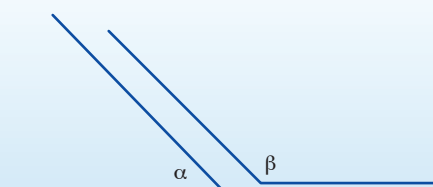


יחידה 32: יחס סדר והוכחות בדרך השלילה

שיעור 1. זווית חיצונית למשולש



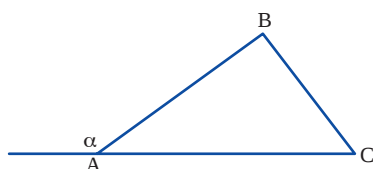
נתונות שתי זוויות α ו- β .

האם אפשר לבנות משולש, כך ש- α ו- β הן שתיים מזוויותיו החיצוניות?

נחקור קשרים בין זוויות פנימיות במשולש לזוויות חיצוניות למשולש.



תזכורת



זווית הצמודה לאחת מזוויות המשולש נקראת **זווית חיצונית למשולש**.

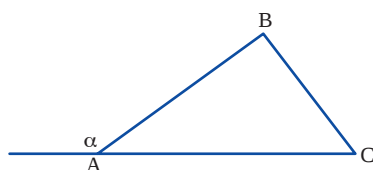
זלזל: בשרטוט α היא זווית חיצונית למשולש ABC.

1. בכל סעיף שרטטו משולש מתאים.

א. הזווית החיצונית גדולה מהזווית הפנימית הצמודה לה.

ב. הזווית החיצונית שווה בגודלה לזווית הפנימית הצמודה לה.

ג. הזווית החיצונית קטנה מהזווית הפנימית הצמודה לה.



2. א. **טענה** זווית חיצונית למשולש שווה בגודלה לסכום הגדלים של שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

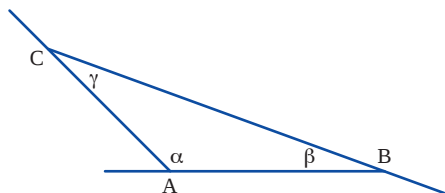
קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט והוכיחו.

ב. **מסקנה:** זווית חיצונית למשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה. הסבירו את המסקנה.



טענה זווית חיצונית למשולש שווה בגודלה לסכום הגדלים של שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

מסקנה מהמשפט: זווית חיצונית למשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה.



3. במשולש ABC משורטטת זווית חיצונית אחת ליד כל קדקוד.

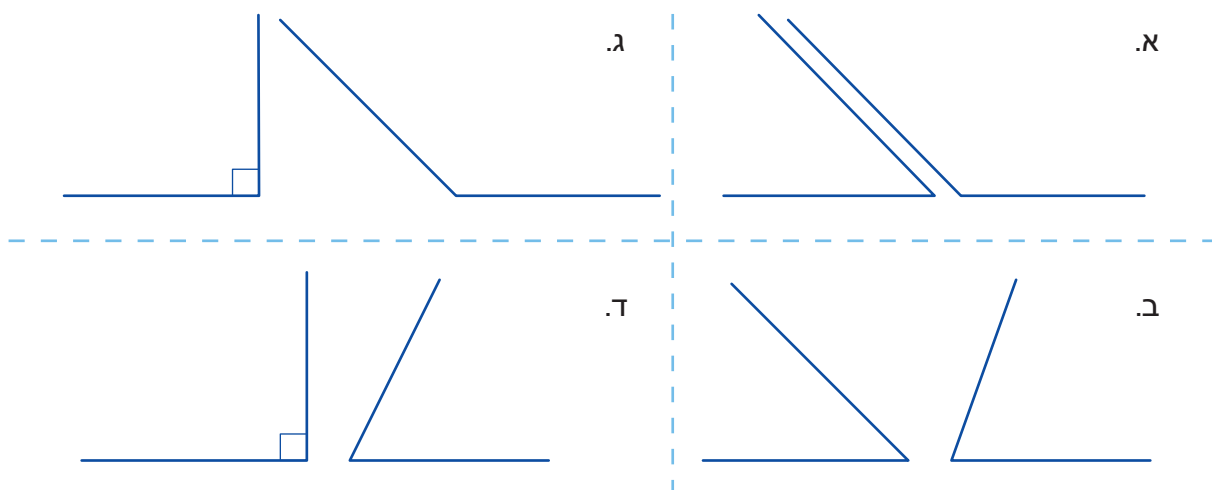
א. בטאו כל זווית חיצונית באמצעות הזווית הפנימית הצמודה לה.

ב. מצאו את סכום הגדלים של שלוש הזוויות החיצוניות.

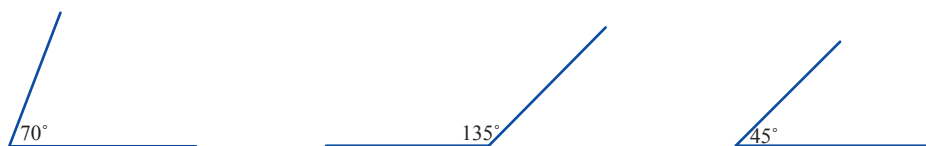


4. נחזור למשימת הפתיחה ונרחיב אותה.

בכל סעיף קבעו אם שתי הזוויות המשורטטות, יכולות להיות שתי זוויות חיצוניות לאותו משולש. נמקו.



5. נתונות שלוש זוויות.

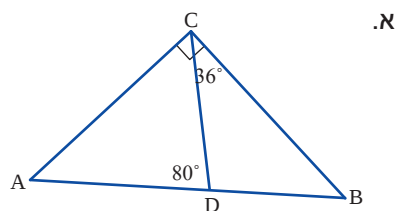
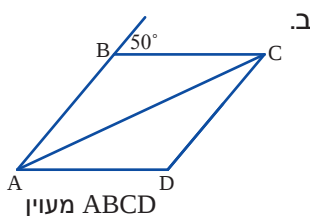
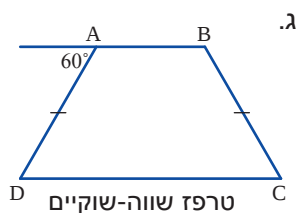


א. רק שתיים מהזוויות האלה יכולות להיות זוג זוויות חיצוניות לאותו משולש. אילו הן? הסבירו.

ב. בנו $\triangle ABC$ כך ששתי הזוויות החיצוניות הן בגודל הזוויות החיצוניות שבחרתם בסעיף א.



1. בכל סעיף חשבו את הגדלים של כל הזוויות.



2. במשימה מתייחסים לזווית חיצונית אחת ליד כל קדקוד של המשולש. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש, אם אפשר. אם אי-אפשר הסבירו.
- א. המשולש ישר-זווית, ואחת מזוויותיו החיצוניות בת 125° .
 - ב. המשולש בעל זווית אחת בת 42° וזווית חיצונית אחת בת 80° .
 - ג. המשולש בעל זווית חיצונית אחת בת 95° וזווית חיצונית שנייה בת 112° .
 - ד. המשולש בעל זווית אחת בת 140° וזווית חיצונית אחת בת 40° .



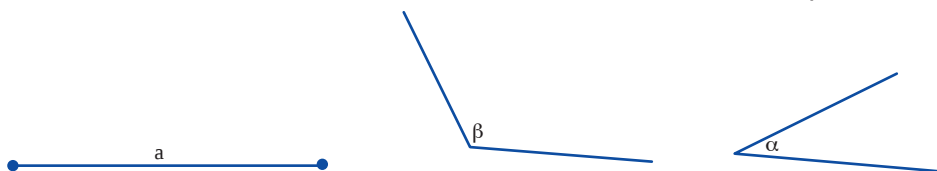
3. במשימה מתייחסים לזווית חיצונית אחת ליד כל קדקוד של המשולש. קבעו אם הטענות נכונות, והסבירו.
- א. אם למשולש יש זווית חיצונית קהה, אז המשולש חד-זווית.
 - ב. אם למשולש יש שתי זוויות חיצוניות קהות, אז המשולש חד-זווית.
 - ג. אם למשולש יש שלוש זוויות חיצוניות קהות, אז המשולש חד-זווית.



4. במשימה מתייחסים לזווית חיצונית אחת ליד כל קדקוד של המשולש. קבעו אם הטענות נכונות, והסבירו.
- א. סכום הגדלים של שתי זוויות חיצוניות למשולש שווה ל- 180° .
 - ב. סכום הגדלים של שתי זוויות חיצוניות למשולש גדול מ- 180° .
 - ג. סכום הגדלים של שתי זוויות חיצוניות למשולש קטן מ- 180° .



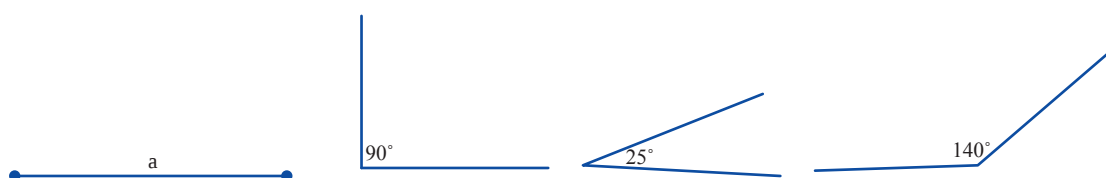
5. נתונות זוויות α ו- β , וקטע a .



בנו $\triangle ABC$ שבו אורך הצלע BC כאורך הקטע a , גודל $\angle B$ כגודל אחת הזוויות הנתונות וגודל הזווית החיצונית בקדקוד C כגודל הזווית הנתונה השנייה. קבעו תחילה איזו משתי הזוויות היא הזווית הפנימית ואיזו הזווית החיצונית, והסבירו.



6. נתונות שלוש זוויות וקטע. שתיים מהזוויות האלה הן זוויות חיצוניות למשולש ABC .



א. רק שתיים מהזוויות האלה יכולות להיות שתי זוויות חיצוניות לאותו משולש. אילו הן? הסבירו.
ב. בנו $\triangle ABC$ שבו אורך הצלע BC כאורך הקטע a , ושתי הזוויות החיצוניות בקדקודים B ו- C הן בגדלים של הזוויות החיצוניות שבחרתם בסעיף א.
כמה משולשים המתאימים לנתונים אפשר לבנות? הסבירו.

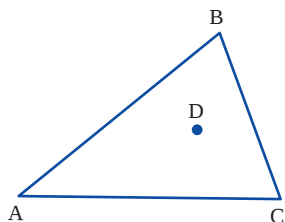


7. נקודה כלשהי בתוך משולש ABC

האם $\angle ADC$ גדולה מ- $\angle B$, קטנה מ- $\angle B$, או שווה בגודלה ל- $\angle B$?

הוכיחו.

(רמז: שרטטו ישר דרך הנקודות B, D .)



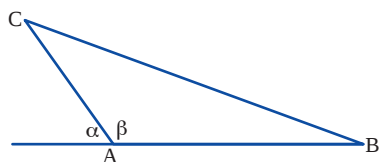
8. משולש ABC

α זווית חיצונית הצמודה ל- $\angle CAB$
בכל סעיף קבעו: $>$, $<$, $=$ ונמקו.

א. α $\angle B + \angle C$ ב. α $\angle B$ ג. α $\angle C$



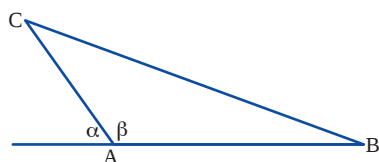
9. משולש ABC נ/נ/



- α זווית חיצונית הצמודה ל- $\angle A$
 קבעו נכון או לא נכון ונמקו.
 א. $\alpha + \beta = 180^\circ$
 ב. $\alpha + \angle B = 180^\circ$
 ג. $\alpha = \angle B + \angle C$



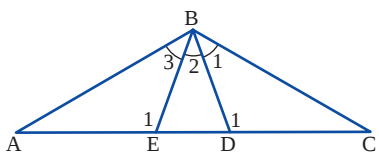
10. במשולש ABC נ/נ/



- α זווית חיצונית הצמודה ל- $\angle A$
 קבעו נכון או לא נכון ונמקו.
 א. $\beta > 180^\circ - \alpha$
 ב. $180^\circ + \beta = \angle B + \angle C$
 ג. $\alpha - \angle B = \angle C$



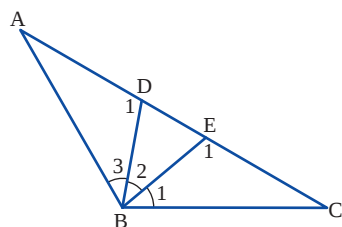
11. משולש ABC נ/נ/



- $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$
 $\angle D_1 = \angle E_1$
 א. הוכיחו: משולש BED שווה-שוקיים
 ב. מהו סוג המשולש ABC? הוכיחו.

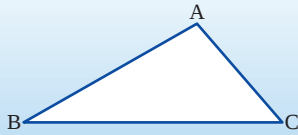


12. נ/נ/ $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$



- $\angle B_1 = \alpha$
 $\angle D_1 = \angle E_1$
 א. רק אחד מהמקרים הבאים אפשרי. איזה הוא? הסבירו.
 $\angle E_1 = 2\alpha$ (1) $\angle E_1 = 1.5\alpha$ (2) $\angle E_1 = 2.5\alpha$ (3)
 ב. מהו הערך של α המתאים למקרה האפשרי?
 ג. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש ABC.

שיעור 2. יחס סדר בין אורכי צלעות של משולש לגודל זוויותיו



נתון: $AB \neq AC$
האם אפשר להסיק: $\angle B \neq \angle C$?

נעסוק בקשרים בין אורכי צלעות במשולש ובין גודל זוויותיו.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

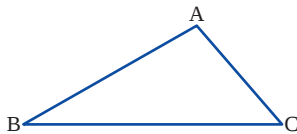
$AB \neq AC$ נכון

$\angle B \neq \angle C$ נכון

הוכחה: נניח שהמשפט **אינו נכון**, כלומר: $\angle B = \angle C$

א. הסבירו מדוע הנחה זו היא בסתירה לנתון.

ב. האם אפשר להסיק מכך: $\angle B \neq \angle C$?



טענה אם במשולש שתי צלעות **שונות** באורכן, אז הזוויות שמולן **שונות** בגודלן.

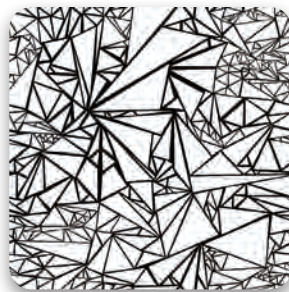
במשימה 1 הוכחנו משפט זה **בדרך השלילה**.

בהוכחה בדרך השלילה עובדים לפי השלבים הבאים:

- בודקים את האפשרות שהמשפט **אינו** נכון.
 - בודקים מה התוצאות של אפשרות כזו.
 - אם תוצאה כלשהי מובילה לסתירה, אז מסיקים שההנחה (שהמשפט **אינו** נכון) אינה נכונה.
- דרך ההוכחה הזו נקראת **הוכחה בדרך השלילה** כי אנו שוללים את האפשרות שהמשפט **אינו** נכון.

2. בכל סעיף קבעו אם הטענה הרשומה נכונה **והוכיחו**.

- א. אם במשולש שתי צלעות שונות באורכן, אז המשולש אינו שווה-שוקיים.
- ב. אם במשולש שתי זוויות שונות בגודלן, אז הצלעות מול הזוויות האלה שונות באורכן.
- ג. אם במשולש שתי זוויות שונות בגודלן, אז המשולש אינו שווה-שוקיים.
- ד. אם במשולש כל הצלעות שונות באורכן, אז כל הזוויות במשולש שונות זו מזו בגודלן.

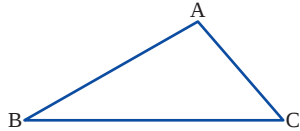




3. במשימה 1 הוכחנו שבמשולש מול צלעות **שונות** באורכן נמצאות זוויות **שונות** בגודלן. ננסח כמשפט ונוכיח כי במשולש מול הצלע הארוכה יותר נמצאת הזווית הגדולה יותר.

משפט

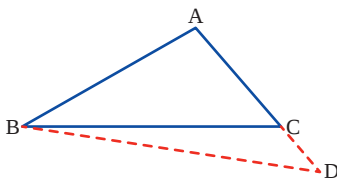
אם במשולש צלע אחת **ארוכה** מצלע שנייה, אז הזווית שמול הצלע הארוכה יותר **גדולה** מהזווית שמול הצלע הקצרה יותר.



$$AB > AC \quad \text{ניתן}$$

$$\angle C > \angle B \quad \text{צ"ל}$$

הוכחה: העתיקו את השרטוט, המשיכו את AC עד נקודה D כך ש: $AB = AD$, וחברו בקו את D עם B.



א. לפניכם ההוכחה. הוסיפו נימוקים.

טענה **נימוק**

$$\angle D = \angle ABD$$

$$\angle ACB > \angle D$$

$\Downarrow$

$$\angle ACB > \angle ABD$$

$$\angle ABD > \angle ABC$$

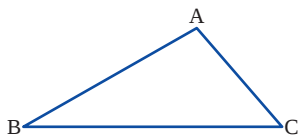
$\Downarrow$

$$\angle ACB > \angle ABC$$

ב. נסחו משפט הפוך למשפט שהוכחתם בסעיף א.

ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט ההפוך, והוכיחו.

(רמז: ההוכחה בדרך השלילה.)



נניח שהמשפט **אינו** נכון. כלומר $AB = AC$ או $AB < AC$ הסבירו מדוע האפשרויות האלה סותרות את הנתון.



אם במשולש זווית אחת **גדולה** מזווית שנייה, אז הצלע מול הזווית הגדולה יותר **ארוכה** מהצלע מול הזווית הקטנה יותר.

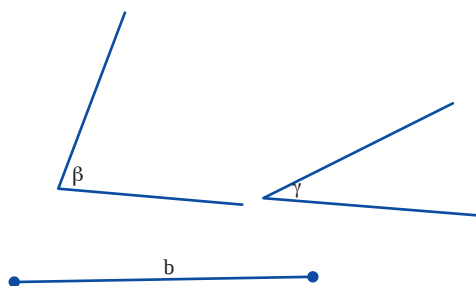
הפוך להוכחה

אם במשולש צלע אחת **ארוכה** מצלע שנייה, אז הזווית מול הצלע הארוכה יותר **גדולה** מהזווית מול הצלע הקצרה יותר.

4. **משפט** במשולש ישר-זווית האורך של כל ניצב קטן מאורך היתר.

בעבר הוכחנו משפט זה באמצעות משפט פיתגורס.

הוכחה את המשפט שנית, כמסקנה מהמשפטים שהוכחנו כאן.

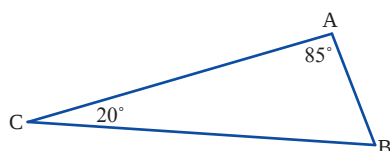


5. נתון קטע b ושתי זוויות β ו- γ .
 בונים משולש ABC שבו אורך הצלע AC כאורך הקטע b , גודל הזווית B כגודל הזווית β , וגודל הזווית C כגודל הזווית γ .
 א. שרטטו שרטוט להדגמת הנתונים.
 ב. בנו את המשולש ותארו את הבנייה.
 ג. איזו צלע ארוכה יותר:
 הצלע מול זווית β או הצלע מול זווית α ? נמקו.

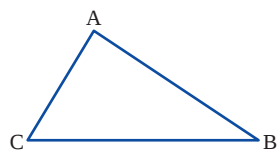


אוסף משימות

השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. אורכי הצלעות במשולש ABC הם: 10 ס"מ, 3.43 ס"מ, 9.7 ס"מ.
 זהו את אורכה של כל צלע.



2. משולש ABC שבו מתקיים: $CB > AB > CA$ נכון

- א. מהי הזווית הגדולה במשולש? נמקו.
 ב. מהי הזווית הקטנה במשולש? נמקו.



3. $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$) נכון

$$\angle A = 52^\circ$$

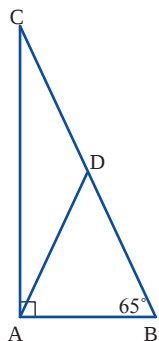
איזו צלע ארוכה יותר, הבסיס או השוק? נמקו.



4. נתון/ AD תיכון ליתר במשולש ABC

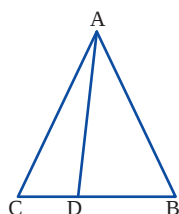
$$\angle B = 65^\circ$$

- חשבו את הגדלים של כל הזוויות.
- מי גדול יותר, הניצב AB או התיכון AD. נמקו.
- מי גדול יותר, הניצב AC או התיכון AD. נמקו.



5. הגדלים של הזוויות במשולש שווה-שוקיים הם: 120° , 30° .

אורכי שתיים מצלעותיו 15 ס"מ ו- 8.66 ס"מ.
מה אורכה של הצלע השלישית? נמקו.



6. נתון/ $\triangle ABC$ שווה-שוקיים

D נקודה כלשהי על הבסיס BC

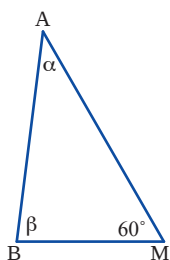
- האם $AD < AB$ או $AD > AB$ או $AD = AB$? הוכיחו.
- האם תשובתכם תשתנה אם D נמצאת על המשך BC, מימין ל-B? הסבירו.



7. נתון/ $\angle M = 60^\circ$

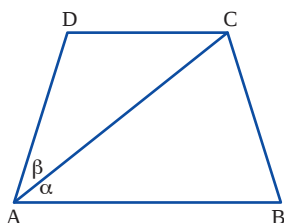
$$AB > BM$$

- האם $\alpha = \beta$? הסבירו.
- אם לא, איזו זווית גדולה יותר: α או β ? הוכיחו.



8. נתון/ $AB \parallel DC$

- בכל סעיף בדקו אם אורך DC גדול, קטן או שווה לאורך AD. הוכיחו.
- $\beta > \alpha$
- $\beta = \alpha$

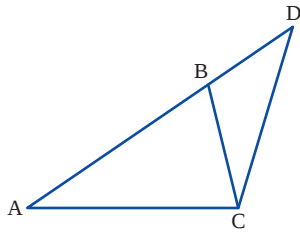




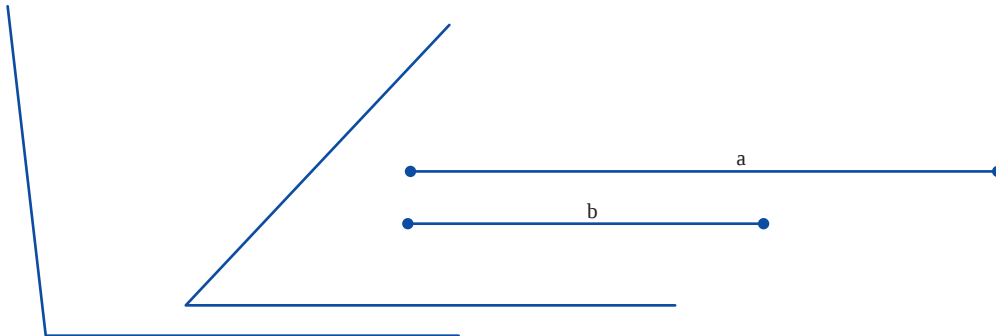
9. א. $BC < AB$ נכון

הוכיחו: $AD > DC$

- ב. כתבו טענה הפוכה לזו שבסעיף א.
ג. האם הטענה שרשמתם בסעיף ב נכונה?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



10. נתונים שני קטעים ושתי זוויות.



רוצים לבנות משולש ABC לפי אורכי שתי הצלעות הנתונים והגדלים של שתי הזוויות שמולן.

- א. - שרטטו שרטוט להדגמת הנתונים.
- איזו זווית צריכה להיות מול הצלע שאורכה a? הסבירו. סמנו אותה באות α .
- סמנו את הזווית שמול הצלע b באות β .
ב. בנו את המשולש. (רמז: בנו תחילה את הזווית השלישית של המשולש).
ג. בדקו אם הנתון שבו לא השתמשתם מתאים למה שהתקבל במשולש.

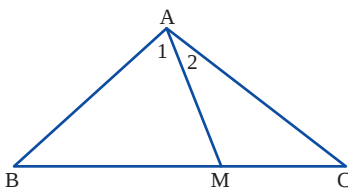


11. נכון M נקודה על קטע BC

$$BM = BA$$

$$\angle A_1 > \angle A_2$$

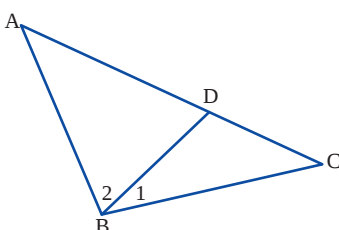
הוכיחו: א. $AC > AM$ ב. $BC > AB$



12. נכון $AD = AB$ (ראו שרטוט)

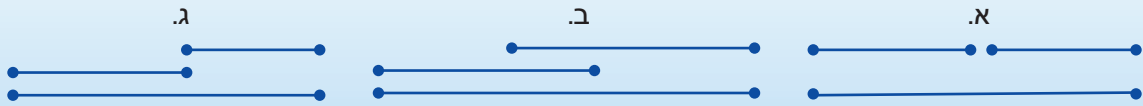
$$\angle B_2 > \angle B_1$$

- א. הוכיחו: $\angle B_2 > \angle B_1$
ב. האם אפשר להסיק כי $BC > DC$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית והסבירו.
ג. האם אפשר להסיק כי $AD > DC$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית והסבירו.



שיעור 3. צלעות במשולש

לפניכם שלושה מקבצים שבכל אחד מהם שלושה קטעים. לכל מקבץ נסו לבנות, באמצעות סרגל ומחוגה, משולש שאורכי צלעותיו כאורכי כל אחד משלושת הקטעים הנתונים.



נעסוק בקשרים בין אורכי צלעות במשולש.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה. מאילו שלושה קטעים הצלחתם לבנות משולש? הסבירו.

2. סכום אורכי שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית.

נוכיח משפט זה:

$\triangle ABC$ נתון

$AB + AC > BC$ צ"ל

הוכחה:

בניית עזר: $AD \perp BC$

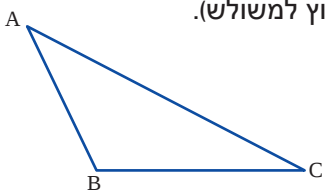
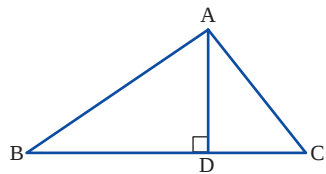
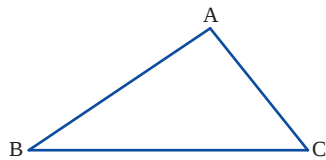
א. רשמו נימוקים, והשלימו את ההוכחה:

_____ $BD < AB$

_____ $CD < AC$

↓

⋮

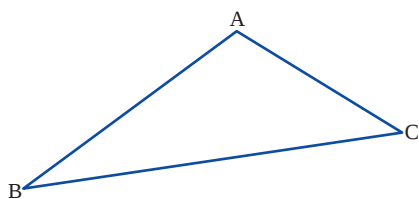


ב. בדקו אם $AB + AC > BC$ גם כשהמשולש קהה-זווית (והגובה עובר מחוץ למשולש).



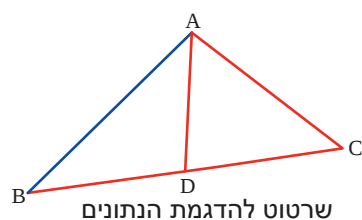
סכום אורכי שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית.



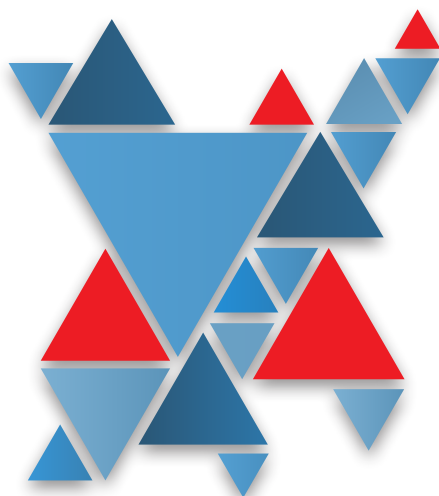


3. לפניכם טבלה. בכל שורה רשומים אורכי צלעות וגדלים של זוויות, שמהם אי-אפשר לבנות משולש. נמקו.
- אורכי הצלעות נתונים בס"מ.
(המשולש בשרטוט מדגים איזו זווית נמצאת מול כל אחת מהצלעות).

$\angle C$	$\angle B$	$\angle A$	AB	AC	BC	
82°	60°	38°	17	10	5	א.
40°	30°	125°	30	22	35	ב.
50°	30°	100°	14	18	30	ג.
40°	40°	100°	25	30	25	ד.
110°	40°	30°	30	18	18	ה.



4. נתונים שלושה קטעים.
- בנו משולש ABC כך שאורך שתיים מצלעותיו (BC ו-AC) יהיה כאורך שניים מהקטעים הנתונים, ואורך התיכון לצלע BC יהיה כאורך הקטע השלישי.
- קבעו תחילה איזה משלושת הקטעים הנתונים הוא באורך הצלע BC. הסבירו וסמנו אותו ב- a, ואז סמנו את שני הקטעים האחרים ב- b ו- c.





אוסף משימות

השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בכל סעיף נתונים אורכים של שלושה קטעים.
אילו משלושת הקטעים יכולים להיות צלעות של משולש?

א. 18, 5, 15 ב. 5, 6, 12 ג. 12, 12, 4 ד. 10, 10, 30



2. נתונים האורכים (בס"מ) של 5 קטעים: 5, 4, 3, 2, 2.
מצאו אילו 3 קטעים יכולים להיות אורכי צלעות של משולש (רשמו את כל הפתרונות האפשריים). הסבירו.



3. א. במשולש שווה-שוקיים אורכי שתי צלעות הם: 14 ס"מ ו-28 ס"מ.
איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.
ב. במשולש שווה-שוקיים אורכי שתי צלעות הם: 15 ס"מ ו-7 ס"מ.
איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.

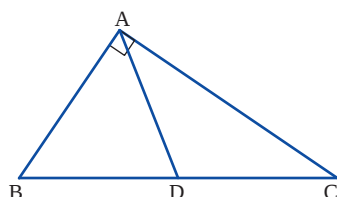


4. **ניתן/** AD תיכון ליתר במשולש ישר-זווית ABC

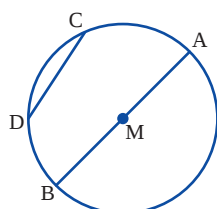
א. **הוכיחו:** $2AD = BC$

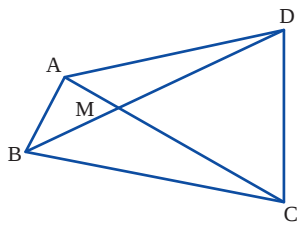
(**רמז:** השתמשו במשפט על התיכון ליתר במשולש ישר-זווית).

ב. **הוכיחו:** $2AD < AB + AC$



5. **הוכיחו:** הקוטר הוא הארוך ביותר מכל המיתרים במעגל.
רשמו תחילה מה נתון ומה צריך להוכיח.
(**רמז:** חברו את D ו-C עם מרכז המעגל).





6. בשרטוט מרובע קמור ABCD.

א. הוכיחו: סכום אורכי האלכסונים גדול ממחצית היקף המרובע

ב. הוכיחו: סכום אורכי האלכסונים קטן מהיקף המרובע

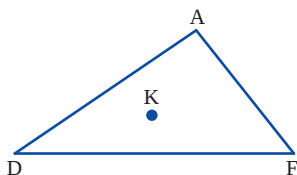


7. נתונים שלושה קטעים a, b, c.



בנו משולש שבו שתי צלעות תהיינה כאורך שניים מהקטעים הנתונים, והגובה לצלע השלישית יהיה כאורך הקטע השלישי.

שרטטו תחילה שרטוט להדגמת הנתונים וקבעו איזה משלושת הקטעים הנתונים צריך להיות כאורך הגובה. הסבירו וסמנו אותו ב-h.



8. K היא נקודה כלשהי בתוך משולש DFA

א. הוכיחו:

סכום המרחקים של נקודה K

מקדקודי המשולש גדול ממחצית היקף המשולש.

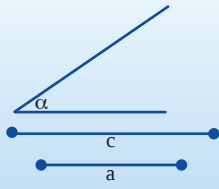
ב. בדקו אם הטענה נכונה, כאשר הנקודה K על אחת הצלעות.

ג. בדקו אם הטענה נכונה, כאשר הנקודה K מחוץ למשולש.



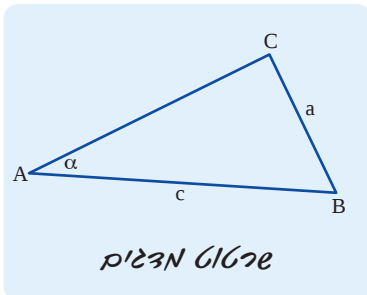
שיעור 4. משפט חפיפה חדש

בונים משולש לפי אורכי שתיים מצלעותיו (a ו- c) וגודל הזווית מול אחת מהשתיים (α). כמה משולשים שונים אפשר לבנות עם נתונים אלה? שרטטו משולש מדגים לכל אפשרות.



נחקר בנייה של משולש לפי אורכי שתי צלעות וגודל הזווית שמול אחת מהן.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.



1. יש לבנות משולש ABC (ראו שרטוט מדגים) שבו:

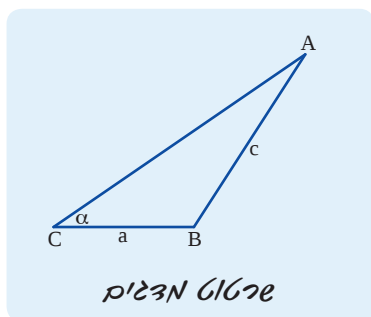
- אורך הצלע AB כאורך הקטע הנתון c ,
- אורך הצלע BC כאורך הקטע הנתון a ,
- גודל הזווית A שמואל BC כגודל הזווית α .

בנייה	תיאור בנייה
	מעתיקים את הקטע הנתון c על ישר ומסמנים את קצותיו ב- A ו- B.
	מעתיקים את הזווית α בנקודה A על הקטע AB.
	משרטטים קשת ברדיוס אורך הקטע a מהנקודה B.
	מחברים את נקודות החיתוך עם B.

א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.

ב. כמה משולשים קיבלתם? הסבירו.

ג. איזו צלע גדולה יותר: הצלע שמואל הזווית α או הצלע שליד הזווית α ?



2. יש לבנות משולש ABC (ראו שרטוט מדגים) שבו:
- אורך הצלע AB כאורך הקטע הנתון c ,
 - אורך הצלע BC כאורך הקטע הנתון a ,
 - גודל הזווית A שמואל AB כגודל הזווית α .

בנייה	תיאור בנייה
	• מעתיקים את הקטע הנתון a על ישר ומסמנים את קצותיו ב- C ו- B.
	• מעתיקים את הזווית α בנקודה C על הקטע BC.
	• משרטטים קשת ברדיוס אורך הקטע c מהנקודה B.
	• מסמנים את נקודת החיתוך ב- A ומחברים עם B.

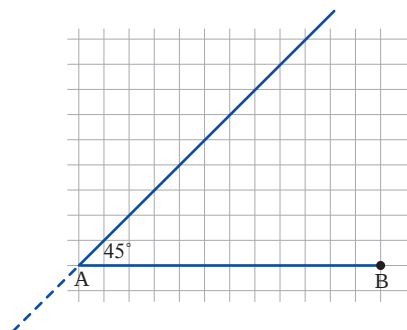
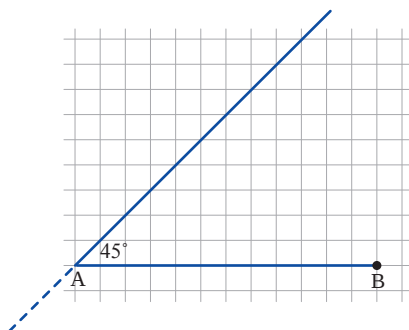
- א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.
- ב. כמה משולשים קיבלתם?
- ג. איזו צלע גדולה יותר: הצלע שמואל α או הצלע שליד α ?

3. בכל סעיף משורטט קטע AB שאורכו 10 יחידות אורך משבצת, ו- $\angle A$ שגודלה 45° .

א. העתיקו ושרטטו קשת מנקודה B ברדיוס הנתון.

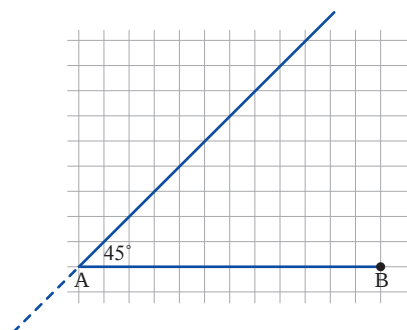
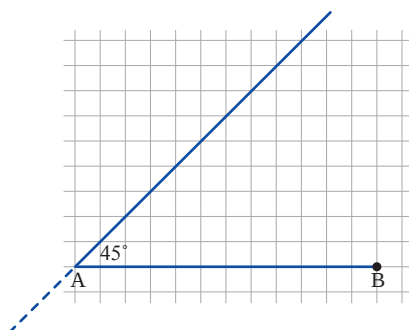
בדקו אם הקשת חותכת את שוק הזווית A, ואם כן, בכמה נקודות.

(i) קשת ברדיוס שאורכו 6 יחידות אורך משבצת (iii) קשת ברדיוס שאורכו 12 יחידות אורך משבצת



(iv) קשת ברדיוס שאורכו 14 יחידות אורך משבצת

(ii) קשת ברדיוס שאורכו 10 יחידות אורך משבצת



ב. בסעיפים שבהם יש נקודות חיתוך השלימו למשולשים וקבעו כמה משולשים מתאימים לנתונים. הסבירו.



4. היעזרו בבניות שבצעתם ובשרטוטים כאן, בדקו והסבירו:

א. כמה משולשים מתקבלים כשאורך הצלע מול הזווית

גדול מאורך הצלע ליד הזווית?

- האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה?

ב. כמה משולשים מתקבלים כשאורך הצלע מול הזווית

שווה לאורך הצלע ליד הזווית?

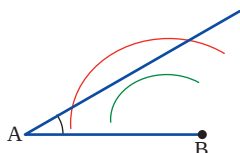
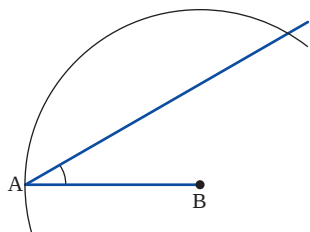
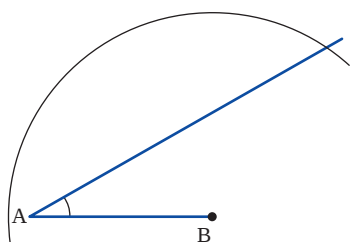
- האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה?

ג. כמה משולשים יכולים להתקבל כשאורך הצלע מול הזווית

קטן מאורך הצלע ליד הזווית?

- האם תמיד מתקבלים משולשים?

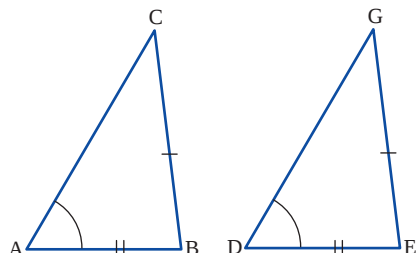
- האם מתקבלים משולשים חופפים זה לזה?





משפט חפיפה רביעי

אם בשני משולשים; שתי צלעות במשולש אחד שוות באורך לשתי צלעות במשולש אחר, והזווית שמול הצלע הארוכה מהשתיים במשולש האחד שווה בגודלה לזווית המתאימה לה במשולש האחר, אז שני המשולשים חופפים זה לזה.



$$BC > AB$$

בשרטוט: $\angle A$

$$GE > DE$$

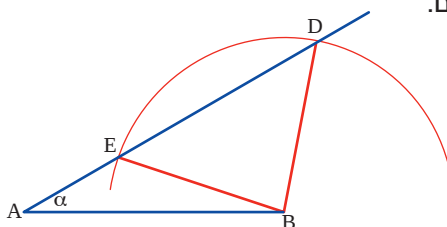
$$BC = GE$$

$$AB = DE$$

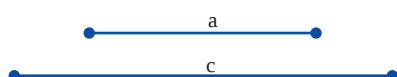
$$\angle CAB = \angle GDE$$

לפי משפט חפיפה רביעי $\triangle ABC \cong \triangle DEG$

שימו לב! במשימות הקודמות ראינו שאם הזוויות השוות בגודלן בשני המשולשים נמצאות מול הצלעות האחרות השוות באורך, שהן הקצרות יותר מזוג הצלעות האחרות השוות באורך, אז אפשר לבנות מהנתונים שני משולשים שונים. במקרה כזה המשולשים אינם בהכרח חופפים.



בשרטוט רואים כי אם הצלע מול הזווית α קטנה באורכה מהצלע AB שליד הזווית α , אז אפשר לבנות שני משולשים שונים: $\triangle ABD$ ו- $\triangle ABE$ שאינם חופפים למרות שוויון הנתונים.

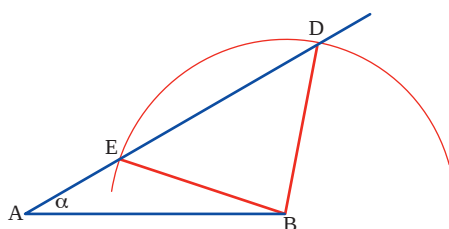


5. א. נתונים הקטעים a ו- c.

בנו באמצעות סרגל ומחוגה משולש ישר-זווית שאורך אחד הניצבים שלו a, ואורך היתר c.

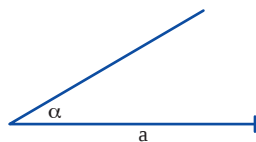
ב. בכיתה ח הכרתם משפט חפיפה מיוחד למשולשים ישרי-זווית:

אם שני משולשים ישרי-זווית שווים באורך אחד הניצבים ובאורך היתר, אז המשולשים חופפים. **טעם** הסבירו מדוע משפט זה הוא מקרה פרטי של משפט החפיפה הרביעי.



6. במשימה 4 ראינו שאם הזוויות השוות בגודלן בשני המשולשים נמצאות מול הצלעות השוות באורך, שהן הקצרות יותר מזוג הצלעות האחרות השוות באורך, אז אפשר לבנות מהנתונים שני משולשים שונים ($\triangle ADB$ ו- $\triangle AEB$ בשרטוט) ולכן במקרה זה המשולשים אינם חופפים.

הוכיחו: $\angle AEB > \angle ADB$



7. א. העתיקו את הצלע a עם הזווית α שלידה על שני דפים שקופים.

צרו באמצעות 2 הדפים השקופים מרובעים שיש בהם 2 צלעות נגדיות שוות שאורכן a , ושתי זוויות נגדיות שוות שגודלן α .

האם התכונות מספיקות לקבלת מרובע בעל שם ידוע?

אם כן, הוכיחו. אם לא, העתיקו את הדוגמה הנגדית שיצרתם.

ב. חזרו על הפעולות שביצעתם בסעיף א, כשנתונים הצלע a וזווית α קהה.

האם התכונות מספיקות לקבלת מרובע בעל שם ידוע?

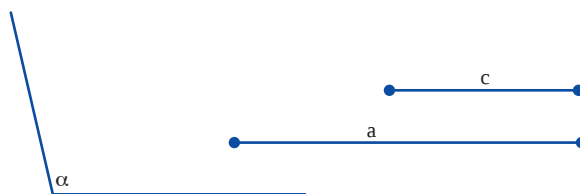
אם כן, הוכיחו. אם לא, העתיקו את הדוגמה הנגדית שיצרתם.



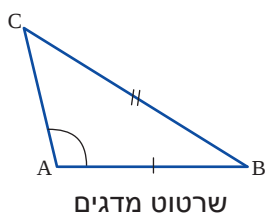
אוסף משימות



1. נתונים שני קטעים וזווית.



א. בנו $\triangle ABC$ שבו אורך הצלע AB כאורך הקטע c , אורך הצלע CB כאורך הקטע a , וגודל הזווית A כגודל הזווית α .



ב. כמה משולשים שונים מתאימים לנתונים האלה? נמקו.

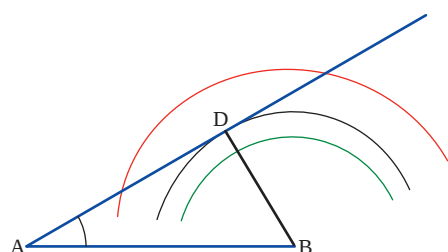


2. נתונים שני קטעים וזווית.

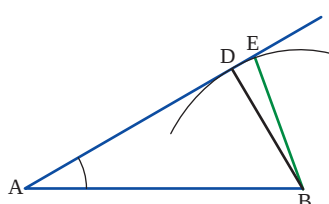
א. בנו $\triangle ABC$ שבו אורך הצלע AB כאורך הקטע c , אורך הצלע CB כאורך הקטע a , וגודל הזווית A כגודל הזווית α .



ב. כמה משולשים שונים מתאימים לנתונים האלה?

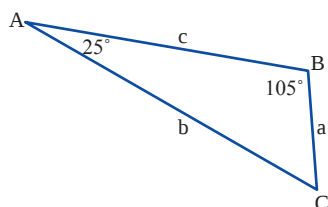


3. א. אפשר לשרטט קשת ברדיוס שאורך מרדיוס הקשת הירוקה וקצר מרדיוס הקשת האדומה, כך שהקשת תיגע בשוק הזווית בנקודה אחת D (ראו שרטוט).
שערו: מהו סוג $\triangle ABD$? מדדו את הזווית.
אם תרצו להוכיח זאת, תוכלו לקרוא את ההוכחה בסעיף הבא.

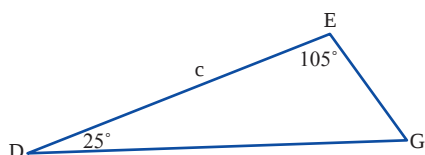


ב. לפי הבנייה הקטע BD הוא המרחק הקצר ביותר מהנקודה לישר. הסבירו.
נוכיח ש- $\angle BDA$ היא זווית ישרה.
בניח שהזווית אינה זווית ישרה, אז אפשר לשרטט מהנקודה B אנך BE לישר AD, ויווצר משולש BED שבו BD היתר.

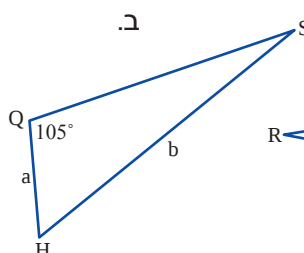
לפי משפט פיתגורס $BD > BE$, אבל BD הוא המרחק הקצר ביותר מהנקודה B לישר AD. לכן, ההנחה שהנחנו אינה נכונה, והזווית BDA היא זווית ישרה, ו- $\triangle ADB$ הוא משולש ישר-זווית.



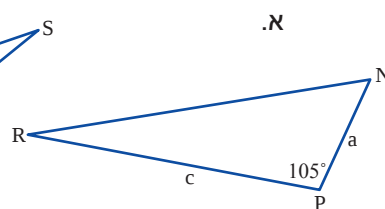
ג.



4. לפניהם $\triangle ABC$.
בכל סעיף נמקו לפי איזה משפט חפיפה המשולש חופף ל- $\triangle ABC$.



ב.

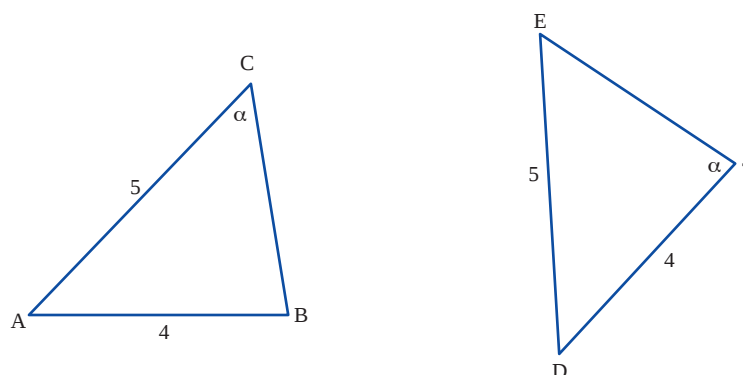


א.

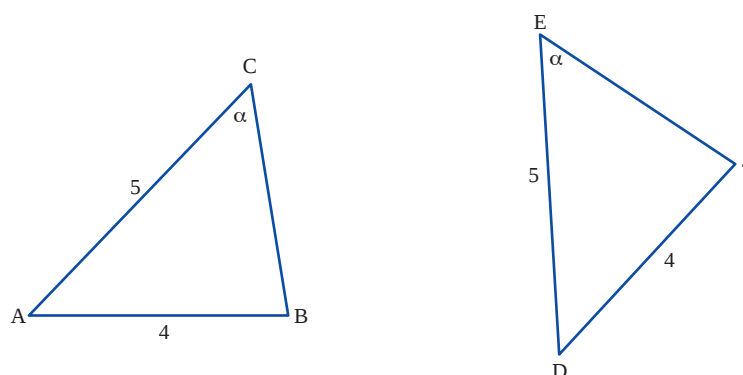


5. בכל סעיף קבעו על-פי הנתונים הרשומים בשרטוטים, אם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים. נמקו.
(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

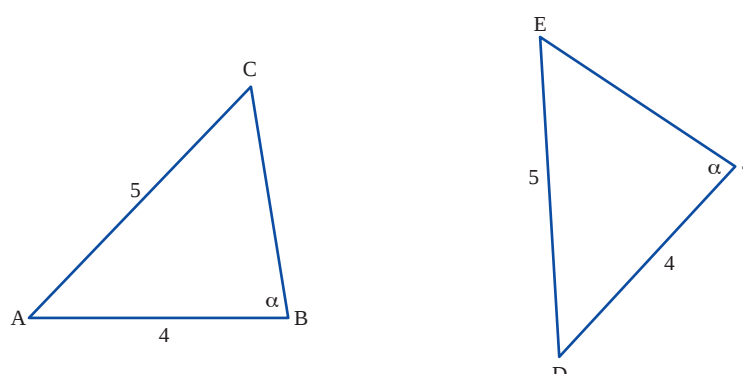
א.



ב.



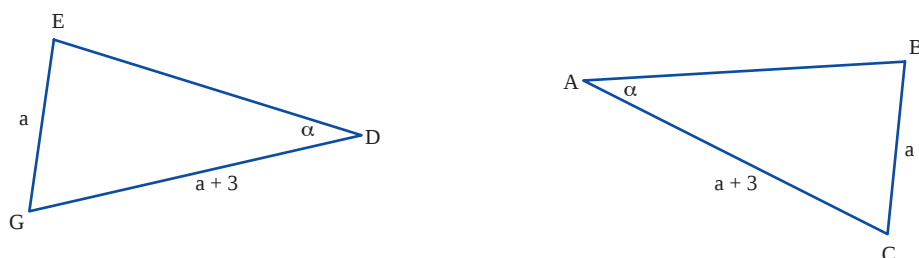
ג.

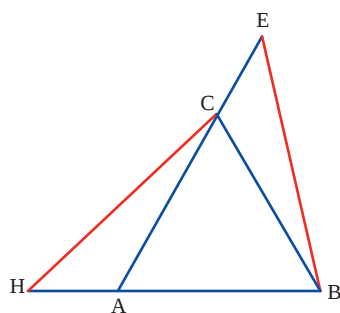


ד.

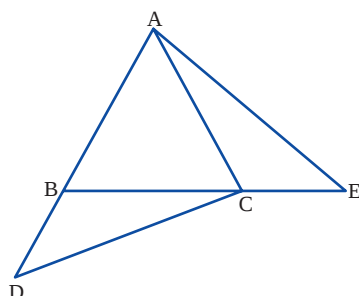


ה.

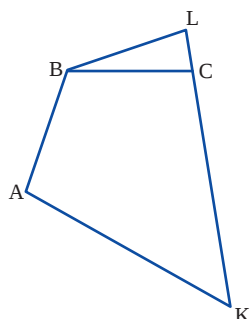




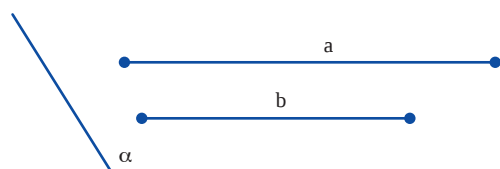
6. **ניתן** משולש שווה-צלעות $\triangle ABC$
 הנקודה H על המשך BA והנקודה E על המשך AC
 $EB = HC$
 $\angle H = \angle E$ **3'**



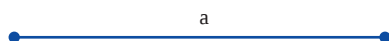
7. **ניתן** $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)
 האריכו את BC ואת AB כך ש: $CE = BD$
 $AE = CD$
 $\triangle ABC$ שווה-צלעות **3'**
(רמז: הוכיחו תחילה $\triangle AEC \cong \triangle DCB$)



8. **ניתן** $\angle BCK = \angle BAK$
 $BL = BC = BA$
 א. $\angle BCK > 90^\circ$ **3'**
 ב. המרובע ABCK דלתון



9. **בנו** דלתון שאורך אחת מצלעותיו כאורך הקטע b, אורך האלכסון הראשי כאורך הקטע a, וגודל הזווית מול האלכסון הראשי כגודל הזווית α . תארו את הבנייה.



10. **בנו** דלתון שאורך אלכסונו הראשי כאורך הקטע a, והזווית שמול האלכסון הזה ישרות. כמה דלתונים מתאימים לנתונים? הסבירו.