الوحدة الثانية والعشرون: نحلّل إلى عوامل ونختزل

الدرس الأوّل: ضرب وقسمة كسور جبريّة

أمامكم ورقتا عمل **لأيّوب** و**مريم**.
افحصوا إجاباتهم واشرحوا. انتبهوا: في كلّ التمارين $a \neq 0$, $b \neq 0$.

أيّوب

$$\frac{3a}{2b} \cdot 3b = \frac{\cancel{3}a}{2b \cdot \cancel{3}b} = \frac{a}{2b^2}$$

$$\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{3\cancel{a}}{2\cancel{b}} \cdot \frac{3\cancel{b}}{2\cancel{a}} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{\cancel{3}a}{2b} \cdot \frac{1}{\cancel{3}b} = \frac{a}{2b^2}$$

مريم

$$\frac{3a}{2b} \cdot 3b = \frac{3a \cdot 3\cancel{b}}{2\cancel{b}} = \frac{9a}{2}$$

$$\frac{3a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{2\cancel{b}}{3\cancel{a}} \cdot \frac{2\cancel{a}}{3\cancel{b}} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{3a}{2b} : 3b = \frac{2b}{\cancel{3}a} \cdot \cancel{3}b = \frac{2b^2}{a}$$

نضرب، نُقسّم ونختزل كسور جبريّة.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.
بماذا أخطأ **أيّوب**؟ بماذا أخطأت **مريم**؟ صحّحوا الأخطاء.

للتذكير

- نضرب ونُقسّم كسور جبريّة بنفس الطريقة الّتي نضرب ونُقسّم كسور عدديّة.
  عندما نقسم نضرب في مقلوب المقسوم عليه.
- نسمّي مجموعة الأعداد الّتي يمكن أن نعوضها في التعبير الجبريّ بدل المتغيّر "**مجال التعويض**".
  مثال: مجال التعويض للتعبير $\frac{2x}{x+2}$ هو: نسجّل كلّ الأعداد باستثناء (-2) كالتالي: $x \neq -2$,
- نسجّل في الكسور الجبريّة مجال التعويض.

2. اكتبوا، في كلّ بند، تعبير مختصر بقدر الإمكان. المقام يختلف عن 0.

أ. $\frac{3b^2}{5a} \cdot \frac{25a}{3b^2}$ ب. $6b \cdot \frac{5a}{12b}$ ت. $\frac{-7a^2b}{c} \cdot \frac{2c^3}{21a^3}$ ث. $\frac{7a}{b^2} \cdot \frac{5b^2}{14a}$

3. اكتبوا مجال التعويض، اقسّموا وبسّطوا (سجّلوا تعبيرًا مختصرًا).

أ. $\frac{3b^3}{5a^2} : \frac{9b}{25a^4}$ ب. $\frac{4a}{5b^2} : 16a$ ت. $1 : \frac{5a}{6b}$ ث. $\frac{12a}{5b} : 6a$

4. أ. ما هو مجال التعويض في التعبير $\frac{3x}{2y} : \frac{x^2}{4y^2}$؟

قال **عماد:** مجال التعويض هو $y \neq 0, x \neq 0$.

قال **أمين:** x لا يظهر في المقام؛ لذا مجال التعويض هو $y \neq 0$, x كلّ عدد.

من منهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

ب. بسّطوا التعبير وافحصوا إجاباتكم.

5. حدّدوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا. المقام في جميع البنود يختلف عن 0.

أ. $\frac{\cancel{3}}{\cancel{3} \cdot x^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{x}$ ت. $\frac{3}{3+x^2} : x = \frac{3}{3+x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3}{3+x^3}$

ب. $\frac{\cancel{3}}{\cancel{3} + x^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{x}$ ث. $\frac{3}{3 \cdot x^2} : x = \frac{3}{3 \cdot x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x^3}$

6. أمامكم تعابير، أيّ منها يساوي التعبير $\frac{x+6}{6} : 2$؟

أ. $\frac{x+3}{3}$ ب. $\frac{x+6}{12}$ ت. $\frac{x+6}{3}$ ث. $\frac{x+3}{6}$ ج. $\frac{x}{2}$ ح. $2x$

7. حدّدوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح". (مجال التعويض $x \neq 1$). اشرحوا.

أ. $\frac{(1-x)^2}{x-1} = x-1$ ب. $\frac{(1-x)^3}{1-x} = (x-1)^2$ ت. $\frac{(1-x)^3}{(x-1)^3} = -1$

للتذكير

أحيانًا، يمكن أن نكتب التعبير الّذي صورته $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ كتعبير ضرب.

نعمل حسب إحدى الطرق التالية حسب طابع التعبير:

- نُخرج عاملًا مشتركًا (عدد أو تعبير).
- نستعين بتحليل ثلاثيّ الحدود (ترينوم).
- نستعين بقوانين الضرب المختصرة:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

8. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، اكتبوا كتعبير ضرب، اختزلوا واضربوا.

مثال: معطى التعبير $\frac{x^2+5x+6}{x^2-4}\cdot\frac{x-2}{7x+21}=$ مجال التعويض $x\neq 2,\ x\neq -2,\ x\neq -3$

$$=\frac{\cancel{(x+2)}\ \cancel{(x+3)}}{\cancel{(x-2)}\ \cancel{(x+2)}}\cdot\frac{\cancel{x-2}}{7\cancel{(x+3)}}=$$

$$=\frac{1}{7}$$

أ. $\frac{x+1}{9x}\cdot\frac{45}{18x+18}$ ت. $\frac{2-x}{14+7x}\cdot\frac{4-x^2}{12-6x}$ ج. $\frac{x^2-6x+9}{x^2+6x+8}\cdot\frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3}$

ب. $\frac{x+2}{4-2x}\cdot\frac{20-10x}{5x+10}$ ث. $\frac{x-3}{5x}\cdot\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$ ح. $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2}\cdot\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-15}$

9. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، حللوا إلى عوامل واختزلوا.

أ. $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x+1}$ ب. $\frac{x^3+6x^2+12x+8}{x+2}$ ت. $\frac{x^2-4x+4}{x^3-6x^2+12x-8}$

مجموعة مهامّ

1. حللوا إلى عوامل واختزلوا.

أ. $\frac{4x+12}{8}$ ت. $\frac{4x+12}{4x+4}$ $x\neq -1$ ج. $\frac{4x+12}{2x+6}$ $x\neq -3$

ب. $\frac{4x+12}{4x}$ $x\neq 0$ ث. $\frac{4x+12}{4x^2+12x}$ $x\neq 0$ $x\neq -3$ ح. $\frac{4x+12}{5x+15}$ $x\neq -3$

2. حللوا إلى عوامل (بواسطة إخراج عامل مشترك)، سجّلوا مجال التعويض واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{6a+6}{6a}$ ت. $\frac{6(a+6)}{6a}$ ج. $\frac{6a-6}{a-1}$

ب. $\frac{6a\cdot 6}{6+a}$ ث. $\frac{6a+6}{a+6}$ ح. $\frac{6a+6}{a-1}$

3. حللوا إلى عوامل (بواسطة إخراج عامل مشترك)، سجّلوا مجال التعويض واختزلوا، إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{24a^4-18a^3}{24a}$ ت. $\frac{24a^4-18a^3}{18a^4-18a^3}$ ج. $\frac{24a^4-18a^3}{4a^2-2a}$

ب. $\frac{24a^4-18a^3}{3a^4}$ ث. $\frac{24a^4-18a^3}{10a-15}$ ح. $\frac{24a^4-18a^3}{2a-4a^2}$

4. انسخوا، كلّ بند، وأكملوا عددًا أو تعبيرًا بحيث ينتج كسرًا يساوي 1. سجّلوا مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{(x-2)(\quad)}{x^2-4x+4}$ ب. $\frac{(x-1)(\quad)}{x^3-x^2}$ ت. $\frac{5x(\quad)}{4x^2-4}$ ث. $\frac{(x+1)(\quad)}{6x^2+18x}$

5. بسّطوا، في كلّ بند، إلى تعبير مختصر قدر الإمكان . المقام لا يساوي 0.

أ. $\frac{a^2}{12}\cdot\frac{6}{a}$ ب. $\frac{18a^2}{9a}\cdot\frac{6}{2a}$ ت. $\frac{3a}{15b}\cdot\frac{5b}{2a^2}$ ث. $\frac{15b^2}{2a}\cdot\frac{8a}{15b^2}$

6. بسّطوا، في كلّ بند، إلى تعبير مختصر قدر الإمكان . المقام لا يساوي 0.

أ. $\frac{3a^2b}{10}\cdot\frac{5a}{6b}$ ب. $\frac{15a^2}{b}\cdot\frac{ab^2}{5}$ ت. $\frac{7a^2b}{c}\cdot\frac{2c^2}{21a^3}$ ث. $\frac{3a^2}{4cb}\cdot\frac{2c^2}{9ab}$

7. بسّطوا، في كلّ بند، إلى تعبير مختصر قدر الإمكان . المقام لا يساوي 0.

أ. $\frac{5ab}{10ac}\cdot\frac{10a^3}{25ab}$ ب. $\frac{4a^3b^5}{15}\cdot\frac{3}{8a^2}$ ت. $\frac{3a^2}{4bc}\cdot\frac{2ac^2}{9b}\cdot\frac{6b^2c}{a^3}$ ث. $\frac{3b^3}{5a^5}\cdot\frac{25a^2}{9b}\cdot 3a^3$

8. سجّلوا مجال التعويض، بسّطوا واكتبوا تعبيرًا مختصرًا قدر الإمكان.

أ. $\frac{a^2}{8}:\frac{a}{16}$ ب. $\frac{3a}{2b}:\frac{4a^2}{b^2}$ ت. $\frac{8a}{7b^2}:\frac{4a^2}{14b^3}$ ث. $\frac{25a^2}{9b}:\frac{5a}{18b}$

9. سجّلوا مجال التعويض، بسّطوا واكتبوا تعبيرًا مختصرًا قدر الإمكان

أ. $\frac{3a^3}{5b^2}:\frac{9a}{25b^2}$ ب. $\frac{15}{3a^2b^4}:\frac{9}{10ab^2}$ ت. $3a^4:\frac{a^2}{6}$ ث. $\frac{3a^2}{2}:6a$

10. سجّلوا مجال التعويض، بسّطوا واكتبوا تعبيرًا مختصرًا قدر الإمكان.

أ. $\frac{4ab^2}{5c^3} : \frac{8a^2b^2}{10c}$ ب. $\frac{4a^2}{b} : \frac{1}{8b}$ ت. $2a^2 : \frac{a}{2}$ ث. $\frac{a}{2} : 2a^2$

11. سجّلوا مجال التعويض، اختزلوا وحللوا إلى عوامل إذا احتجتم ذلك.

أ. $\frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x(x+4)}{x+3}$ ب. $\frac{x^2-6x}{x} \cdot \frac{x^2}{x-6}$ ت. $\frac{x^2+3x}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+4}$

12. سجّلوا مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x-3}$ ت. $\frac{(x-3)^2}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x-3}$ ج. $x \cdot \frac{(x-4)^2}{x^2-4x}$

ب. $\frac{x^2-9}{x^2-4} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x^2+9}$ ث. $(x-3) \cdot \frac{x-2}{(x-3)^2}$ ح. $(x+2)^2 \cdot \frac{1}{x^2-4}$

13. سجّلوا مجال التعويض واختزلوا.

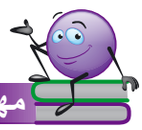
أ. $\frac{x^2-25}{x} \cdot \frac{x^2}{x+5}$ ت. $\frac{x^2-16}{x^2-8x+16} \cdot \frac{x^2}{x^2+4x}$ ج. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2+4x+3}$

ب. $\frac{x^2-36}{x^2} \cdot \frac{18x}{6x-36}$ ث. $\frac{x^2-x}{x^2+x} \cdot \frac{x^2+3x-4}{(x-1)^2}$ ح. $\frac{x^2+9x+18}{x^2+9x+20} \cdot \frac{x^2-25}{x^2+4x+3}$

14. سُجّلت أربعة تعابير بجانب كلّ تعبير في الإطار، واحد منها يساوي التعبير الموجود في الإطار، جدوا هذا التعبير، اشرحوا اختياركم. (المقامات لا تساوي 0.)

أ. $\frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{2a}}$ $\frac{1}{2a^3}$ $\frac{2}{a}$ $\frac{a}{2}$ $2a$

ب. $\frac{\frac{a^2-1}{a+1}}{\frac{a-1}{4}}$ 4 $\frac{1}{4}$ $\frac{(a-1)}{4}$ $4(a-1)^2$



مهامّ إضافيّة

1. سجّلوا مجال التعويض، واختزلوا قدر الإمكان.

أ. $\frac{x+1}{x^2-1}$ ب. $\frac{x+1}{x^2+1}$ ت. $\frac{x^2+x}{x^2-x}$

ث. $\frac{6x^2-12x^2}{6x^2}$ ج. $\frac{x+6}{x^3-36x}$ ح. $\frac{6-2x}{x^2-3x}$

خ. $\frac{4x^2-12x+9}{3+2x}$ د. $\frac{4x^2-12x+9}{2x-3}$ ذ. $\frac{4x^2-12x+9}{3-2x}$

2. افحصوا، في كلّ بند، المساواة. أشيروا إلى كلّ مساواةصحيحة وصححوا الخطأ في كلّ مساواة غير صحيحة.

أ. $\frac{x^2-9}{x-3}=x+3$ $x\neq 3$ ب. $\frac{x^2-9}{x+3}=x-3$ $x\neq -3$

ت. $\frac{(x-3)^2}{x-3}=x-3$ $x\neq 3$ ث. $\frac{(x-3)^2}{3-x}=x-3$ $x\neq 3$

ج. $\frac{x^2+9}{x+3}=x+3$ $x\neq -3$ ح. $\frac{x^2+9x}{x+9}=x$ $x\neq -9$

خ. $\frac{x^2+6x+9}{x+3}=x+3$ $x\neq -3$ د. $\frac{x^2-6x+9}{x-3}=x+3$ $x\neq 3$

3. سجّلوا مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{16-x^2}{x^2+x-12}$ ب. $\frac{x^2+x-12}{x^2-3x}\cdot\frac{-x^2+4x}{x^2-16}$ ت. $\frac{x^2-7x+12}{x-3}\cdot\frac{1}{x^2-16}$

ث. $\frac{x^2-7x+12}{3x^2-9x}:\frac{16+x^2-8x}{x-4}$ ج. $\frac{3x^2+3x-36}{3x^2-9x}:\frac{x^2-16}{-x}$ ح. $\frac{2x^2-14x+24}{3x^2-27}:\frac{2x^2-32}{x^2+6x+9}$

4. سجّلوا مجال التعويض واختزلوا.

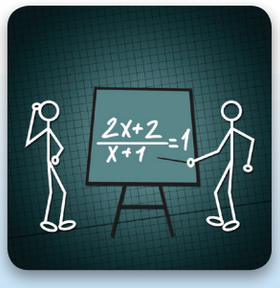
أ. $\frac{3x^3}{x^8}$ ب. $\frac{3x^2y^3}{(xy^2)^3}$ ت. $\frac{3xy^2}{4x^2y\cdot 3y}$

ث. $\frac{15x^2y}{25x^3y^2}$ ج. $\frac{x^3y^2}{5x^2y^3}$ ح. $\frac{(3x^5)^3}{2^3x^8}$

خ. $\frac{2x^2}{(x-3)^2}\cdot\frac{(x-3)^4}{4x}$ د. $\left(\frac{3x^2}{2x^3}\right)^3:\frac{3^2x^3}{8x}$ ذ. $\frac{(3x)^{-2}y^2}{(xy)^2}$

5. سجّلوا ثلاثة كسور جبريّة مجال تعويضها $x\neq 2$ ويمكن اختزالها بواسطة التعبير $(x+2)$.

الدرس الثاني: معادلات مع كسور جبريّة



معطى معادلة $\frac{2x+2}{x+1}=1$

أ. ما هو مجال التعويض في المعادلة؟

ب. اقترحوا طرقًا لحلّ المعادلة.

نحلّ معادلات مع كسور جبريّة بطرق مختلفة.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعادلة الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. حلّ **أمير** المعادلة $\frac{2x+2}{x+1}=1$ بواسطة تنفيذ عمليّات على طرفي المعادلة كالتالي:

$$\frac{2x+2}{x+1}=1 \quad /\cdot(x+1)$$

$$2x+2=x+1$$

$$x=-1$$

أ. هل $x=-1$ هو حلّ للمعادلة؟ عوّضوا، افحصوا واشرحوا.

ب. قال **نمر**: خارج قسمة عددين يساوي 1 عندما يكون العددان متساويين.

لذا: $2x+2=x+1 \quad / \; -x-2$

$$x=-1$$

لذا؛ حلّ **أمير** صحيح.

قالت **مريم**: لا يمكن أن نعوّض $x=-1$ في هذه المعادلة، لأنّنا نحصل على تعبير غير معرّف.

لذا: لا يوجد حلّ للمعادلة.

هل قول **نمر** صحيح؟ هل قول **مريم** صحيح؟

ت. قال **سمير**: مجال التعويض في المعادلة هو: $x\neq -1$

نُخرج عاملًا مشتركًا في البسط $\frac{2(x+1)}{x+1}=1$

مسموح الاختزال لـ $x\neq -1$ $\frac{2\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}=1$

نحصل على مساواة غير صحيحة: $2=1$

لذا؛ لا يوجد حلّ للمعادلة.

هل طريقة **سمير** صحيحة؟

2. أ. لخصوا استنتاجاتكم: بأيّ طرق يمكن حلّ المعادلة $\frac{2x+2}{x+1}=1$ ؟ أيّ طريقة تُفضلون؟ لماذا؟ (يمكنكم الاستعانة بكلمات، مثل: عامل مشترك، اختزال، عمليّات على طرفيّ المعادلة، اعتبارات، مجال التعويض).

ب. ما هو حلّ المعادلة $\frac{2x+2}{x+1}=1$ ؟ اشرحوا.

للتذكير

في المعادلات الّتي يوجد في مقامها متغيّر، نفحص في البداية أيّ قيم لا يمكن أن تكون حلًّا، لأنّ تعويضها يُعطينا **تعبيرًا غير معرّف.**

مثال: تعويض العدد 5 في المعادلة $\frac{3(x-5)}{x-5}=3$ يُعطينا تعبير غير معرّف.

هذا يعني أنّ مجال التعويض في المعادلة هو جميع الأعداد باستثناء العدد 5، نكتب: $x \neq 5$.

لذا؛ العدد 5 لا يمكن أن يكون حلا.

3. حلّوا المعادلات.

هل يوجد نفس الحلّ للمعادلتين؟ اشرحوا.

أ. $3x - 6 = 3(x - 2)$ ب. $\frac{3x-6}{x-2}=3$

4. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا (تذكروا أن تفحصوا هل الحلّ مناسب لمجال التعويض).

أ. $\frac{2x-6}{x-3}=1$ ب. $\frac{2x-6}{x-3}=2$ ت. $\frac{6-2x}{x-3}=2$

نحلّ المعادلة مع تعبير في المقام حسب المراحل التالية:

- نسجّل مجال التعويض.
- نحلّ المعادلة.
- نفحص هل الأعداد الناتجة تقع في مجال التعويض؟
- نكتب حلّ المعادلة.

مثال: معطى المعادلة $\frac{2x-6}{x-3}=1$ مجال التعويض $x \neq 3$

نحلّ المعادلة $2x - 6 = x - 3$

نحصل على: $x = 3$

لكن $x = 3$ لا يقع في مجال التعويض؛ لذا **لا يوجد حلّ للمعادلة.**

5. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض وحلّوا المعادلة.

أ. $\frac{2x+4}{4-x^2}=\frac{2}{3}$ ب. $\frac{4x+20}{3x+15}=5$ ت. $\frac{x^2-7x+10}{x-5}=10$ ث. $\frac{x^2+5x+6}{x+3}=2$

6. ما هو حلّ المعادلة $\frac{x^2-4x+3}{x^2+3x+1}=\frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+2}$؟

قال **سالم**: أمامنا كسران متساويان لهما نفس البسط؛ لذا المقامات متساوية أيضًا.

هذا يعني أنّ: $x^2+3x+1=2x^2+3x+2$

$x^2+1=0$

لا يوجد حلّ للمعادلة.

هل قول **سالم** صحيح؟ اشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{3x+2}{5x}=\frac{2}{3}$ ب. $\frac{3}{x+2}=\frac{1}{x}$ ت. $\frac{2}{x}=\frac{4}{3x-6}$ ث. $\frac{2}{x-1}=\frac{1}{x-4}$

2. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{3-x}{2-x}=\frac{6}{5}$ ب. $\frac{x-1}{x}=\frac{x-6}{x-4}$ ت. $\frac{x+1}{x-3}=\frac{x}{x-5}$ ث. $\frac{x-3}{x-7}=\frac{x+1}{x+5}$

3. حللوا إلى عوامل، سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x^2-x}{x^2}=2$ ب. $\frac{6x}{2x^2+4x}=1$ ت. $\frac{2x^2-x}{4x}=x+2$ ث. $\frac{3x^2+3x}{x+1}=4x+1$

4. حللوا إلى عوامل، سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ ت. $\frac{3}{x-2}=\frac{2x+6}{x^2-9}$ ج. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}=0$

ب. $\frac{x^2-25}{x+5}=0$ ث. $\frac{x^2-9x}{2x}=x-1$ ح. $\frac{2x+4}{x^2-4}=\frac{2}{3}$

5. حللوا إلى عوامل، سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{2x+6}{x^2-9}=\frac{2}{5}$ ت. $\frac{x^2+5x+6}{x^2-4}=0$ ج. $\frac{x^2+6x+9}{2x+6}=0$

ب. $\frac{(4x-20)(x-1)}{3x-15}=8$ ث. $\frac{3x^2-75}{3x+15}=2$ ح. $\frac{2x^2-50}{4x+20}=0$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x+1}{9x}\cdot\frac{45}{18x+18}=\frac{5}{9}$ ب. $\frac{x+2}{4-2x}\cdot\frac{20-10x}{5x+10}=1$ ت. $\frac{7(x-2)}{14+7x}\cdot\frac{4-x^2}{12-6x}=0$

ث. $\frac{x-3}{5x}\cdot\frac{x+x^2}{2x^2-6x}=\frac{1}{5}$ ج. $\frac{x^2+7x}{3x^2}\cdot\frac{12x^2+9x}{x+7}=0$ ح. $\frac{x^2+10x+25}{2x^2+12x+18}\cdot\frac{x^2-9}{x^2-25}=0$

7. **معطى:** $\frac{4x+10}{12x}=5$ $(x\neq 0,\ x\neq -2.5)$.

استعينوا بهذا المعطى كي تحسبوا قيمة كلّ تعبير من التعابير التالية.

انتبهوا: لا توجد حاجة، في البداية، لحساب قيمة x.

أ. $\frac{2x+5}{6x}$ ب. $\frac{2x+5}{12x}$ ت. $\frac{4x+10}{6x}$ ث. $\frac{12x}{4x+10}$

8. **معطى:** $\frac{5x+3}{4}\cdot\frac{2}{x}=9$ $(x\neq 0\ ,x\neq -0.6)$.

استعينوا بهذا المعطى كي تحسبوا قيمة كلّ تعبير من التعابير التالية.

انتبهوا: لا توجد حاجة، في البداية، لحساب قيمة x.

أ. $\frac{4}{5x+3}\cdot\frac{x}{2}$ ت. $\frac{5x+3}{8}\cdot\frac{2}{x}$ ج. $\frac{5x+3}{4}\cdot\frac{4}{x}$

ب. $\frac{8}{x}\cdot\frac{5x+3}{4}$ ث. $\frac{5x+3}{8}\cdot\frac{1}{x}$ ح. $\frac{4}{5x+3}:\frac{2}{x}$

9. جدوا، في كلّ بند، التعبير الّذي يجب تسجيله في المقام كي يكون حلّ المعادلة "كلّ الأعداد".

أ. $\frac{4x^2+20}{\quad}=1$ ت. $\frac{4x^2+20}{\quad}=4$ ج. $\frac{4x^2+20}{\quad}=\frac{1}{2}$

ب. $\frac{4x^2+20}{\quad}=2$ ث. $\frac{4x^2+20}{\quad}=-1$ ح. $\frac{4x^2+20}{\quad}=-\frac{1}{2}$

10. جدوا، في كلّ بند، التعبير الّذي يجب تسجيله في المقام كي يكون حلّ المعادلة "كلّ الأعداد".

أ. $\frac{6x^2+8}{\quad}=1$ ت. $\frac{6x^2+8}{\quad}=-3$ ج. $\frac{6x^2+8}{\quad}=\frac{1}{3}$

ب. $\frac{6x^2+8}{\quad}=2$ ث. $\frac{6x^2+8}{\quad}=\frac{1}{2}$ ح. $\frac{6x^2+8}{\quad}=-\frac{1}{3}$

الدرس الثالث:المقام المشترك الأبسط

اختاروا، في كلّ بند، التعابير المناسبة كمقام مشترك للمعادلة في الإطار.

أ. $\frac{x+1}{2x}+\frac{1}{x}=0$

$2x$ $\quad$ x $\quad$ $2x^2$ $\quad$ $3x$

ب. $\frac{2x}{x+1}+\frac{1}{x}=1$

$x+1$ $\quad$ $x(x+1)$ $\quad$ x $\quad$ $2x+1$

ت. $\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}=0$

x^2-1 $\quad$ $x+1$ $\quad$ $x-1$ $\quad$ $(x^2-1)(x+1)$

ث. $\frac{3x+1}{x-2}-\frac{x+3}{2-x}=1$

$x-2$ $\quad$ $2-x$ $\quad$ x^2+4 $\quad$ $(x-2)(2-x)$

نجد المقام المشترك الأبسط ونستعمله لحلّ المعادلات.

1. نتطرّق إلى التعابير الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. حدّدوا، في كلّ بند، أيّ تعبير من بين التعابير الّتي اخترتموها هو الأبسط؟

ب. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات (استعينوا بالمقام المشترك الّذي اخترتموه).

عندما نحلّ معادلات مع تعابير في المقام يمكن أن نضرب طرفيّ المعادلة في المقام المشترك بطرق مختلفة:

- يمكن أن نضرب في **حاصل ضرب المقامين.**
- يمكن أن نضرب في **المقام المشترك الأبسط** - هذا يعني أن نضرب في التعبير الأبسط الّذي يقبل القسمة على كلّ واحد من المقامات.

أمثلة:

— عندما نحلّ المعادلة $\frac{1}{12x}-\frac{1}{6x}=1$, $x\neq 0$

يمكن أن نضرب في $72x^2$، لكن المقام المشترك الأبسط هو $12x$.

— عندما نحلّ المعادلة $\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}=0$, $x\neq 1$, $x\neq -1$

يمكن أن نضرب في $(x+1)(x^2-1)$، لكن المقام المشترك الأبسط هو: $(x+1)(x-1)$.

2. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{1}{x}-\frac{1}{7x}=1$ $\quad$ ب. $\frac{1}{7x}-\frac{1}{14}=1$ $\quad$ ت. $\frac{1}{2x}+\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x}$

3. حلّوا المعادلات.

مثال: $\frac{20}{x^2-3x-4}=\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1}$

نحلّل المقام إلى عوامل: $\frac{20}{(x-4)(x+1)}=\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1}$

مجال التعويض هو: $x \neq -1 \ , \ x \neq 4$

نضرب طرفيّ المعادلة في المقام المشترك: $\frac{20}{x^2-3x-4}=\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1} \ / \cdot(x-4)(x+1)$

نحصل على:

$20 = x(x + 1) - (x - 4)$

$20 = x^2 + x - x + 4 \ / -20$

$x^2 - 16 = 0$

$x = 4$ أو $x = -4$

$x = 4$ **ليس** في مجال التعويض، لذا الحلّ هو: $x = -4$

نعوّض الحلّ في المعادلة ونفحص هل نحصل على مساواة صحيحة؟

أ. $\frac{5}{x^2-5x+6}=\frac{2}{x-2}$

ب. $\frac{8}{x^2+5x+6}=\frac{x+1}{x+2}$

ت. $\frac{2}{x^2-4x-5}=\frac{x}{x^2-2x-3}$

ث. $\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x^2-5x+6}=\frac{x}{x-2}$

4. حلّوا المعادلات.

مثال: $\frac{2}{x-4}+\frac{x}{x+4}=-\frac{9x+4}{x^2-16}$

مجال التعويض هو: $x \neq 4 \ , \ x \neq -4$

نضرب طرفيّ المعادلة في المقام المشترك: $\frac{2}{x-4}+\frac{x}{x+4}=-\frac{9x+4}{x^2-16} \ / \cdot(x-4)(x+4)$

نحصل على:

$2(x + 4) + x(x - 4) = -(9x + 4)$

$2x + 8 + x^2 - 4x = -9x - 4 \ / +9x + 4$

$x^2 + 7x + 12 = 0$

نحلّل إلى عوامل: $(x + 4)(x + 3) = 0$

نحصل على: $x = -4$ أو $x = -3$

$x = -4$ **ليس** في مجال التعويض، لذا الحلّ هو: $x = -3$

نعوّض الحلّ في المعادلة الأصليّة ونفحص هل نحصل على مساواة صحيحة؟

أ. $\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{2x+2}=\frac{1}{x}$

ب. $\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$

ت. $\frac{14}{x^2-9}-\frac{1}{x-3}=1$

ث. $\frac{4}{x^2-2x+1}-\frac{3}{x-1}=1$

5. جدوا لكلّ تعبير ثلاثة أعداد بحيث تعويضها بدل x يعطينا عددًا صحيحًا. اشرحوا اعتباراتكم.

أ. $\frac{3}{4}x$ ب. $\frac{3}{4}\cdot(x+1)$ ت. $\frac{3}{4}\cdot(x-1)$ ث. $\frac{4}{x+1}$, $x \neq -1$

6. افحصوا **الامتحان**، حدّدوا المراحل الّتي يوجد فيها أخطاء، صحّحوها وحلّوا.
عوّضوا الحلّ في المعادلة الأصليّة وافحصوا الحلّ.

امتحان

حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{2}{a}+\frac{a-7}{a^2}=-\frac{7}{a^2}$

مجال التعويض: $a \neq 0$

$\frac{2}{a}+\frac{a-7}{a^2}=-\frac{7}{a^2} \quad / \cdot a^2$

$2a + a - 7 = -7$

$3a - 7 = -7 \quad / +7$

$3a = 0$

$a = 0$

ب. $\frac{a-1}{a+1}-\frac{1-a}{a^2+a}=\frac{a}{a+1}$

مجال التعويض: $a \neq 0$, $a \neq -1$

$\frac{a-1}{a+1}-\frac{1-a}{a^2+a}=\frac{a}{a+1} \quad / \cdot a(a+1)$

$a(a - 1) - 1 - a = a^2$

$a^2 - a - 1 - a = a^2 \quad / -a^2$

$2a = 1$

$a = \frac{1}{2}$

ت. $\frac{2}{a-2}+\frac{4}{5a-10}=\frac{1}{5}$

مجال التعويض: $a \neq 2$

$\frac{2}{a-2}+\frac{4}{5a-10}=\frac{1}{5}$

$\frac{2\cdot 5+4}{5a-10}=\frac{1}{5}$

$\frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{5a-10}}}=\frac{1}{5}$

$\frac{7}{5a-5}=\frac{1}{5} \quad / \cdot 5(a-1)$

$7 = a - 1 \quad / +1$

$a = 8$

ث. $\frac{20}{a^2-4}+\frac{1}{a+2}=\frac{5}{a-2}$

مجال التعويض: $a \neq 2$, $a \neq -2$

$\frac{20}{a^2-4}+\frac{1}{a+2}=\frac{5}{a-2} \quad / \cdot (a-2)(a+2)$

$20 + a - 2 = 5(a + 2)$

$18 + a = 5a + 10 \quad / -a - 10$

$8 = 4a$

$a = 2$

بالنجاح

مجموعة مهامّ

1. اختاروا، في كلّ بند، المقام المشترك الأبسط للمعادلة في الإطار.
استعينوا بالمقام المشترك الّذي اخترتموه وحلّوا المعادلات. (مجال التعويض في جميع البنود $x \neq 0$.)

أ. $\frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2$ — x ; $2x$; $x+2$; $6x$

ب. $\frac{1}{4x}+\frac{5}{6}=\frac{3}{4}$ — $24x$; $4x$; $10x$; $12x$

ت. $\frac{x+5}{2x}+\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$ — $5x$; x ; $6x^2$; $6x$

ث. $\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}=1$ — x ; x^2 ; x^3 ; $5x^3$

2. اختاروا، في كلّ بند، المقام المشترك الأبسط للمعادلة في الإطار.
استعينوا بالمقام المشترك الّذي اخترتموه وحلّوا المعادلات. (في جميع البنود، المقامات لا تساوي 0.)

أ. $\frac{2}{x+2}+\frac{x}{3}=1$ — 6 ; $3x+6$; $3x+3$; $x+5$

ب. $\frac{2x}{x+2}+\frac{3}{x}=2$ — $x+2$; $x(x+2)$; x ; $2x+2$

ت. $\frac{x+3}{x^2-4}+\frac{x}{x+2}=1$ — x^2-4 ; $x+2$; $x-2$; $(x^2-4)(x+2)$

ث. $\frac{5x-1}{x-3}+\frac{x+1}{3-x}=2$ — $x-3$; $3-x$; x^2-9 ; $(x-3)(3-x)$

3. سجّلوا، في كلّ بند، عمليّة حسابيّة بحيث تنتج معادلة حلّها جميع الأعداد في مجال التعويض.
$(x \neq 0, x \neq 1)$.

أ. $\frac{5}{x}$ ○ $\frac{4}{x-1}=\frac{20}{x(x-1)}$

ب. $\frac{5}{x}$ ○ $\frac{4}{x-1}=\frac{9x-5}{x(x-1)}$

ت. $\frac{5}{x}$ ○ $\frac{4}{x-1}=\frac{x-5}{x(x-1)}$

ث. $\frac{5}{x}$ ○ $\frac{4}{x-1}=\frac{5x-5}{4x}$

4. سجّلوا، في كلّ بند، عمليّة حسابيّة بحيث تنتج معادلة حلّها جميع الأعداد في مجال التعويض.
$(x \neq -5,\ x \neq 5)$.

أ. $\frac{4}{x-5} = \frac{x-45}{x^2-25}$ $\frac{5}{x+5}$

ت. $\frac{4}{x-5} = \frac{9x-5}{x^2-25}$ $\frac{5}{x+5}$

ب. $\frac{4}{x-5} = \frac{20}{x^2-25}$ $\frac{5}{x+5}$

ث. $\frac{4}{x-5} = \frac{5x-25}{4x+20}$ $\frac{5}{x+5}$

5. حلّوا المعادلات (سجّلوا مجال التعويض).

أ. $\frac{2}{x+1} = \frac{3x+1}{5(x+1)}$

ت. $\frac{5}{x-4} - \frac{3}{x} = \frac{6-x}{x(x-4)}$

ج. $\frac{2x+7}{x^2+x} = \frac{3}{x+1}$

ب. $\frac{2x-9}{x(x-7)} = \frac{5}{x-7}$

ث. $\frac{2x-3}{5x+10} = \frac{x}{x+2}$

ح. $\frac{x-2}{2x-8} + \frac{x}{3x-12} = 2$

6. حلّوا المعادلات (سجّلوا مجال التعويض).

أ. $\frac{2x+1}{x^2+3x} = \frac{5}{2x+6}$

ت. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = \frac{10}{x^2+x}$

ج. $\frac{x-9}{x^2+4x} = 1 - \frac{x}{x+4}$

ب. $\frac{x^2+3}{x^2-x} + \frac{1}{x-1} = 1$

ث. $\frac{x-9}{x^2-6x} - \frac{2}{x-6} = 0$

ح. $\frac{5}{x} - \frac{2}{x-2} = \frac{4+x}{x^2-2x}$

7. حلّوا المعادلات (سجّلوا مجال التعويض).

أ. $\frac{x+1}{x^2-9} = \frac{3}{5x+15}$

ت. $\frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2-x}$

ج. $\frac{7}{x^2-5x} + \frac{3}{5-x} = \frac{5}{x}$

ب. $\frac{x^2+6}{x^2-3x} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{1}{2x-6}$

ث. $\frac{x}{7x-7} + 1 = \frac{1}{1-x}$

ح. $\frac{3}{x+2} + \frac{x}{4-x^2} = 0$

الدرس الرابع: معادلات مع كسور جبريّة (تكملة)

معطى المعادلة $\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x+1}=2$ $(x\neq -2,\ x\neq -1)$.

حلّ **هيثم** كالتالي:

$$\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x+1}=2 \quad /\cdot(x+2)(x+1)$$

$$x^2-4=2(x+2)(x+1)$$

$$x^2-4=2x^2+6x+4$$

$$x^2+6x+8=0$$

$$(x+2)(x+4)=0$$

$$x=-4 \quad \text{أو} \quad x=-2$$

-2 ليس في مجال التعويض؛
لذا الحلّ هو $x=-4$.

حلّ **نور** كالتالي:

$$\frac{1}{\cancel{x+2}}\cdot\frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{x+1}=2$$

$$\frac{x-2}{x+1}=2 \quad /\cdot(x+1)$$

$$x-2=2x+2$$

$$x=-4$$

(-4) ينتمي إلى مجال التعويض؛
لذا الحلّ هو $x=-4$.

أيّ طريقة أكثر نجاعة؟ اشرحوا.

نحلّ معادلات مع كسور جبريّة.

1. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات. يمكنكم الاستعانة بالتحليل إلى عوامل.

مثال: $\frac{x+2}{4-2x}\cdot\frac{20-10x}{-5x-10}=2x$ مجال التعويض: $x\neq -2,\ x\neq 2$

نختزل: $\frac{\cancel{x+2}}{2\,(\cancel{2-x})}\cdot\frac{10(\cancel{2-x})}{-5(\cancel{x+2})}=2x$

نحصل على: $-1=2x \quad /:2$

$$-\frac{1}{2}=x$$

$x=-\frac{1}{2}$ يقع في مجال التعويض؛ لذا فهو حلّ المعادلة.

أ. $\frac{x+5}{3x-1}\cdot\frac{6x-2}{x^2+2x-15}=1$ ب. $\frac{2x-1}{x-4}:\frac{4x^2-1}{x^2-16}=-3$ ت. $\frac{7x-x^2}{2x-20}:\frac{7-x}{x^2-100}=x$

2. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x-5}{x+2}=0$ ت. $\frac{x^2+x-6}{x-2}=4$ ج. $\frac{x^2-5x+4}{x-1}=0$

ب. $\frac{x^2-3x+2}{x-1}=0$ ث. $\frac{x-2}{x^2+x-6}=1$ ح. $\frac{1-x}{x^2-5x+4}=1$

3. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{2x-5}{x^2-3x}-\frac{x+2}{x^2+3x}-\frac{x-4}{x^2-9}=0$

ب. $\frac{4x+1}{9x^2-16}=\frac{2}{3x-4}+\frac{9}{3x+4}$

ت. $\frac{3x^2+4x}{(x+1)^2}=\frac{3x+1}{x+1}+\frac{x+3}{x^2+2x+1}$

ث. $\frac{3x}{2(x^2-9)}-\frac{1}{x^2-3x}+\frac{1}{3x+x^2}=0$

ج. $\frac{4}{x^2+4x}+\frac{1}{x-4}=\frac{8}{x^2-16}$

ح. $\frac{2x-1}{2x^2+x}+\frac{8}{4x^2-1}=\frac{2x+1}{2x^2-x}$

مجموعة مهام

1. اختاروا، في كلّ بند، تعابير بحيث تكون مقامًا مشتركًا للمعادلة في الإطار.

أ.	$\frac{2x}{5}+\frac{3}{10x}=1$	5x	10x	5 + 10x	50x
ب.	$\frac{5x}{6}+\frac{x+1}{4x}=1$	6x	10x	12x	24x
ت.	$\frac{2}{5x}+\frac{3}{4x}=1$	5x + 4	20x	$20x^2$	9x
ث.	$\frac{3}{x+3}+\frac{5}{2x}=1$	2x(x + 3)	$2x^2 + 6x$	$2x^2 + 3$	2x + 5

2. اختاروا، في كلّ بند، تعابير بحيث تكون مقامًا مشتركًا للمعادلة في الإطار (مجال التعويض هو: $x \neq 0$).

أ.	$\frac{1}{4x}+\frac{5}{6x}=1$	6x	10x	12x	18x	$24x^2$
ب.	$\frac{2}{8x}+\frac{3}{18x}=1$	18x	$144x^2$	144x	72x	$72x^2$
ت.	$\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}=1$	x	x^2	x^3	$7x^2$	$x + x^2$
ث.	$\frac{5}{6x}+\frac{2}{9x^2}=1$	$54x^2$	$54x^3$	18x	$18x^2$	$9x^2$

3. جدوا أزواجًا من المعادلات الّتي لها الحلّ نفسه (مجال التعويض هو: $x \neq 0$).

أ. $\frac{2+3x}{x}=1$ ب. $\frac{3x-2}{x}=1$ ت. $\frac{3+2x}{x}=1$ ث. $\frac{2}{x}+3=1$ ج. $\frac{3}{x}+2=1$ ح. $\frac{2x-3}{x}=1$ خ. $2-\frac{3}{x}=1$ د. $3-\frac{2}{x}=1$

4. جدوا أزواجًا من المعادلات الّتي لها الحلّ نفسه (مجال التعويض هو: $x \neq 0$).

أ. $2-\frac{3}{x}=1$ ب. $\frac{x+x^2}{x^3}+\frac{x^2-x+x^3}{x^3}=1$ ت. $\frac{x+3}{x}-\frac{6-x}{x}=1$ ث. $1+\frac{2}{x}=1$ ج. $\frac{x-2}{3x}+\frac{2x-1}{3x}=1$ ح. $1-\frac{1}{x}=1$

5. حدّدوا، في كلّ بند، أيّ معادلة يختلف حلها عن المعادلات الأخرى (مجال التعويض هو : $x \neq 0$.)

أ. $\frac{3x+5}{10}=2$ $\frac{3x}{10}+\frac{5}{10}=2$ $\frac{3x}{10}+\frac{1}{2}=2$ $\frac{2x}{10}+\frac{x+10}{10}=2$

ب. $\frac{6}{8x}-\frac{2}{8x}=1$ $\frac{4}{64x}=1$ $\frac{4}{8x}=1$ $\frac{3}{4x}-\frac{1}{4x}=1$

ت. $\frac{6}{8x}-\frac{1}{2}=1$ $\frac{5}{16x}=1$ $\frac{6+4x}{8x}-1=1$ $\frac{3-2x}{4x}=1$

ث. $\frac{7}{4x}=2$ $\frac{1}{4x}+\frac{6}{4x}=2$ $\frac{3}{4}+\frac{4}{x}=2$ $\frac{14}{8x}=2$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{2x}{x-1}-\frac{x+1}{x}=1$ ب. $\frac{1}{2}+\frac{5}{x-4}=0$ ت. $\frac{x+5}{3x^2}-\frac{1}{6x}=\frac{1}{x}$ ث. $\frac{x}{x-2}-\frac{3}{x+2}=1$ ج. $\frac{x-5}{x-1}+\frac{8}{x}=1$ ح. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-5}{x-3}=0$

7. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x^2-25}{4x+20}+\frac{1}{x}=0$ ب. $\frac{x+4}{x^2+4x}+\frac{2}{x+3}=0$ ت. $\frac{x^2+x}{4x+12}+\frac{x-2}{x+3}=1$

8. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{2x^2-50}{x^2+5x}+\frac{x+8}{x-1}=3$ ب. $\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}-\frac{x}{x+2}=0$ ت. $\frac{x^2+5x+6}{x^2+3x}-\frac{1}{x-1}=1$

9. حدّدوا، في كلّ بند، التعبير الّذي يجب تسجيله في المكان الفارغ كي تكون "كلّ الأعداد" حلًّا للمعادلة.

أ. $\frac{x}{2}+\square=x$ ح. $\frac{x-2}{4}+\square=\frac{x-2}{2}$

ب. $\frac{x}{3}+\square=x$ خ. $\frac{x-2}{4}+\square=x-2$

ت. $\frac{2x-1}{5}+\square=-1$ د. $\frac{x-2}{4}+\square=\frac{x}{4}$

ث. $\frac{x^2-7}{2}+\square=x^2-7$ ذ. $\frac{x-2}{4}+\square=\frac{1}{2}$

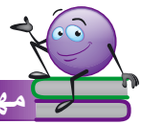
ج. $\frac{9-x^2}{3}+\square=9-x^2$ ر. $\frac{x-2}{4}+\square=-x$

10. معطى $\frac{5x+3}{4}-\frac{2}{x}=7$ $(x\neq 0)$.

استعينوا بهذا المعطى كي تحسبوا قيمة كلّ تعبير من التعابير التالية.

انتبهوا: لا توجد، في البداية، حاجة لحساب القيمة المناسبة لـ x.

أ. $\frac{2}{x}-\frac{5x+3}{4}$ ب. $\frac{5x+3}{8}-\frac{1}{x}$ ت. $\frac{10x+6}{4}-\frac{4}{x}$ ث. $\frac{5x+3}{2}-\frac{4}{x}$



مهامّ إضافيّة

1. حلّوا المعادلات (سجّلوا مجال التعويض).

أ. $\frac{(x+5)^2-5}{x+2}=0$

ب. $\frac{x^2+3}{x^2-9x+18}+\frac{1}{6-x}=\frac{1}{3-x}$

ت. $\frac{3}{2x-1}+\frac{7}{2x+1}-\frac{4-20x^2}{1-4x^2}=0$

ث. $\frac{x-1}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}=1+\frac{x}{x^2-3x+2}$

ج. $\frac{x}{x^2+7x+10}+\frac{2x-5}{x+5}=1-\frac{3x+4}{x+2}$

ح. $\frac{x-4}{x-3}+\frac{x+4}{x+3}=3$

2. جدوا مجال التعويض لكلّ معادلة وحلّوا.

أ. $\frac{x^3-5x^2}{x-5}=1$

ب. $\frac{x^3-5x^2}{x-5}=-1$

ت. $\frac{x^3-5x^2}{5-x}=1$

ث. $\frac{x^3-5x^2}{5-x}=-1$

3. جدوا مجال التعويض لكلّ معادلة وحلّوا.

أ. $\frac{(x-5)^2}{x-5}=0$

ب. $\frac{(x-5)^2}{5-x}=0$

ت. $\frac{(x+5)^2}{x-5}=0$

ث. $\frac{(x+5)^2}{5-x}=0$

ج. $\frac{(x-5)^2}{x+5}=0$

ح. $\frac{(x+5)^2}{5+x}=0$

4. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض وبسّطوا.

أ. $\frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-8}:\frac{x^2-8x+16}{x^2+8x+16}$

ب. $\frac{x^2-6x+9}{3x^5}:\frac{x^2-9}{6x^4}$

ت. $\frac{x^2-25}{x^2+25-10x}:\frac{5x^3-125x}{5x(x-5)}$

ث. $\frac{2x^2+4x-6}{9x^2-36}:\frac{6x^2-12x+6}{9x+18}$

5. جدوا مجال التعويض لكلّ معادلة وحلّوا.

أ. $\frac{x-5}{x+2}=0$

ب. $\frac{x^2-1}{x+1}=0$

ت. $3+\frac{1-x}{x-1}=2$

ث. $3-\frac{5-x}{x-5}=4$

ج. $\frac{x^2}{x^2+9}=-2$

ح. $\frac{9x-x^2}{x-9}=0$

6. جدوا، في كلّ بند، التعبير الّذي يجب تسجيله في المقام كي يكون حلّ المعادلة "كلّ الأعداد".

أ. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=1$

ب. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=-1$

ت. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=2$

ث. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=-2$

ج. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=\frac{1}{2}$

ح. $\frac{2x^2+10x+30}{\quad}=-\frac{1}{2}$

الدرس الخامس: معادلات مع تعابير مضادّة ومسائل كلاميّة

معطى المعادلة $\frac{x^2-3}{1-x^2}-\frac{x-1}{1-x}-\frac{4}{1+x}=0$

أ. اكتبوا مجال التعويض.

ب. ما هو المقام المشترك؟

ت. حلّوا المعادلة وافحصوا الحلول.

نحلّ معادلات ومسائل كلاميّة مع كسور جبريّة فيها تعابير مضادّة.

1. اكتبوا مجال التعويض وحلّوا. عوّضوا وافحصوا الحلّ.

أ. $3-\frac{5-x}{x-5}=0$ ت. $\frac{x^2}{x^2+9}=-2$ ج. $\frac{x^2-2x}{2-x}=1$

ب. $3+\frac{1-x}{x-1}=2$ ث. $\frac{9x-x^2}{x-9}=0$ ح. $\frac{x^2-2x}{2x}=1$

مقامات مضادّة

2. حلّوا المعادلات.

مثال: $\frac{20}{x-4}+\frac{5}{4-x}=3$

مجال التعويض هو: $x \neq 4$

بما أنّ $4-x=-(x-4)$ ، فإنّ التعبيرين $\frac{5}{4-x}$ وَ $-\frac{5}{x-4}$ متساويان.

لذا؛ يمكن أن نكتب التعبير الموجود في الطرف الأيسر كالتالي: $\frac{20}{x-4}-\frac{5}{x-4}=3$

هذا يعني أنّ: $\frac{15}{x-4}=3$

نضرب طرفيّ المعادلة في المقام: $\frac{15}{x-4}=3 \quad / \cdot(x-4)$

نحصل على:

$15 = 3x - 12$

$3x = 27$

$x = 9$

$x = 9$ يقع في مجال التعويض؛ لذا حلّ المعادلة هو: $x = 9$.

نعوّض الحلّ في المعادلة الأصليّة ونفحص هل نحصل على مساواة؟

أ. $\frac{5}{x-1}+\frac{2x}{1-x}=1$ ث. $\frac{4}{x+3}-\frac{2x-5}{9-x^2}=\frac{1}{x-3}$

ب. $\frac{x+11}{x^2-25}-\frac{x}{5-x}=1$ ج. $\frac{9}{x^2+2x+1}-\frac{x}{1-x^2}=\frac{1}{x-1}$

ت. $\frac{x}{x+2}+\frac{3}{4-x^2}=0$ ح. $\frac{x+4}{x^2-16}-\frac{1}{4x-x^2}=0$

3. معطى المعادلة $\frac{5-16x}{x^2-1}=\frac{4x}{1-x}$ ، x عدد طبيعيّ.

أ. ما هو مجال التعويض في المعادلة؟

ب. ما هو حلّ المعادلة؟ اشرحوا.

مسائل كلاميّة

4. مساحة مستطيل هي 24 سنتمترًا مربّعًا.
كبّروا أحد أضلاع المستطيل بـ 3 سم، وصغّروا الضلع المجاور بـ 2 سم.
نتج مستطيل مساحته 18 سنتمترًا مربّعًا.

أ. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لقياسات المستطيل؟ اشرحوا.

ب. اكتبوا معادلة، حلّوا وجدوا أطوال الأضلاع.
كم حلًّا يوجد للمسألة؟ اشرحوا.

5. معطى قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 24 مترًا مربّعًا وهي مجاورة لحائط.
نُسيّج قطعة الأرض بسياج في القسم الأماميّ وفي الطرفين.
طول السياج 14 مترًا.

أ. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لقياسات قطعة الأرض؟ اشرحوا.

ب. اكتبوا معادلة، حلّوا وجدوا قياسات قطعة الأرض.
كم حلًّا يوجد للمسألة؟ اشرحوا.

عندما نحلّ مسألة بمساعدة معادلة تربيعيّة (لها حلّان) يمكن أن يكون قسمًا من الحلول غير مناسب لشروط المسألة.

أمثلة:

- إذا كان x ، في مهمّة 4، يمثّل طول أحد الأضلاع بالسم ($x > 2$)،
فنحصل على المعادلة $(x+3)\left(\frac{24}{x}-2\right)=18$ الّتي حلّها $x = 6$ أو $x = -6$.
الحل $x = 6$ فقط هو الحلّ المناسب للمسألة.

- هذا يعني أنّه، في المهمّة 3، لا يوجد عدد طبيعيّ هو حلّ للمعادلة.

مجموعة مهامّ

1. حلّوا المعادلات (سجّلوا، في البداية، مجال التعويض).

أ. $\frac{2x-6}{x-3}+x=0$ ت. $\frac{x-5}{25-x^2}+\frac{1}{2}=0$ ج. $\frac{x^2-3x}{4-2x}\cdot\frac{x^2-4}{6-2x}=0$

ب. $2x+\frac{x^2-16}{4-x}=5$ ث. $\frac{x^2-4}{3}\cdot\frac{6}{2-x}=-10$ ح. $\frac{x^2-25}{x^2}\cdot\frac{3x}{15-3x}=-6$

2. حلّوا المعادلات (سجّلوا، في البداية، مجال التعويض).

أ. $2x+\frac{x-3}{3-x}=5$ ت. $2+\frac{3x-x^2}{x^2-9}=0$ ج. $2-\frac{x-1}{1-x}=3$

ب. $2x+\frac{x-3}{3-x}=x+1$ ث. $2-\frac{x-3}{3-x}=0$ ح. $2x+\frac{x-1}{1-x}=2$

3. حلّوا المعادلات (سجّلوا، في البداية، مجال التعويض).

أ. $\frac{9-x^2}{x-3}=1$ ت. $2+\frac{9-x^2}{x-3}=1$ ج. $2x+\frac{9-x^2}{x^2-9}=1$

ب. $\frac{9-x^2}{x-3}=0$ ث. $2x+\frac{9-x^2}{x-3}=0$ ح. $2x+\frac{9-x^2}{x^2-9}=5$

4. حلّوا المعادلات (سجّلوا، في البداية، مجال التعويض).

أ. $1+\frac{16-x^2}{x-4}=0$ ت. $\frac{8}{x^2-1}+\frac{4}{1-x}=1$ ج. $\frac{5}{x^2-2x+1}+\frac{3}{1-x}=2$

ب. $\frac{4}{(x-3)^2}=2+\frac{x}{3-x}$ ث. $\frac{2(3-x)}{x^2-9}=\frac{16-x^2}{x-4}$ ح. $\frac{x+10}{x^2-4x+4}+\frac{3}{2-x}=\frac{x}{x-2}$

5. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{1}{x}+\frac{x}{2}=\frac{x^2+x}{2x}$ ت. $\frac{3}{(x-2)(x-4)}=\frac{1}{x-4}$ ج. $\frac{7}{x^2-9}=\frac{1}{x+3}$

ب. $\frac{1}{x}+\frac{x}{4}=\frac{x^2+2}{2x}$ ث. $\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x+2}=\frac{10}{x^2-4}$ ح. $\frac{2}{(x-3)^2}+\frac{1}{x-3}=1$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x-1}{x-3}=\frac{x^2-5}{2(x-3)}$

ب. $\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}=\frac{x^2+2}{2x^2}$

ت. $\frac{5x+3}{2x}=2+\frac{x^2+3}{4x}$

ث. $\frac{1}{x-3}+\frac{7}{x+3}=\frac{x^2-2}{x^2-9}$

ج. $\frac{x}{x^2-4}=\frac{4}{x(x+2)}+\frac{1}{x(x-2)}$

ح. $\frac{5}{x^2-4x}+\frac{1}{x+4}=\frac{13}{x^2-16}$

7. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{4}{x+2}+\frac{7}{x+3}=\frac{37}{x^2+5x+6}$

ب. $\frac{2(x+15)}{x+3}-\frac{6(x-3)}{x^2-9}=1$

ت. $\frac{3x-1}{x-4}+\frac{2x-1}{x+4}=5+\frac{96}{x^2-16}$

ث. $\frac{x^2-3}{x^2-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{x+1}{x-1}$

ج. $\frac{x-1}{x^2+2x-3}=\frac{x}{2x+6}$

ح. $\frac{2}{x^2-6x+9}=3-\frac{x}{x-3}$

8. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-3}=\frac{x+1}{x-2}$

ب. $\frac{5x-3}{x^2-1}-\frac{x+2}{3x-3}=0$

ت. $\frac{3x^2+4x}{(x+1)^2}=\frac{2x+1}{x+1}+\frac{x+3}{x+1}$

ث. $\frac{3x+1}{x^2+2x+1}-\frac{x}{x+1}=-1$

9. معطى مساحة مستطيل 20 سنتمترًا مربّعًا.

أ. ارمزوا بـ x إلى طول أحد أضلاع المستطيل ($x > 0$، القياسات بالسم).
اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لطول الضلع الثاني.

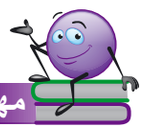
ب. نكبّر طول أحد الأضلاع بـ 5 سم، ونصغّر طول الضلع المجاور له بـ 3 سم، وينتج مربّع.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. ما هي أطوال أضلاع المستطيل؟

10. نُسيّج قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 21 مترًا مربّعًا بسياج طوله 20 م.

أ. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لقياسات قطعة الأرض؟ اشرحوا.

ب. اكتبوا معادلة، حلّوا وجدوا قياسات قطعة الأرض.
كم حلًّا يوجد للمسألة؟ كم قطعة أرض مختلفة يوجد؟ اشرحوا.



مهامّ إضافيّة

1. أضيفوا عمليّة حسابيّة بحيث تكون المساواة صحيحة.
سجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{1}{2}=\frac{3}{10x-20}$ ○ $\frac{3}{5x-10}$

ب. $\frac{5x}{2-x}=\frac{2x}{x-2}$ ○ $\frac{7x}{x-2}$

ت. $\frac{x-1}{2x}=\frac{8x^2}{(x-1)^2}$ ○ $\frac{4x}{x-1}$

ث. $\frac{1}{4+x}=\frac{x-3}{x^2-16}$ ○ $\frac{1}{x^2-16}$

2. حلّوا المعادلات التالية. سجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{2x+1}{2x-3}-1=\frac{7x}{4x^2-9}+\frac{x-4}{2x+3}$

ب. $\frac{x-3}{(x-5)^2}=\frac{3x-6}{x^2-25}+\frac{9}{2x+10}$

ت. $\frac{2}{9x^2-1}-\frac{8}{3x+1}+1=\frac{-3}{2(3x-1)}$

ث. $\frac{1}{2}-\frac{x+5}{4x^2-1}=\frac{3}{2(2x+1)}-\frac{3-x}{2x-1}$

ج. $\frac{x+1}{3x-3}-\frac{2x-1}{6x+6}=\frac{2}{3}+\frac{1}{2x^2-2}$

ح. $\frac{4-x}{(x-2)^2}-\frac{2}{x+2}=\frac{2x+3}{3x^2-12}$

3. أكملوا، في كلّ معادلة، تعبيرًا في المكان الفارغ بحيث تتحقّق المساواة. سجّلوا مجال التعويض.

أ. $\frac{x^2+7x+12}{x^2+6x+9}:\frac{\square}{x^2-9}=1$

ب. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x}\cdot\frac{x}{\square}=1$

ت. $\frac{9x^2+24x+16}{3x-4}:\frac{\square}{9x^2-16}=1$

ث. $\frac{2x^2-20x}{x^2+10x}\cdot\frac{\square}{2x^2-200}=1$

4. أيّ تعابير يمكن اختزالها بواسطة التعبير $(4+x)$؟

أ. $\frac{x^2-4x}{x-4}$ $(x\neq 4)$

ب. $\frac{x^2+4x}{x}$ $(x\neq 0)$

ت. $\frac{x^2-4x}{x}$ $(x\neq 0)$

ث. $\frac{x^2-16}{x-4}$ $(x\neq 4)$

ج. $\frac{x^2+16}{x+4}$ $(x\neq -4)$

5. لائموا لكلّ كسر جبريّ تعبير اختزال مناسب (في كلّ بند، المقام لا يساوي 0).

أ. $\frac{(x-3)^2}{x-3}$ •

ب. $\frac{(3-x)^2}{x-3}$ •

ت. $\frac{x^2-9}{x-3}$ •

ث. $\frac{x^2-9}{3-x}$ •

ج. $\frac{9-x^2}{x+3}$ •

• $x-3$

• $3-x$

• $x+3$

• $-x-3$