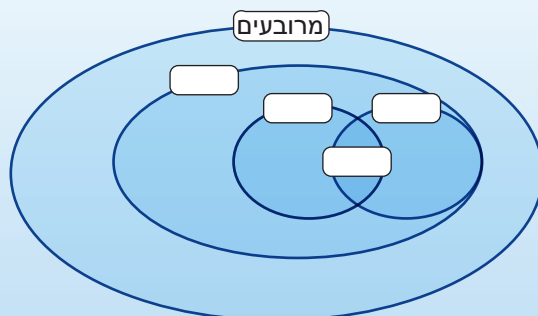


יחידה 31: כל המרובעים

שיעור 1. קבוצות מרובעים

לפניכם תרשים של קבוצות מרובעים שונות. היכן צריך לרשום את המלבנים, המעוינים והריבועים?



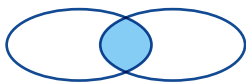
נעסוק בקשרים בין קבוצות המרובעים ובתכונות משותפות וייחודיות שיש לקבוצות האלה.



תזכורת

דיאגרמת ון היא **תרשים** המבטא קשרים בין **קבוצות**.

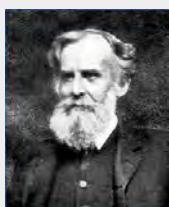
שתי קבוצות שיש להן איברים משותפים מיוצגות על ידי התרשים:



שתי קבוצות שאחת מהן מכילה את כל איברי הקבוצה האחרת מיוצגות על ידי התרשים:



שתי קבוצות שאין להן איבר משותף מיוצגות על ידי התרשים:



ג'ון ון (1834 – 1923)

דיאגרמות ון נקראות על שמו של המתמטיקאי והפילוסוף האנגלי ג'ון ון (John Venn) למרות שהן היו בשימוש כבר קודם. ון ביסס את המושג לפני כ- 150 שנה, ומאז הן בשימוש נרחב בתחומים רבים - כמו למשל, תורת הקבוצות, הסתברות, לוגיקה, סטטיסטיקה ומדעי המחשב.



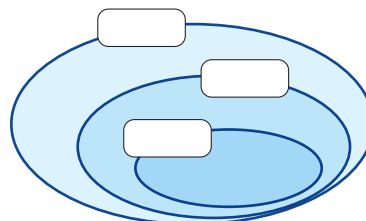
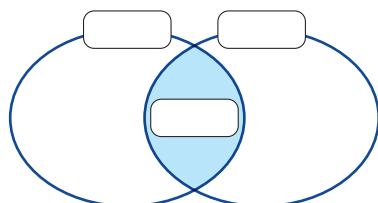
קשרים בין קבוצות של מרובעים

1. בכל סעיף נתונה דיאגרמת וון.

העתיקו את הדיאגרמה וְרשמו בה את שמות המרובעים במקומות המתאימים.

א. מקביליות, מלבנים, ריבועים.

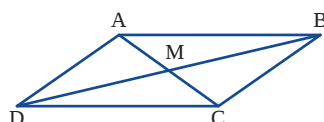
ב. מקביליות, דלתונים, מעוינים.



תכונות שעוברות ממרובע למרובע

2. א. הוכיחו כי אלכסוני המקבילית מחלקים אותה לארבעה משולשים שווי-שטח.

ב. אילו מהטענות הבאות **נכונות ישירות** מהטענה שהוכחתם בסעיף א? הסבירו.



- אלכסוני **המלבן** מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי-שטח.
- אלכסוני **הדלתון** מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי-שטח.
- אלכסוני **המעוין** מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי-שטח.
- אלכסוני **הטרפז** מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי-שטח.
- אלכסוני **הריבוע** מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי-שטח.

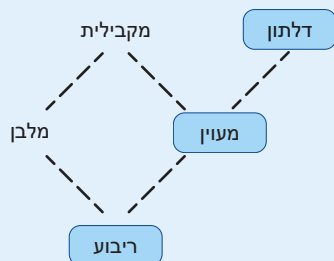
3. העתיקו את הטבלה וסמנו ✓ בכל משבצת המתארת תכונה המתקיימת במרובע.

כל הזוויות שוות בגודלן	הזוויות הנגדיות שוות בגודלן	כל הצלעות שוות באורכן	שני זוגות של צלעות מקבילות	הצלעות הנגדיות שוות באורכן	
					במקבילית
					במלבן
					במעוין
					בריבוע



4. הסימונים בטבלה (במשימה 3) מראים כי כל התכונות של המקבילית מתקיימות גם במלבן, במעוין ובריבוע. הסבירו.

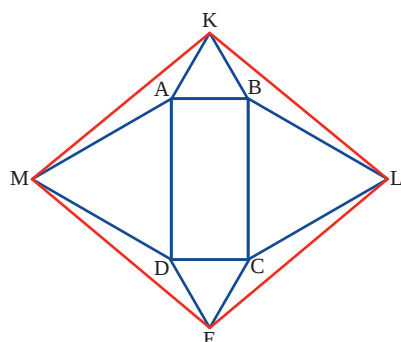
צולמה: שני צלעות של צלעות סמוכות שוות באורכן



5. בכל סעיף העתיקו את הדיאגרמה וסמנו בה את המרובעים שבהם מתקיימת התכונה.
- הצלעות הנגדיות מקבילות.
 - הזוויות הנגדיות שוות בגודלן.
 - יש אלכסון שחוצה את הזוויות.

הוכחות

6. על צלעות של מלבן ABCD בנו משולשים שווים-צלעות וחיברו את הקדקודים שאינם על צלעות המלבן. (ראו שרטוט).
- מהו סוג המרובע MKLE? הוכיחו.
 - מהו סוג המרובע MKLE, אם ABCD ריבוע? הוכיחו.



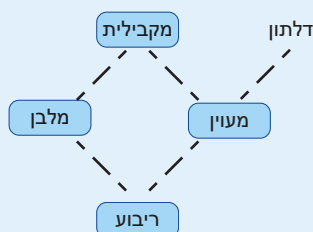
אוסף משימות



1. ציינו באילו מהמרובעים מתקיימת התכונה. (מקבילית, דלתון, מעוין, מלבן, ריבוע, טרפז שווה-שוקיים).
- האלכסונים חוצים זה את זה.
 - האלכסונים מאונכים זה לזה.
 - האלכסונים שווים באורכם.
 - האלכסונים חוצים את כל הזוויות.



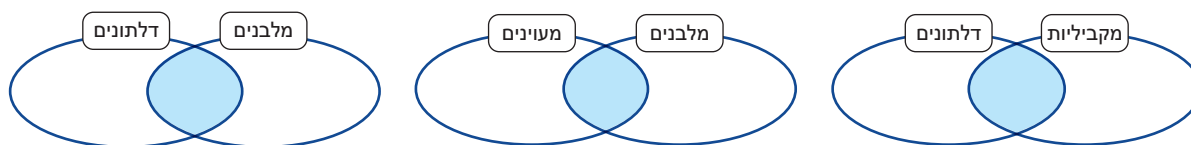
צולמה: האלכסונים חוצים זה את זה



2. בכל סעיף העתיקו את הדיאגרמה וסמנו בה את המרובעים שבהם מתקיימת התכונה.
- האלכסונים מאונכים זה לזה.
 - האלכסונים שווים באורכם.
 - האלכסונים חוצים את כל הזוויות.

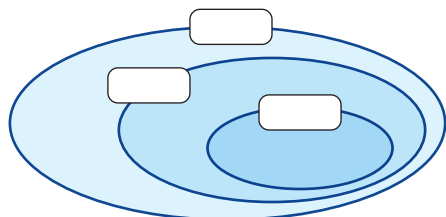


3. א. נתונות שלוש דיאגרמות וון. בכל דיאגרמה קבעו מהו סוג המרובע שמתאים לקבוצה הצבועה.



ב. נתונה דיאגרמת וון.

העתיקו את הדיאגרמה ורשמו במקומות המתאימים את השמות: דלתונים, מעוינים, ריבועים.



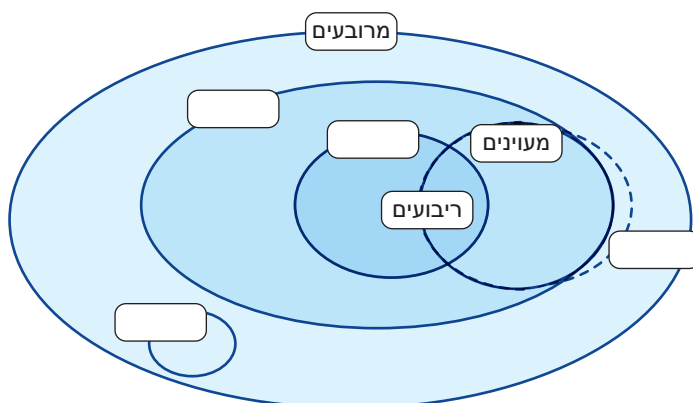
4. שרטטו דיאגרמת ון שתתאר את הקשר בין הקבוצות:

א. טרפזים ומקביליות. ב. דלתונים וטרפזים. ג. דלתונים וריבועים.



5. לפניכם דיאגרמת ון המתארת קשרים בין קבוצות המרובעים השונות.

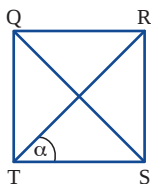
העתיקו את הדיאגרמה ורשמו במקומות המתאימים, את השמות: מקביליות, מלבנים, דלתונים וטרפזים.



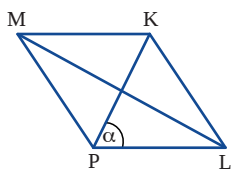


6. בכל שרטוט ציינו את כל הזוויות השוות בגודלן לזווית α המסומנת בשרטוט.

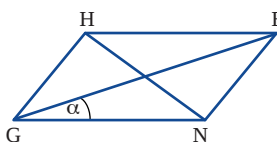
ד. ריבוע QRST



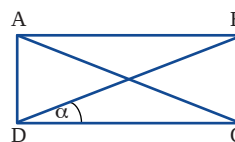
ג. מעוין MKLP



ב. מקבילית HENG



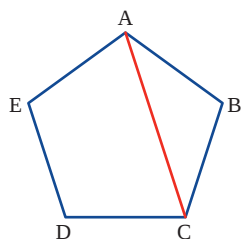
א. מלבן ABCD



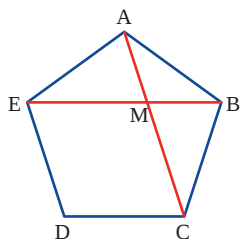
7. המצולע ABCDE הוא מחומש משוכלל.

הוכיחו:

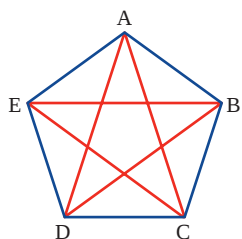
א. כל אלכסון מחלק את המחומש לטרפז שווה-שוקיים ולמשולש שווה-שוקיים.



ב. כל שני אלכסונים שאינם יוצאים מאותו קדקוד יוצרים מעוין (EMCD).



8. **הוכיחו:** כל חמשת האלכסונים של המחומש המשוכלל יוצרים מחומש משוכלל.

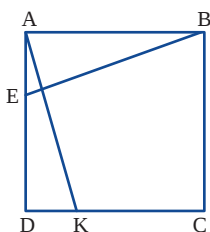


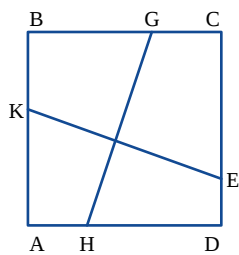
9. **נתון:** ריבוע ABCD

$$ED = KC$$

א. $BE = AK$ ℓ^3

ב. $BE \perp AK$ ℓ^3





10. **ניתן/ריבוע** ABCD

$$GH \perp EK$$

א. **3'** $EK = GH$

ב. האם התכונה שהוכחתם תתקיים גם אם המרובע הנתון הוא מעוין?



11. **ניתן/מרובע** ABCD

$$AB = AD$$

$$CB = CD$$

$$\angle B = \angle D = 90^\circ$$

שרטטו וקבעו מהו סוג המרובע ABCD? **הוכיחו.**



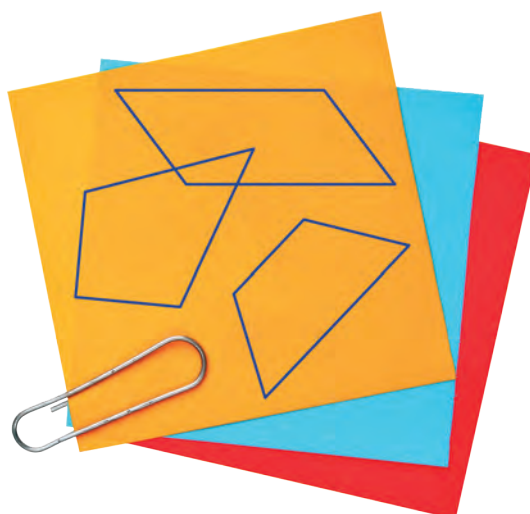
12. **ניתן/מרובע** ABCD

$$AB = AD$$

$$CB = CD$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

שרטטו וקבעו מהו סוג המרובע ABCD? **הוכיחו.**



שיעור 2. תנאים מספיקים למרובעים שונים

במרובע יש זוג צלעות נגדיות מקבילות וזוג זוויות סמוכות שוות בגודלן.
מהו סוג המרובע?

נחקור תנאים מספיקים לקבלת מרובעים מסוגים שונים.

1. בכל סעיף בן מרובע לפי הנתונים ותארו את הבנייה.

קבעו איזה מרובע חייב להתקבל ונמקו.

אם התכונות אינן מספיקות למרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.

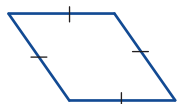
א. מרובע בעל שלוש צלעות שוות באורך.

ב. מרובע בעל ארבע צלעות שוות באורך.

ג. מרובע בעל זוג צלעות מקבילות ושוות באורך.

2. בכל סעיף משורטט מרובע ובו מסומנים נתונים.

ציינו מבין המרובעים הבאים את כל המרובעים המתאימים למרובע המשורטט: מרובע, מקבילית, מעוין, ריבוע, דלתון, טרפז.



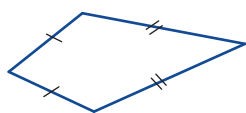
ה.



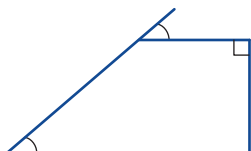
ג.



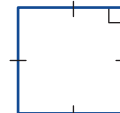
א.



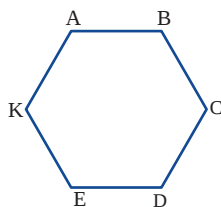
ו.



ד.



ב.



3. המצולע ABCDEK הוא משושה משוכלל.

א. הוכיחו: כל שני אלכסונים מקבילים יוצרים מלבן

ב. שרטטו במשושה שני זוגות של אלכסונים מקבילים.

הוכיחו: המרובע הפנימי שנוצר הוא מעוין



4. נחזור למשימת הפתיחה.

במרובע יש זוג צלעות מקבילות ושתי זוויות סמוכות שוות בגודלן.
קבעו איזה מרובע מתקבל. דונו בשתי אפשרויות שונות של מיקום הזוויות השוות בגודלן.
בשני המקרים הוכיחו את מסקנתכם.

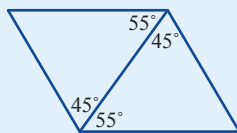


אוסף משימות



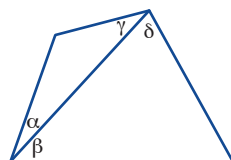
1. בכל סעיף שרטטו מרובע, קשמו בו את הנתונים וקבעו איזה מרובע מתקבל. הסבירו.
(אם למשל מתקבל מלבן, קשמו מלבן ואל תרשמו מקבילית, למרות שמלבן הוא סוג של מקבילית).

צומח

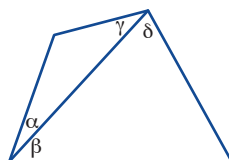


$$\begin{aligned}\alpha &= 45^\circ \\ \beta &= 55^\circ \\ \gamma &= 45^\circ \\ \delta &= 55^\circ\end{aligned}$$

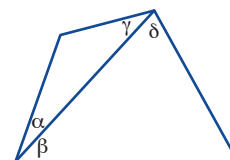
המראה הוא מקבילית כי יש בו 2 זוגות של צלעות מקבילות



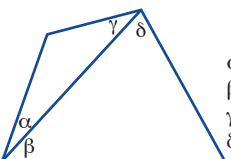
$$\begin{aligned}\alpha &= 50^\circ \\ \beta &= 30^\circ \\ \gamma &= 30^\circ \\ \delta &= 50^\circ\end{aligned}$$



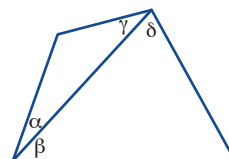
$$\begin{aligned}\alpha &= 40^\circ \\ \beta &= 40^\circ \\ \gamma &= 50^\circ \\ \delta &= 50^\circ\end{aligned}$$



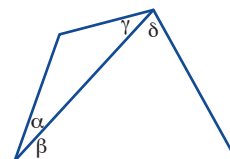
$$\begin{aligned}\alpha &= 30^\circ \\ \beta &= 70^\circ \\ \gamma &= 70^\circ \\ \delta &= 40^\circ\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\alpha &= 45^\circ \\ \beta &= 45^\circ \\ \gamma &= 45^\circ \\ \delta &= 45^\circ\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\alpha &= 40^\circ \\ \beta &= 50^\circ \\ \gamma &= 40^\circ \\ \delta &= 50^\circ\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\alpha &= 40^\circ \\ \beta &= 50^\circ \\ \gamma &= 50^\circ \\ \delta &= 40^\circ\end{aligned}$$



2. בכל סעיף קבעו איזה מרובע מתקבל. הסבירו.
אם התכונות אינן מספיקות למרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.
א. מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.
ב. מרובע שבו זוג אחד של צלעות נגדיות שוות באורך, ואחת הזוויות ישרה.
ג. מרובע שבו שתי צלעות מקבילות ושתי זוויות נגדיות שוות בגודלן.
ד. מרובע שבו שתי צלעות נגדיות שוות באורך, ושתי זוויות נגדיות ישרות.



קבעו איזה מרובע חייב להתקבל והוכיחו.

אם התכונות אינן מספיקות למרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.

א. מרובע שבו יש 3 זוויות ישרות.

ב. מרובע שבו יש 3 זוויות קהות שוות שגודלן בין 90° ל- 120° .

ג. מרובע שבו יש 3 זוויות חדות שוות בגודלן.



א.  ABCD מרובע	ב.  ABCD מרובע	ג.  ABCD מרובע
$AB = AD$	$AB = CD$	$AB = AD = DC$
$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90^\circ$	$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90^\circ$	$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90^\circ$



מקדקוד B שרטטו מקביל לאלכסון CA ומהקדקוד C שרטטו מקביל לאלכסון BD.

המקבילים נחתכים בנקודה K.

מהו סוג המרובע BMCK? הוכיחו.



(אם למשל, מתקבל מלבן, רשמו מלבן ואל תרשמו מקבילית, למרות שמלבן הוא סוג של מקבילית).



$\angle A_2 = 50^\circ \quad \angle A_1 = 40^\circ$ /ש/ .ב

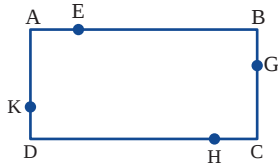
$\angle A_2 = 60^\circ \quad \angle A_1 = 40^\circ$ /π/ .λ

$\angle A_2 = 45^\circ \quad \angle A_1 = 45^\circ$ /π/ .T



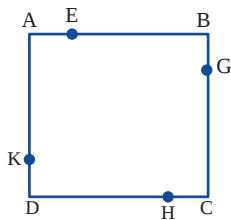
7. א. ABCD הוא מלבן.

על צלעות המלבן הקצו ארבעה קטעים שווים באורכם: $AE = BG = CH = DK$.
מהו סוג המרובע EGHK? **הוכיחו.**

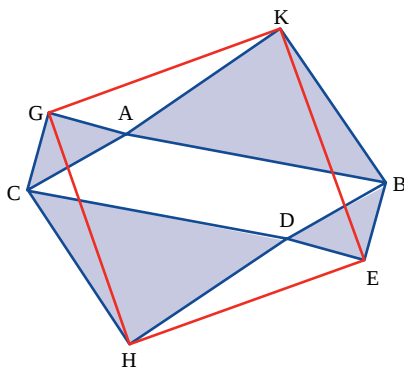


ב. המרובע ABCD הוא ריבוע.

על צלעות הריבוע הקצו ארבעה קטעים שווים באורכם: $AE = BG = CH = DK$.
מהו סוג המרובע EGHK? **הוכיחו.**



8. על הצלעות של מקבילית בנו משולשים ישרי-זווית שווים-שוקיים.
הוכיחו: המרובע GKEH (המחבר את קדקודי הראש של המשולשים) הוא ריבוע.



9. נתון קטע k.



בנו ריבוע שאורך אלכסונו כאורך הקטע k.



10. בכל סעיף סמנו שתי נקודות A ו-M, כמו בשרטוט.

שרטטו מרובע ABCD, כך ש-A יהיה קדקוד המרובע ו-M מפגש האלכסונים.

A

M

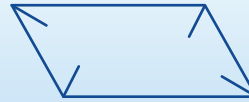
א. מלבן שאינו ריבוע. ג. ריבוע.

ב. מעוין שאינו ריבוע. ד. טרפז שווה-שוקיים.



שיעור 3. חוצי זוויות במקבילית

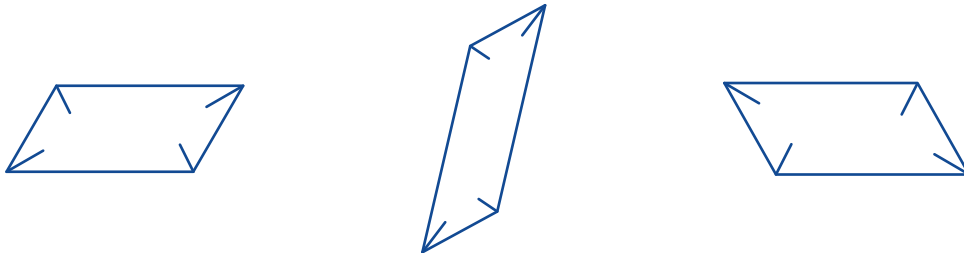
איזה מרובע יוצרים ארבעת חוצי הזוויות במקבילית?



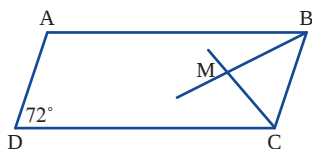
נחקור איזה סוגי מרובעים נוצרים בין חוצי הזוויות במקביליות שונות.

חוצי זוויות במקבילית

1. א. הניחו דף שקוף על המקביליות המשורטטות והמשיכו את חוצי הזוויות עד לנקודות החיתוך שלהם.



ב. שערו איזה מרובע יוצרים חוצי הזוויות במקבילית.

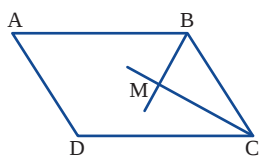


2. **נניח** ABCD מקבילית

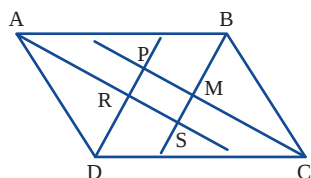
BM ו- CM הם חוצי שתי זוויות סמוכות

$$\angle ABC = 72^\circ$$

חשבו את גודל $\angle BMC$



3. **הוכיחו:** חוצי זוויות סמוכות במקבילית מאונכים זה לזה



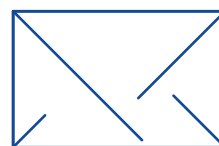
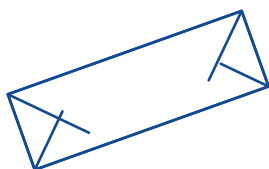
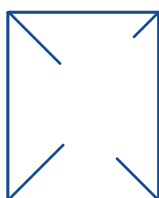
4. א. איזה מרובע יוצרים חוצי הזוויות במקבילית? **הוכיחו**.
ב. מהו מפגש חוצי הזוויות אם המקבילית היא מעוין?
(תוכלו לבדוק באמצעות פעילות המחשב "חוצי זוויות במקבילית").
נמקו את מסקנתכם.



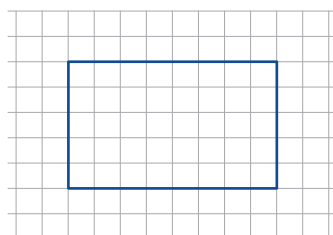
אם מרובע הוא מקבילית שאינה מעוין, אז חוצי הזוויות שלו יוצרים מלבן.

חוצי זוויות במקביליות מיוחדות

5. א. הניחו דף שקוף על המלבנים המשורטטים והמשיכו את חוצי הזוויות עד לנקודות החיתוך שלהם.



ב. שרטטו מלבן על דף משובץ ושרטטו את חוצי הזוויות שלו. (היעזרו בקווי המשבצות).



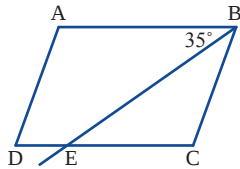
ג. שער: איזה מרובע יוצרים חוצי הזוויות במלבן?

ד. **הוכיחו** את השערתכם.

ה. מהו מפגש חוצי הזוויות אם המלבן הוא ריבוע? נמקו.



אם מרובע הוא מלבן שאינו ריבוע, אז חוצי הזוויות שלו יוצרים ריבוע.



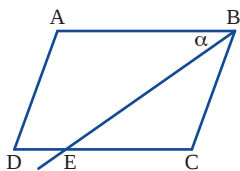
1. א. $\angle ABC$ מקבילית $ABCD$ נניח

$\angle ABC$ חוצה את BE

$$\angle ABE = 35^\circ$$

חשבו גדלים של זוויות.

הוכיחו: משולש BCE שווה-שוקיים



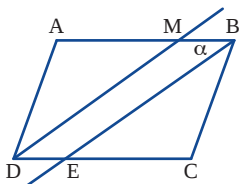
ב. $\angle ABC$ מקבילית $ABCD$ נניח

$\angle ABC$ חוצה את BE

$$\angle ABE = \alpha$$

בטאו גדלים של זוויות נוספות בעזרת α .

הוכיחו: משולש BCE שווה-שוקיים



2. $\angle ABC$ מקבילית $ABCD$ הוא מקבילית שאינה מעויין נניח

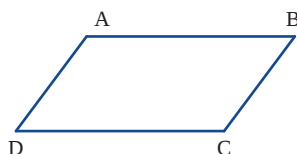
$\angle ABC$ חוצה את BE

$\angle ADC$ חוצה את DM

א. בטאו גדלים של זוויות בעזרת α .

ב. **הוכיחו:** $BE \parallel DM$

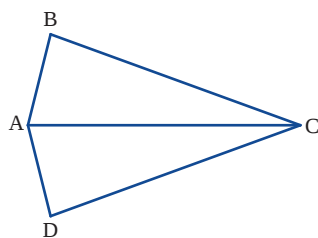
ג. **הוכיחו:** $\triangle BCE \cong \triangle DAM$



3. $\angle ABC$ מקבילית $ABCD$ שאינה מעויין נניח

א. העתיקו את המקבילית ושרטטו את חוצי הזוויות הנגדיות $\angle A$ ו- $\angle C$

ב. **הוכיחו:** במקבילית חוצי זוויות נגדיות מקבילים זה לזה



דלתון ABCD

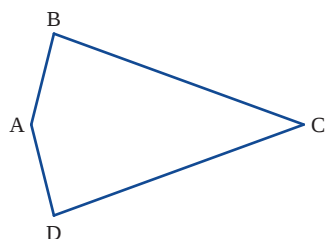
4. נ/נ

$$\angle BCA = 40^\circ$$

$$\angle B = 70^\circ$$

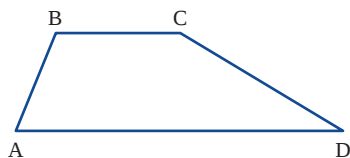
AC חוצה את $\angle A$

- העתיקו את הדלתון ושרטטו את חוצי הזוויות $\angle B$ ו- $\angle D$
- חשבו גדלים של זוויות.
- היכן נפגשים חוצי הזוויות בדלתון הזה?



5. נ/נ דלתון שמיני מעוין

- העתיקו את הדלתון ושרטטו ואת חוצי הזוויות שלו.
- הוכיחו:** חוצי הזוויות נפגשים בנקודה על האלכסון AC



6. נ/נ מרובע ABCD טרפז

חוצי הזוויות $\angle C$ ו- $\angle D$ נפגשים בנקודה G

- העתיקו את הטרפז ושרטטו את חוצי הזוויות $\angle C$ ו- $\angle D$
- הוכיחו:** $\angle CGD = 90^\circ$



7. לפניכם טרפזים שווים-שוקיים.



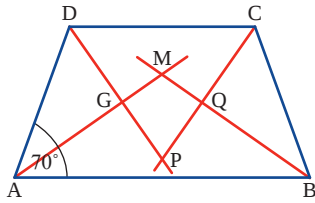
- הניחו עליהם דף שקוף, העתיקו והמשיכו את חוצי הזוויות, עד שחוצי הזוויות שליד כל בסיס ייפגשו.
- שערו: איזה מרובע יוצרים חוצי הזוויות בטרפז שווה-שוקיים?



8. נ/נ/

ABCD טרפז שווה-שוקיים

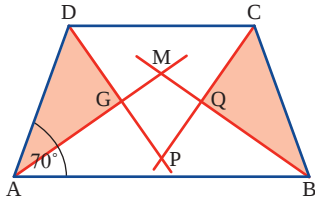
ארבעת חוצי הזוויות של הטרפז יוצרים את המרובע GMQP



א. הוכיחו: $AM = BM$

$CP = DP$

ב. הוכיחו: $\triangle DGA \cong \triangle CQB$



ג. הוכיחו: MGPQ דלתון שיש בו שתי זוויות נגדיות ישרות



9.

ציינו באילו מהמרובעים הבאים, חוצי הזוויות נפגשים בנקודה אחת:

בריבוע? במעוין? בדלתון? במלבן שאינו ריבוע? במקבילית שאינה מעוין? בטרפז? הסבירו.

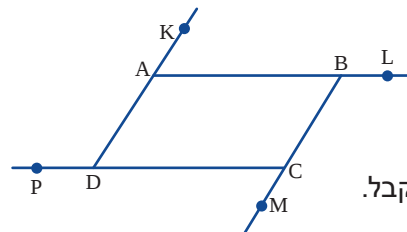


10. נ/נ/

ABCD מקבילית

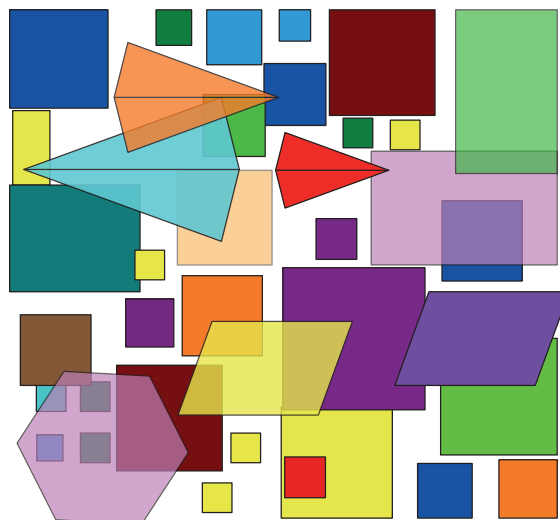
על המשכי הצלעות שרטטו ארבעה קטעים כך ש:

$AK = BL = CM = DP$ (ראו שרטוט).



א. שרטטו וחברו את הקדקודים K, L, M, P וקבעו איזה מרובע מתקבל.

ב. הוכיחו את טענתכם מסעיף א.



שיעור 4. מהאלכסונים אל המרובעים



- איזה מרובע נוצר אם מחברים את קצות הרגליים של קרש גיהוץ?
- בדקו את קרש הגיהוץ בביתכם.
היכן נמצאת נקודת החיבור של הרגליים?
מעל, מתחת או בדיוק בנקודת האמצע של הרגליים?

נזהה מרובע לפי תכונות אלכסוניו.

1. צרו בכל סעיף בעזרת שתי רצועות **לא שוות** באורכן, מרובעים שונים המקיימים את התנאים.
(הרצועות הן אלכסוני המרובע.) קבעו איזה מרובע חייב להתקבל ונמקו.
אם התכונות אינן מספיקות למרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.



- מרובע שאלכסוניו **מאונכים** זה לזה.
- מרובע שאחד מאלכסוניו **חוצה את השני**.
- מרובע שאלכסוניו **חוצים** זה את זה.
- מרובע שאלכסוניו **חוצים** זה את זה **ומאונכים** זה לזה.

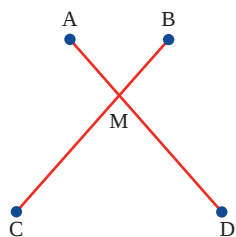
2. צרו בכל סעיף בעזרת שתי רצועות **שוות** באורכן, מרובעים שונים המקיימים את התנאים.
(הרצועות הן אלכסוני המרובע.) קבעו איזה מרובע חייב להתקבל ונמקו.
אם התכונות אינן מספיקות למרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.



- מרובע שאלכסוניו **שווים** באורכם.
- מרובע שאלכסוניו **שווים** באורכם **ומאונכים** זה לזה.
- מרובע שאחד מאלכסוניו **חוצה את האחר ואלכסוניו שווים** באורכם.
- מרובע שאלכסוניו **חוצים** זה את זה **ושווים** באורכם.
- מרובע שאלכסוניו **חוצים** זה את זה, **מאונכים** **ושווים** באורכם.

3. העתיקו את הטבלה. סימני ה- ✓ במשבצות שבטבלה מצביעים על תכונה של האלכסונים.
השלימו את המשפטים שבסוף כל שורה. אם התכונה אינה מספיקה, ציינו זאת.

	האלכסונים מאונכים זה לזה	האלכסונים חוצים זה את זה	האלכסונים שווים באורכם	
אם במרובע			✓	אז המרובע הוא ...
אם במרובע		✓		אז המרובע הוא ...
אם במרובע	✓			אז המרובע הוא ...
אם במרובע		✓	✓	אז המרובע הוא ...
אם במרובע	✓		✓	אז המרובע הוא ...
אם במרובע	✓	✓		אז המרובע הוא ...
אם במרובע	✓	✓	✓	אז המרובע הוא ...



4. חוזרים לקרש הגיון ממשית הפתיחה.

- א. איזה מרובע נוצר אם מחברים את קצות הרגליים שלו?
ב. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח והוכיחו את טענתכם.
ג. מדוע חשוב שנקודת החיתוך של רגלי קרש הגיון תהיה מעל האמצע שלהם?

5. א. שרטטו מרובע שאלכסוניו **מאונכים** זה לזה.

- דרך קצות האלכסונים שרטטו מרובע שצלעותיו מקבילות לאלכסונים. איזה מרובע מתקבל? נמקו.
ב. שרטטו מרובע שאלכסוניו **שווים** באורכם.
דרך קצות האלכסונים שרטטו מרובע שצלעותיו מקבילות לאלכסונים. איזה מרובע מתקבל? נמקו.
ג. שרטטו מרובע שאלכסוניו **שווים באורכם ומאונכים** זה לזה.
דרך קצות האלכסונים שרטטו מרובע שצלעותיו מקבילות לאלכסונים. איזה מרובע מתקבל? נמקו.



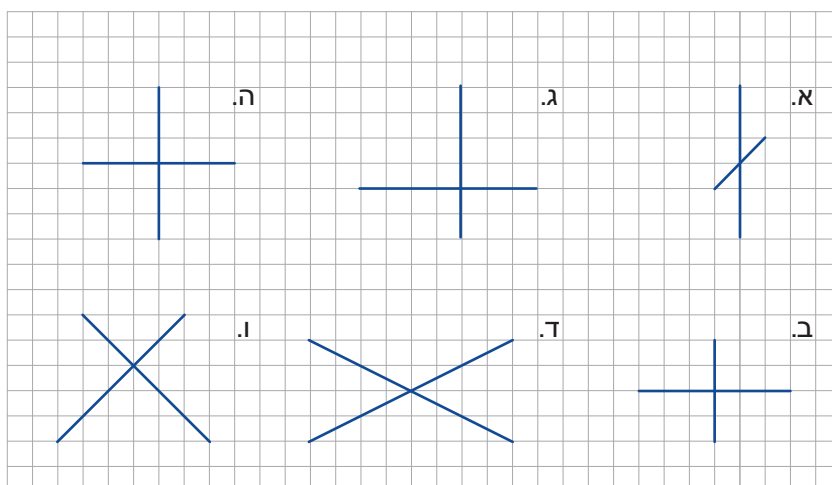
אוסף משימות



1. א. שרטטו מרובע שאלכסוניו שווים באורכם ואינו טרפז או מלבן.
ב. שרטטו מרובע שאלכסוניו מאונכים ואינו דלתון. (זכרו כי מעוין וריבוע הם דלתונים).
ג. שרטטו מרובע שאלכסוניו שווים באורכם ומאונכים זה לזה, ואינו דלתון.



2. בכל סעיף משורטטים אלכסונים של מרובע.
- מצאו את התכונות של אלכסוני המרובע המשורטט.
- קבעו איזה מרובע חייב להתקבל. אם לא מתקבל מרובע בעל שם ידוע, ציינו זאת.





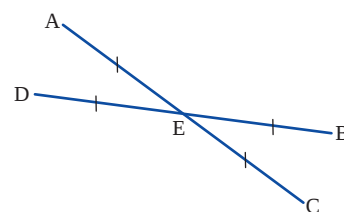
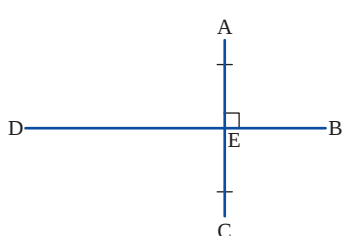
3. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה.

- אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית או הסבירו.
- מרובע שאלכסוניו שווים באורכם ומאונכים זה לזה הוא ריבוע.
 - מרובע שאלכסוניו מאונכים וחוצים זה את זה, הוא ריבוע.
 - מרובע שיש בו שלוש זוויות ישרות ואלכסוניו חוצים זה את זה, הוא ריבוע.
 - מרובע שיש בו שלוש זוויות ישרות ואלכסוניו מאונכים זה לזה, הוא ריבוע.



4. בכל סעיף משרטטים אלכסונים של מרובע ABCD ומסומנים נתונים.

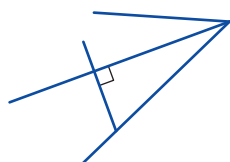
- רשמו את הנתונים בכתב מתמטי.
- קבעו מהו סוג המרובע ABCD והוכיחו.
-

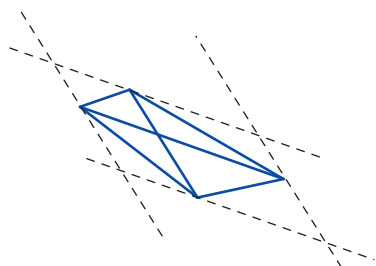


5. שרטטו מרובע, שבו אלכסון אחד בלבד חוצה את זוויות המרובע. איזה מרובע התקבל? הוכיחו.

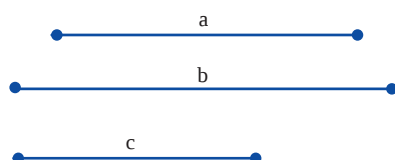


6. נ/א מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה, ואלכסון אחד בלבד חוצה את אחת הזוויות. העתיקו והשלימו את השרטוט. איזה מרובע התקבל? הוכיחו.

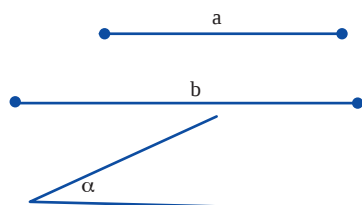




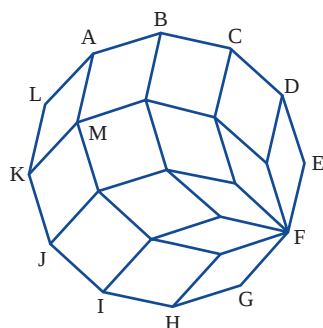
7. בכל סעיף שרטטו את המרובע ומקבילים לאלכסוניו.
קבעו איזה מרובע יוצרים המקבילים ששרטטתם ונמקו.
- מקבילים לאלכסוני מרובע כלשהו, כמו בשרטוט.
 - מקבילים לאלכסוני מלבן.
 - מקבילים לאלכסוני מעוין.
 - מקבילים לאלכסוני ריבוע.
 - מקבילים לאלכסוני טרפז שווה-שוקיים.



8. בן מרובע לפי הנתונים הבאים:
אורכי האלכסונים של המרובע כאורכי הקטעים a ו-b,
אלכסוני המרובע חוצים זה את זה,
ואורך צלע שלו כאורך הקטע c.
תארו את שלבי הבנייה.
איזה מרובע קיבלתם? נמקו.



9. בן טרפז שווה-שוקיים,
שאורך אלכסון שלו כאורך הקטע a,
אורך בסיסו הגדול כאורך הקטע b,
וגודל זווית הבסיס שלו כגודל הזווית α .
תארו את שלבי הבנייה.



10. המצולע המשוכלל הוא בעל 12 צלעות.
- מהו גודל כל אחת מזוויות המצולע?
 - חלקו את המצולע למקביליות כמו בשרטוט.
חשבו את הגדלים של זוויות המקביליות. התחילו מהמקבילית ALKM.
 - הוכיחו:** כל המרובעים הם מעוינים ושלושה מהמעוינים הם ריבועים.
 - שרטטו את האלכסונים מהנקודה F.
- הוכיחו:** כל הנקודות הפנימיות בשרטוט נמצאות על האלכסונים האלה

שיעור 5. סימטריה במרובעים

קפלו דף לאורכו.

גזרו חלונות בקו הקיפול, כך שעם פתיחת הקיפול יתקבל המרובע המבוקש (בכל סעיף).
אם אי-אפשר לקבל את המרובע, ציינו זאת.



א. דלתון שאינו מעוין.

ב. מלבן שאינו ריבוע.

ג. מעוין שאינו ריבוע.

ד. טרפז שווה-שוקיים.

ה. מקבילית שאינה מעוין או מלבן.

ו. ריבוע.

נעסוק בסימטריה של מרובעים מסוגים שונים.

צירי סימטריה



תזכורת

- צורה נקראת **סימטרית** אם אפשר לשרטט "קו מראה" (קו קיפול) כך שאם אם נקפל את הצורה לאורך הקו, חלק אחד יכסה בדיוק את החלק השני. קו הקיפול הוא **ציר סימטריה** של הצורה.
- שיקוף ביחס לישר מעביר **כל נקודה** מצד אחד של הישר (המראה - קו הקיפול) לנקודה הנמצאת בצדו האחר של הישר **במרחק שווה** מהישר, כך שהקו המחבר ביניהן **מאונך לישר**. הישר הוא **ציר הסימטריה**.

1. בכל סעיף שרטטו את המרובע ואת צירי הסימטריה שלו.

ציינו כמה צירי סימטריה לכל אחד מהמרובעים.

א. מלבן.

ב. מעוין.

ג. ריבוע.

ד. טרפז שווה-שוקיים.

ה. דלתון.



2. בכל סעיף קפלו דף וגזרו חלון בקו הקיפול:

א. בכמה אופנים אפשר לקבל שני **מלבנים חופפים**?

ב. בכמה אופנים אפשר לקבל שני **מעוינים חופפים**?

ג. בכמה אופנים אפשר לקבל שני **ריבועים חופפים**?



3. א. **רונית** אמרה: כדי להוכיח שיש לצורה ציר סימטריה, לא מספיק להוכיח שהצורות משני צדי הישר חופפות.

צרו דוגמה המראה כי **רונית** צודקת.

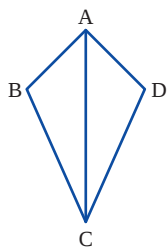
ב. **נעמה** אמרה: לכל הדלתונים יש ציר סימטריה.

האם **נעמה** צודקת?

ג. אילו מרובעים הם בעלי ציר סימטריה ואינם דלתונים?



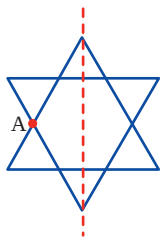
כדי להוכיח כי ישר הוא ציר סימטריה של מצולע, צריך להראות שאם נקפל את המצולע לאורך הישר הזה, הצלעות המתאימות והזוויות המתאימות משני צדי הישר **יתלכדו**.



4. שרטטו דלתון וסמנו זוויות שוות בגודלן וצלעות שוות באורכן,

משני צדי האלכסון הראשי AC.

הסבירו מדוע AC הוא ציר סימטריה של הדלתון.



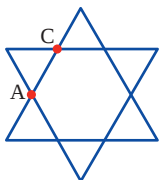
5. א. בשרטוט שלפניכם נקודה A וקו מסומנים **באדום**.

סמנו נקודה B סימטרית לנקודה A לגבי הקו המשורטט כציר סימטריה.

חברו את הנקודות A ו-B.

ב. **רותי** אמרה: ציר הסימטריה מאונך לקטע AB וחוצה אותו.

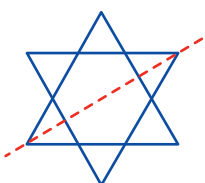
האם **רותי** צודקת? הסבירו.



ג. הנקודות A ו-C שבשרטוט סימטריות זו לזו.

שרטטו את ציר הסימטריה המתאים.

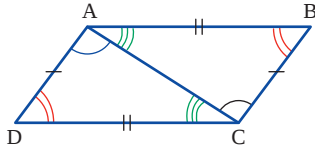
האם ציר הסימטריה מאונך לקטע AC? חוצה אותו? נמקו.



ד. בשרטוט קו. סמנו נקודות סימטריות זו לזו לגבי הקו המשורטט כציר סימטריה.

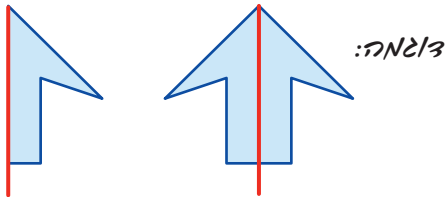
ה. כמה צירי סימטריה בצורה שבשרטוט.

6. המרובע ABCD הוא מקבילית שאינה מעוין.

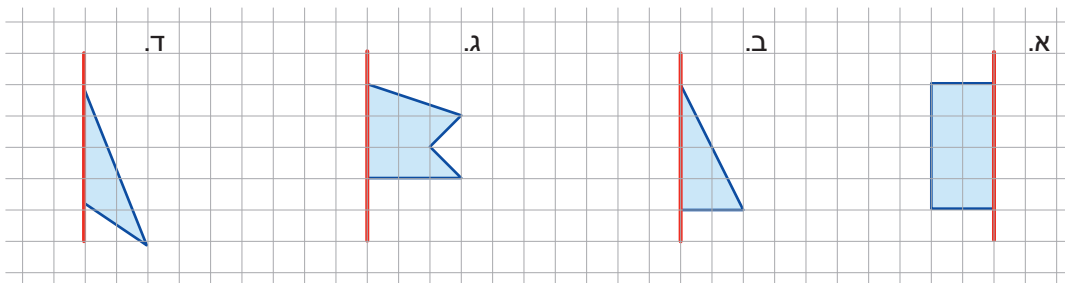


הסבירו מדוע AC אינו ציר סימטריה של המקבילית, למרות שלשני המשולשים משני צדי האלכסון AC יש שלושה זוגות של צלעות השוות באורכן (גם האלכסון AC המשותף) ושלושה זוגות של זוויות השוות בגודלן.

7. כשמשקפים מצולע בישר העובר דרך אחת הצלעות, מתקבלת צורה סימטרית.



העתיקו, שקפו כל אחת מהצורות המשוורטטות בישר האדום, וציינו איזו צורה מתקבלת.



סימטריה נחשבת כדוגמה ליופי ואסתטיקה. בניינים וגנים לרוב מעוצבים על-ידי אדריכלים בצורה סימטרית. בעת העתיקה ובימי הביניים הייתה שאיפה לבנות מבנים סימטריים, כאשר הסימטריה העיקרית הייתה סימטריית שיקוף ימין-שמאל. יש הטוענים שאידאל היופי האנושי בתפיסת בני האדם, הוא השאיפה אל סימטריה מושלמת, בעוד שכל סטייה מכך (אי-סימטריה) תפחית מאידאל היופי.



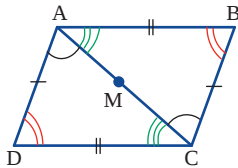
מבנה מימי הביניים, בלגיה



מבנה מחסן עם סימטריה בתקרה



אם אפשר לסובב צורה ב- 180° סביב **נקודה**, כך שהצורה בתנוחתה לאחר הסיבוב תכסה בדיוק את הצורה בתנוחתה המקורית, אז לצורה יש **סימטריה סיבובית**, והנקודה היא **מרכז סימטריה** של הצורה. כדי להוכיח כי נקודה היא מרכז סימטריה של מצולע, צריך להראות כי אם נסובב את המצולע ב- 180° סביב הנקודה, הצלעות המתאימות והזוויות המתאימות של שני חלקי הצורה **יתלכדו**.



דוגמה: למקבילית שבשרטוט ABCD יש **סימטריה סיבובית**.

הנקודה M נקודת פגישת האלכסונים (אמצע האלכסון)

היא **מרכז הסימטריה** של המקבילית.

אם נסובב את המקבילית ב- 180° סביב M:

- הצלע AB תתלכד עם הצלע DC

- הצלע BC תתלכד עם הצלע AD

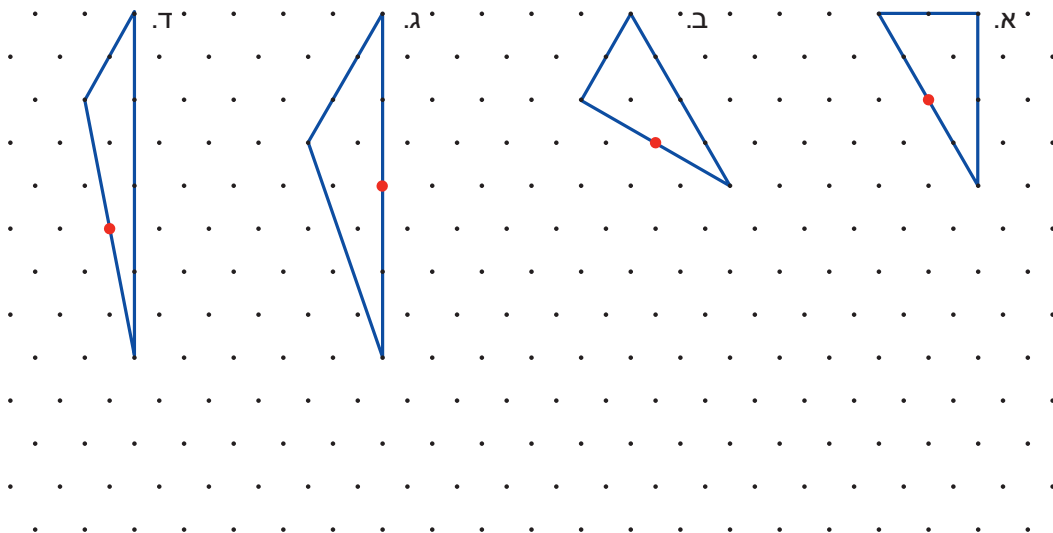
- $\angle B$ תתלכד עם $\angle D$

- $\angle BAC$ תתלכד עם $\angle DCA$

- $\angle ACB$ תתלכד עם $\angle CAD$

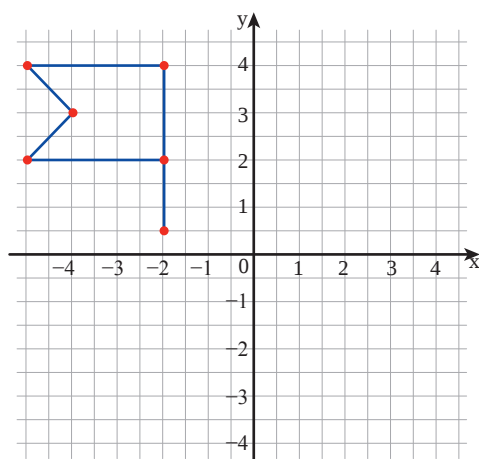
8. הנקודה הצבועה באדום בכל שרטוט, היא **מרכז סימטריה** של צורה.

שרטטו את החלק הסימטרי החסר.



9. שרטטו מקבילית, ואת אחד מאלכסוניה. סמנו את נקודת האמצע של האלכסון. סמנו זוויות שוות בגודלן וצלעות שוות באורך, בשני המשולשים שהתקבלו. הסבירו מדוע אמצע האלכסון הוא מרכז סימטריה של המקבילית.

10. לאילו מהמצולעים הבאים יש מרכז סימטריה? מעוין, מלבן, דלתון, ריבוע, טרפז ישר-זווית, טרפז שווה-שוקיים, משושה משוכלל, מחומש משוכלל.



11. במערכת הצירים שלפניכם משורטטת צורה. העתיקו אותה.

- שרטטו את הצורה הנוצרת לאחר ביצוע סימטריה סיבובית סביב ראשית הצירים כמרכז הסימטריה.
(רמז: שקפו כל נקודה בציר הסיבוב.)
- מה הקשר בין שיעורי הנקודות המסומנות באדום בצורה המקורית לשיעורי הנקודות המתאימות בצורה שנוצרה.

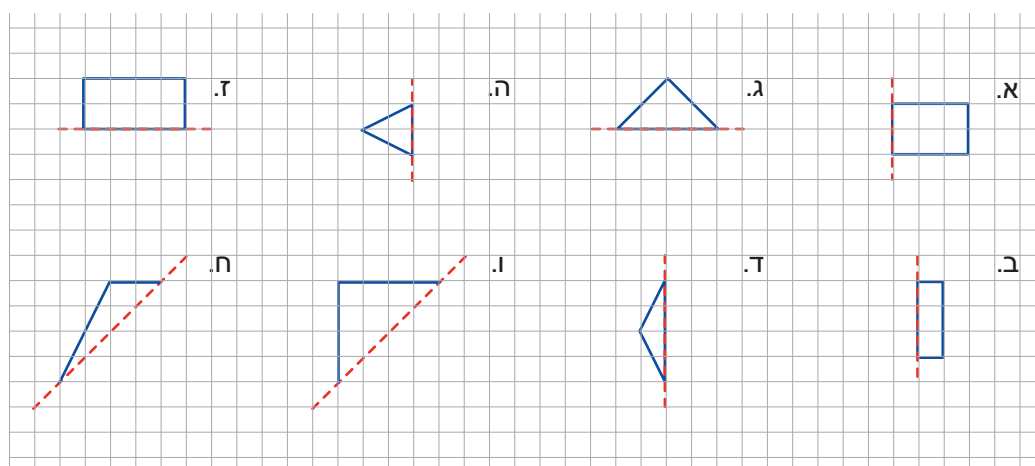


אוסף משימות



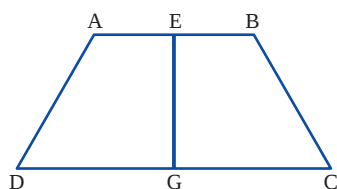
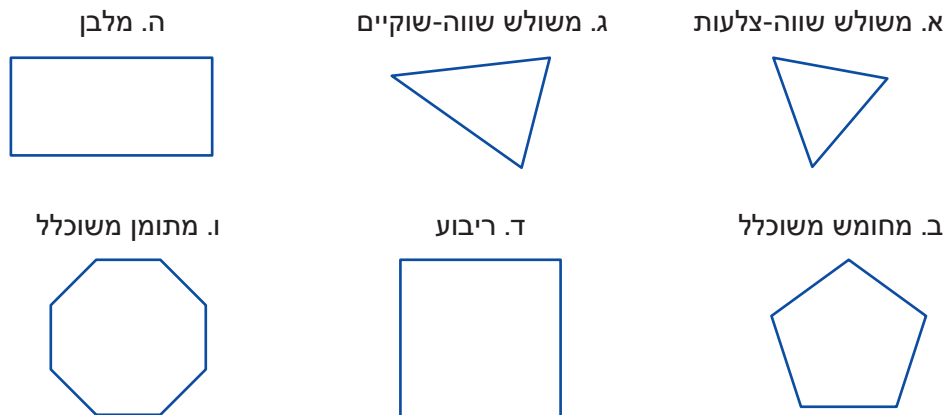
1. הישר המקווקו בכל שרטוט הוא ציר סימטריה של מרובע.

- העתיקו ושרטטו את החלק הסימטרי החסר.
- איזה מרובע התקבל?





2. העתיקו ושרטטו לפחות ציר סימטריה אחד בכל מצולע. אם יש יותר מאחד, ציינו כמה צירי סימטריה יש.



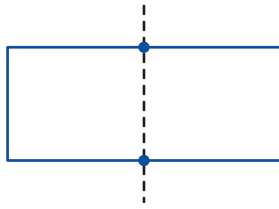
3. שרטטו טרפז שווה-שוקיים.
סמנו זוויות שוות בגודלן וצלעות שוות באורכן משני צדי הקטע EG המחבר את אמצעי הבסיסים.
הסבירו מדוע EG הוא ציר סימטריה של הטרפז.



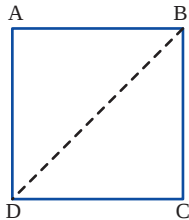
4. לאילו מהמצולעים הבאים יש גם ציר סימטריה וגם מרכז סימטריה?
אם יש, שרטטו וסמנו במצולע את ציר הסימטריה ואת מרכז הסימטריה.
משולש שווה-שוקיים, משולש שווה-צלעות, מקבילית, דלתון, מעוין, מלבן, ריבוע, משושה משוכלל, מתומן משוכלל, טרפז שווה-שוקיים.



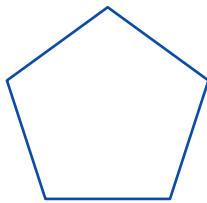
5. א. קפלו דף וגזרו שני משולשים חופפים שוני-צלעות, שאינם ישרי-זווית. הניחו את המשולשים, כך שתהיה להם צלע משותפת ויתקבל מרובע. כמה מרובעים שאינם חופפים אפשר לקבל ומאיזה סוג? לאילו מהם יש מרכז סימטריה ולאילו צירי סימטריה?
ב. קפלו דף וגזרו שני משולשים חופפים ישרי-זווית ושוני-צלעות. הניחו את המשולשים, כך שתהיה להם צלע משותפת ויתקבל מרובע. כמה מרובעים שאינם חופפים אפשר לקבל ומאיזה סוג? לאילו מהם יש מרכז סימטריה ולאילו צירי סימטריה?
ג. קפלו דף וגזרו שני משולשים חופפים שווי-צלעות. הניחו את המשולשים, כך שתהיה להם צלע משותפת ויתקבל מרובע. כמה מרובעים שאינם חופפים אפשר לקבל ומאיזה סוג? לאילו מהם יש מרכז סימטריה ולאילו צירי סימטריה?



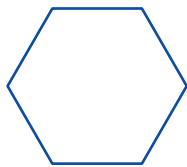
6. הישר המקווקו עובר דרך אמצעי צלעות נגדיות של מלבן.
- שרטטו וסמנו צלעות שוות באורכן וזוויות שוות בגודלן, משני צדי הישר המקווקו.
 - הסבירו מדוע הישר המחבר אמצעי צלעות נגדיות במלבן הוא ציר סימטריה של המלבן.



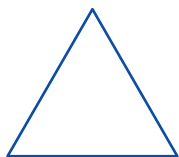
7. המרובע ABCD הוא ריבוע.
- שרטטו וסמנו צלעות שוות באורכן וזוויות שוות בגודלן משני צדי האלכסון. הסבירו מדוע האלכסון הוא ציר סימטריה של הריבוע.



8. א. שרטטו מחומש משוכלל ושרטטו בו ציר סימטריה.
- ב. כמה צירי סימטריה למחומש משוכלל? שרטטו אותם.
- ג. האם למחומש משוכלל יש מרכז סימטריה? אם כן, סמנו אותו.



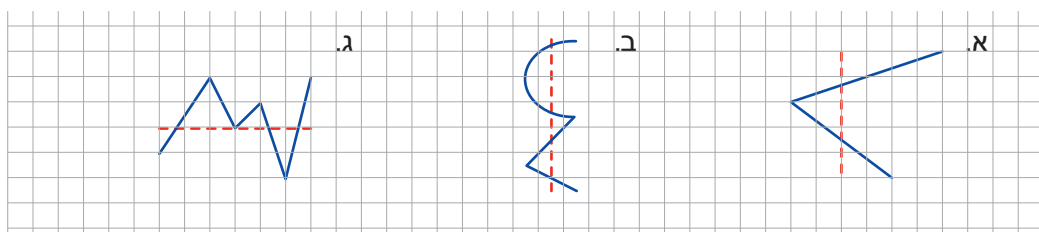
9. א. שרטטו משושה משוכלל.
- שרטטו במשושה ציר סימטריה.
- ב. כמה צירי סימטריה למשושה משוכלל? הדגו.
- ג. האם למשושה משוכלל יש מרכז סימטריה? אם כן, סמנו אותו.



10. א. חלקו משולש שווה-צלעות בעזרת שני קווים: למקבילית שאינה מעוין ולשני משולשים שווי-צלעות.
- ב. חלקו משולש שווה-צלעות בעזרת שני קווים: למעוין ולשני משולשים שווי-צלעות.



11. הישר המקווקו בכל שרטוט הוא ציר סימטריה של הצורה. העתיקו ושרטטו את החלק החסר.





שומרים על כושר

משוואות עם שברים אלגבריים

1. פתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{2x-3}{5} = 5 & \text{ג.} & 5 - \frac{2}{3}x = \frac{7}{2} & \text{ה.} & \frac{2x}{3} + \frac{x+1}{2} = 13 + 2x \\ \text{ב.} & \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10 & \text{ד.} & \frac{4x}{5} - \frac{2x}{3} = 2 & \text{ו.} & 2 - \frac{x}{3} = \frac{2-3x}{5} \end{array}$$

2. כתבו את תחום ההצבה ופתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x+1}{3} = 0 & \text{ב.} & \frac{x^2-x}{x+5} = 0 & \text{ג.} & \frac{x^2-x}{x(x-1)} = 0 & \text{ד.} & \frac{3}{x+1} = 0 \end{array}$$

3. כתבו את תחום ההצבה ופתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x^2-4}{x+2} = 2 & \text{ג.} & \frac{6}{x+1} + \frac{5}{x} = 2 & \text{ה.} & \frac{4x}{2x+1} + \frac{3}{x+3} = 1 \\ \text{ב.} & \frac{x^2-9}{x-3} = 6 & \text{ד.} & \frac{10}{2x-3} + \frac{5}{2x+3} = 3 & \text{ו.} & \frac{x+3}{x+1} - \frac{x}{x-1} = 0 \end{array}$$

4. פרקו לגורמים, כתבו את המכנים כמכפלות, רשמו תחום הצבה ופתרו.

זמנה:

$$\begin{aligned} \frac{3}{1+x} - \frac{x+2}{1-x} &= \frac{9}{1-x^2} \\ \frac{3}{1+x} - \frac{x+2}{1-x} &= \frac{9}{1-x^2} \quad / \cdot (1-x)(1+x), x \neq 1, x \neq -1 \\ 3(1-x) - (x+2)(1+x) &= 9 \\ 3 - 3x - x - x^2 - 2x - 2 &= 9 \\ -x^2 - 6x - 8 &= 0 \quad / \cdot (-1) \\ (x+4)(x+2) &= 0 \\ x_1 = -4, x_2 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{5}{2x-1} + \frac{3}{2x+1} = \frac{18}{4x^2-1} \\ \text{ב.} & \frac{x}{3(x-5)} + \frac{1}{x+5} = \frac{2x}{x^2-25} \\ \text{ג.} & \frac{8}{2x-4} + \frac{5}{x+2} = 5 \\ \text{ד.} & \frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2} \\ \text{ה.} & \frac{1}{x^2} - \frac{x+1}{2x^2+2x} = -\frac{1}{2x} \\ \text{ו.} & \frac{6}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{32}{x^2-9} \end{array}$$

5. קבוצת עובדים רצתה לקנות מתנה במחיר של 600 שקלים.

הם חילקו ביניהם את הסכום שווה בשווה, אבל ברגע האחרון הצטרפו עוד 5 עובדים, ולכן כל אחד שילם 6 שקלים פחות מהסכום שהיה צריך לשלם בתחילה.
מצאו: כמה עובדים היו בקבוצה בתחילה? התייחסו לתנאים המגבילים והסבירו.