4x$

•
 $y = x^2 - 4x$

•
 $y = -x^2 + 4x$



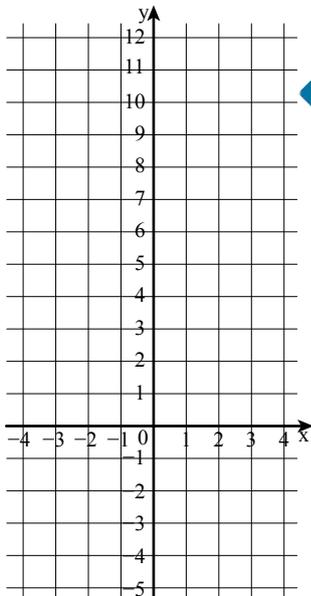
3. נתונה הפונקציה $y = 3x^2 - 6x$

א. השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3
$y = 3x^2 - 6x$					

ב. סַמְנו את הנקודות במערכת הצירים וְחִבְרו לַקְבֻלַת פֶּרְבֻלָה.

ג. הַשְׁלִימו תְּכֻנֹת שֶׁל הַפּוֹנְקְצִיָּה.



$y = 3x^2 - 6x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



4. בכל סעיף חשבו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.

א. $y = 2x(x - 7)$ ב. $y = 4x(x - 1)$ ג. $y = 3x^2 - 15x$ ד. $y = -3x^2 + 15x$



5. בכל סעיף חשבו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.

א. $y = 2x^2 - 20x$ ב. $y = 3x^2 + 12x$ ג. $y = -6x^2 + 6x$ ד. $y = -6x^2 + 12x$



6. פתרו את המשוואות.

א. $2x(x - 4) = 0$ ג. $2x^2 - 10x = 0$ ה. $-2x^2 + 10x = 0$
 ב. $2x(x + 4) = 0$ ד. $2x^2 + 10x = 0$ ו. $-2x^2 - 10x = 0$



7. פתרו את המשוואות.

א. $4x^2 - 10x = 0$ ג. $6x^2 - 3x = 0$ ה. $12x - 6x^2 = 0$
 ב. $4x^2 + 10x = 0$ ד. $6x^2 + 3x = 0$ ו. $-12x - 6x^2 = 0$



8. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

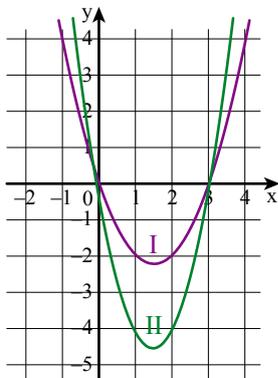
$$y = 2x^2 - 6x$$

$$y = x^2 - 3x$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו שתי פונקציות נוספות שיש להן אותן נקודות אפס.

ג. כמה פונקציות כאלה יש? הסבירו.

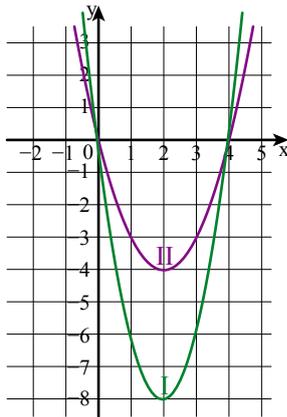




שיעור 3. המשפחה $a \neq 0, y = ax^2 + bx$ (המשך)

נתונות שתי פונקציות ריבועיות $y = x^2 - 4x$ $y = 2x^2 - 8x$
חני אמרה: לשתי הפונקציות אותן נקודות אפס ואותו ציר סימטריה.
 האם **חני** צודקת?

נמצא ציר סימטריה ונקודת של פרבולות מהמשפחה $a \neq 0, y = ax^2 + bx$.



1. נתייחס לפונקציות ממשימת הפתיחה.

בשרטוט הגרפים של הפונקציות $y = x^2 - 4x$ $y = 2x^2 - 8x$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה $y = 2x^2 - 8x$?

מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 - 4x$?

ג. מהו ציר הסימטריה של כל פרבולה?

ד. מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה $y = 2x^2 - 8x$?

מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה $y = x^2 - 4x$?

ה. השלימו **תעודות זהות** לפונקציות.



$y = x^2 - 4x$	$y = 2x^2 - 8x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
		סקיצה*
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		התחום שבו הפונקציה עולה
		התחום שבו הפונקציה יורדת
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

* סקיצה היא שרטוט בערך של הגרף על מערכת צירים לא משובצת וללא שנתות.



2. **אסתר** אמרה: הפרבולה היא צורה סימטרית, לכן ציר הסימטריה עובר דרך נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס. האם **אסתר** צודקת? הסבירו.



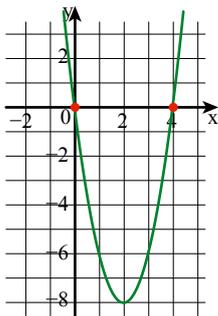
אפשר למצוא את **נקודות האפס** של פונקציה ריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx$, $a \neq 0$ בדרכים שונות.

דוגמה: מוצאים באמצעות טבלה, גרף או בדרך אלגברית את נקודות האפס $(0, 0)$ ו- $(4, 0)$ עבור

$$y = 2x^2 - 8x$$

								בטבלה
x	-2	-1	0	1	2	3	4	
$2x^2 - 8x$	24	10	0	-6	-8	-6	0	

בדרך גרפית



בדרך אלגברית

$$2x^2 - 8x = 0 \quad \text{פותרים את המשוואה}$$

$$2x(x - 4) = 0 \quad \text{מפרקים לגורמים}$$

$$2x = 0 \text{ או } x - 4 = 0 \quad \text{כלומר:}$$

$$x = 0 \text{ או } x = 4 \quad \text{מכאן:}$$

ציר הסימטריה של הפרבולה עובר דרך נקודת האמצע בין שתי **נקודות האפס**.

משלוש הדרכים מסיקים כי **ציר הסימטריה** הוא $x = 2$

באופן כללי: עבור פונקציה ריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)

$$\text{ציר הסימטריה הוא } x = \frac{-b}{2a}$$

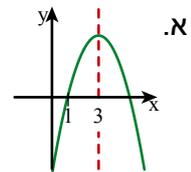
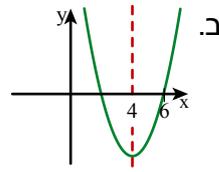
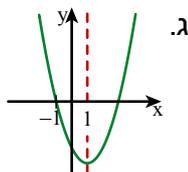
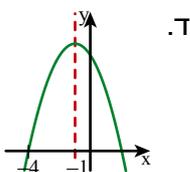
3. בכל סעיף מצאו את ציר הסימטריה של הפרבולה (חשבו תחילה את שיעורי נקודות האפס).

א. $y = x^2 + 8x$ ב. $y = -x^2 + 8x$ ג. $y = 2x^2 + 8x$ ד. $y = 2x^2 - 8x$

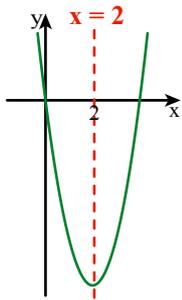
4. בכל פרבולה נתונה נקודת חיתוך אחת עם ציר x וציר הסימטריה.

(הקו המקווקו הוא ציר הסימטריה).

מצאו את שיעורי נקודת החיתוך השנייה עם ציר x.



שיעורי נקודת הקדקוד



5. **הדסה** רצתה למצוא את שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה $y = 4x^2 - 16x$.
הדסה אמרה: נתון שציר הסימטריה של הפונקציה הוא $x = 2$
 נקודת הקדקוד נמצאת על ציר הסימטריה,
 לכן כדי למצוא את שיעורי נקודת הקדקוד, נציב בפונקציה $x = 2$
 מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה $y = 4x^2 - 16x$?



נקודת הקדקוד של פרבולה נמצאת על ציר הסימטריה.
 כלומר, מזהים את שיעור x של הקדקוד בעזרת ציר הסימטריה.
 כדי למצוא את שיעור y של הקדקוד, מציבים בפונקציה את שיעור x של הקדקוד ומחשבים.
דוגמה: אם יודעים שציר הסימטריה של הפונקציה $y = 2x^2 - 12x$ הוא $x = 3$
 מציבים בפונקציה $x = 3$ ומקבלים $y = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3$
 כלומר $y = -18$ לכן שיעורי נקודת הקדקוד: $(3, -18)$
באופן כללי: עבור פונקציה ריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)
 שיעור x של **נקודת הקדקוד** הוא $x = \frac{-b}{2a}$

6. בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה (מצאו תחילה את ציר הסימטריה).
 א. $y = x^2 + 10x$ ב. $y = -x^2 + 10x$ ג. $y = 2x^2 + 8x$ ד. $y = 2x^2 - 8x$



אוסף משימות



1. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 16x$
 א. מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך עם ציר x)?
 ב. מהו ציר הסימטריה?
 ג. מה שיעורי נקודת הקדקוד?



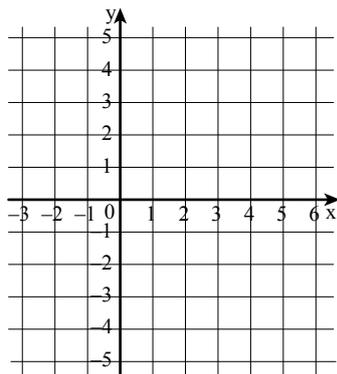
2. נתונה הפונקציה $y = -3x^2 + 12x$
 א. מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך עם ציר x)?
 ב. מהו ציר הסימטריה?
 ג. מה שיעורי נקודת הקדקוד?



3. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4x$

- מה שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס)?
- מהו ציר הסימטריה?
- מה שיעורי נקודת הקדקוד?
- השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2 - 4x$							



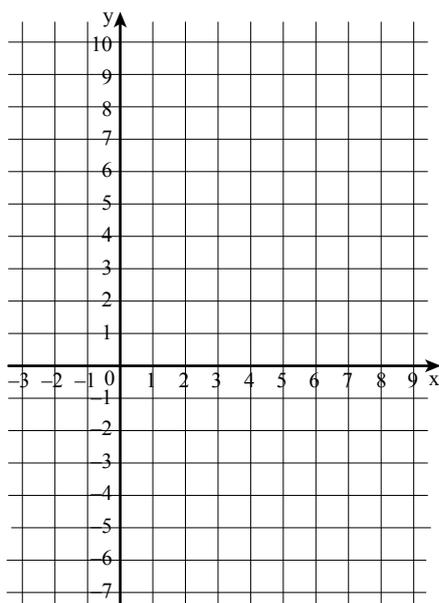
- סמנו את הנקודות במערכת הצירים, ושרטטו את גרף הפונקציה.
- באיזה תחום הפונקציה עולה?
- באיזה תחום הפונקציה יורדת?



4. נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 6x$

- מה שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס)?
- מהו ציר הסימטריה?
- מה שיעורי נקודת הקדקוד?
- השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$y = -x^2 + 6x$									



- סמנו את הנקודות במערכת הצירים, ושרטטו את גרף הפונקציה.
- באיזה תחום הפונקציה עולה?
- באיזה תחום הפונקציה יורדת?





5. השלימו תעודת זהות לפונקציה $y = 3x^2 - 12x$



$y = 3x^2 - 12x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
	סקיצה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x ($y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	התחום שבו הפונקציה עולה
	התחום שבו הפונקציה יורדת
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



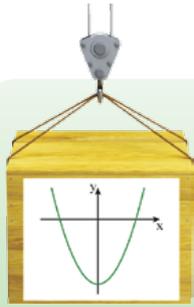
6. השלימו.

סוג הקדקוד (מינימום/מקסימום)	שיעורי נקודת הקדקוד	ציר הסימטריה	נקודות חיתוך עם ציר x	ייצוג אלגברי של הפונקציה	
				$y = 4x^2 + 8x$	א.
				$y = -4x^2 + 8x$	ב.
				$y = 4x^2 - 8x$	ג.
				$y = -4x^2 - 8x$	ד.



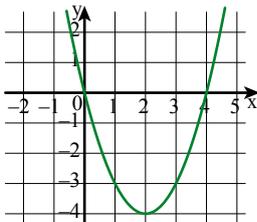
7. א. שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא $x = 5$ ואחת מנקודות האפס שלה היא $(0, 0)$.
 ב. שרטטו פרבולה נוספת כזו.
 ג. כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט? הסבירו.
 ד. תנו דוגמה לשתי פונקציות כאלה.

שיעור 4. המשפחה $a \neq 0, y = ax^2 + bx + c$



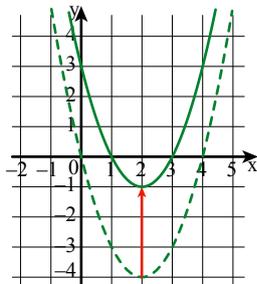
בשיעורים הקודמים חקרנו פונקציות ריבועיות מהמשפחה $a \neq 0, y = ax^2 + bx + c$ נדז את הגרפים של הפונקציה פעם למעלה ופעם למטה.

נכיר את הייצוגים האלגבריים המתאימים לפונקציות המוזזות ונחקר אותן.



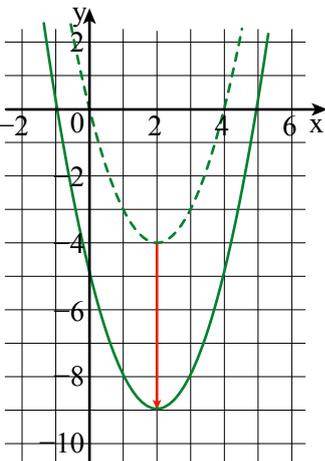
1. א. לפניכם גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x$

- שרטטו את ציר הסימטריה ורשמו את המשוואה שלו.
- מה שיעורי נקודת הקדקוד?
- מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ?



ב. הזזנו את הפרבולה $y = x^2 - 4x$ שלוש יחידות למעלה.

- איזה מבין הייצוגים הבאים הוא הייצוג האלגברי של הפונקציה לאחר ההזזה? הסבירו.
- $y = x^2 - 4x + 3$
- $y = x^2 - 4x - 3$
- מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה שהתקבלה?
- מהו ציר הסימטריה?
- מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ?



ג. הזזנו את הפרבולה $y = x^2 - 4x$ חמש יחידות למטה.

- מה הייצוג האלגברי של הפונקציה לאחר ההזזה?
- מה שיעורי נקודת הקדקוד?
- מהו ציר הסימטריה?
- מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y ?

ד. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $y = x^2 - 4x$ כדי שהיא לא תחתוך את ציר x ?



2. **עדינה** אמרה: לשתי הפונקציות $y = x^2 + 2x$ ו- $y = x^2 + 2x + 3$ יש אותו ציר סימטריה. האם **עדינה** צודקת? הסבירו.

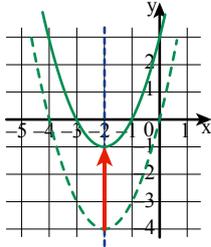


גרף הפונקציה הריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$ נוצר מהזזה **למעלה או למטה**

של גרף הפונקציה מהמשפחה $y = ax^2 + bx$ $a \neq 0$

זלזלה: אם מזיזים את גרף הפונקציה $y = x^2 + 4x$ ב-3 יחידות **למעלה**, מקבלים את גרף

הפונקציה $y = x^2 + 4x + 3$



• **ציר הסימטריה של הפונקציה $y = x^2 + 4x$** עובר דרך נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס.

נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 + 4x$ הן: $(-4, 0)$, $(0, 0)$.
לכן, ציר הסימטריה הוא $x = -2$.

ציר הסימטריה של $y = x^2 + 4x + 3$ **זהה** לציר הסימטריה של $y = x^2 + 4x$ ולכן גם הוא $x = -2$.

• **קדקוד הפרבולה $y = x^2 + 4x$** נמצא על ציר הסימטריה ושיעוריו $(-2, -4)$.
קדקוד הפרבולה לאחר ההזזה $y = x^2 + 4x + 3$ נמצא על אותו ציר סימטריה, זז ב-3 יחידות למעלה, לכן שיעוריו $(-2, -1)$.

• **נקודת החיתוך של הפרבולה $y = x^2 + 4x$** עם ציר y היא $(0, 0)$.
נקודת החיתוך של הפרבולה לאחר ההזזה $y = x^2 + 4x + 3$ היא $(0, 3)$ כי הפרבולה זזה **3 יחידות למעלה**.

אפשר למצוא את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y על-ידי הצבת $x = 0$ בייצוג האלגברי של הפונקציה.

כלומר כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $y = x^2 + 4x + 3$ עם ציר y מציבים $x = 0$ ומקבלים $y = 3$

באופן כללי: עבור פונקציה ריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
ציר הסימטריה הוא $x = -\frac{b}{2a}$ ולכן גם שיעור x של **קדקוד הפרבולה** הוא $-\frac{b}{2a}$

3. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 2x$

א. מהו ציר הסימטריה?

ב. הזזנו למעלה או למטה את גרף הפונקציה הנתונה.

השלימו טבלה.

שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y	ציר הסימטריה	הפונקציה	הזזה של גרף הפונקציה $y = x^2 - 2x$
$(0, 5)$	$x = 1$	$y = x^2 - 2x + 5$	5 יחידות למעלה
			5 יחידות למטה
			3 יחידות למעלה
			2 יחידות למטה

זלזלה:



4. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". הסבירו.

- א. ציר הסימטריה של גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 1$ הוא $x = 2$
- ב. ציר הסימטריה של גרף הפונקציה $y = 3x^2 + 6x + 4$ הוא $x = 1$
- ג. לשתי הפונקציות $y = x^2 + 2x - 1$ ו- $y = x^2 + 2x + 4$ אותו ציר סימטריה.
- ד. לשתי הפונקציות $y = 2x^2 + 4x + 1$ ו- $y = 4x^2 + 2x - 1$ אותו ציר סימטריה.
- ה. לשתי הפונקציות $y = 2x^2 - 6x$ ו- $y = 12x - 4x^2$ אותו ציר סימטריה.
- ו. לשתי הפונקציות $y = -x^2 + 4x + 2$ ו- $y = x^2 - 4x - 8$ אותו ציר סימטריה.



אוסף משימות



1. נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 8x$

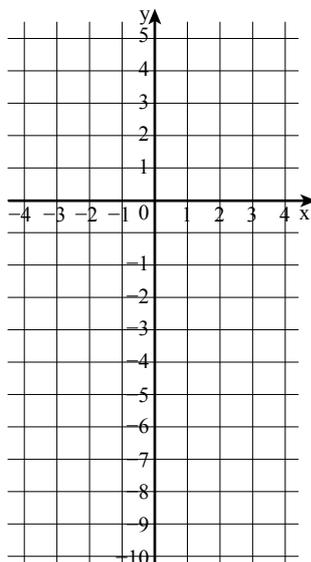
- א. מהו ציר הסימטריה?
- ב. מה שיעורי נקודת הקדקוד?
- ג. מאיזו הזזה של גרף הפונקציה הנתונה מקבלים את הפונקציה $y = -x^2 + 8x + 5$?
- ד. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה לאחר ההזזה? מה שיעורי נקודת הקדקוד שלה?
- ה. מה שיעורי נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר y ?



2. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 2x - 8$

- א. מהו ציר הסימטריה? (מצאו תחילה את נקודות האפס של גרף הפונקציה $y = x^2 - 2x - 8$.)
- ב. מה שיעורי נקודת הקדקוד? האם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- ג. השלימו טבלה.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = x^2 - 2x - 8$							



ד. סמנו את הנקודות במערכת הצירים ושרטטו את הפרבולה.

ה. מצאו על-פי הגרף:

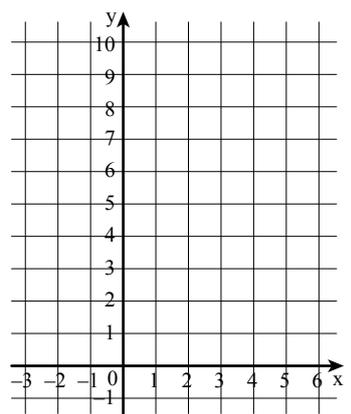
- מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?
- מהו התחום שבו הפונקציה עולה?
- מהו התחום שבו הפונקציה יורדת?
- עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה חיוביים?
- עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה שליליים?



3. נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 4x + 5$

- א. מהו ציר הסימטריה?
 ב. מה שיעורי נקודת הקדקוד? האם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
 ג. השלימו טבלה.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = -x^2 + 4x + 5$							



- ד. סמנו את הנקודות במערכת הצירים ושרטטו את הפרבולה.
 ה. מצאו על-פי הגרף:
 - מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?
 - מהו התחום שבו הפונקציה עולה?
 - מהו התחום שבו הפונקציה יורדת?
 - עבור אילו ערכים של x , ערכי הפונקציה חיוביים?
 - עבור אילו ערכים של x , ערכי הפונקציה שליליים?



4. חברו כל פונקציה לציר הסימטריה שלה.

- | | | |
|------------|---|-----------------------|
| $x = 1$ | • | א. $y = x^2 + 3x$ |
| | | ב. $y = 2x^2 + 4x$ |
| $x = 1.5$ | • | ג. $y = 4x^2 - 12x$ |
| | | ד. $y = -2x^2 + 4x$ |
| $x = 0$ | • | ה. $y = 4x^2 + 8$ |
| | | ו. $y = 3x^2 + 6x$ |
| $x = -1$ | • | ז. $y = x^2 + 3x - 2$ |
| | | ח. $y = x^2 - 3x$ |
| | | ט. $y = x^2 + 2x + 1$ |
| $x = -1.5$ | • | י. $y = -6x^2 + 12$ |



5. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 16x + 14$

- מה שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר y ?
 - מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?
 - מה שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה?
- האם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?



6. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון".

- נקודת החיתוך של הפונקציה $y = x^2 + 2x - 3$ עם ציר y היא $(0, -3)$.
- נקודת החיתוך של הפונקציה $y = 3x^2 - 6x + 4$ עם ציר y היא $(4, 0)$.
- שתי הפונקציות $y = 2x^2 + 6x - 1$ ו- $y = x^2 - x - 1$ חותכות את ציר y באותה נקודה.



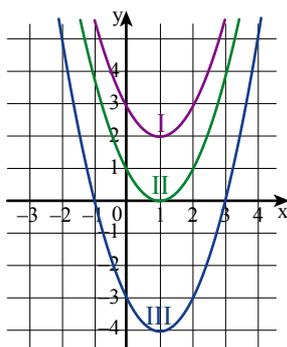
7. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

התאימו גרף לכל פונקציה.
הסבירו כיצד התאמתם.



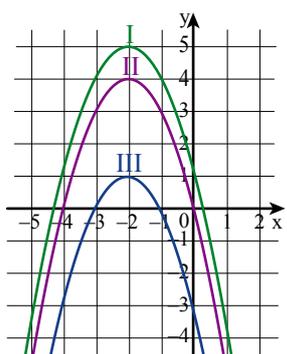
8. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = -x^2 - 4x$$

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

$$y = -x^2 - 4x + 1$$

התאימו גרף לכל פונקציה.
הסבירו כיצד התאמתם.



9. בכל סעיף רשמו פונקציה ריבועית מתאימה ושרטטו סקיצה.

- לפונקציה קדקוד מינימום ואין לה נקודות חיתוך עם ציר x .
- לפונקציה קדקוד מקסימום ויש לה נקודת משותפת אחת עם ציר x .
- לפונקציה שתי נקודות חיתוך עם ציר x .

שיעור 5. בעיות מילוליות ונקודות קיצון

משימה אוריינית



מחבל שאורכו 20 ס"מ אפשר ליצור מלבנים שונים.

למשל המלבנים הבאים:

(השרטוטים הם להדגמה.)



9 ס"מ



6 ס"מ



3 ס"מ

חשבו לכל מלבן שאורך צלעו נתון:

א. את אורך הצלע הסמוכה.

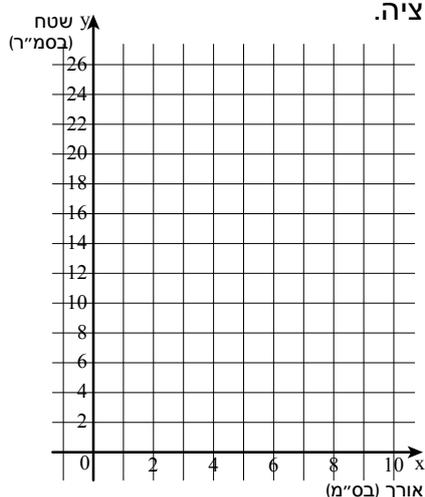
ב. את שטח המלבן.

נפתור בעיות מילוליות ונמצא ערכים מקסימיים ומינימליים של ביטויים ריבועיים.

במשימות 1 - 5 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. הציעו מידות מתאימות לאורכי צלעות של מלבנים שאפשר ליצור מחבל שאורכו 20 ס"מ.
2. בכל סעיף קבעו: האם ייתכן כי אורך צלע אחת של מלבן כזה תהיה באורך הרשום? הסבירו.
א. 5 ס"מ ב. 10 ס"מ ג. 1 ס"מ ד. 5.5 ס"מ ה. 12 ס"מ
3. נסמן ב- x (ס"מ) את אורך אחת הצלעות של המלבן.
א. מיכל אמרה: אורך הצלע האחרת של המלבן $(10 - x)$ ס"מ.
האם מיכל צודקת? הסבירו.
ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
ג. רשמו ביטוי אלגברי לשטח המלבן.
4. הפונקציה $y = -x^2 + 10x$ המתארת את שטח המלבן y (בסמ"ר).
א. השלימו טבלה.

x אורך צלע (ס"מ)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y שטח המלבן (סמ"ר)											



ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים ושרטטו את גרף הפונקציה.

ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?

ד. מה שיעורי הקדקוד? האם הקדקוד מינימום או מקסימום?

ה. קראו מהגרף:

אם $x = 2$, מה שטח המלבן?

אם שטח המלבן 21 סמ"ר, מה אורך צלע המלבן (x) ?

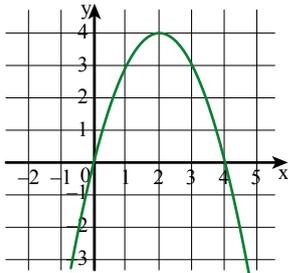
ו. מה צריך להיות אורך צלע המלבן (x) ,

כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

איך נקרא מלבן כזה?



5. א. מה תחום העלייה של הפונקציה?
 ב. מה תחום הירידה של הפונקציה?
 ג. מה המשמעות של תחומי העלייה והירידה במשימת הפתיחה?



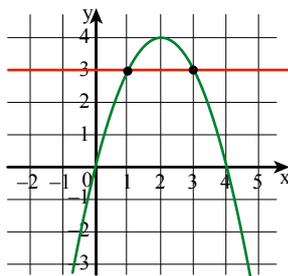
6. לפניכם גרף הפונקציה $y = -x^2 + 4x$. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

- א. $-x^2 + 4x = 0$
 ב. $-x^2 + 4x = 3$
 ג. $-x^2 + 4x = 5$



תזכורת

- גרף של פונקציה ריבועית מהמשפחה $y = ax^2 + bx$ (אם $a \neq 0$) הוא פרבולה. אם $a > 0$ לפרבולה קדקוד מינימום, אם $a < 0$ לפרבולה קדקוד מקסימום.



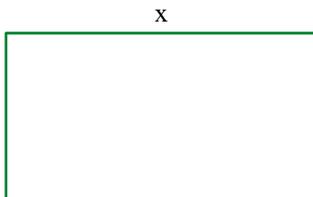
- מציאה: לגרף הפונקציה $y = -x^2 + 4x$ במשימה 6 יש קדקוד מקסימום. אפשר לפתור את המשוואה $-x^2 + 4x = 3$ בדרך גרפית.

משרטטים באותה מערכת צירים את הפרבולה $y = -x^2 + 4x$ ואת הישר $y = 3$

פתרונות המשוואה הם שיעורי x של נקודות החיתוך של הפרבולה והישר ($x = 1$ או $x = 3$).



אוסף משימות



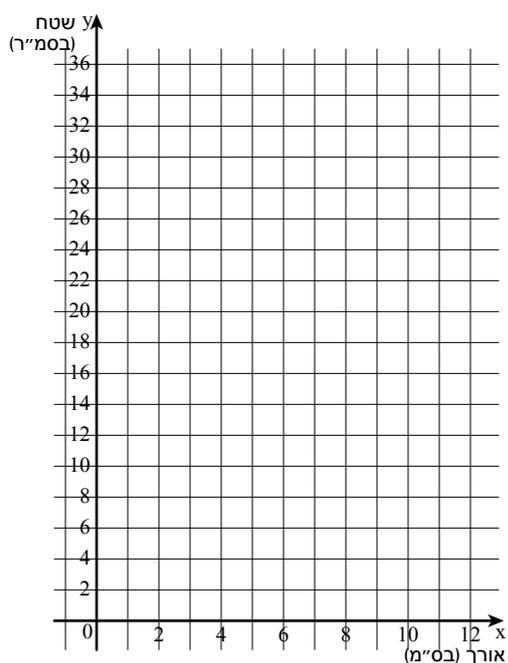
1. היקף מגרש מלבני 40 מטרים. אורך אחת מצלעות המלבן x מטרים. (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות במטרים).
 א. רשמו ביטוי אלגברי לאורך הצלע השנייה (במטרים).
 ב. אילו ערכים מתאימים ל-x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ג. הפונקציה המתארת את שטח המלבן y (במ"ר) היא $y = -x^2 + 20x$. בדקו.
 ד. מהו ציר הסימטריה של גרף הפונקציה $y = -x^2 + 20x$?
 ה. מה שיעורי נקודת הקדקוד? האם הוא מינימום או מקסימום?



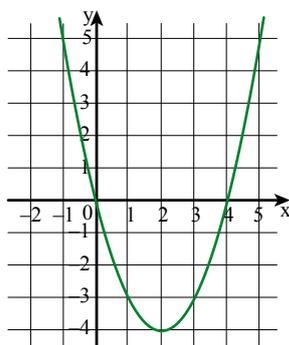
2. היקף מלבן 24 ס"מ.

- נסמן ב- x את אורך אחת הצלעות של המלבן (בס"מ), וב- y את שטח המלבן (בסמ"ר).
- א. רשמו ביטוי אלגברי לאורך הצלע השנייה של המלבן (בס"מ).
- ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ג. הפונקציה $y = -x^2 + 12x$ מתארת את שטח המלבן y (בסמ"ר). השלימו טבלה.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y													



- ד. סמנו את הנקודות במערכת הצירים, ושרטטו את גרף הפונקציה.
- ה. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?
- ו. מה שיעורי הקדקוד?
- ז. קראו מהגרף: האם הקדקוד הוא מינימום או מקסימום?
- ח. אם $x = 10$ ס"מ, מה שטח המלבן?
- ט. אם שטח המלבן 32 סמ"ר, מה אורך צלע המלבן (x) ?
- י. מה צריך להיות אורך צלע המלבן (x) , כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי? איך נקרא מלבן כזה?



3. לפניכם גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x$

פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

- א. $x^2 - 4x = 0$
- ב. $x^2 - 4x = 5$
- ג. $x^2 - 4x = -3$
- ד. $x^2 - 4x = -4$

4. מספר אחד גדול ממספר אחר ב- 8.

- כופלים את המספרים זה בזה.
- מהם המספרים אם המכפלה מינימלית?



שומרים על כושר

פונקציה קווית

1. ממלאים במים שתי ברכות.

- הישרים במערכת הצירים מתארים את השתנות נפח המים בכל ברכה.
 א. איזה מהישרים מתאר ברכה המתמלאת בקצב מהיר יותר? הסבירו.
 ב. הייצוגים האלגבריים של הישרים הם:

$$y = 100x + 200$$

$$y = 50x + 300$$

התאימו ייצוג אלגברי לישר.

ג. כמה מ"ק מים נכנסים לכל ברכה בשעה?

ד. מה שיעורי הנקודה B?

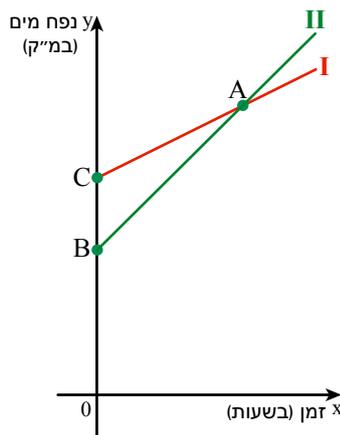
מה משמעות נקודה זו?

ה. מה שיעורי הנקודה C?

מה משמעות נקודה זו?

ו. שני הישרים נחתכים בנקודה A. מצאו את שיעוריה.

מה משמעות הנקודה A שמצאתם?



2. כל אחד מהישרים במערכת הצירים מתאר את השתנות נפח המים בברכה.

א. איזה ישר מתאר ברכה מתמלאת?

איזה ישר מתאר ברכה מתרוקנת?

ב. הייצוגים האלגבריים של הישרים הם:

$$100x + y = 400$$

$$y = 50x + 100$$

התאימו ייצוג אלגברי לישר.

ג. מה שיעורי הנקודה B?

מה משמעות נקודה זו?

ד. מה שיעורי הנקודה C?

מה משמעות נקודה זו?

ה. שני הישרים נחתכים בנקודה A.

מצאו את שיעוריה.

מה משמעות נקודה זו?

ו. מצאו שיעורי הנקודה D.

מה משמעות נקודה זו?

