

יחידה 22: מפרקים לגורמים ומצמצמים

שיעור 1. כפל וחילוק שברים אלגבריים

לפניכם חלק מדפי העבודה במתמטיקה של יהודית ושל מירי.
בדקו את תשובותיהן והסבירו. שימו לב: בכל התרגילים $a \neq 0$, $b \neq 0$.

מירי

$$\frac{3a}{2b} \cdot 3b = \frac{3a \cdot \cancel{3b}}{2\cancel{b}} = \frac{9a}{2}$$

$$\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{2\cancel{b}}{3\cancel{a}} \cdot \frac{2\cancel{a}}{3\cancel{b}} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{2b}{\cancel{3a}} \cdot \cancel{3b} = \frac{2b^2}{a}$$

יהודית

$$\frac{3a}{2b} \cdot 3b = \frac{\cancel{3}a}{2b \cdot \cancel{3}b} = \frac{a}{2b^2}$$

$$\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{3\cancel{a}}{2\cancel{b}} \cdot \frac{3\cancel{b}}{2\cancel{a}} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{\cancel{3}a}{2b} \cdot \frac{1}{\cancel{3}b} = \frac{a}{2b^2}$$

נכפול, נחלק ונצמצם שברים אלגבריים.



1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

במה טעתה יהודית? במה טעתה מירי? תקנו את הטעויות.



תזכורת

- כופלים ומחלקים שברים אלגבריים באותה דרך שבה כופלים ומחלקים שברים מספריים. כדי לחלק כופלים בהופכי.
- קבוצת המספרים שאפשר להציב בביטוי אלגברי במקום המשתנה נקראת **תחום ההצבה**.
- **משל:** תחום ההצבה של הביטוי $\frac{2x}{x+2}$ הוא: כל המספרים פרט ל- (-2) רשמים: $x \neq -2$
- בשברים אלגבריים רשמים את תחום ההצבה.

2. בכל סעיף כתבו ביטוי קצר ככל האפשר. המכנה שונה מ-0.

א. $\frac{3b^2}{5a} \cdot \frac{25a}{3b^2}$ ב. $6b \cdot \frac{5a}{12b}$ ג. $\frac{-7a^2b}{c} \cdot \frac{2c^3}{21a^3}$ ד. $\frac{7a}{b^2} \cdot \frac{5b^2}{14a}$

3. כתבו את תחום ההצבה, חלקו ופשטו (רשמו ביטוי קצר יותר).

א. $\frac{3b^3}{5a^2} : \frac{9b}{25a^4}$ ב. $\frac{4a}{5b^2} : 16a$ ג. $1 : \frac{5a}{6b}$ ד. $\frac{12a}{5b} : 6a$



4. א. מה תחום ההצבה של הביטוי $\frac{3x}{2y} : \frac{x^2}{4y^2}$?

עדינה אמרה: תחום ההצבה הוא $x \neq 0, y \neq 0$.

יעל אמרה: x אינו מופיע במכנה לכן תחום ההצבה הוא $x, y \neq 0$ מספר כלשהו.

מי צודקת? הסבירו.

ב. פשטו את הביטוי ובדקו תשובתכם.

5. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". הסבירו. בכל הסעיפים המכנה שונה מ-0.

א. $\frac{\cancel{x}}{\cancel{x} \cdot x^2} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{x}$ ג. $\frac{3}{3+x^2} : x = \frac{3}{3+x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{3+x^3}$

ב. $\frac{\cancel{x}}{\cancel{x} + x^2} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{x}$ ד. $\frac{3}{3 \cdot x^2} : x = \frac{3}{3 \cdot x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x^3}$

6. איזה מהביטויים הבאים זהה לביטוי $2 : \frac{x+6}{6}$?

א. $\frac{x+3}{3}$ ב. $\frac{x+6}{12}$ ג. $\frac{x+6}{3}$ ד. $\frac{x+3}{6}$ ה. $\frac{x}{2}$ ו. $2x$



7. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון" (תחום ההצבה $x \neq 1$). הסבירו.

א. $\frac{(1-x)^2}{x-1} = x-1$ ב. $\frac{(1-x)^3}{1-x} = (x-1)^2$ ג. $\frac{(1-x)^3}{(x-1)^3} = -1$



תזכורת

ביטוי מהצורה $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ אפשר לפעמים לכתוב כמכפלה.

פועלים באחת מהדרכים הבאות, לפי אופי הביטוי:

- מוציאים גורם משותף (מספר או ביטוי),
- נעזרים בפירוק תלת איבר (טרינום),
- נעזרים בנוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

8. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה, כתבו כמכפלה, צמצמו וכפלו.

צמצום: נתון הביטוי $\frac{x^2+5x+6}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{7x+21} =$ תחום ההצבה $x \neq -3, x \neq -2, x \neq 2$

$$= \frac{(x+2)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{7(x+3)} =$$

$$= \frac{1}{7}$$

א. $\frac{x+1}{9x} \cdot \frac{45}{18x+18}$ ג. $\frac{2-x}{14+7x} \cdot \frac{4-x^2}{12-6x}$ ה. $\frac{x^2-6x+9}{x^2+6x+8} \cdot \frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3}$

ב. $\frac{x+2}{4-2x} \cdot \frac{20-10x}{5x+10}$ ד. $\frac{x-3}{5x} \cdot \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$ ו. $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} \cdot \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-15}$

9. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה, פרקו לגורמים וצמצמו.

א. $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x+1}$ ב. $\frac{x^3+6x^2+12x+8}{x+2}$ ג. $\frac{x^2-4x+4}{x^3-6x^2+12x-8}$



אוסף משימות



1. פרקו לגורמים וצמצמו.

א. $\frac{4x+12}{8}$ ג. $x \neq -1 \quad \frac{4x+12}{4x+4}$ ה. $x \neq -3 \quad \frac{4x+12}{2x+6}$

ב. $x \neq 0 \quad \frac{4x+12}{4x}$ ד. $x \neq -3 \quad x \neq 0 \quad \frac{4x+12}{4x^2+12x}$ ו. $x \neq -3 \quad \frac{4x+12}{5x+15}$



2. פרקו לגורמים (על-ידי הוצאת גורם משותף), רשמו את תחום ההצבה וצמצמו, אם אפשר.

א. $\frac{6a+6}{6a}$ ג. $\frac{6(a+6)}{6a}$ ה. $\frac{6a-6}{a-1}$

ב. $\frac{6a \cdot 6}{6+a}$ ד. $\frac{6a+6}{a+6}$ ו. $\frac{6a+6}{a-1}$



3. פרקו לגורמים (על-ידי הוצאת גורם משותף), רשמו את תחום ההצבה וצמצמו, אם אפשר.

א. $\frac{24a^4-18a^3}{24a}$ ג. $\frac{24a^4-18a^3}{18a^4-18a^3}$ ה. $\frac{24a^4-18a^3}{4a^2-2a}$

ב. $\frac{24a^4-18a^3}{3a^4}$ ד. $\frac{24a^4-18a^3}{10a-15}$ ו. $\frac{24a^4-18a^3}{2a-4a^2}$



4. בכל סעיף העתיקו והשלימו מספר או ביטוי, כך שיתקבל שבר זהה ל- 1. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

א. $\frac{(x-2)(\quad)}{x^2-4x+4}$ ב. $\frac{(x-1)(\quad)}{x^3-x^2}$ ג. $\frac{5x(\quad)}{4x^2-4}$ ד. $\frac{(x+1)(\quad)}{6x^2+18x}$



5. בכל סעיף פשטו לביטוי קצר ככל האפשר. המכנה שונה מ- 0.

א. $\frac{a^2}{12} \cdot \frac{6}{a}$ ב. $\frac{18a^2}{9a} \cdot \frac{6}{2a}$ ג. $\frac{3a}{15b} \cdot \frac{5b}{2a^2}$ ד. $\frac{15b^2}{2a} \cdot \frac{8a}{15b^2}$



6. בכל סעיף פשטו לביטוי קצר ככל האפשר. המכנה שונה מ- 0.

א. $\frac{3a^2b}{10} \cdot \frac{5a}{6b}$ ב. $\frac{15a^2}{b} \cdot \frac{ab^2}{5}$ ג. $\frac{7a^2b}{c} \cdot \frac{2c^2}{21a^3}$ ד. $\frac{3a^2}{4cb} \cdot \frac{2c^2}{9ab}$



7. בכל סעיף פשטו לביטוי קצר ככל האפשר. המכנה שונה מ- 0.

א. $\frac{5ab}{10ac} \cdot \frac{10a^3}{25ab}$ ב. $\frac{4a^3b^5}{15} \cdot \frac{3}{8a^2}$ ג. $\frac{3a^2}{4bc} \cdot \frac{2ac^2}{9b} \cdot \frac{6b^2c}{a^3}$ ד. $\frac{3b^3}{5a^5} \cdot \frac{25a^2}{9b} \cdot 3a^3$



8. רשמו את תחום ההצבה, פשטו וכתבו ביטוי קצר ככל האפשר.

א. $\frac{a^2}{8} \cdot \frac{a}{16}$ ב. $\frac{3a}{2b} \cdot \frac{4a^2}{b^2}$ ג. $\frac{8a}{7b^2} \cdot \frac{4a^2}{14b^3}$ ד. $\frac{25a^2}{9b} \cdot \frac{5a}{18b}$



9. רשמו את תחום ההצבה, פשטו וכתבו ביטוי קצר ככל האפשר.

א. $\frac{3a^3}{5b^2} \cdot \frac{9a}{25b^2}$ ב. $\frac{15}{3a^2b^4} \cdot \frac{9}{10ab^2}$ ג. $3a^4 \cdot \frac{a^2}{6}$ ד. $\frac{3a^2}{2} \cdot 6a$



10. רשמו את תחום ההצבה, פשטו וכתבו ביטוי קצר ככל האפשר.

א. $\frac{4ab^2}{5c^3} : \frac{8a^2b^2}{10c}$ ב. $\frac{4a^2}{b} : \frac{1}{8b}$ ג. $2a^2 : \frac{a}{2}$ ד. $\frac{a}{2} : 2a^2$



11. רשמו את תחום ההצבה, צמצמו ופרקו לגורמים, אם יש צורך.

א. $\frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x(x+4)}{x+3}$ ב. $\frac{x^2-6x}{x} \cdot \frac{x^2}{x-6}$ ג. $\frac{x^2+3x}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+4}$



12. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

א. $\frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x-3}$ ג. $\frac{(x-3)^2}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x-3}$ ה. $x \cdot \frac{(x-4)^2}{x^2-4x}$
 ב. $\frac{x^2-9}{x^2-4} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x^2+9}$ ד. $(x-3) \cdot \frac{x-2}{(x-3)^2}$ ו. $(x+2)^2 \cdot \frac{1}{x^2-4}$



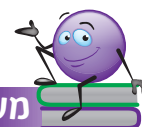
13. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

א. $\frac{x^2-25}{x} \cdot \frac{x^2}{x+5}$ ג. $\frac{x^2-16}{x^2-8x+16} \cdot \frac{x^2}{x^2+4x}$ ה. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2+4x+3}$
 ב. $\frac{x^2-36}{x^2} \cdot \frac{18x}{6x-36}$ ד. $\frac{x^2-x}{x^2+x} \cdot \frac{x^2+3x-4}{(x-1)^2}$ ו. $\frac{x^2+9x+18}{x^2+9x+20} \cdot \frac{x^2-25}{x^2+4x+3}$



14. ליד כל ביטוי שבמסגרת רשומים ארבעה ביטויים שרק אחד מהם זהה לו. מצאו ביטוי זה, והסבירו בחירתכם. (המכנים שונים מ-0).

א. $\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{2a}$ $\frac{1}{2a^3}$ $\frac{2}{a}$ $\frac{a}{2}$ $2a$
 ב. $\frac{a^2-1}{a+1} \cdot \frac{a-1}{4}$ 4 $\frac{1}{4}$ $\frac{(a-1)}{4}$ $4(a-1)^2$



משימות נוספות

1. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו אם אפשר.

א. $\frac{x+1}{x^2-1}$	ד. $\frac{6x^2-12x^2}{6x^2}$	ז. $\frac{4x^2-12x+9}{3+2x}$
ב. $\frac{x+1}{x^2+1}$	ה. $\frac{x+6}{x^3-36x}$	ח. $\frac{4x^2-12x+9}{2x-3}$
ג. $\frac{x^2+x}{x^2-x}$	ו. $\frac{6-2x}{x^2-3x}$	ט. $\frac{4x^2-12x+9}{3-2x}$

2. בדקו את השוויונות הבאים. סמנו את הנכונים ותקנו את השגויים.

א. $\frac{x^2-9}{x-3} = x+3$ $x \neq 3$	ה. $\frac{x^2+9}{x+3} = x+3$ $x \neq -3$
ב. $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ $x \neq -3$	ו. $\frac{x^2+9x}{x+9} = x$ $x \neq -9$
ג. $\frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3$ $x \neq 3$	ז. $\frac{x^2+6x+9}{x+3} = x+3$ $x \neq -3$
ד. $\frac{(x-3)^2}{3-x} = x-3$ $x \neq 3$	ח. $\frac{x^2-6x+9}{x-3} = x+3$ $x \neq 3$

3. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

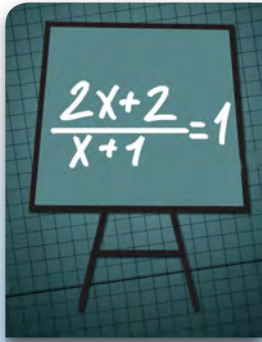
א. $\frac{16-x^2}{x^2+x-12}$	ד. $\frac{x^2-7x+12}{3x^2-9x} : \frac{16+x^2-8x}{x-4}$
ב. $\frac{x^2+x-12}{x^2-3x} : \frac{-x^2+4x}{x^2-16}$	ה. $\frac{3x^2+3x-36}{3x^2-9x} : \frac{x^2-16}{-x}$
ג. $\frac{x^2-7x+12}{x-3} : \frac{1}{x^2-16}$	ו. $\frac{2x^2-14x+24}{3x^2-27} : \frac{2x^2-32}{x^2+6x+9}$

4. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

א. $\frac{3x^3}{x^8}$	ד. $\frac{15x^2y}{25x^3y^2}$	ז. $\frac{2x^2}{(x-3)^2} : \frac{(x-3)^4}{4x}$
ב. $\frac{3x^2y^3}{(xy^2)^3}$	ה. $\frac{x^3y^2}{5x^2y^3}$	ח. $\left(\frac{3x^2}{2x^3}\right)^3 : \frac{3^2x^3}{8x}$
ג. $\frac{3xy^2}{4x^2y \cdot 3y}$	ו. $\frac{(3x^5)^3}{2^3x^8}$	ט. $\frac{(3x)^{-2}y^2}{(xy)^2}$

5. רשמו שלושה שברים אלגבריים שתחום ההצבה שלהם $x \neq 2$ והם מצטמצמים ל- $(x+2)$.

שיעור 2. משוואות עם שברים אלגבריים



$$\frac{2x+2}{x+1} = 1 \quad \text{נתונה המשוואה}$$

- א. מהו תחום ההצבה של המשוואה?
ב. הציעו דרכים לפתרון המשוואה.

נפתור משוואות עם שברים אלגבריים בדרכים שונות.

במשימות 1 ו-2 נתייחס למשוואה שבמשימת הפתיחה.

1. אסתי פתרה את המשוואה $\frac{2x+2}{x+1} = 1$ בעזרת פעולות על אגפי המשוואה כך:

$$\frac{2x+2}{x+1} = 1 \quad / \cdot (x+1)$$

$$2x + 2 = x + 1$$

$$x = -1$$

א. האם $x = -1$ הוא הפתרון של המשוואה? הצבו, בדקו והסבירו.

ב. **נעמי** אמרה: מנה של שני מספרים שווה 1 כאשר המספרים שווים.

$$\text{לכן: } 2x + 2 = x + 1 \quad / -x - 2$$

$$x = -1$$

לכן הפתרון של **אסתי** נכון.

מיכל אמרה: אי-אפשר להציב את $x = -1$ במשוואה הזאת, כי מקבלים ביטוי לא מוגדר.

לכן למשוואה אין פתרון.

האם **נעמי** צודקת? האם **מיכל** צודקת?

ג. **שושי** אמרה: תחום ההצבה של המשוואה הוא: $x \neq -1$

$$\frac{2(x+1)}{x+1} = 1$$

מוציאים גורם משותף במונה

$$\frac{2\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}} = 1$$

מותר לצמצם עבור $x \neq -1$

$$2 = 1$$

מקבלים שוויון שאינו נכון:

לכן, למשוואה אין פתרון.

האם הדרך של **שושי** נכונה?



2. א. סכמו את מסקנותיכם: באילו דרכים אפשר לפתור את המשוואה $\frac{2x+2}{x+1} = 1$?

איזו דרך אתם מעדיפים? מדוע?

(תוכלו להיעזר במילים כמו: גורם משותף, צמצום, פעולות על אגפי המשוואה, שיקולים, תחום הצבה.)

ב. מה פתרון המשוואה $\frac{2x+2}{x+1} = 1$? הסבירו.



תזכורת

במשוואות שבהן יש משתנה במכנה, בודקים תחילה אילו ערכים אינם יכולים להיות פתרון, כי הצבתם נותנת ביטוי לא מוגדר.

דוגמה: במשוואה $\frac{3(x-5)}{x-5} = 3$ הצבת המספר 5 נותנת **ביטוי לא מוגדר**.

כלומר, תחום ההצבה של המשוואה הוא כל המספרים פרט ל-5; כתבים: $x \neq 5$.
לכן, 5 אינו יכול להיות פתרון.

3. פתרו את המשוואות.

האם לשתי המשוואות אותו פתרון? הסבירו.

א. $3x - 6 = 3(x - 2)$ ב. $\frac{3x-6}{x-2} = 3$

4. קשמו את תחום ההצבה ופתרו (זכרו לבדוק אם הפתרון תואם את תחום ההצבה).

א. $\frac{2x-6}{x-3} = 1$ ב. $\frac{2x-6}{x-3} = 2$ ג. $\frac{6-2x}{x-3} = 2$



פותרים משוואה עם ביטוי במכנה לפי השלבים הבאים:

- רושמים תחום ההצבה,
- פותרים את המשוואה,
- בודקים אם המספרים שהתקבלו נמצאים בתחום ההצבה,
- רושמים את פתרון המשוואה.

דוגמה: נתונה המשוואה $\frac{2x-6}{x-3} = 1$ תחום ההצבה $x \neq 3$

פותרים את המשוואה $2x - 6 = x - 3$

מקבלים: $x = 3$

אבל $x = 3$ אינו נמצא בתחום ההצבה, לכן למשוואה **אין פתרון**.

5. בכל סעיף קשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואה.

א. $\frac{2x+4}{4-x^2} = \frac{2}{3}$ ב. $\frac{4x+20}{3x+15} = 5$ ג. $\frac{x^2-7x+10}{x-5} = 10$ ד. $\frac{x^2+5x+6}{x+3} = 2$



6. מה פתרון המשוואה $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 1} = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 + 3x + 2}$?

שושי אמרה: לפנינו שני שברים שווים שיש להם אותו מונה, ולכן גם המכנים שווים.

כלומר: $x^2 + 3x + 1 = 2x^2 + 3x + 2$

$$x^2 + 1 = 0$$

למשוואה אין פתרון.

האם **שושי** צודקת? הסבירו.



אוסף משימות



1. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{3x+2}{5x} = \frac{2}{3}$ ב. $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{x}$ ג. $\frac{2}{x} = \frac{4}{3x-6}$ ד. $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-4}$



2. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{3-x}{2-x} = \frac{6}{5}$ ב. $\frac{x-1}{x} = \frac{x-6}{x-4}$ ג. $\frac{x+1}{x-3} = \frac{x}{x-5}$ ד. $\frac{x-3}{x-7} = \frac{x+1}{x+5}$



3. פרקו לגורמים, רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x^2 - x}{x^2} = 2$ ב. $\frac{6x}{2x^2 + 4x} = 1$ ג. $\frac{2x^2 - x}{4x} = x + 2$ ד. $\frac{3x^2 + 3x}{x+1} = 4x + 1$



4. פרקו לגורמים, רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ ג. $\frac{3}{x - 2} = \frac{2x + 6}{x^2 - 9}$ ה. $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} = 0$
ב. $\frac{x^2 - 25}{x + 5} = 0$ ד. $\frac{x^2 - 9x}{2x} = x - 1$ ו. $\frac{2x + 4}{x^2 - 4} = \frac{2}{3}$



5. פרקו לגורמים, רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{2x + 6}{x^2 - 9} = \frac{2}{5}$ ג. $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} = 0$ ה. $\frac{x^2 + 6x + 9}{2x + 6} = 0$
ב. $\frac{(4x - 20)(x - 1)}{3x - 15} = 8$ ד. $\frac{3x^2 - 75}{3x + 15} = 2$ ו. $\frac{2x^2 - 50}{4x + 20} = 0$



6. פרקו לגורמים, רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x+1}{9x} \cdot \frac{45}{18x+18} = \frac{5}{9}$ ד. $\frac{x-3}{5x} \cdot \frac{x+x^2}{2x^2-6x} = \frac{1}{5}$

ב. $\frac{x+2}{4-2x} \cdot \frac{20-10x}{5x+10} = 1$ ה. $\frac{x^2+7x}{3x^2} \cdot \frac{12x^2+9x}{x+7} = 0$

ג. $\frac{7(x-2)}{14+7x} \cdot \frac{4-x^2}{12-6x} = 0$ ו. $\frac{x^2+10x+25}{2x^2+12x+18} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-25} = 0$



7. **נתון:** $\frac{4x+10}{12x} = 5$ ($x \neq 0, x \neq -2.5$)

היעזרו בנתון זה, כדי לחשב את הערך של כל אחד מהביטויים הבאים.
שימו לב: אין צורך לחשב תחילה את הערך המתאים ל- x .

א. $\frac{2x+5}{6x}$ ב. $\frac{2x+5}{12x}$ ג. $\frac{4x+10}{6x}$ ד. $\frac{12x}{4x+10}$



8. **נתון:** $\frac{5x+3}{4} \cdot \frac{2}{x} = 9$ ($x \neq 0, x \neq -0.6$)

היעזרו בנתון זה, כדי לחשב את הערך של כל אחד מהביטויים הבאים.
שימו לב: אין צורך לחשב תחילה את הערך המתאים ל- x .

א. $\frac{4}{5x+3} \cdot \frac{x}{2}$ ג. $\frac{5x+3}{8} \cdot \frac{2}{x}$ ה. $\frac{5x+3}{4} \cdot \frac{4}{x}$

ב. $\frac{8}{x} \cdot \frac{5x+3}{4}$ ד. $\frac{5x+3}{8} \cdot \frac{1}{x}$ ו. $\frac{4}{5x+3} \cdot \frac{2}{x}$



9. בכל סעיף מצאו את הביטוי שיש לרשום במכנה כדי שפתרון המשוואה יהיה "כל המספרים".

א. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = 1$ ג. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = 4$ ה. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = \frac{1}{2}$

ב. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = 2$ ד. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = -1$ ו. $\frac{4x^2+20}{\boxed{}} = -\frac{1}{2}$



10. בכל סעיף מצאו את הביטוי שיש לרשום במכנה כדי שפתרון המשוואה יהיה "כל המספרים".

א. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = 1$ ג. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = -3$ ה. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = \frac{1}{3}$

ב. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = 2$ ד. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = \frac{1}{2}$ ו. $\frac{6x^2+8}{\boxed{}} = -\frac{1}{3}$

שיעור 3. מכנה משותף פשוט ביותר

בכל סעיף בחרו את הביטויים המתאימים כמכנה משותף למשוואה שבמסגרת.

$2x$	x	$2x^2$	$3x$	א. $\frac{x+1}{2x} + \frac{1}{x} = 0$
$x+1$	$x(x+1)$	x	$2x+1$	ב. $\frac{2x}{x+1} + \frac{1}{x} = 1$
x^2-1	$x+1$	$x-1$	$(x^2-1)(x+1)$	ג. $\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = 0$
$x-2$	$2-x$	x^2+4	$(x-2)(2-x)$	ד. $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{x+3}{2-x} = 1$

נמצא את המכנה המשותף הפשוט ביותר ונשתמש בו לפתרון משוואות.



1. נתייחס לביטויים ממשימת הפתיחה.

א. בכל סעיף קבעו איזה ביטוי מבין הביטויים שבחרתם הוא הפשוט ביותר.

ב. קשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות (היעזרו במכנה המשותף שבחרתם).



בפתרון משוואות עם ביטויים במכנה, אפשר לכפול את אגפי המשוואה במכנה המשותף בדרכים שונות:

- אפשר לכפול **במכפלת המכנים**,
- אפשר לכפול **במכנה המשותף הפשוט ביותר** - כלומר, בביטוי הפשוט ביותר המתחלק בכל אחד מהמכנים.

דוגמאות:

- בפתרון המשוואה $\frac{1}{12x} - \frac{1}{6x} = 1$, $x \neq 0$,

אפשר לכפול ב- $12x^2$, אך המכנה המשותף הפשוט ביותר הוא $12x$

- בפתרון המשוואה $\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = 0$, $x \neq -1$, $x \neq 1$,

אפשר לכפול ב- $(x^2-1)(x+1)$, אך המכנה המשותף הפשוט ביותר הוא: $(x-1)(x+1)$

2. פתרו את המשוואות.

ג. $\frac{1}{2x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}$

ב. $\frac{1}{7x} - \frac{1}{14} = 1$

א. $\frac{1}{x} - \frac{1}{7x} = 1$

3. פתרו את המשוואות.

$$\frac{20}{x^2 - 3x - 4} = \frac{x}{x - 4} - \frac{1}{x + 1} \quad \text{זל/מח:}$$

מפרקים לגורמים את המכנה:

$$\frac{20}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{x}{x - 4} - \frac{1}{x + 1}$$

$$x \neq -1, \quad x \neq 4$$

תחום ההצבה הוא:

$$\frac{20}{x^2 - 3x - 4} = \frac{x}{x - 4} - \frac{1}{x + 1} \quad / \cdot (x - 4)(x + 1) \quad \text{כופלים את אגפי המשוואה במכנה המשותף:}$$

$$20 = x(x + 1) - (x - 4) \quad \text{מקבלים:}$$

$$20 = x^2 + x - x + 4 \quad / -20$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{או} \quad x = -4$$

$$x = 4 \quad \text{אינו בתחום ההצבה, לכן הפתרון הוא:} \quad x = -4$$

מציבים את הפתרון במשוואה ובודקים אם התקבל שוויון נכון.

$$\frac{2}{x^2 - 4x - 5} = \frac{x}{x^2 - 2x - 3} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{5}{x^2 - 5x + 6} = \frac{2}{x - 2} \quad \text{א.}$$

$$\frac{1}{x - 3} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x}{x - 2} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{8}{x^2 + 5x + 6} = \frac{x + 1}{x + 2} \quad \text{ב.}$$

4. פתרו את המשוואות.

$$\frac{2}{x - 4} + \frac{x}{x + 4} = -\frac{9x + 4}{x^2 - 16} \quad \text{זל/מח:}$$

תחום ההצבה הוא:

$$x \neq 4, \quad x \neq -4$$

$$\frac{2}{x - 4} + \frac{x}{x + 4} = -\frac{9x + 4}{x^2 - 16} \quad / \cdot (x - 4)(x + 4) \quad \text{כופלים את אגפי המשוואה במכנה המשותף:}$$

$$2(x + 4) + x(x - 4) = -(9x + 4) \quad \text{מקבלים:}$$

$$2x + 8 + x^2 - 4x = -9x - 4 \quad / +9x + 4$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$(x + 4)(x + 3) = 0 \quad \text{מפרקים לגורמים:}$$

$$x = -4 \quad \text{או} \quad x = -3 \quad \text{מקבלים:}$$

$$x = -4 \quad \text{אינו בתחום ההצבה, לכן הפתרון הוא:} \quad x = -3$$

מציבים את הפתרון במשוואה המקורית ובודקים אם התקבל שוויון נכון.

$$\frac{14}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} = 1 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x}{x + 1} - \frac{x - 1}{2x + 2} = \frac{1}{x} \quad \text{א.}$$

$$\frac{4}{x^2 - 2x + 1} - \frac{3}{x - 1} = 1 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{x + 1} \quad \text{ב.}$$

5. מצאו לכל ביטוי שלושה מספרים שהצבתם במקום x תיתן מספר שלם. הסבירו את שיקוליכם.

א. $\frac{3}{4}x$ ב. $\frac{3}{4} \cdot (x+1)$ ג. $\frac{3}{4} \cdot (x-1)$ ד. $x \neq -1, \frac{4}{x+1}$

6. בדקו את ה**בוזון**, קבעו באילו שלבים יש שגיאות, תקנו אותם ופתרו.

הציבו את הפתרון במשוואה המקורית ובדקו אותו.

בוזון

פתרו את המשוואות.

א. $\frac{2}{a-2} + \frac{4}{5a-10} = \frac{1}{5}$

תחלק הצבה: $a \neq 2$

$$\frac{2}{a-2} + \frac{4}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2 \cdot 5 + 4}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{14}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{7}{5a-5} = \frac{1}{5} \quad / \cdot 5(a-1)$$

$$7 = a - 1 \quad / +1$$

$$a = 8$$

א. $\frac{2}{a} + \frac{a-7}{a^2} = -\frac{7}{a^2}$

תחלק הצבה: $a \neq 0$

$$\frac{2}{a} + \frac{a-7}{a^2} = -\frac{7}{a^2} \quad / \cdot a^2$$

$$2a + a - 7 = -7$$

$$3a - 7 = -7 \quad / +7$$

$$3a = 0$$

$$a = 0$$

ד. $\frac{20}{a^2-4} + \frac{1}{a+2} = \frac{5}{a-2}$

תחלק הצבה: $a \neq 2, a \neq -2$

$$\frac{20}{a^2-4} + \frac{1}{a+2} = \frac{5}{a-2} \quad / \cdot (a-2)(a+2)$$

$$20 + a - 2 = 5(a+2)$$

$$18 + a = 5a + 10 \quad / -a - 10$$

$$8 = 4a$$

$$a = 2$$

ב. $\frac{a-1}{a+1} - \frac{1-a}{a^2+a} = \frac{a}{a+1}$

תחלק הצבה: $a \neq -1, a \neq 0$

$$\frac{a-1}{a+1} - \frac{1-a}{a^2+a} = \frac{a}{a+1} \quad / \cdot a(a+1)$$

$$a(a-1) - 1-a = a^2$$

$$a^2 - a - 1 - a = a^2 \quad / -a^2$$

$$2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

ב ה צ ל ח ה



אוסף משימות



1. בכל סעיף בחרו את המכנה המשותף הפשוט ביותר של המשוואה שבמסגרת.
היעזרו במכנה המשותף שבחרתם ופתרו את המשוואות. (בכל הסעיפים תחום ההצבה $x \neq 0$)

$6x$	$x + 2$	$2x$	x	א. $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2$
$12x$	$10x$	$4x$	$24x$	ב. $\frac{1}{4x} + \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$
$6x$	$6x^2$	x	$5x$	ג. $\frac{x+5}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$
$5x^3$	x^3	x^2	x	ד. $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} = 1$



2. בכל סעיף בחרו את המכנה המשותף הפשוט ביותר של המשוואה שבמסגרת.
היעזרו במכנה המשותף שבחרתם ופתרו את המשוואות. (בכל הסעיפים המכנים שונים מ-0)

$x + 5$	$3x + 3$	$3x + 6$	6	א. $\frac{2}{x+2} + \frac{x}{3} = 1$
$2x + 2$	x	$x(x + 2)$	$x + 2$	ב. $\frac{2x}{x+2} + \frac{3}{x} = 2$
$(x^2 - 4)(x + 2)$	$x - 2$	$x + 2$	$x^2 - 4$	ג. $\frac{x+3}{x^2-4} + \frac{x}{x+2} = 1$
$(x - 3)(3 - x)$	$x^2 - 9$	$3 - x$	$x - 3$	ד. $\frac{5x-1}{x-3} + \frac{x+1}{3-x} = 2$



3. בכל סעיף רשמו פעולת חשבון כך שתתקבל משוואה שפתרונה כל המספרים שבתחום ההצבה
($x \neq 0, x \neq 1$)

א. $\frac{5}{x} \bigcirc \frac{4}{x-1} = \frac{x-5}{x(x-1)}$	ג. $\frac{5}{x} \bigcirc \frac{4}{x-1} = \frac{20}{x(x-1)}$
ב. $\frac{5}{x} \bigcirc \frac{4}{x-1} = \frac{9x-5}{x(x-1)}$	ד. $\frac{5}{x} \bigcirc \frac{4}{x-1} = \frac{5x-5}{4x}$



4. בכל סעיף רשמו פעולת חשבון כך שתתקבל משוואה שפתרונה כל המספרים שבתחום ההצבה $(x \neq -5, x \neq 5)$.

א. $\frac{5}{x+5} \bigcirc \frac{4}{x-5} = \frac{9x-5}{x^2-25}$.ג.

ב. $\frac{5}{x+5} \bigcirc \frac{4}{x-5} = \frac{20}{x^2-25}$.ד.

$\frac{5}{x+5} \bigcirc \frac{4}{x-5} = \frac{5x-25}{4x+20}$



5. פתרו את המשוואות (רשמו את תחום ההצבה).

א. $\frac{2}{x+1} = \frac{3x+1}{5(x+1)}$.ג. $\frac{5}{x-4} - \frac{3}{x} = \frac{6-x}{x(x-4)}$.ה. $\frac{2x+7}{x^2+x} = \frac{3}{x+1}$

ב. $\frac{2x-9}{x(x-7)} = \frac{5}{x-7}$.ד. $\frac{2x-3}{5x+10} = \frac{x}{x+2}$.ו. $\frac{x-2}{2x-8} + \frac{x}{3x-12} = 2$



6. פתרו את המשוואות (רשמו את תחום ההצבה).

א. $\frac{2x+1}{x^2+3x} = \frac{5}{2x+6}$.ג. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = \frac{10}{x^2+x}$.ה. $\frac{x-9}{x^2+4x} = 1 - \frac{x}{x+4}$

ב. $\frac{x^2+3}{x^2-x} + \frac{1}{x-1} = 1$.ד. $\frac{x-9}{x^2-6x} - \frac{2}{x-6} = 0$.ו. $\frac{5}{x} - \frac{2}{x-2} = \frac{4+x}{x^2-2x}$



7. פתרו את המשוואות (רשמו את תחום ההצבה).

א. $\frac{x+1}{x^2-9} = \frac{3}{5x+15}$.ג. $\frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2-x}$.ה. $\frac{7}{x^2-5x} + \frac{3}{5-x} = \frac{5}{x}$

ב. $\frac{x^2+6}{x^2-3x} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{1}{2x-6}$.ד. $\frac{x}{7x-7} + 1 = \frac{1}{1-x}$.ו. $\frac{3}{x+2} + \frac{x}{4-x^2} = 0$



שיעור 4. משוואות עם שברים אלגבריים (המשך)

נתונה המשוואה $\frac{1}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x+1} = 2$ ($x \neq -2$, $x \neq -1$)

נעמה פתרה כך:

$$\frac{1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x+1} = 2$$

$$\frac{x-2}{x+1} = 2 \quad / \cdot (x+1)$$

$$x-2 = 2x+2$$

$$x = -4$$

(-4) שייך לתחום ההצבה
ולכן הפתרון הוא $x = -4$

יהודית פתרה כך:

$$\frac{1}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x+1} = 2 \quad / \cdot (x+2)(x+1)$$

$$x^2-4 = 2(x+2)(x+1)$$

$$x^2-4 = 2x^2+6x+4$$

$$x^2+6x+8=0$$

$$(x+2)(x+4)=0$$

$$x = -2 \text{ או } x = -4$$

-2 אינו בתחום ההצבה
ולכן הפתרון הוא $x = -4$

איזו דרך יעילה יותר? הסבירו.

נפתור משוואות עם שברים אלגבריים.

1. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות. תוכלו להיעזר בפירוק לגורמים.

תחום ההצבה: $x \neq -2$, $x \neq 2$ **נעמה:** $\frac{x+2}{4-2x} \cdot \frac{20-10x}{-5x-10} = 2x$

$\frac{x+2}{2(2-x)} \cdot \frac{10(2-x)}{-5(x+2)} = 2x$ מצמצמים:

$-1 = 2x \quad / :2$ מקבלים:

$$-\frac{1}{2} = x$$

$x = -\frac{1}{2}$ נמצא בתחום ההצבה, לכן הוא פתרון המשוואה.

א. $\frac{x+5}{3x-1} \cdot \frac{6x-2}{x^2+2x-15} = 1$ ב. $\frac{2x-1}{x-4} \cdot \frac{4x^2-1}{x^2-16} = -3$ ג. $\frac{7x-x^2}{2x-20} \cdot \frac{7-x}{x^2-100} = x$

2. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x-5}{x+2} = 0$ ג. $\frac{x^2+x-6}{x-2} = 4$ ה. $\frac{x^2-5x+4}{x-1} = 0$

ב. $\frac{x^2-3x+2}{x-1} = 0$ ד. $\frac{x-2}{x^2+x-6} = 1$ ו. $\frac{1-x}{x^2-5x+4} = 1$

3. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{2x-5}{x^2-3x} - \frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{x-4}{x^2-9} = 0$ ד. $\frac{3x}{2(x^2-9)} - \frac{1}{x^2-3x} + \frac{1}{3x+x^2} = 0$

ב. $\frac{4x+1}{9x^2-16} = \frac{2}{3x-4} + \frac{9}{3x+4}$ ה. $\frac{4}{x^2+4x} + \frac{1}{x-4} = \frac{8}{x^2-16}$

ג. $\frac{3x^2+4x}{(x+1)^2} = \frac{3x+1}{x+1} + \frac{x+3}{x^2+2x+1}$ ו. $\frac{2x-1}{2x^2+x} + \frac{8}{4x^2-1} = \frac{2x+1}{2x^2-x}$



אוסף משימות



1. בכל סעיף בחרו ביטויים שהם מכנה משותף של המשוואה שבמסגרת (המכנים שונים מ-0).

50x	5 + 10x	10x	5x	א. $\frac{2x}{5} + \frac{3}{10x} = 1$
24x	12x	10x	6x	ב. $\frac{5x}{6} + \frac{x+1}{4x} = 1$
9x	20x ²	20x	5x + 4	ג. $\frac{2}{5x} + \frac{3}{4x} = 1$
2x + 5	2x ² + 3	2x ² + 6x	2x(x + 3)	ד. $\frac{3}{x+3} + \frac{5}{2x} = 1$



2. בכל סעיף בחרו ביטויים שהם מכנה משותף של המשוואה שבמסגרת (תחום ההצבה הוא: $x \neq 0$).

24x ²	18x	12x	10x	6x	א. $\frac{1}{4x} + \frac{5}{6x} = 1$
72x ²	72x	144x	144x ²	18x	ב. $\frac{2}{8x} + \frac{3}{18x} = 1$
x + x ²	7x ²	x ³	x ²	x	ג. $\frac{2}{x} + \frac{5}{x^2} = 1$
9x ²	18x ²	18x	54x ³	54x ²	ד. $\frac{5}{6x} + \frac{2}{9x^2} = 1$



3. מצאו זוגות של משוואות שלהן אותו פתרון (תחום ההצבה הוא: $x \neq 0$).

א. $\frac{2+3x}{x}=1$	ג. $\frac{3+2x}{x}=1$	ה. $\frac{3}{x}+2=1$	ז. $2-\frac{3}{x}=1$
ב. $\frac{3x-2}{x}=1$	ד. $\frac{2}{x}+3=1$	ו. $\frac{2x-3}{x}=1$	ח. $3-\frac{2}{x}=1$



4. מצאו זוגות של משוואות שלהן אותו פתרון (תחום ההצבה הוא: $x \neq 0$).

א. $2-\frac{3}{x}=1$	ג. $\frac{x+3}{x}-\frac{6-x}{x}=1$	ה. $\frac{x-2}{3x}+\frac{2x-1}{3x}=1$
ב. $\frac{x+x^2}{x^3}+\frac{x^2-x+x^3}{x^3}=1$	ד. $1+\frac{2}{x}=1$	ו. $1-\frac{1}{x}=1$



5. בכל סעיף קבעו לאיזו משוואה פתרון שונה מפתרון המשוואות האחרות. (תחום ההצבה הוא: $x \neq 0$).

א. $\frac{3x+5}{10}=2$	ג. $\frac{3x}{10}+\frac{5}{10}=2$	ה. $\frac{3x}{10}+\frac{1}{2}=2$	ז. $\frac{2x}{10}+\frac{x+10}{10}=2$
ב. $\frac{6}{8x}-\frac{2}{8x}=1$	ד. $\frac{4}{64x}=1$	ו. $\frac{4}{8x}=1$	ח. $\frac{3}{4x}-\frac{1}{4x}=1$
ג. $\frac{6}{8x}-\frac{1}{2}=1$	ה. $\frac{5}{16x}=1$	ז. $\frac{6+4x}{8x}-1=1$	ט. $\frac{3-2x}{4x}=1$
ד. $\frac{7}{4x}=2$	ו. $\frac{1}{4x}+\frac{6}{4x}=2$	ח. $\frac{3}{4}+\frac{4}{x}=2$	י. $\frac{14}{8x}=2$



6. רשמו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{2x}{x-1}-\frac{x+1}{x}=1$	ג. $\frac{x+5}{3x^2}-\frac{1}{6x}=\frac{1}{x}$	ה. $\frac{x-5}{x-1}+\frac{8}{x}=1$
ב. $\frac{1}{2}+\frac{5}{x-4}=0$	ד. $\frac{x}{x-2}-\frac{3}{x+2}=1$	ו. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-5}{x-3}=0$



7. רשמו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{x^2 - 25}{4x + 20} + \frac{1}{x} = 0$ ב. $\frac{x + 4}{x^2 + 4x} + \frac{2}{x + 3} = 0$ ג. $\frac{x^2 + x}{4x + 12} + \frac{x - 2}{x + 3} = 1$



8. רשמו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואות.

א. $\frac{2x^2 - 50}{x^2 + 5x} + \frac{x + 8}{x - 1} = 3$ ב. $\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1} - \frac{x}{x + 2} = 0$ ג. $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x} - \frac{1}{x - 1} = 1$



9. בכל סעיף קבעו מהו הביטוי ששיש לרשום במקום הריק כך שפתרון המשוואה יהיה "כל המספרים".

א. $\frac{x}{2} + \square = x$ י. $\frac{x - 2}{4} + \square = \frac{x - 2}{2}$

ב. $\frac{x}{3} + \square = x$ יי. $\frac{x - 2}{4} + \square = x - 2$

ג. $\frac{2x - 1}{5} + \square = -1$ יי. $\frac{x - 2}{4} + \square = \frac{x}{4}$

ד. $\frac{x^2 - 7}{2} + \square = x^2 - 7$ יי. $\frac{x - 2}{4} + \square = \frac{1}{2}$

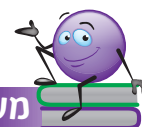
ה. $\frac{9 - x^2}{3} + \square = 9 - x^2$ י. $\frac{x - 2}{4} + \square = -x$



10. נתון: $\frac{5x + 3}{4} - \frac{2}{x} = 7$ ($x \neq 0$)

היעזרו בנתון זה כדי לחשב את הערך של כל אחד מהביטויים הבאים.
שימו לב: אין צורך לחשב תחילה את הערך המתאים ל- x .

א. $\frac{2}{x} - \frac{5x + 3}{4}$ ב. $\frac{5x + 3}{8} - \frac{1}{x}$ ג. $\frac{10x + 6}{4} - \frac{4}{x}$ ד. $\frac{5x + 3}{2} - \frac{4}{x}$



משימות נוספות

1. פתרו את המשוואות (רשמו את תחום ההצבה).

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{(x+5)^2-5}{x+2}=0 \\ \text{ב.} & \frac{x^2+3}{x^2-9x+18} + \frac{1}{6-x} = \frac{1}{3-x} \\ \text{ג.} & \frac{3}{2x-1} + \frac{7}{2x+1} - \frac{4-20x^2}{1-4x^2}=0 \\ \text{ד.} & \frac{x-1}{x-2} + \frac{x-2}{x-1}=1 + \frac{x}{x^2-3x+2} \\ \text{ה.} & \frac{x}{x^2+7x+10} + \frac{2x-5}{x+5}=1 - \frac{3x+4}{x+2} \\ \text{ו.} & \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3}=3 \end{array}$$

2. לכל משוואה מצאו את תחום ההצבה ופתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x^3-5x^2}{x-5}=1 \\ \text{ב.} & \frac{x^3-5x^2}{x-5}=-1 \\ \text{ג.} & \frac{x^3-5x^2}{5-x}=1 \\ \text{ד.} & \frac{x^3-5x^2}{5-x}=-1 \end{array}$$

3. לכל משוואה מצאו את תחום ההצבה ופתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{(x-5)^2}{x-5}=0 & \text{ג.} & \frac{(x+5)^2}{x-5}=0 \\ \text{ב.} & \frac{(x-5)^2}{5-x}=0 & \text{ד.} & \frac{(x+5)^2}{5-x}=0 \\ \text{ה.} & \frac{(x-5)^2}{x+5}=0 & \text{ו.} & \frac{(x+5)^2}{5+x}=0 \end{array}$$

4. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה ופשטו.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-8} : \frac{x^2-8x+16}{x^2+8x+16} \\ \text{ב.} & \frac{x^2-6x+9}{3x^5} : \frac{x^2-9}{6x^4} \\ \text{ג.} & \frac{x^2-25}{x^2+25-10x} : \frac{5x^3-125x}{5x(x-5)} \\ \text{ד.} & \frac{2x^2+4x-6}{9x^2-36} : \frac{6x^2-12x+6}{9x+18} \end{array}$$

5. לכל משוואה מצאו את תחום ההצבה ופתרו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{x-5}{x+2}=0 & \text{ג.} & 3 + \frac{1-x}{x-1}=2 \\ \text{ב.} & \frac{x^2-1}{x+1}=0 & \text{ד.} & 3 - \frac{5-x}{x-5}=4 \\ \text{ה.} & \frac{x^2}{x^2+9}=-2 & \text{ו.} & \frac{9x-x^2}{x-9}=0 \end{array}$$

6. בכל סעיף מצאו את הביטוי שיש לרשום במכנה כדי שפתרון המשוואה יהיה "כל המספרים".

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = 1 & \text{ג.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = 2 \\ \text{ב.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = -1 & \text{ד.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = -2 \\ \text{ה.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = \frac{1}{2} & \text{ו.} & \frac{2x^2+10x+30}{\boxed{}} = -\frac{1}{2} \end{array}$$

שיעור 5. משוואות עם ביטויים נגדיים, ובעיות מילוליות



$$\frac{x^2-3}{1-x^2} - \frac{x-1}{1-x} - \frac{4}{1+x} = 0$$

א. כתבו את תחום ההצבה.

ב. מהו המכנה המשותף?

ג. פתרו את המשוואה ובדקו את הפתרונות.

נפתור משוואות ובעיות מילוליות עם שברים אלגבריים שבהם ביטויים נגדיים.

1. כתבו את תחום ההצבה ופתרו. הציבו ובדקו את הפתרון.

$$\frac{x^2-2x}{2-x} = 1 \quad \text{ה.} \quad \frac{x^2}{x^2+9} = -2 \quad \text{ג.} \quad 3 - \frac{5-x}{x-5} = 0 \quad \text{א.}$$

$$\frac{x^2-2x}{2x} = 1 \quad \text{ו.} \quad \frac{9x-x^2}{x-9} = 0 \quad \text{ד.} \quad 3 + \frac{1-x}{x-1} = 2 \quad \text{ב.}$$

מכנים נגדיים

2. פתרו את המשוואות.

$$\frac{20}{x-4} + \frac{5}{4-x} = 3 \quad \text{נמצא:}$$

תחום ההצבה הוא: $x \neq 4$

מכיון ש- $4-x = -(x-4)$, הביטויים $\frac{5}{4-x}$ ו- $\frac{5}{x-4}$ זהים.

לכן אפשר לכתוב את הביטוי שבאגף שמאל כך:

$$\frac{20}{x-4} - \frac{5}{x-4} = 3$$

$$\frac{15}{x-4} = 3 \quad \text{כלומר:}$$

$$\frac{15}{x-4} = 3 \quad / \cdot (x-4) \quad \text{כופלים את אגפי המשוואה במכנה:}$$

$$15 = 3x - 12 \quad \text{מקבלים:}$$

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

$x = 9$ נמצא בתחום ההצבה, לכן פתרון המשוואה הוא: $x = 9$.

מציבים את הפתרון במשוואה המקורית ובודקים אם התקבל שוויון.

$$\frac{4}{x+3} - \frac{2x-5}{9-x^2} = \frac{1}{x-3} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{5}{x-1} + \frac{2x}{1-x} = 1 \quad \text{א.}$$

$$\frac{9}{x^2+2x+1} - \frac{x}{1-x^2} = \frac{1}{x-1} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{x+11}{x^2-25} - \frac{x}{5-x} = 1 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{x+4}{x^2-16} - \frac{1}{4x-x^2} = 0 \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x}{x+2} + \frac{3}{4-x^2} = 0 \quad \text{ג.}$$



3. נתונה המשוואה $\frac{5-16x}{x^2-1} = \frac{4x}{1-x}$, x מספר טבעי.

א. מהו תחום ההצבה של המשוואה?

ב. מה פתרון המשוואה? הסבירו.

בעיות מילוליות

4. שטחו של מלבן הוא 24 סמ"ר.

האריכו את אחת מצלעות המלבן ב- 3 ס"מ וקיצרו את הצלע הסמוכה ב- 2 ס"מ.

התקבל מלבן ששטחו 18 סמ"ר.

א. אילו ערכים יכולים להתאים למידות המלבן? הסבירו.

ב. כתבו משוואה, פתרו ומצאו את אורכי צלעות המלבן.

כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.



5. חלקה מלבנית ששטחה 24 מ"ר צמודה לקיר.

מקיפים את החלקה בגדר בחזית ובשני הצדדים.

אורך הגדר 14 מטרים.

א. אילו ערכים יכולים להתאים למידות החלקה? הסבירו.

ב. כתבו משוואה, פתרו ומצאו את מידות החלקה.

כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.



בפתרון בעיה בעזרת משוואה ריבועית (שיש לה שני פתרונות) ייתכן שחלק מהפתרונות אינם מתאימים לתנאי הבעיה.

דוגמאות:

- במשימה 4, אם x מייצג את אורך אחת הצלעות בס"מ ($x > 2$),

$$\text{מתקבלת המשוואה } (x+3)\left(\frac{24}{x}-2\right)=18 \text{ שפתרונותיה } x=6 \text{ או } x=-6$$

רק הפתרון $x=6$ מתאים לתנאי הבעיה.

- כלומר, במשימה 3, למשוואה אין פתרון שהוא מספר טבעי.



1. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

ה. $\frac{x^2-3x}{4-2x} \cdot \frac{x^2-4}{6-2x} = 0$	ג. $\frac{x-5}{25-x^2} + \frac{1}{2} = 0$	א. $\frac{2x-6}{x-3} + x = 0$
ו. $\frac{x^2-25}{x^2} \cdot \frac{3x}{15-3x} = -6$	ד. $\frac{x^2-4}{3} \cdot \frac{6}{2-x} = -10$	ב. $2x + \frac{x^2-16}{4-x} = 5$



2. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

ה. $2 - \frac{x-1}{1-x} = 3$	ג. $2 + \frac{3x-x^2}{x^2-9} = 0$	א. $2x + \frac{x-3}{3-x} = 5$
ו. $2x + \frac{x-1}{1-x} = 2$	ד. $2 - \frac{x-3}{3-x} = 0$	ב. $2x + \frac{x-3}{3-x} = x+1$



3. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

ה. $2x + \frac{9-x^2}{x^2-9} = 1$	ג. $2 + \frac{9-x^2}{x-3} = 1$	א. $\frac{9-x^2}{x-3} = 1$
ו. $2x + \frac{9-x^2}{x^2-9} = 5$	ד. $2x + \frac{9-x^2}{x-3} = 0$	ב. $\frac{9-x^2}{x-3} = 0$



4. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

ה. $\frac{5}{x^2-2x+1} + \frac{3}{1-x} = 2$	ג. $\frac{8}{x^2-1} + \frac{4}{1-x} = 1$	א. $1 + \frac{16-x^2}{x-4} = 0$
ו. $\frac{x+10}{x^2-4x+4} + \frac{3}{2-x} = \frac{x}{x-2}$	ד. $\frac{2(3-x)}{x^2-9} = \frac{16-x^2}{x-4}$	ב. $\frac{4}{(x-3)^2} = 2 + \frac{x}{3-x}$



5. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

ה. $\frac{7}{x^2-9} = \frac{1}{x+3}$	ג. $\frac{3}{(x-2)(x-4)} = \frac{1}{x-4}$	א. $\frac{1}{x} + \frac{x}{2} = \frac{x^2+x}{2x}$
ו. $\frac{2}{(x-3)^2} + \frac{1}{x-3} = 1$	ד. $\frac{1}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{10}{x^2-4}$	ב. $\frac{1}{x} + \frac{x}{4} = \frac{x^2+2}{2x}$



6. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

א.	$\frac{x-1}{x-3} = \frac{x^2-5}{2(x-3)}$	ד.	$\frac{1}{x-3} + \frac{7}{x+3} = \frac{x^2-2}{x^2-9}$
ב.	$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{x^2+2}{2x^2}$	ה.	$\frac{x}{x^2-4} = \frac{4}{x(x+2)} + \frac{1}{x(x-2)}$
ג.	$\frac{5x+3}{2x} = 2 + \frac{x^2+3}{4x}$	ו.	$\frac{5}{x^2-4x} + \frac{1}{x+4} = \frac{13}{x^2-16}$



7. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

א.	$\frac{4}{x+2} + \frac{7}{x+3} = \frac{37}{x^2+5x+6}$	ד.	$\frac{x^2-3}{x^2-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{x+1}{x-1}$
ב.	$\frac{2(x+15)}{x+3} - \frac{6(x-3)}{x^2-9} = 1$	ה.	$\frac{x-1}{x^2+2x-3} = \frac{x}{2x+6}$
ג.	$\frac{3x-1}{x-4} + \frac{2x-1}{x+4} = 5 + \frac{96}{x^2-16}$	ו.	$\frac{2}{x^2-6x+9} = 3 - \frac{x}{x-3}$



8. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

א.	$\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3} = \frac{x+1}{x-2}$	ג.	$\frac{3x^2+4x}{(x+1)^2} = \frac{2x+1}{x+1} + \frac{x+3}{x+1}$
ב.	$\frac{5x-3}{x^2-1} - \frac{x+2}{3x-3} = 0$	ד.	$\frac{3x+1}{x^2+2x+1} - \frac{x}{x+1} = -1$



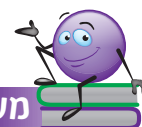
9. שטחו של מלבן הוא 20 סמ"ר.

- סמנו ב- x את אורך אחת הצלעות של המלבן ($x > 0$, המידות בס"מ).
רשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה.
- מאריכים את אחת הצלעות ב- 5 ס"מ, ואת הצלע הסמוכה מקצרים ב- 3 ס"מ ומתקבל ריבוע.
רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- מה אורכי צלעות המלבן?



10. מקיפים עוגה מלבנית ששטחה 21 מ"ר בגדר שאורכה 20 מ'.

- אילו ערכים יכולים להתאים למידות הערוגה? הסבירו.
- כתבו משוואה, פתרו ומצאו את מידות הערוגה.
- כמה פתרונות לבעיה? כמה ערוגות שונות קיימות? הסבירו.



משימות נוספות

1. הוסיפו פעולת חשבון כך שהשוויון יהיה נכון.
רשמו את תחום ההצבה.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{3}{5x-10} \bullet \frac{1}{2} = \frac{3}{10x-20} \\ \text{ב.} & \frac{7x}{x-2} \bullet \frac{5x}{2-x} = \frac{2x}{x-2} \\ \text{ג.} & \frac{4x}{x-1} \bullet \frac{x-1}{2x} = \frac{8x^2}{(x-1)^2} \\ \text{ד.} & \frac{1}{x^2-16} \bullet \frac{1}{4+x} = \frac{x-3}{x^2-16} \end{array}$$

2. פתרו את המשוואות הבאות. רשמו את תחום ההצבה.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{2x+1}{2x-3} - 1 = \frac{7x}{4x^2-9} + \frac{x-4}{2x+3} \\ \text{ב.} & \frac{x-3}{(x-5)^2} = \frac{3x-6}{x^2-25} + \frac{9}{2x+10} \\ \text{ג.} & \frac{2}{9x^2-1} - \frac{8}{3x+1} + 1 = \frac{-3}{2(3x-1)} \\ \text{ד.} & \frac{1}{2} - \frac{x+5}{4x^2-1} = \frac{3}{2(2x+1)} - \frac{3-x}{2x-1} \\ \text{ה.} & \frac{x+1}{3x-3} - \frac{2x-1}{6x+6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2x^2-2} \\ \text{ו.} & \frac{4-x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+3}{3x^2-12} \end{array}$$

3. בכל משוואה השלימו ביטוי במקום הריק, כך שהשוויון יתקיים. רשמו את תחום ההצבה.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x^2+7x+12}{x^2+6x+9} : \frac{\bullet}{x^2-9} = 1 \\ \text{ב.} & \frac{x^2-6x+9}{x^2-3x} \cdot \frac{x}{\bullet} = 1 \\ \text{ג.} & \frac{9x^2+24x+16}{3x-4} : \frac{\bullet}{9x^2-16} = 1 \\ \text{ד.} & \frac{2x^2-20x}{x^2+10x} \cdot \frac{\bullet}{2x^2-200} = 1 \end{array}$$

4. אילו מבין הביטויים הבאים מצטמצמים ל- $(x+4)$?

$$\begin{array}{llllll} \text{א.} & \frac{x^2-4x}{x-4} & \text{ב.} & \frac{x^2+4x}{x} & \text{ג.} & \frac{x^2-4x}{x} \\ \text{ד.} & \frac{x^2-16}{x-4} & \text{ה.} & \frac{x^2+16}{x+4} & & \end{array}$$

(x ≠ 4) (x ≠ 0) (x ≠ 0) (x ≠ -4)

5. התאימו לכל שבר אלגברי ביטוי מצומצם (בכל סעיף המכנה שונה מ-0).

$$\begin{array}{ll} \bullet & \frac{(x-3)^2}{x-3} \quad \text{א.} \\ \bullet & \frac{(3-x)^2}{x-3} \quad \text{ב.} \\ \bullet & \frac{x^2-9}{x-3} \quad \text{ג.} \\ \bullet & \frac{x^2-9}{3-x} \quad \text{ד.} \\ \bullet & \frac{9-x^2}{x+3} \quad \text{ה.} \\ \bullet & x-3 \\ \bullet & 3-x \\ \bullet & x+3 \\ \bullet & -x-3 \end{array}$$