

יחידה 27: בעיות מילוליות מסוגים שונים

שיעור 1. בעיות כלליות

משתנה אחד או שניים?

קבוצה של 40 מבוגרים וילדים יצאה לטיול. עלות הטיול לכל הילדים הייתה 640 שקלים, ועלות הטיול לכל המבוגרים הייתה 1,320 שקלים. כל אחד מהמבוגרים שילם 15 שקלים יותר מכל ילד. כמה ילדים וכמה מבוגרים יצאו לטיול?

נפתור בעיות בדרכים שונות.

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

1. הפתרון של רינה

רינה סימנה: x מספר הילדים ($x < 40$, x מספר טבעי), y עלות הטיול למשתתף בשקלים ($y > 0$).
א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מספר משתתפים	עלות למשתתף (בשקלים)	עלות כוללת (בשקלים)
ילדים	x	y
מבוגרים		

ב. רינה רשמה את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} xy = 640 \\ (40 - x)(y + 15) = 1320 \end{cases}$$

תארו במילים כל משוואה.

ג. פתרו את מערכת המשוואות ומצאו כמה ילדים וכמה מבוגרים יצאו לטיול.

2. הפתרון של ציפי

ציפי סימנה: x מספר הילדים ($x < 40$, x מספר טבעי), y מספר המבוגרים ($y < 40$, y מספר טבעי).
א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מספר משתתפים	עלות למשתתף (בשקלים)	עלות כוללת (בשקלים)
ילדים	x	
מבוגרים	y	

ב. ציפי רשמה את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ \frac{640}{x} + 15 = \frac{1320}{y} \end{cases}$$

תארו במילים כל משוואה.

ג. פתרו את מערכת המשוואות ומצאו כמה ילדים וכמה מבוגרים יצאו לטיול.

3. הפתרון של יפה

יפה סימנה: x מספר הילדים ($x < 40$, x מספר טבעי).
א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מספר משתתפים	עלות למשתתף (בשקלים)	עלות כוללת (בשקלים)
x		

ב. יפה רשמה את המשוואה $\frac{640}{x} + 15 = \frac{1320}{40-x}$

תארו במילים את המשוואה.

ג. פתרו את המשוואה ומצאו כמה ילדים וכמה מבוגרים יצאו לטיול?



4. א. האם הפתרונות של רינה, של ציפי ושל יפה נכונים?
ב. איזו דרך אתם מעדיפים? הסבירו.



תזכורת

אפשר לפתור בעיה מילולית בעזרת משוואה או בעזרת מערכת משוואות.
חלק מהמשוואות - קל יותר לכתוב, וחלק מהן קל יותר לפתור.
בכל דרך של פתרון, התשובה לבעיה זהה.

5. פתרו את מערכות המשוואות.

א. $\begin{cases} x + y = 8 \\ (x + 4)(y - 1) = 28 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ (x - 1)(y - 1) = 6 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} x \cdot y = 8 \\ (x + 3)(y + 1) = 25 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} x - y = 6 \\ x(x - 3) + y(y - 1) = 10 \end{cases}$

ה. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x(x + 2) + y(y - 2) = 3 \end{cases}$

ו. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ (x - 3)(y + 5) = 18 \end{cases}$

6. גברת כהן קנתה עבור ילדיה 85 מחברות משני סוגים: מחברות דקות ומחברות עבות. מחברת עבה יקרה ב- 3 שקלים ממחברת דקה. גברת כהן שילמה עבור כל המחברות הדקות 140 שקלים, ועבור כל המחברות העבות 350 שקלים. נסמן ב- x את מספר המחברות הדקות שקנתה גברת כהן, וב- y את מספר המחברות העבות.
- א. אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. מערכת המשוואות I ומשוואה II מתאימות לתיאור הבעיה. תארו במילים כל משוואה.

$$\begin{cases} x + y = 85 \\ \frac{140}{x} + 3 = \frac{350}{y} \end{cases} \quad \text{I.}$$

$$\frac{140}{x} = \frac{350}{85-x} - 3 \quad \text{II.}$$

- ג. פתרו את המשוואה או את מערכת המשוואות (בסעיף ב) ומצאו:
- כמה מחברות מכל סוג קנתה גברת כהן?
 - מה מחירה של מחברת דקה ומה מחירה של מחברת עבה?



אוסף משימות



1. מפעל משווק את התוצרת לחנויות במשאיות גדולות ובמשאיות קטנות, סך-הכול 25 משאיות. על משאית גדולה אפשר להעמיס 3 טון יותר מאשר על משאית קטנה. על כל המשאיות הגדולות אפשר להעמיס 105 טון, ועל כל המשאיות הקטנות - 40 טון.
- א. כמה משאיות גדולות וכמה משאיות קטנות עומדות לרשות המפעל?
- ב. כמה טון אפשר להעמיס על כל משאית?



2. לקראת חופשת הקיץ קנו במועדון חוברות עבודה באנגלית ובעברית. מספר החוברות באנגלית היה גדול ב- 3 ממספר החוברות בעברית. מחיר חוברת אחת בעברית היה נמוך בשקל אחד ממחיר חוברת אחת באנגלית. העלות הכוללת של החוברות באנגלית הייתה 90 שקלים, ושל החוברות בעברית - 60 שקלים. כמה חוברות באנגלית וכמה חוברות בעברית קנו במועדון?



3. בעל אולם שמחות הזמין 60 קילוגרמים תפוחים ואגסים לאירוע. מחיר קילוגרם אחד של תפוחים היה נמוך ב- 2.5 שקלים ממחיר קילוגרם אחד של אגסים. העלות הכוללת של כל התפוחים הייתה 144 שקלים, ושל כל האגסים - 156 שקלים. כמה קילוגרמים של פירות מכל סוג קנה בעל האולם?



4. סוחר קנה שני סוגים של סחורה.

עבור הסוג הראשון שילם 770 שקלים, ועבור הסוג השני שילם 700 שקלים.
משקל הסחורה מהסוג הראשון היה קטן ב- 6 קילוגרמים ממשקל הסחורה מהסוג השני.
קילוגרם אחד של סחורה מהסוג הראשון יקר ב- 3.5 שקלים מקילוגרם אחד של סחורה מהסוג השני.
כמה קילוגרמים של סחורה מכל סוג קנה הסוחר?



5. פתרו את מערכות המשוואות.

$\begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 + 5y = 4 \end{cases}$	ה.	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$	ג.	$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ x^2 - xy = 6 \end{cases}$	א.
---	----	---	----	--	----

$\begin{cases} x + y = 6 \\ (x + 2)(y - 3) = 4 \end{cases}$	ו.	$\begin{cases} y = x - 1 \\ xy + y^2 = 55 \end{cases}$	ד.	$\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x^2 + y^2 = 114 \end{cases}$	ב.
---	----	--	----	---	----



6. פתרו את מערכות המשוואות.

$\begin{cases} x + y = 30 \\ (x + 2)(y + 3) = 300 \end{cases}$	ה.	$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 - xy - y^2 = 19 \end{cases}$	ג.	$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + 2x - y = 33 \end{cases}$	א.
--	----	--	----	--	----

$\begin{cases} x - y = 1 \\ x(x + 1) + y(y - 1) = 6 \end{cases}$	ו.	$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy + y^2 = 24 \end{cases}$	ד.	$\begin{cases} y = x - 3 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$	ב.
--	----	--	----	---	----



7. פתרו את מערכות המשוואות.

$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ 3x^2 - y^2 + 10x = 8 \end{cases}$	ד.	$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 4x^2 + 3y^2 = 45 + 2xy \end{cases}$	א.
--	----	--	----

$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 3y^2 - 4x^2 + 5xy = 2 \end{cases}$	ה.	$\begin{cases} xy + 7 = 0 \\ (x + 1)(y - 3) + 32 = 0 \end{cases}$	ב.
---	----	---	----

$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x^2 + xy = 2y^2 - 32 \end{cases}$	ו.	$\begin{cases} xy = 10 \\ (x - 4)(y + 1) = 12 \end{cases}$	ג.
---	----	--	----

שיעור 2. בעיות כלליות (המשך)



עובדי משרד החליטו לאסוף סכום כולל של 1,500 שקלים לקניית מתנה לחבר לרגל נישואיו. ביום איסוף הכסף חסרו 3 עובדים. כל אחד מן העובדים שנכחו שילמו 25 שקלים נוספים כדי לאפשר את קניית המתנה. נסמן ב- x את מספר העובדים במשרד, וב- y את הסכום המקורי שרצו לאסוף מכל עובד (בשקלים).

- א. אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. מה מתאר כל אחד מהביטויים הבאים?

$$\frac{1500}{y+25} \quad \frac{1500}{y} \quad \frac{1500}{x-3} \quad xy \quad \frac{1500}{x}$$

נפתור בעיות מילוליות נוספות בעזרת משוואות.

1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

- א. כל אחת מהמשוואות וממערכת המשוואות הבאות מתאימה לתיאור הבעיה. הסבירו כל משוואה.

$$\frac{1500}{x} + 25 = \frac{1500}{x-3} \quad \text{I} \quad \frac{1500}{y} - 3 = \frac{1500}{y+25} \quad \text{III}$$

$$\begin{cases} xy = 1500 \\ (x-3)(y+25) = 1500 \end{cases} \quad \text{II} \quad \begin{cases} xy = 1500 \\ xy = (x-3)(y+25) \end{cases} \quad \text{VI}$$

- ב. פתרו משוואה או מערכת משוואות (מסעיף א), ומצאו כמה עובדים במשרד?

2. תלמידות כיתה ט תכננו לאסוף סכום כולל של 2,800 שקלים לטיול שנתי.

- 8 תלמידות לא יצאו לטיול, ולכן כל אחת מהתלמידות שילמה 40 שקלים יותר ממה שתוכנן.
 א. אילו ערכים יכולים להתאים למספר התלמידות בכיתה? הסבירו.
 ב. רשמו משוואה, פתרו ומצאו כמה תלמידות בכיתה.

3. בעל חנות ספרים הזמין מספר עותקים של חוברת במחיר כולל של 600 שקלים.

- כל חוברת התייקרה ב- 0.5 שקל, ולכן שלחה הוצאת הספרים שתי חוברות פחות ממספר החוברות שהוזמנו.
 א. כמה חוברות הוזמנו?
 ב. מה היה מחיר כל חוברת לפני ההתייקרות?

4. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

$$\frac{9}{x-8} - \frac{8}{x-7} = 1 \quad \text{ה.} \quad \frac{6}{x-2} + \frac{9}{x+4} = 3 \quad \text{ג.} \quad \frac{9}{8-x} = 23 - 2x \quad \text{א.}$$

$$\frac{13}{x-8} - \frac{10}{x+4} = 9 \quad \text{ו.} \quad \frac{24}{x-4} - \frac{15}{x-1} = 1 \quad \text{ד.} \quad \frac{8}{x} + \frac{11}{x+3} = 2 \quad \text{ב.}$$



אוסף משימות



1. גרפיקאית עבדה מספר שעות תמורת 600 שקלים. אילו שכרה לשעה היה גבוה ב- 6 שקלים, היתה הגרפיקאית צריכה לעבוד 5 שעות פחות תמורת אותו שכר. כמה שעות עבדה הגרפיקאית?



2. סוחר קנה מספר מחשבונים במחיר כולל של 1,200 שקלים. הסוחר מכר 15 מחשבונים ברווח של 8 שקלים למחשבון ואת היתר ברווח של 5 שקלים למחשבון. בסך-הכול מכר הסוחר את המחשבונים שקנה ב- 1,445 שקלים. כמה מחשבונים קנה הסוחר?



3. סוחר רהיטים הזמין שולחנות במחיר כולל של 44,000 שקלים. בשעת ההובלה ניזוקו 5 שולחנות. הסוחר מכר כל אחד מהשולחנות הנותרים ב- 200 שקלים יותר ממחיר הקנייה, והרוויח בסך-הכול 6,000 שקלים. כמה שולחנות הזמין הסוחר?



4. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $(x + 2)(x - 3) + x = 19$ ג. $(x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2$ ה. $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} = 1$

ב. $(x + 3)^2 = 2(x + 7)$ ד. $\frac{4}{x-2} + \frac{2}{x+3} = 1$ ו. $\frac{3}{x} - \frac{5}{x-2} = 1$



5. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x}{x+4} + \frac{1}{x-4} = \frac{2}{x^2-16}$ ג. $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$ ה. $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x+1}{3-x} = \frac{1}{x}$

ב. $\frac{2x-3}{2x-1} = \frac{x-5}{x+1}$ ד. $\frac{x-2}{x+2} = \frac{2x-1}{2x+3}$ ו. $\frac{x}{2x-1} + 2x + 1 = 1$



6. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{7}{2x+3} - \frac{x-2}{2x-3} = 1$ ג. $\frac{x+3}{x+1} - \frac{x-3}{3x-4} = 0$ ה. $\frac{2x-3}{x-5} - \frac{6-5x}{5-x} = 2x+1$

ב. $\frac{3}{x-4} + \frac{4}{x-2} = \frac{10}{x}$ ד. $\frac{5x-1}{x-3} + \frac{8x}{3-x} = 3-4x$ ו. $\frac{2x+5}{x-2} - \frac{1-2x}{2-x} = \frac{x+5}{3}$

שיעור 3. אחוזים



20% הנחה על כל מוצר

בחלון ראווה של חנות בגדים הופיע השלט

לבגדים בחנות מוצמדים פתקים שעליהם מחירים לפני הנחה שאינם כוללים מס ערך מוסף. (המע"מ הוא 18%).

מחיר חולצה לאחר הנחה וכולל מע"מ הוא 94.40 שקלים.

שערו: איזה מהמספרים הבאים יכול להיות המחיר הרשום על הפתק הצמוד לחולצה?

100 שקלים 90 שקלים 120 שקלים 96.40 שקלים

נפתור בעיות מילוליות העוסקות באחוזים.

מציאת כמות התחלתית

1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

נסמן ב- x את המחיר שלפני הנחה וההוספה של המע"מ.

א. אילו מהמשוואות הבאות מתאימות לתיאור הבעיה? הסבירו.

$$x \cdot 0.8 \cdot 0.18 = 94.40 \quad \text{IV} \qquad x \cdot 0.8 \cdot 1.18 = 94.40 \quad \text{I}$$

$$x - 0.2x + 0.18x = 94.40 \quad \text{V} \qquad x \cdot 0.2 \cdot 0.18 = 94.40 \quad \text{II}$$

$$x \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{118}{100} = 94.40 \quad \text{VI} \qquad (x - 0.2x) \cdot 1.18 = 94.40 \quad \text{III}$$

ב. פתרו את אחת המשוואות המתאימה לבעיה.

ג. מה היה המחיר הרשום על הפתק הצמוד לחולצה?



תזכורת

- אפשר לחשב הנחה או התייקרות בדרכים שונות.
- דרך I: מחשבים את גובה ההנחה או את גובה התייקרות, ואז מפחיתים או מוסיפים אותם למחיר המקורי.
- דרך II: מוצאים איזה אחוז מהמחיר יש לשלם לאחר השינוי, ומחשבים את ערך האחוז.
- בסדרה של כמה הגדלות או הקטנות, אפשר לבצע את החישוב בתרגיל אחד.
- אם נתונה הכמות הסופית לאחר שתי הגדלות או הקטנות באותו אחוז, וצריך למצוא את הכמות ההתחלתית - אפשר להיעזר בפתרון משוואה.

מלצה:

במשימה 1, כדי למצוא את המחיר הרשום על הפתקית עובדים לפי הצעדים הבאים:

- קובעים כמשתנה את הכמות ההתחלתית, המחיר ההתחלתי: x שקלים
 - רושמים ביטוי אלגברי ל"הגדלה" ראשונה, המחיר לאחר הנחה של 20%: $x \cdot 0.8$ שקלים
 - רושמים ביטוי אלגברי ל"הגדלה" שנייה, המחיר לאחר תוספת מע"מ: $x \cdot 0.8 \cdot 1.18$ שקלים
 - רושמים משוואה מתאימה ופותרים המשוואה: $x \cdot 0.8 \cdot 1.18 = 94.40$
- $x = 100$

2. המחיר של זוג נעליים לאחר הנחה של 25% ובתוספת מע"מ של 18% הוא 177 שקלים. מה היה המחיר ההתחלתי של הנעליים?

3. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". הסבירו.
 א. אם מוצר מתייקר ב- 10% ואחר-כך שוב מתייקר ב- 10%, יהיה מחירו כמו מחיר המוצר לאחר התייקרות ב- 20%.
 ב. אם מוצר מתייקר ב- 20% ואחר-כך מוזל ב- 20%, לא ישתנה מחירו.
 ג. אם מוצר מתייקר ב- 10% ואחר-כך מתייקר שוב ב- 20%, יהיה מחירו כמו מחיר המוצר לאחר התייקרות של 20% והתייקרות נוספת של 10%.

מציאת האחוז

4. ספר שמחירו היה 50 שקלים התייקר באחוז מסוים. במכירת חיסול ניתנה על הספר הנחה באותו אחוז שבו התייקר הספר לפני כן, וכתוצאה מכך הוא נמכר ב- 42 שקלים.
 נסמן ב- x את אחוז ההתייקרות ואת אחוז ההנחה ($x > 0$).
 א. הסבירו מדוע המשוואה המתאימה לתיאור הבעיה היא $50 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 42$.
 ב. פתרו את המשוואה ומצאו את אחוז ההתייקרות ואחוז ההנחה.



5. כיסא שמחירו היה 800 שקלים התייקר פעמיים באותו אחוז, וכתוצאה מכך היה מחירו 968 שקלים. נסמן ב- x את אחוז ההתייקרות בכל פעם ($x > 0$).
 א. רשמו משוואה מתאימה ל"סיפור" ופתרו אותה.
 ב. לפניכם שלושה פתרונות.

ציפי פתרה כך:	מירי פתרה כך:	הדסה פתרה כך:
סימנתי: $y = 1 + \frac{x}{100}$ ($y > 0$)	$800 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 968 \quad /: 800$	$800 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 968$
המשוואה: $800 \cdot y^2 = 968$	$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1.21$	$800 \cdot \left(1 + \frac{x}{50} + \frac{x^2}{10000}\right) = 968$
$y^2 = 1.21$	$1 + \frac{x}{100} = 1.1$	$800 + 16x + \frac{2x^2}{25} = 968 \quad / -968$
$y = -1.1$ או $y = 1.1$	או $1 + \frac{x}{100} = -1.1$	$16x + \frac{2x^2}{25} - 168 = 0 \quad / \cdot \frac{25}{2}$
(הפתרון $y = -1.1$ אינו מתאים כי $y > 0$)	$1 + \frac{x}{100} = -1.1$ (המשוואה)	$x^2 + 200x - 2100 = 0$
לכן: $1 + \frac{x}{100} = 1.1$	אינה מתאימה כי $x > 0$	הפתרון $x = 10$ או $x = -210$
$x = 10$	הפתרון: $x = 10$	(הפתרון $x = -210$ אינו מתאים כי $x > 0$)
		לכן $x = 10$

דונו בפתרונות של הדסה, של מירי ושל ציפי. איזה פתרון אתם מעדיפים? הסבירו.



אם נתונות הכמות ההתחלתית והכמות לאחר שתי הגדלות או הקטנות באותו אחוז, אפשר למצוא את האחוז בדרכים שונות.

מציג: במשימה 5

דרך I: לפי הפתרון של **הדסה** - מפשטים את המשוואה לפי נוסחאות הכפל ופותרים.
 דרך II: לפי הפתרון של **מירי** - נעזרים בפעולות על האגפים ופותרים.
 דרך III: לפי הפתרון של **ציפי** - מציגים את אחוז המחיר לתשלום לאחר התייקרות כמשתנה חדש $y = 1 + \frac{x}{100}$, מוצאים את הערך של y על-ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה ומחשבים את x .

6. מחיר מחברת 10 שקלים.
 בתחילת החודש עלה מחירה באחוז מסוים.
 בסוף החודש עלה שוב מחיר המחברת באותו אחוז, והיא נמכרה ב- 12.10 שקלים.
 בכמה אחוזים עלה מחיר המחברת בכל פעם?



אוסף משימות



1. במפעל קיבלו הפועלים תוספת יוקר של 2% לשכרם.
 אחרי שנה קיבלו הפועלים פעם נוספת תוספת יוקר של 3%.
 בכל סעיף חשבו מה הייתה המשכורת לפני שתי תוספות היוקר.
 א. **יוסף** קיבל לאחר שתי תוספות היוקר משכורת של 10,506 שקלים.
 ב. **אלקנה** קיבל לאחר שתי תוספות היוקר משכורת של 8,930.10 שקלים.
 ג. **מיכאל** קיבל לאחר שתי תוספות היוקר משכורת של 5,253 שקלים.



2. לקראת סוף העונה הכריזה רשת חנויות בגדים על הנחה של 10% על המחיר הרשום, ולחברי מועדון - 10% נוספים על היתרה.
יפי, חברת מועדון, קנתה בסוף העונה שלושה פריטים ושילמה את המחירים הבאים.
 בכל סעיף רשום המחיר ששילמה **יפי**.
 חשבו את המחיר ההתחלתי של כל פריט.



- א. חצאית: 162 שקלים. ב. חולצה: 48.60 שקלים. ג. סוודר: 121.50 שקלים.



3. מזגן שמחירו 2,000 שקלים התייקר באחוז מסוים.

בסוף העונה הוזל מחיר המזגן באותו אחוז שבו התייקר לפני כן, ואז נמכר המזגן ב- 1,980 שקלים.

א. סמנו ב- x את אחוז ההתייקרות ואת אחוז ההנחה ($x > 0$), ורשמו משוואה מתאימה.

ב. פתרו את המשוואה ומצאו את האחוז.



4. ספר שמחירו 100 שקלים התייקר פעמיים בזו אחר זו ב- $x\%$ ($x > 0$) בכל פעם

ונמכר ב- 121 שקלים.

בכמה אחוזים התייקר הספר בכל פעם?



5. ילקוט שמחירו 80 שקלים התייקר פעמיים בזו אחר זו באותו אחוז ונמכר ב- 88.20 שקלים.

בכמה אחוזים התייקר הילקוט בכל פעם?



6. שולחן שמחירו 4,000 שקלים התייקר פעמיים בזו אחר זו באותו אחוז ונמכר ב- 4,410 שקלים.

בכמה אחוזים התייקר השולחן בכל פעם?



7. ספר שמחירו 50 שקלים הוזל פעמיים בזו אחר זו ב- $x\%$ ($x > 0$) בכל פעם ונמכר ב- 40.50 שקלים.

בכמה אחוזים הוזל הספר בכל פעם?



8. סחורה שערכה 2,500 שקלים נמכרה אחרי שתי הורדות מחירים באותו אחוז במחיר 1,600 שקלים.

בכמה אחוזים הפחיתו בכל פעם את המחיר?



9. מחירה של מכונה 20,000 שקלים.

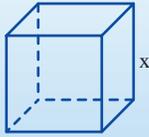
לאחר שתי הורדות של ערך המכונה כל פעם ב- $x\%$, היה מחיר המכונה גדול מ- 16,200 שקלים.

מה יכול להיות ערכו של x ?



10. הסבירו מדוע למשוואה $x^2 + 4x = m^2 - 2mx$ יש שני פתרונות ממשיים עבור כל ערך של m .

שיעור 4. קובייה ותיבה



בשרטוט תיבה ריבועית וקובייה.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ, $x > 0$).

מה צריך להיות אורך המקצוע של הקובייה כדי:

- שנפחה יהיה כפליים מנפח התיבה?
- ששטח פניה יהיה כפליים משטח פני התיבה?

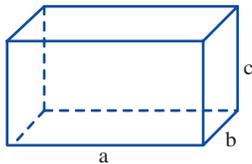
נפתור בעיות העוסקות בנפח ובשטח פנים של תיבות ושל קוביות.



תזכורת

נתונה תיבה.

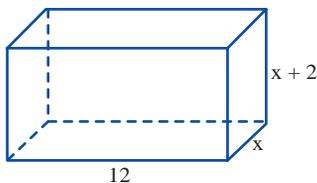
($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$) השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



• נפח התיבה $a \cdot b \cdot c$ סמ"ק.

• שטח הפנים של התיבה $2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ סמ"ר.

במשימות בשיעור ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, המספרים והביטויים האלגבריים מייצגים מידות אורך בס"מ.



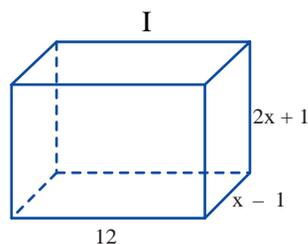
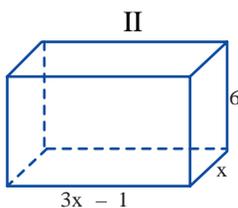
1. בשרטוט תיבה ($x > 0$).

בכל סעיף מצאו את ערכו של x ורשמו את אורכי המקצועות של התיבה. בדקו כי תשובותיכם מתאימות לתנאי הבעיה.

א. נפח התיבה 576 סמ"ק.

ב. שטח הפנים של התיבה 768 סמ"ר.

איזו תיבה התקבלה?



2. בשרטוט שתי תיבות ($x > 1$).

א. רשמו ביטוי אלגברי לנפח של כל תיבה.

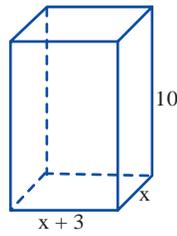
ב. סכום הנפחים של שתי התיבות 948 סמ"ק.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

מהן המידות של כל תיבה?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

ג. לאיזו תיבה שטח פנים גדול יותר? בכמה?



3. נפח התיבה שבשרטוט קטן מ- 400 סמ"ק.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה? הסבירו.

ב. מה יכול להיות ערכו של x ? הסבירו.



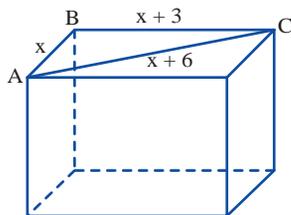
פותרים בעיה מילולית בעזרת אי-שוויון אלגברי לפי השלבים הבאים:

- רושמים תנאים מגבילים,
- פותרים את האי-שוויון,
- בודקים אם המספרים שהתקבלו מקיימים את התנאים המגבילים,
- רושמים את פתרון הבעיה.

חזרה: במשימה 3 מתקבל האי-שוויון $10x(x+3) < 400$ שפתרונו $-8 < x < 5$

התנאים המגבילים על המשתנה $x > 0$

לכן פתרון הבעיה הוא $0 < x < 5$ כלומר, כל המספרים הגדולים מ- 0 וקטנים מ- 5.



4. בשרטוט תיבה ($x > 0$).

א. הסבירו מדוע $\triangle ABC$ הוא ישר-זווית.

ב. חשבו את ערכו של x .

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

ג. מה יכול להיות אורך גובה התיבה אם:

- נפח התיבה גדול מ- 540 סמ"ק?

- שטח הפנים של התיבה גדול מ- 510 סמ"ר?

5. פתרו את המשוואות.

ד. $(x - 4)^2 + 24 = (x + 2)(2x - 1)$

א. $(3x - 1)^2 + (x - 1)^2 = 26$

ה. $(2x + 3)^2 + (x + 4)^2 = 25$

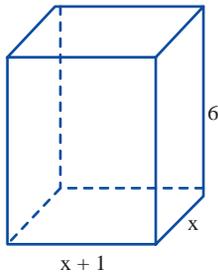
ב. $(3x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 24$

ו. $(2x + 3)^2 = (x + 4)^2 - 8$

ג. $(3x + 1)^2 = (x - 1)^2$



אוסף משימות

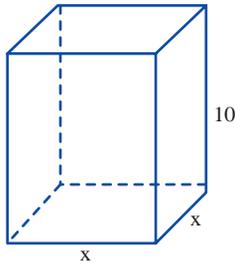


1. בשרטוט תיבה.

- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. נפח התיבה 72 סמ"ק.
- מצאו את ערכו של x ורשמו את אורכי המקצועות של התיבה.
- בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.
- ג. חשבו את שטח הפנים של התיבה.



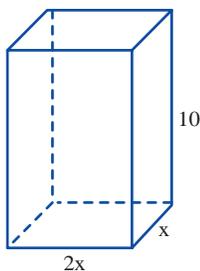
2. בשרטוט תיבה ריבועית.



- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. רשמו ביטוי אלגברי לשטח הפנים של התיבה.
- ג. שטח הפנים של התיבה 250 סמ"ר.
- רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- מה ערכו של x ?
- ד. חשבו את נפח התיבה.



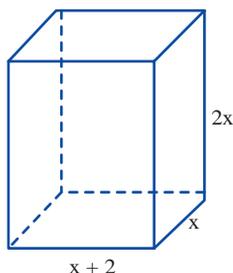
3. שטח הפנים של התיבה שבשרטוט הוא 1,000 סמ"ר.



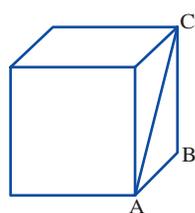
- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. רשמו ביטוי אלגברי לשטח הפנים של התיבה.
- ג. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- מה ערכו של x הסבירו.
- ד. חשבו את נפח התיבה.



4. שטח הפנים של התיבה שבשרטוט קטן מ- 208 סמ"ר.



- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. מה יכול להיות ערכו של x הסבירו.



5. אורך אלכסון הפאה של הקובייה הוא 12 ס"מ.

- א. חשבו את אורך מקצוע הקובייה, היעזרו בשרטוט ΔABC .
- ב. חשבו את נפח הקובייה.
- ג. חשבו את שטח הפנים של הקובייה.



6. פתרו את המשוואות.

א. $2x - 16 + (x + 4)^2 = x + 10$

ב. $(2x - 1)^2 = (x + 7)^2 + 72$

ג. $(x + 1)^2 = x + 13$

ד. $2x(x + 2) + 3(x - 3) = 0$

ה. $(2x + 1)^2 = x(x + 8)$

ו. $2x^2 + (x - 3)^2 = 9$



7. פתרו את המשוואות.

א. $(x - 4)^2 = 3(x + 2)(2x - 1)$

ב. $(x - 3)^2 = 10 + 2(x + 2)(x - 10)$

ג. $(2x + 5)^2 = x + 12 + (x + 5)^2$

ד. $(2x - 7)^2 - (x + 3)^2 = 100 - x^2$

ה. $(2x - 5)^2 + 3(x + 7)^2 = (x - 10)^2$

ו. $(x + 3)^2 + (x - 2)^2 = 25$



8. פתרו את המשוואות.

א. $(4x - 1)(x + 2) + 2 = (x - 2)^2$

ב. $(3x - 2)^2 + x + 1 = (2x - 3)^2$

ג. $3(x - 2)^2 + 2(x + 3) = 50$

ד. $x^2 + (x - 8)^2 = (3x - 1)(x - 5) + 10$

ה. $(x - 6)(2x - 11) = (3x - 10)(x - 1)$

ו. $5(x + 2) + 8(x - 1) = 2(x + 2)(x - 1)$



9. הגדילו את אורך הצלע של קובייה ב-20%.

- א. בכמה אחוזים גדל נפח הקובייה?
- ב. בכמה אחוזים גדל שטח הפנים של הקובייה?

שיעור 5. מרחק עצירה

משימה אוריינית



מרחק עצירה של מכונית הוא המרחק שעוברת המכונית מרגע שמבחינים במכשול ועד לעצירתה.

הפונקציה $f(x)$ מתארת את מרחק העצירה (במטרים)

$$f(x) = \frac{(x+10)^2}{25} - 4 \quad : (x \geq 0) \text{ קמ"ש } x$$

אבי נסע במהירות של 50 קמ"ש, ו**יוסי** נסע במהירות של 30 קמ"ש.

שערו: למי מהם מרחק עצירה גדול יותר?

נחקרו את מרחק העצירה בנוסחה במהירויות שונות.

במשימות 1 - 5 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. חשבו את מרחק העצירה של **אבי** ואת מרחק העצירה של **יוסי** ובדקו את השערתכם.



2. א. מהירות הנסיעה של **איציק** היא 100 קמ"ש. מה מרחק העצירה שלו?

ב. מהירות הנסיעה של **איציק** היא פי 2 ממהירותו של **אבי**.

פי כמה גדול מרחק העצירה של **איציק** ממרחק העצירה של **אבי**?

3. נהגת הנוסעת במהירות של 40 קמ"ש רואה לפניו מחסום במרחק 60 מטרים. האם תספיק לעצור? הסבירו.

4. א. באיזו מהירות יש לנסוע כדי להספיק לעצור לפני מחסום הנמצא במרחק של 32 מטרים מהנקודה שבה מבחינים במחסום? (רשמו משוואה מתאימה ופתרו).

ב. באיזו מהירות יש לנסוע כדי להספיק לעצור לפני מכשול הנמצא במרחק של 117 מטרים קדימה?

ג. באיזו מהירות יש לנסוע כדי להספיק לעצור לפני רמזור הנמצא במרחק של 60 מטרים קדימה?

5. א. שרטטו מערכת צירים מתאימה ושרטטו את גרף הפונקציה.

ב. ציר x : כל משבצת 5 קמ"ש, ציר y : כל משבצת 10 מטרים.

מה צורת הגרף? הסבירו.

ב. היעזרו בגרף ובדקו אם ייתכנו המצבים הבאים:

- כאשר המהירות גדלה פי 2, גם מרחק העצירה גדל פי 2.

- כאשר המהירות גדלה פי 3, אז מרחק העצירה גדל ביותר מאשר פי 3.

מרחק תגובה הוא המרחק שעובר רכב מאז שנהג הבחין בסכנה ועד שהחליט על פעולה מסוימת (לדוגמה, הסטת ההגה, בלימת חירום). זמן התגובה הממוצע אצל נהג נמשך כ- $\frac{3}{4}$ שנייה, ובאותו זמן הרכב ממשיך בנוסעתו במהירותו המקורית שלפני התגובה.



מחקר בריטי מצא שנהיגה תחת השפעת אלכוהול מאריכה את זמן התגובה ב- 15%, נהיגה תוך כדי דיבור בדיבורית מאריכה את זמן התגובה ב- 30%, ואילו נהיגה בעת דיבור בטלפון נייד שמחזיקים ביד, מאריכה את זמן התגובה ב- 50%.



4. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 - 4x + 1$ $g(x) = -x^2 + 6x - 7$
א. העתיקו והשלימו סימן סדר מתאים.

$f(-1)$ ● $g(-1)$ $f(3)$ ● $g(3)$ $f(2)$ ● $g(2)$ $f(0)$ ● $g(0)$

ב. מצאו את שיעורי הנקודות המקיימות $f(x) = g(x)$.



5. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 + 4x - 5$ $g(x) = -x^2 + 6x - 8$
א. העתיקו והשלימו סימן סדר מתאים.

$f(-1)$ ● $g(-1)$ $f(3)$ ● $g(3)$ $f(1)$ ● $g(1)$ $f(0)$ ● $g(0)$

ב. האם מתקיים $f(x) = g(x)$? הסבירו.



6. בכל סעיף מצאו את שיעורי הנקודות המקיימות $f(x) = g(x)$.

א. $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ג. $f(x) = (x - 1)(x - 6)$ ה. $f(x) = (x + 1)^2 + 4$
 $g(x) = 8 - x$ $g(x) = x + 6$ $g(x) = 2x + 1$

ב. $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ד. $f(x) = (x - 1)(x - 6)$ ו. $f(x) = (x + 1)^2 + 4$
 $g(x) = -x^2 - 6x + 16$ $g(x) = 2x^2 - 3x + 10$ $g(x) = (x - 3)(x + 1)$



7. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ $g(x) = 2(x + 4)(x - 1)$
בכל סעיף מצאו ערכים מתאימים ל- x .

א. $f(x) > 0$ ג. $f(x) = g(x)$ ה. $f(x) < 3$ ז. $f(x) > 8$

ב. $g(x) > 0$ ד. $f(x) > g(x)$ ו. $g(x) < 12$ ח. $g(x) > -8$



8. נתונות שלוש פונקציות: $f(x) = -x^2 + x + 12$ $g(x) = x^2 + 2x - 3$ $h(x) = 1.5x + 4.5$
בכל סעיף מצאו ערכים מתאימים ל- x .

א. $f(x) = g(x)$ ב. $f(x) = h(x)$ ג. $g(x) = h(x)$



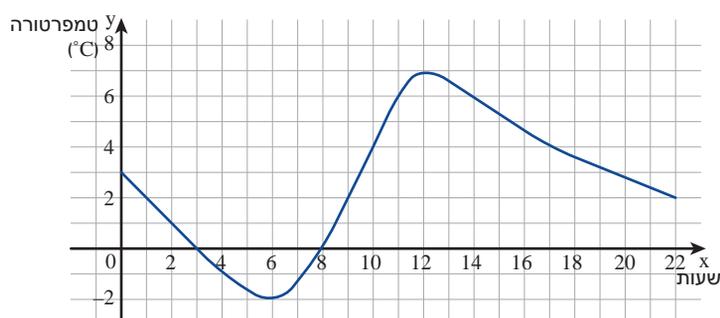
שומרים על כושר

ביטויים, משוואות ופונקציות

1. פשטו את הביטויים.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| ה. $(x + 1)(x + 2) - 2x^2 - 3x$ | א. $x(x + 8) - 2(4x + 1)$ |
| ו. $(x + 2)^2 + (x + 3)^2$ | ב. $(x + 3)^2 - 6x - 9$ |
| ז. $2x(x - 2) - 4(x - 2)$ | ג. $x(x + 4) - 4x - 3x^2$ |
| ח. $x(x - 1) + x(x + 2)$ | ד. $x^2 + x(x + 3)$ |

2. הגרף שלפניכם מתאר את הטמפרטורה במעלות צלסיוס ($^{\circ}\text{C}$) שנמדדה בירושלים ביום קר.



- א. מה הייתה הטמפרטורה בשעה 4? בשעה 11? בשעה 17?
ב. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 2°C ?
ג. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
ה. מה הייתה הטמפרטורה כשהתחילו למדוד?
ו. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 0°C ?
ז. בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה חיובית? בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה שלילית?
ח. הנקודה $(19, 3)$ נמצאת על גרף הפונקציה. הסבירו את משמעותה.
ט. בין אילו שעות עלתה הטמפרטורה? בין אילו שעות ירדה הטמפרטורה?

3. פתרו את המשוואות.

- | | | |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| ה. $(4x - 1)^2 = 0$ | ג. $3x^2 + 6 = 0$ | א. $(x - 6)(x + 6) = 0$ |
| ו. $x^2 - 11x + 30 = 0$ | ד. $x^2 - 6x - 7 = 0$ | ב. $(16 - x^2)x = 0$ |

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

- א. חשבו את $f(0)$, את $f(1)$, ואת $f(-1)$?
ב. מהו x אם $f(x) = 0$ אם $f(x) = 1$?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 1)(x - 3)$.

- א. $f(x) > 0$ באיזה תחום מתקיים?
ב. $f(x) < 0$?
ג. $f(x) < 3$?