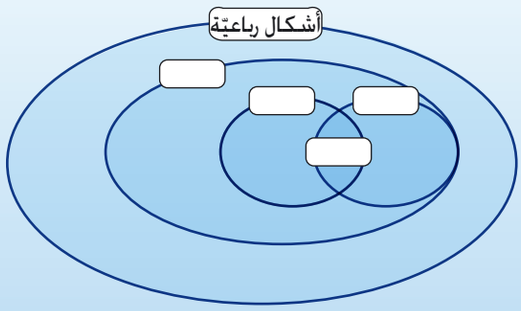
الوحدة الواحدة والثلاثون: الأشكال الرباعيّة

الدرس الأوّل: مجموعة الأشكال الرباعيّة

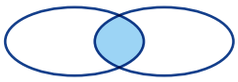
أمامكم رسم تخطيطيّ لمجموعة أشكال رباعيّة مختلفة.
أين يجب أن نسجّل المعيّنات، المستطيلات والمربّعات؟



نتناول العلاقات بين مجموعات الأشكال الرباعيّة والصفات المشتركة والخاصّة لكلّ مجموعة.

للتذكير

الرسم التخطيطيّ لفن هو **رسم تخطيطيّ** يعبّر عن العلاقات بين **المجموعات**.

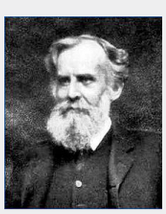


نمثّل المجموعتين اللتين لهما عناصر مشتركة بواسطة الرسم التخطيطيّ:

نمثّل المجموعتين اللتين إحداهما تحتوي على جميع عناصر المجموعة الأخرى بواسطة الرسم التخطيطيّ:

نمثّل المجموعتين اللتين لا يوجد لهما عنصر مشترك بواسطة الرسم التخطيطيّ:

سُمي الرسم التخطيطيّ فن على اسم الرياضيّ والفيلسوف الإنجليزي جون فن (John Venn) ، على الرغم من أنّه استُعمل في الماضي.
أسس فن المصطلح قبل حوالي 150 سنة، ومنذ ذلك الحين، أصبح هذا المصطلح واسع الاستعمال في مجالات مختلفة، مثل: نظريّة المجموعات، الاحتمال، المنطق، الاحصاء وعلوم الحاسوب.

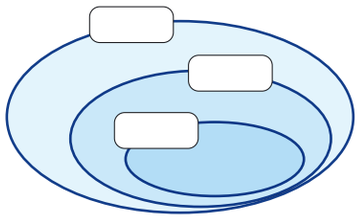


جون فان (1834 – 1923)

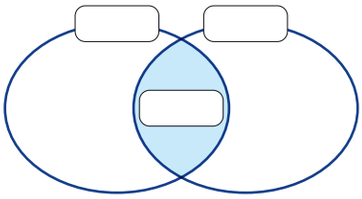
العلاقات بين مجموعات الأشكال الرباعيّة

1. معطى، في كلّ بند، رسم تخطيطيّ لفن.
انسخوا الرسم التخطيطيّ، وسجّلوا فيه أسماء الأشكال الرباعيّة في الأماكن المناسبة.

أ. متوازيات أضلاع، مستطيلات، مربّعات.



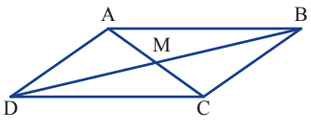
ب. متوازيات أضلاع، دالتونات، معيّنات.



صفات تنتقل من شكل رباعيّ إلى شكل رباعيّ آخر

2. أ. برهنوا أن أقطار متوازي الأضلاع تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.

ب. أمامكم ادّعاءات، أيّ منها تنتج مباشرة من الادّعاء الّذي برهنتموه في بند أ؟ اشرحوا.



- أقطار **المستطيل** تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.
- أقطار **الدالتون** تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.
- أقطار **المعين** تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.
- أقطار **شبه المنحرف** تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.
- أقطار **المربع** تُقسّمه إلى أربعة مثلّثات متساوية في المساحة.

3. انسخوا الجدول، وأشيروا بـ ✔ إلى كلّ تربيعة تصف الصفة الّتي تتحقّق في الشكل الرباعيّ.

	الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول	زوجان من الأضلاع المتوازية	جميع الأضلاع متساوية في الطول	الزوايا المتقابلة متساوية في المقدار	جميع الزوايا متساوية في المقدار
متوازي الأضلاع					
مستطيل					
معين					
مربع					

4. تُشير الإشارات، في الجدول (في المهمّة 3) ، إلى أنّ جميع صفات متوازي الأضلاع تتحقّق في المستطيل، المعيّن والمربّع.

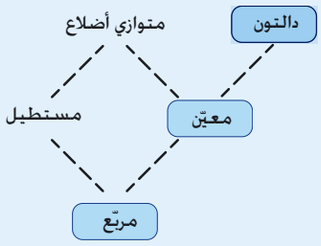
5. انسخوا، في كلّ بند، الرسم التخطيطيّ، وأشيروا فيه إلى الأشكال الرباعيّة الّتي تتحقّق فيها الصفة.

أ. الأضلاع المتقابلة متوازية.

ب. الزوايا المتقابلة متساوية.

ت. هنالك قُطر ينصّف الزوايا.

مثال: زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول



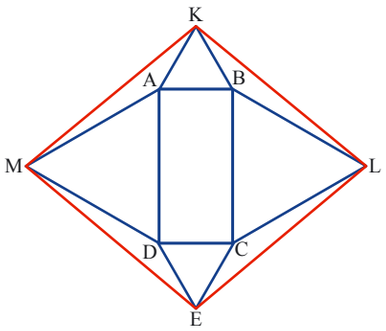
6. أمامكم صورة بناية مركز أبحاث الأمراض الوراثية على اسم عائلة دافيد وبله شافل، في معهد وايزمن للعلوم.
(تظهر هذه الصورة على غلاف الكتاب).
هل ميزتم مربّعات؟ معيّنات؟ مستطيلات؟ أشباه منحرف؟

براهين

7. بُنيت مثلثات متساوية الأضلاع على المستطيل ABCD ، وأوصلوا بين الرؤوس الّتي لا تقع على أضلاع المستطيل (انظروا الرسمة).

أ. ما هو نوع الشكل الرباعيّ MKLE؟ **برهنوا.**

ب. ما هو نوع الشكل الرباعيّ MKLE ، إذا كان ABCD مربّعًا؟ **برهنوا.**



مجموعة مهامّ

1. اذكروا الأشكال الرباعيّة الّتي تتحقّق فيها الصفة (متوازي أضلاع، دالتون، معيّن، مستطيل، مربّع، شبه منحرف متساوي الساقين).

أ. الأقطار تنصّف بعضها.

ب. الأقطار متعامدة.

ت. الأقطار متساوية في الطول.

ث. الأقطار تنصّف جميع الزوايا.

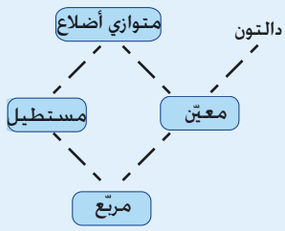
2. انسخوا، في كلّ بند، الرسم التخطيطيّ، وأشيروا فيه إلى الأشكال الرباعيّة الّتي تتحقّق فيها الصفة.

أ. الأقطار متعامدة.

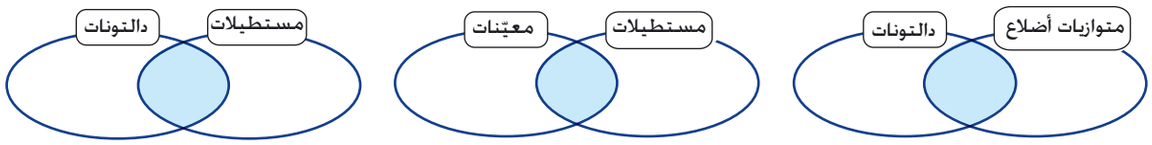
ب. الأقطار متساوية في الطول.

ت. الأقطار تنصّف جميع الزوايا.

مثال: الأقطار تنصّف بعضها



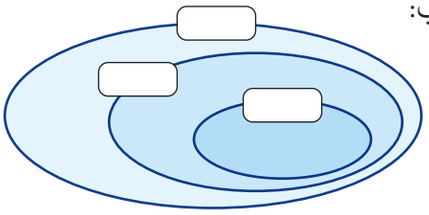
3. أ. معطاة ثلاثة رسومات تخطيطيّة لفان. حدّدوا، في كلّ رسم تخطيطيّ، نوع الشكل الرباعيّ المناسب للمجموعة الملوّنة.



ب. معطى الرسم التخطيطيّ لفان.

انسخوا الرسم التخطيطيّ، وسجّلوا الأسماء التالية في المكان المناسب:

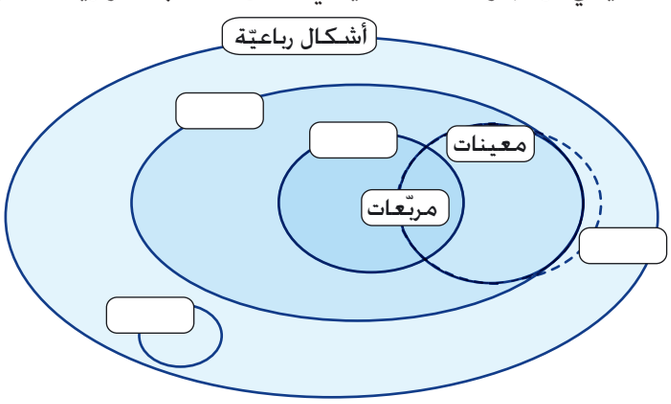
دالتونات، معيّنات، مربّعات.



4. ارسموا الرسم التخطيطيّ لفان، بحيث يصف العلاقة بين المجموعات:

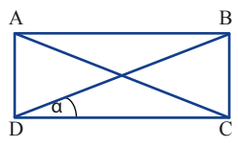
أ. أشباه منحرف ومتوازيات أضلاع. ب. أشباه منحرف ودالتوانات. ت. دالتوانات ومربّعات.

5. أمامكم رسم تخطيطيّ لفان يصف العلاقة بين مجموعات الأشكال الرباعيّة المختلفة. انسخوا الرسم التخطيطيّ، وسجّلوا الأسماء التالية في المكان المناسب: متوازيات أضلاع، مستطيلات، دالتونات وأشباه منحرف.

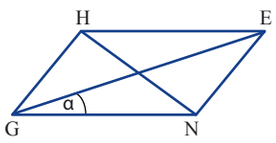


6. اذكروا في كلّ رسمة الزوايا الّتي تساوي زاوية α المشار إليها في الرسمة.

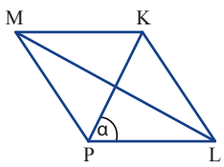
أ. ABCD مستطيل



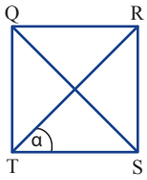
ب. HENG متوازي أضلاع



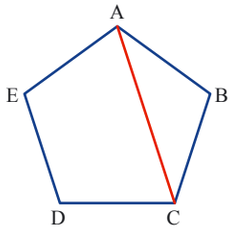
ت. MKLP معيّن



ث. QRST مربّع



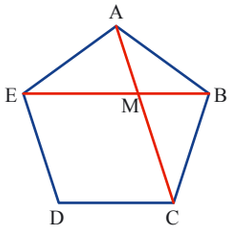
7. المضلع ABCDE هو شكل خماسيّ منتظم.



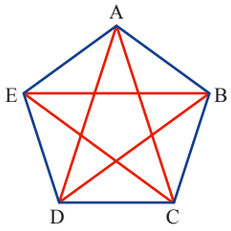
برهنوا:

أ. يُقسّم كلّ قُطر الشكل الخماسيّ المنتظم إلى شبه منحرف متساوي الساقين ومثلّث متساوي الساقين.

ب. كل قُطرين لا يخرجان من الرأس نفسه يُنتجان معيّن (EMCD).



8. **برهنوا:** كلّ الأقطار الخمسة في المخمّس المنتظم تُنتج مخمّس منتظم.

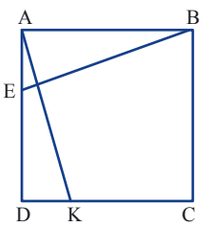


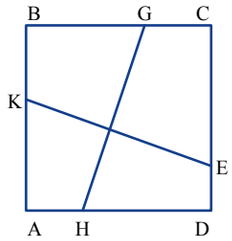
9. معطى ABCD مربّع.

$ED = KC$

أ. المطلوب برهانه $BE = AK$

ب. المطلوب برهانه $BE \perp AK$





10. معطى ABCD مربّع.

$GH \perp EK$

أ. المطلوب برهانه $EK = GH$

ب. هل تتحقّق الصفة الّتي برهنتموها إذا كان الشكل الرباعيّ المعطى معينًا أيضًا؟

11. معطى ABCD شكل رباعيّ.

$AB = AD$

$CB = CD$

$\measuredangle B = \measuredangle D = 90°$

ارسموا، وحدّدوا نوع الشكل الرباعيّ ABCD؟ **برهنوا**.

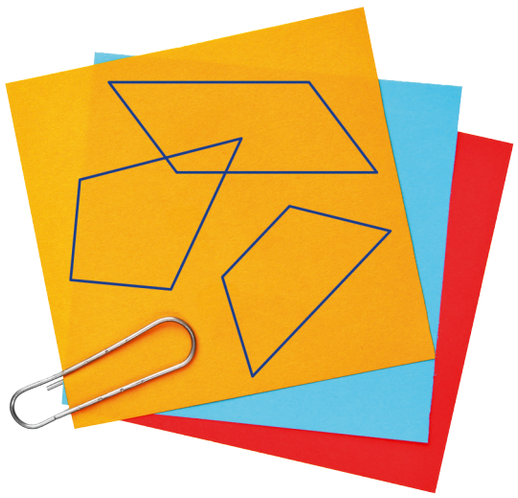
12. معطى ABCD شكل رباعيّ.

$AB = AD$

$CB = CD$

$\measuredangle A = \measuredangle C = 90°$

ارسموا، وحدّدوا نوع الشكل الرباعيّ ABCD؟ **برهنوا**.



الدرس الثاني: شروط كافية للأشكال الرباعيّة المختلفة

يوجد في الشكل الرباعيّ زوج من الأضلاع المتقابلة المتوازية، وزوج من الزوايا المتجاورة المتساوية.
ما هو نوع الشكل الرباعيّ؟

نبحث شروطًا كافية للحصول على أشكال رباعيّة من أنواع مختلفة.

1. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّة " بناء أشكال رباعيّة حسب الأضلاع" "**בניית מרובעים לפי צלעות**" نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

2. ابنوا، في كلّ بند، شكلًا رباعيًّا حسب المعطيات، وصفوا البناء.
حدّدوا الشكل الرباعيّ الّذي ينتج، وعلّلوا.
إذا كانت الصفات غير كافية لشكل رباعيّ اسمه معروف، فاذكروا ذلك.

أ. الشكل الرباعيّ فيه ثلاثة أضلاع متساوية في الطول.

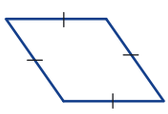
ب. الشكل الرباعيّ فيه أربعة أضلاع متساوية في الطول.

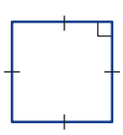
ت. الشكل الرباعيّ فيه زوج من الأضلاع المتوازية والمتساوية في الطول.

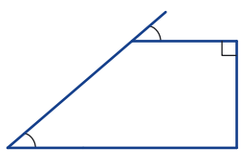
3. رُسم، في كلّ بند، شكلًا رباعيًّا فيه معطيات.
أمامكم أشكال رباعيّة، اذكروا من بينها جميع الأشكال الرباعيّة المناسبة للشكل الرباعيّ المرسوم: شكل رباعيّ، متوازي أضلاع، معيّن، مربّع، دالتون، شبه منحرف.

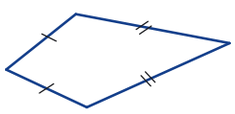
أ.

ت.

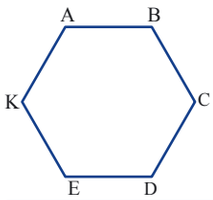
ج.


ب.


ث.


ح.


4. المضلع ABCDEK هو شكل سداسيّ منظم.



أ. **برهنوا**: يُنتج كلّ قطرين متوازيين مستطيلًا.

ب. ارسموا، في الشكل السداسيّ المنتظم، زوجين من الأقطار المتوازية.
برهنوا: أن الشكل الرباعيّ الداخليّ الناتج هو معيّن.

نفكّر بـ ...

5. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.

معطى يوجد في الشكل الرباعيّ زوج من الأضلاع المتوازية، وزاويتين متجاورتين متساويتين في المقدار.

حدّدوا الشكل الرباعيّ الناتج. تناقشوا حول إمكانيّتين مختلفتين لمكان الزوايا المتساوية في المقدار.

برهنوا استنتاجكم في الحالتين.

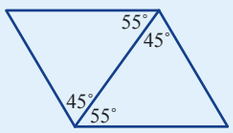
مجموعة مهامّ

ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، مهامّ بديلة لقسم من المهامّ في هذه المجموعة من المهامّ. أشرنا إلى المهمّة بـ * ، وسجّلنا تحتها اسم المهمّة البديلة في الموقع.

1. ارسموا، في كلّ بند، شكلًا رباعيًّا، وسجّلوا فيه المعطيات، وحدّدوا نوع الشكل الرباعيّ الناتج. اشرحوا.

(إذا نتج، على سبيل المثال، مستطيلًا فسجّلوا مستطيلًا، ولا تسجّلوا متوازي أضلاع، على الرغم من المستطيل هو نوع من متوازيات الأضلاع).

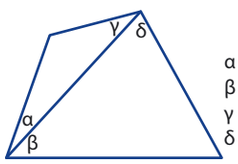
مثال



$\alpha = 45^\circ$
$\beta = 55^\circ$
$\gamma = 45^\circ$
$\delta = 55^\circ$

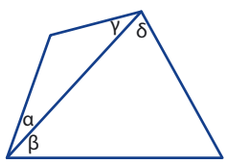
الشكل الرباعيّ هو متوازي أضلاع، لأنّه فيه زوجين من الأضلاع المتوازية.

أ.



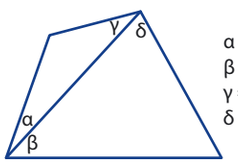
$\alpha = 30^\circ$
$\beta = 70^\circ$
$\gamma = 70^\circ$
$\delta = 40^\circ$

ت.



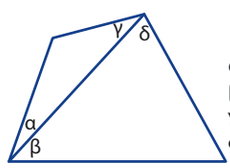
$\alpha = 40^\circ$
$\beta = 40^\circ$
$\gamma = 50^\circ$
$\delta = 50^\circ$

ج.



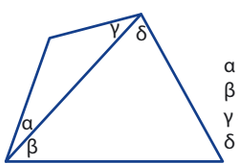
$\alpha = 50^\circ$
$\beta = 30^\circ$
$\gamma = 30^\circ$
$\delta = 50^\circ$

ب.



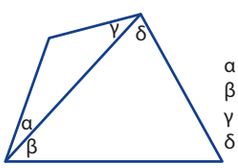
$\alpha = 40^\circ$
$\beta = 50^\circ$
$\gamma = 50^\circ$
$\delta = 40^\circ$

ث.



$\alpha = 40^\circ$
$\beta = 50^\circ$
$\gamma = 40^\circ$
$\delta = 50^\circ$

ح.



$\alpha = 45^\circ$
$\beta = 45^\circ$
$\gamma = 45^\circ$
$\delta = 45^\circ$

2. حدّدوا، في كلّ بند، الشكل الرباعيّ الناتج. اشرحوا.

إذا كانت الصفات غير كافية لشكل رباعيّ اسمه معروف، فاذكروا ذلك.

أ. الشكل الرباعيّ فيه قطران ينصّفان بعضهما ومتعامدان.

ب. الشكل رباعيّ فيه زوج واحد من الأضلاع المتقابلة المتساوية في الطول، وزاوية واحدة قائمة.

ت. الشكل الرباعيّ فيه ضلعان متوازيان وزاويتان متقابلتان متساويتان في المقدار.

ث. الشكل رباعيّ فيه ضلعان متقابلان متساويان في الطول وزاويتان متقابلتان قائمتان.

3.* ابنوا، في كلّ بند، شكلًا رباعيًّا حسب المعطيات، وصفوا البناء.
حدّدوا نوع الشكل الرباعيّ الناتج، وبرهنوا.
إذا كانت الصفات غير كافية لشكل رباعيّ اسمه معروف، فاذكروا ذلك.

أ. الشكل الرباعيّ فيه 3 زوايا قائمة.

ب. الشكل الرباعيّ فيه 3 زوايا منفرجة متساوية في المقدار بين $90°$ إلى $120°$.

ت. الشكل الرباعيّ فيه 3 زوايا حادّة متساوية في المقدار.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "شكل رباعيّ حسب *3* زوايا متساوية" *"מרובע לפי 3 זוויות שוות"*

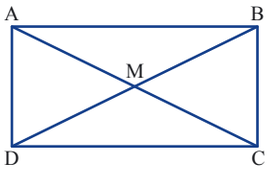
4. ارسموا، في كلّ بند، وحدّدوا نوع الشكل الرباعيّ الناتج، **وبرهنوا**.

أ. معطى ABCD شكل رباعيّ.
$AB = AD$
$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90°$

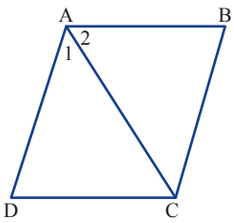
ب. معطى ABCD شكل رباعيّ.
$AB = CD$
$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90°$

ت. معطى ABCD شكل رباعيّ.
$AB = AD = DC$
$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90°$

5. الشكل الرباعيّ ABCD هو مستطيل.
رُسم من الرأس B مستقيم موازي للقطر CA ، ورُسم من الرأس C مستقيم موازي للقطر BD.
يتقاطع المستقيمان المتوازيان في النقطة K.
ما هو نوع الشكل الرباعيّ BMCK ؟ **برهنوا**.



6. الشكل الرباعيّ ABCD هو متوازي أضلاع. سجّلوا، في كلّ بند، اسم متوازي الأضلاع الناتج.
(إذا نتج، على سبيل المثال، مستطيلًا فسجّلوا مستطيلًا، ولا تسجّلوا متوازي أضلاع، على الرغم من المستطيل هو نوع من متوازيات الأضلاع)



أ. معطى $\sphericalangle A_1 = 40°$ $\sphericalangle A_2 = 40°$

ب. معطى $\sphericalangle A_1 = 40°$ $\sphericalangle A_2 = 50°$

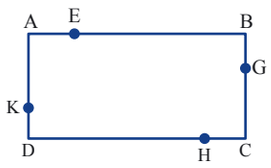
ت. معطى $\sphericalangle A_1 = 40°$ $\sphericalangle A_2 = 60°$

ث. معطى $\sphericalangle A_1 = 45°$ $\sphericalangle A_2 = 45°$

7. أ. ABCD هو مستطيل.

حُدّدت أربع قِطع متساوية في الطول على أضلاع المستطيل: AE = BG = CH = DK

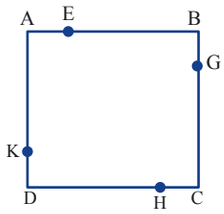
ما هو نوع الشَكل الرباعيّ EGHK؟ **برهنوا.**



ب.الشكل الرباعيّ ABCD هو مربّع.

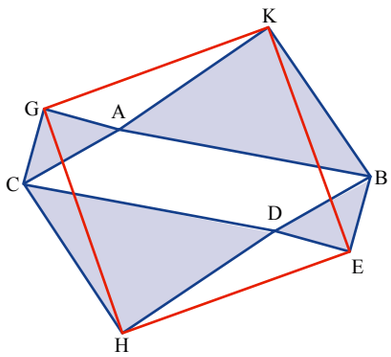
حُدّدت أربع قِطع متساوية في الطول على أضلاع المربّع: AE = BG = CH = DK

ما هو نوع الشَكل الرباعيّ EGHK؟ **برهنوا.**



8. بُنيت مثلّثات قائمة الزاوية ومتساوية الساقين على أضلاع متوازي الأضلاع.

برهنوا: الشكل الرباعيّ GKEH (الّذي يوصل بين رؤوس المثلّث) هو مربّع.



9*. معطى القطعة k.

ابنوا مربّعًا، بحيث يكون طول قُطره كطول القطعة k.

اسم المهمّة البديلة في الموقع "مربّع حسب القطر": *"ריבוע לפי אלכסון"*

10. عيّنوا، في كلّ بند، النقطتين A وَ M كما يظهر في الرسمة.

ارسموا الشكل الرباعيّ ABCD، بحيث يكون A رأسًا في الشكل الرباعيّ وَ M نقطة التقاء الأقطار.

أ. مستطيل ليس مربّعًا.

ب. معيّن ليس مربّعًا.

ت. مربّع.

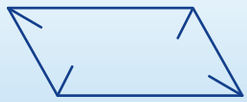
ث. شبه منحرف متساوي الساقين.

A

M

الدرس الثالث: منصّف الزوايا في متوازي الأضلاع

ما هو الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصفات الزوايا في متوازي الأضلاع؟

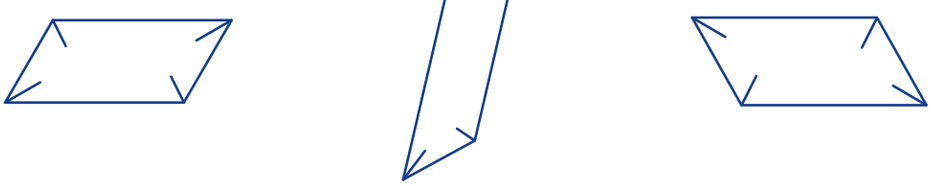


نبحث أنواع الأشكال الرباعيّة الّتي تنتج بين منصّفات الزوايا في متوازيات الأضلاع المختلفة.

منصّفات الزوايا في متوازيات الأضلاع

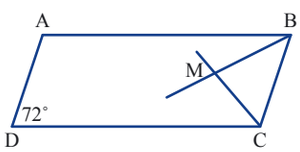
1. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّة " منصّفات الزوايا في متوازي الأضلاع" "חוצי זוויות במקבילית". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

2. أ. ضعوا ورقة شفّافة على متوازيات الأضلاع المرسومة، وأكملوا منصّفات الزوايا حتى نقطة التقاطع.

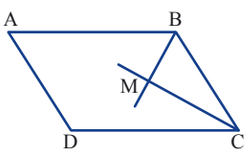


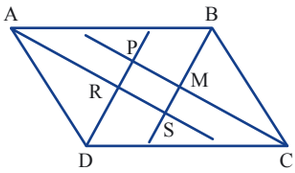
ب. خمّنوا الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصّفات زوايا متوازي الأضلاع.

3. معطى ABCD متوازي أضلاع.
BM وَ CM منصّفا زاويتين متجاورتين.
$\measuredangle ABC = 72°$
احسبوا مقدار الزاوية $\measuredangle BMC$.



4. **برهنوا**: منصّفات الزوايا المتجاورة في متوازي الأضلاع متعامدة.





5. أ. ما هو الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصّفات الزوايا في متوازي الأضلاع؟ **برهنوا**.

ب. ما هي نقطة التقاء منصّفات الزوايا إذا كان متوازي الأضلاع معيّنًا؟
(يمكنكم فحص ذلك بواسطة الفعّاليّة المحوسب "منصّفات الزوايا في متوازي الأضلاع).
علّلوا استنتاجكم.

نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع ليس معيّنًا، فإنّ منصّفات زواياه تُنتج مستطيلًا.

منصّفات الزوايا في متوازيات أضلاع خاصّة

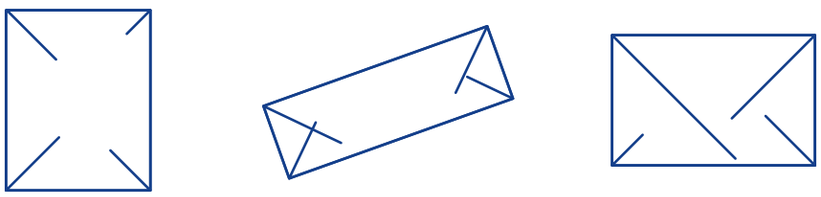
6. أ. استعينوا بالبناء "منصّفات الزوايا في متوازي الأضلاع" "חוצי זוויות במקבילית".
افحصوا بواسطة جرّ رؤوس متوازي الأضلاع، حتّى تصبح الزاوية A قائمة.

ب. خمّنوا الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصّفات الزوايا عندما يكون متوازي الأضلاع مستطيلًا؟

ت. **برهنوا** تخمينكم.

ث. ما هي نقطة التقاء منصّفات الزوايا إذا كان المستطيل مربّعًا؟ علّلوا.

7. أ. ضعوا ورقة شفّافة على المستطيلات المرسومة، وأكملوا منصّفات الزوايا حتى نقطة التقاطع.

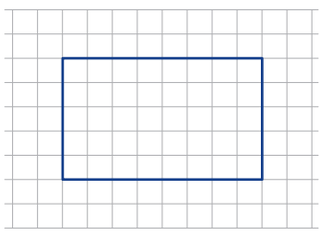


ب. ارسموا مستطيلاً على ورقة مقسّمة إلى تربيعات، وارسموا منصّفات زواياه (استعينوا بخطوط التربيعات).

ت. خمّنوا الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصّفات زوايا المستطيل.

ث. **برهنوا** تخمينكم.

ج. ما هي نقطة التقاء منصّفات الزوايا إذا كان المستطيل مربّعًا؟ علّلوا.

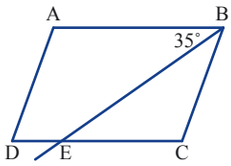


نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا ليس مربّعًا، فإنّ منصّفات زواياه تُنتج مربّعًا.

مجموعة مهامّ

ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، مهمّة بديلة للمهمّة 7 في هذه المجموعة من المهامّ. أشرنا إلى المهمّة بـ * ، وسجّلنا تحتها اسم المهمّة البديلة في الموقع.

1. أ. معطى ABCD متوازي أضلاع.



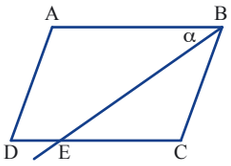
BE ينصّف الزاوية ABC∢

ABE = 35°∢

احسبوا مقدار الزوايا.

برهنوا: مثلّث BCE متساوي الساقين.

ب. معطى ABCD متوازي أضلاع.



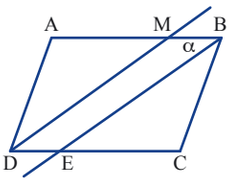
BE ينصّف الزاوية ABC∢

ABE = α∢

عبّروا عن مقادير زوايا إضافيّة بمساعدة α.

برهنوا: مثلّث BCE متساوي الساقين.

2. معطى الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع ليس معيّنًا.



BE ينصّف الزاوية ABC∢

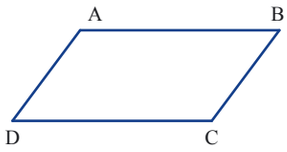
DM ينصّف الزاوية ADC∢

أ. عبّروا عن مقادير زوايا إضافيّة بمساعدة α.

ب. **برهنوا:** BE || DM

ت. **برهنوا:** ΔDAM ≅ ΔBCE

3. معطى ABCD متوازي أضلاع ليس معيّنًا.



أ. انسخوا متوازي الأضلاع، وارسموا منصفي الزاويتين المتقابلتين A∢ وَ C∢.

ب. **برهنوا:** في متوازي الأضلاع، منصّفات الزوايا المتقابلة متوازية.

4. معطى ABCD دالتون.

$\measuredangle BCA = 40^\circ$

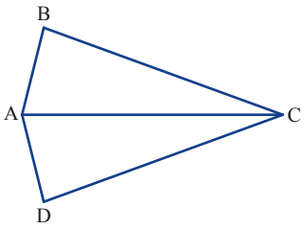
$\measuredangle B = 70^\circ$

AC ينصّف الزاوية $\measuredangle A$

أ. انسخوا الدالتون، وارسموا منصفيِ الزاويتين $\measuredangle B$ وَ $\measuredangle D$.

ب. احسبوا مقدار الزوايا.

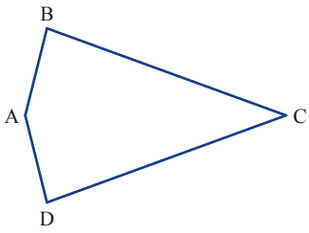
ت. أين تلتقي منصّفات الزوايا في هذا الدالتون؟



5. معطى ABCD دالتون ليس معيّنًا.

أ. انسخوا الدالتون، وارسموا منصفيِ زواياه.

ب. **برهنوا:** تلتقي منصّفات الزوايا في نقطة على القطر الرئيسيّ AC.

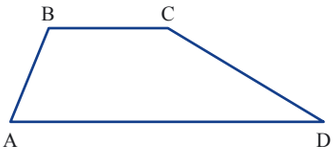


6. معطى الشكل الرباعيّ ABCD شبه منحرف.

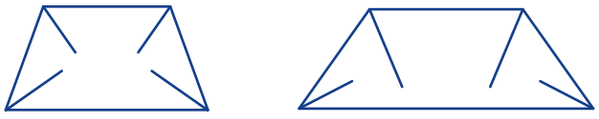
يلتقي منصّفا الزاويتين $\measuredangle C$ وَ $\measuredangle D$ في النقطة G.

أ. انسخوا شبه المنحرف، وارسموا منصفيِّ الزاويتين $\measuredangle C$ وَ $\measuredangle D$.

ب. **برهنوا:** $\measuredangle CGD = 90^\circ$.



***7.** أمامكم شبها منحرف متساويِّ الساقين.



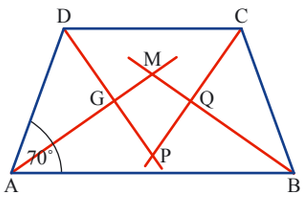
أ. ضعوا ورقة شفّافة على المستطيلات المرسومة، انسخوا وأكملوا منصّفات الزوايا حتّى تلتقي منصّفات الزوايا بجانب كلّ قاعدة.

ب. خمّنوا الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه منصّفات الزوايا في شبه المنحرف متساوي الساقين.

اسم المهمّة البديلة في الموقع "منصّفات الزوايا في شبه المنحرف متساوي الساقين" *"חוצי זוויות בטרפז שווה-שוקיים"*.

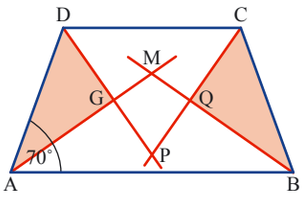
8. معطى ABCDشبه منحرف متساوي الساقين.

تنتج منصّفات الزوايا الأربع، في شبه المنحرف، الشكل الرباعيّ GMQP



أ. **برهنوا:** $AM = BM$

$CP = DP$



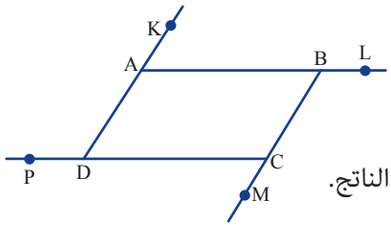
ب. **برهنوا:** $\Delta DGA \cong \Delta CQB$

ت. **برهنوا:** MGPQ دالتون فيه زاويتان متقابلتان قائمتان.

9. أمامكم أشكال رباعيّة، اذكروا في أيّ منها تلتقي منصّفات الزوايا في نقطة واحدة:
المربّع، المعيّن، الدالتون، مستطيل ليس مربّعًا، متوازي أضلاع ليس معيّنًا وشبه المنحرف. اشرحوا.

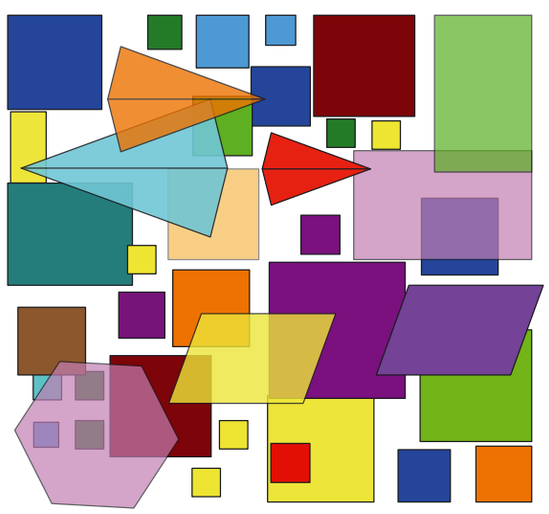
10. معطى ABCD متوازي أضلاع.

رُسمت أربع قطع على امتداد الأضلاع، بحيث أنّ:
$AK = BL = CM = DP$ (انظروا الرسمة).



أ. ارسموا، وأوصلوا الرؤوس K, L, M, P ، وحدّدوا نوع الشكل الرباعيّ الناتج.

ب. **برهنوا** ادّعاءكم في بند أ.



الدرس الرابع: من الأقطار إلى الأشكال الرباعيّة

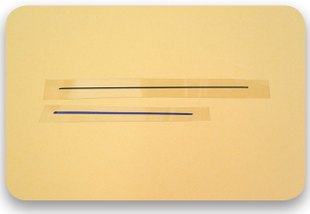
- أيّ شكل رباعيّ ينتج إذا أوصلنا أطراف أرجل طاولة المكوى ببعضها؟
- افحصوا أرجل طاولة المكوى في بيتكم.

أين تقع نقطة التوصيل بين الأرجل؟

فوق، تحت أو في نقطة منتصف الأرجل بالضبط؟

نميّز الشكل الرباعيّ حسب صفات أقطاره.

1. ابنوا، في كلّ بند، بمساعدة شريطين **غير متساويين** في الطول أشكالًا رباعيّة مختلفة تحقّق الشروط (الأشرطة هي أقطار الشكل الرباعيّ). حدّدوا أيّ شكل رباعيّ يجب أن ينتج، وعلّلوا.
إذا لم تكفي الصفات لشكل رباعيّ اسمه معروف، فاذكروا ذلك.



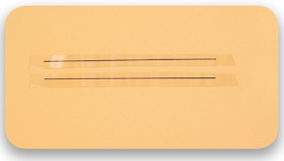
أ. أقطار الشكل الرباعي **متعامدة**.

ب. **ينصّف** أحد أقطار الشكل الرباعيّ **الآخر**.

ت. أقطار الشكل الرباعيّ **تنصّف** بعضها.

ث. أقطار الشكل الرباعيّ **تنصّف** بعضها **ومتعامدة**.

2. ابنوا، في كلّ بند، بمساعدة شريطين **متساويين** في الطول أشكالًا رباعيّة مختلفة تحقّق الشروط (الأشرطة هي أقطار الشكل الرباعيّ). حدّدوا أيّ شكل رباعيّ يجب أن ينتج، وعلّلوا.
إذا لم تكفي الصفات لشكل رباعيّ اسمه معروف، فاذكروا ذلك.



أ. أقطار الشكل الرباعيّ **متساوية** في الطول.

ب. أقطار الشكل الرباعيّ **متساوية** في الطول **ومتعامدة**.

ت. **ينصّف** أحد **أقطار الشكل الرباعيّ القُطر الآخر**، وأقطاره متساوية في الطول.

ث. أقطار الشكل الرباعيّ **تنصف** بعضها **ومتساوية** في الطول.

ج. أقطار الشكل الرباعيّ **تنصف** بعضها، **متعامدة ومتساوية** في الطول.

3. انسخوا الجدول. تدل الإشارة ✓ في تربيعات الجدول على صفة الأقطار.
أكملوا الجُمل في نهاية كلّ سطر. إذا كانت الصفة غير كافية، فاذكروا ذلك.

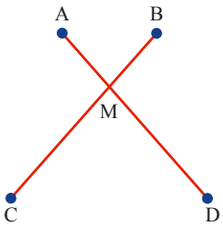
	الأقطار متساوية في الطول	الأقطار تنصّف بعضها	الأقطار متعامدة	
إذا كانت في الشكل الرباعيّ	✓			فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ		✓		فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ			✓	فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ	✓	✓		فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ	✓		✓	فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ		✓	✓	فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...
إذا كانت في الشكل الرباعيّ	✓	✓	✓	فإنّ الشكل الرباعيّ هو ...

4. نعود إلى أرجل طاولة المكوى الّتي ظهرت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. أيّ شكل رباعيّ ينتج إذا أوصلنا أطراف أرجل طاولة المكوى؟

ب. سجّلوا المعطى، المطلوب برهانه وبرهنوا ادّعاءكم.

ت. لماذا من المهم أن تكون نقطة تقاطع أرجل طاولة المكوى فوق منتصفها؟



5. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّة "مستقيمات متوازية لأقطار الشكل الرباعيّ" "מקבילים לאלכסוני מרובע". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

6. أ. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متعامدة.
ارسموا عبر أطراف الأقطار شكلًا رباعيًّا أضلاعه توازي الأقطار. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟ علّلوا.

ب. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متساوية في الطول.
ارسموا عبر أطراف الأقطار شكلًا رباعيًّا أضلاعه توازي الأقطار. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟ علّلوا.

ت. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متساوية ومتعامدة.
ارسموا عبر أطراف الأقطار شكلًا رباعيًّا أضلاعه توازي الأقطار. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟ علّلوا.

مجموعة مهامّ

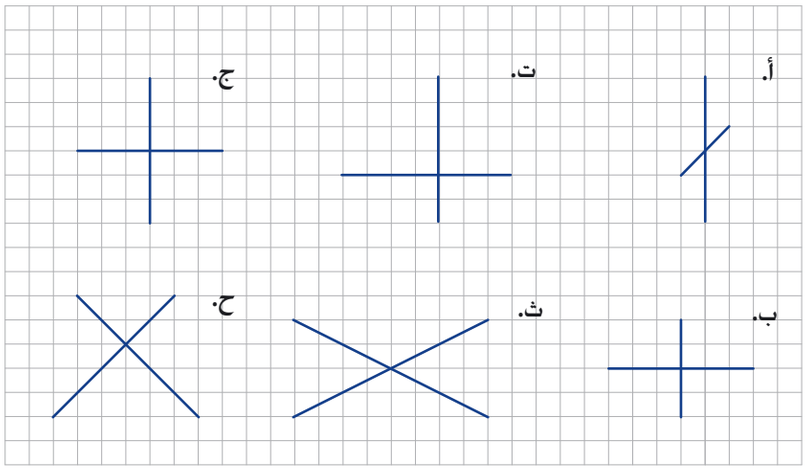
ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، مهامّ بديلة لقسم من المهامّ في مجموعة المهامّ. أشرنا إلى المهمّة بـ * ، وسجّلنا تحتها اسم المهمّة البديلة في الموقع.

1. أ. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متساوية في الطول وليس شبه منحرف أو مستطيل.

ب. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متعامدة وليس دالتون (تذكروا أنّ المعيّن والمربّع هما دالتونان).

ت. ارسموا شكلًا رباعيًّا أقطاره متساوية في الطول ومتعامدة وليس دالتونًا.

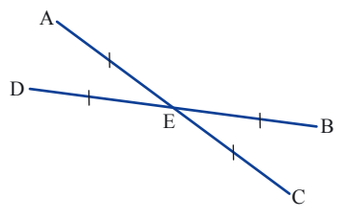
2. رُسمت، في كلّ بند، أقطار شكل رباعيّ.
- جدوا صفات أقطار الشكل الرباعيّ المرسوم.
- حدّدوا الشكل الرباعيّ الّذي يجب أن ينتج. إذا لم ينتج شكل رباعيّ له اسم معروف، فاذكروا ذلك.



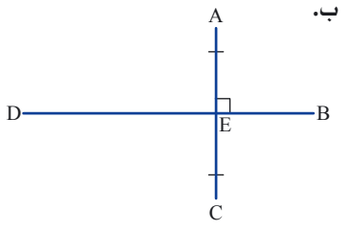
3. حدّدوا، في كلّ بند، هل الادّعاء صحيح. إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالًا مضادًّا أو اشرحوا.
أ. الشكل الرباعيّ الّذي أقطاره متساوية في الطول ومتعامدة هو مربّع.
ب. الشكل الرباعيّ الّذي أقطاره متعامدة وتنصّف بعضها هو مربّع.
ت. الشكل الرباعيّ الّذي فيه ثلاث زوايا قائمة وأقطاره تنصّف بعضها هو مربّع.
ث. الشكل الرباعيّ الّذي فيه ثلاث زوايا قائمة وأقطاره متعامدة هو مربّع.

4. رُسمت، في كلّ بند، أقطار الشكل الرباعيّ ABCD ، وقد أشرنا فيه إلى المعطيات.
اكتبوا المعطيات بكتابة رياضيّة. حدّدوا نوع الشكل الرباعيّ ABCD **وبرهنوا**.

أ.

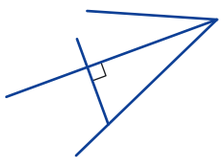


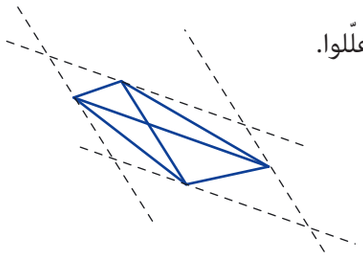
ب.



5. ارسموا شكلًا رباعيًّا، بحيث يكون فيه قطر واحد، فقط، ينصف زوايا الشكل الرباعيّ. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج. **برهنوا**.

6. معطى شكل رباعيّ أقطاره متعامدة، وقُطر واحد فقط ينصف إحدى الزوايا.
انسخوا وأكملوا الرسمة. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟ **برهنوا**.





7*. ارسموا، في كلّ بند، شكلاً رباعيًّا ومستقيمات متوازية لأقطاره.
حدّدوا الشكل الرباعيّ الّذي تُنتجه المستقيمات المتوازية الّتي رسمتموها، وعلّلوا.

أ. مستقيمات متوازية لأقطار أي شكل رباعيّ، كما يظهر في الرسمة.

ب. مستقيمات متوازية لأقطار مستطيل.

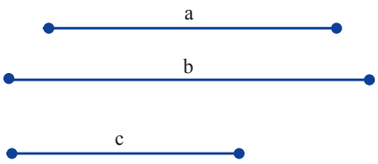
ت. مستقيمات متوازية لأقطار معين.

ث. مستقيمات متوازية لأقطار مربّع.

ج. مستقيمات متوازية لأقطار شبه منحرف متساوي الساقين.

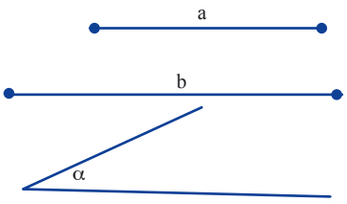
اسم المهمّة البديلة في الموقع "مستقيمات متوازية لأقطار مستطيل، معيّن وشبه منحرف متساوي الساقين" *"מקבילים לאלכסוני מלבן, מעוין וטרפז שווה-שוקיים"*

8*. ابنوا شكلاً رباعيًّا حسب المعطيات التالية:



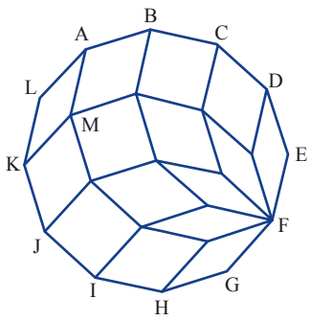
طول أقطار الشكل الرباعيّ كطول القطعتين a وَ b،
تنصّف أقطار الشكل الرباعيّ بعضها، وطول ضلعه كطول القطعة c.
صفوا مراحل البناء.
ما هو الشكل الرباعيّ الّذي حصلتم عليه؟ علّلوا.
اسم المهمّة البديلة في الموقع " الشكل الرباعيّ حسب أقطاره وضلع"
"מרובע לפי אלכסונים וצלע"

9*. ابنوا شبه منحرف متساوي الساقين، بحيث يكون طول قُطره كطول القطعة a، طول قاعدته الكبرى كطول القطعة b ومقدار زاوية القاعدة كمقدار الزاوية α.



صفوا مراحل البناء.
اسم المهمّة البديلة في الموقع " شبه منحرف حسب القاعدة، القطر وزاوية القاعدة" *"טרפז לפי בסיס, אלכסון, וזווית בסיס"*.

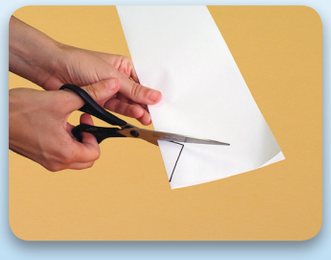
10. أمامكم مضلّع منتظم مكوّن من 12 ضلعًا.



أ. ما هو مقدار كلّ زاوية من زوايا المضلّع؟
ب. قُسّم المضلّع إلى متوازيات أضلاع، كما يظهر في الرسمة.
احسبوا مقادير زوايا متوازيات الأضلاع. ابدأوا من متوازي الأضلاع ALKM.
ت. برهنوا: كلّ الأشكال الرباعيّة هي معيّنات، وثلاثة من المعيّنات هي مربّعات.
ث. ارسموا الأقطار من النقطة F.
برهنوا: تقع جميع النقاط الداخليّة في الرسمة على هذه الأقطار.

الدرس الخامس: التماثل في الأشكال الرباعيّة

اطووا ورقة على طولها.
قصّوا شبابيك (في كلّ بند) في خطّ الطي، بحيث ينتج الشكل الرباعيّ المطلوب عندما نفتح الطيّ.
إذا لم تتمكّنوا من الحصول على الشكل الرباعيّ فاذكروا ذلك.



أ. دالتون ليس معيّنًا.
ب. مستطيل ليس مربّعًا.
ت. معيّن ليس مربّعًا.
ث. شبه منحرف متساوي الساقين.
ج. متوازي أضلاع ليس معيّنًا أو مستطيل.
ح. مربّع.

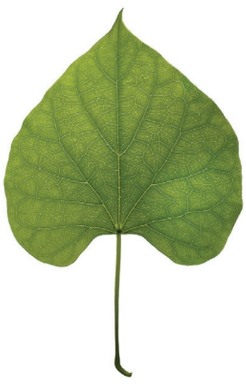
نتناول التماثل في أشكال رباعيّة من أنواع مختلفة.

محور التماثل

للتذكير

- نسمّي الشكل **متماثلا** إذا استطعنا أن نرسم "خطّ المرآة أو خطّ الانعكاس" (خطّ الطيّ)، بحيث إذا طوينا الشكل على طول الخطّ، فإنّ القسم الواحد يغطي الآخر بالضبط. خطّ الطيّ هو **خطّ التماثل** للشكل.
- الانعكاس نسبة لمستقيم ينقل **كلّ نقطة** من طرف واحد للمستقيم (المرآة - خطّ الطيّ) إلى الطرف الآخر للمستقيم **بأبعاد متساوية** عن المستقيم، بحيث يكون الخطّ الّذي يربط بينهما عموديًّا للمستقيم.
المستقيم هو **خطّ التماثل**.

1. ارسموا، في كلّ بند، الشكل الرباعيّ ومحاور تماثله.
اذكروا عدد محاور التماثل لكلّ شكل رباعيّ.



أ. مستطيل.
ب. معيّن.
ت. مربّع.
ث. شبه منحرف متساوي الساقين.
ج. دالتون.

2. اطووا ورقة، في كلّ بند، وقصّوا شُباكًا في خطّ الطي:
أ. بكم طريقة يمكن أن نحصل على **مستطيلين متطابقين؟**
ب. بكم طريقة يمكن أن نحصل على **معينيّين متطابقين؟**
ت. بكم طريقة يمكن أن نحصل على **مربّعين متطابقين؟**

نفكّر بـ ...

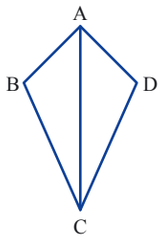
3. أ. قال **رائد**: لبرهان أنّ الشكل له محور تماثل، لا يكفي أن نبرهن أنّ الشكلين في كِلا الطرفين متطابقين. ارسموا مثالًا يبيّن أن قول **رائد** صحيح.

ب. قالت **نعيمة**: جميع الدالتونات لها محور تماثل.
هل قول **نعيمة**: صحيح؟

ت. أيّ أشكال رباعيّة لها محور تماثل وهي ليس دالتون؟

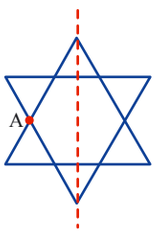
لبرهان أنّ المستقيم هو محور تماثل لمضلّع، يجب أن نبيّن أنّه إذا طوينا المضلّع على طول هذا المستقيم، فإنّ الأضلاع والزوايا المتناظرة في كِلا الطرفين **تتّحد**.

4. ارسموا دالتون، وعيّنوا فيه زوايا متساوية وأضلاع متساوية في المقدار، في كِلا طرفيِ القطر الرئيسيّ AC.
اشرحوا لماذا AC هو محور تماثل للدالتون؟



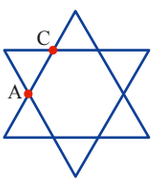
نفكّر بـ ...

5. أ. أمامكم رسمة أشرنا فيها إلى النقطة A والخطّ باللون **الأحمر**.
عيّنوا نقطة B تتماثل مع النقطة A نسبة للخطّ المرسوم كمحور تماثل.
صلوا بين النقطتين A وَ B.

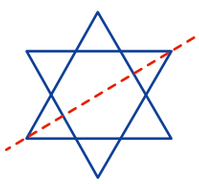


ب. قالت **رائدة**: محور التماثل عموديّ للقطعة AB وينصّفه.
هل قول **رائد** صحيح؟ اشرحوا.

ت. النقطتان A وَ C في الرسمة متماثلتان.
ارسموا محور التماثل المناسب.
هل محور التماثل عموديّ للقطعة AC؟ ينصّفه؟ علّلوا.

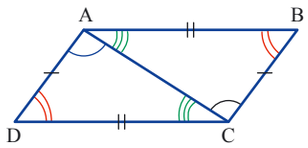


ث. رُسم خط في الرسمة. ارسموا نقاطًا متماثلة الواحدة للأخرى نسبة للخطّ المرسوم كمحور تماثل.



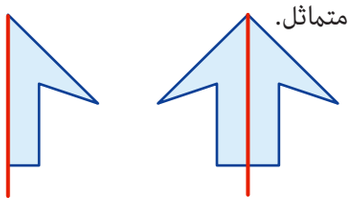
ج. كم محور تماثل يوجد في الشكل المرسوم؟

6. الشكل الرباعيّ ABCD هو متوازي أضلاع ليس معيّنًا.
اشرحوا لماذا AC ليس محور تماثل في متوازي الأضلاع، على الرغم من أنّ المثلّثين في كلا طرفي القطر AC لهما ثلاثة أزواج من الأضلاع المتساوية في الطول (والقطر AC مشترَك أيضًا) وثلاثة أزواج من الزوايا المتساوية بالمقدار.

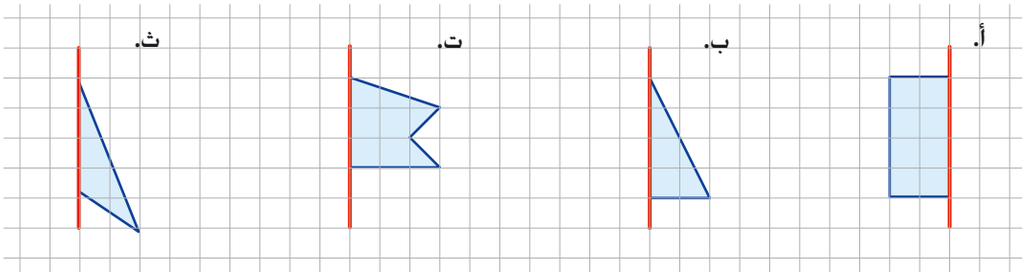


7. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّة "التماثل والانعكاسّ" "סימטריה ושיקוף". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

8. عندما نعكس مضلّعًا بواسطة مستقيم يمر عبر أحد الأضلاع، نحصل على شكل متماثل.
مثال:



انسخوا، اعكسوا كلّ شكل من الأشكال المرسومة بواسطة المستقيم الأحمر، واذكروا اسم الشكل الناتج.



يُعتبر التماثل مثالاً للجمال وعِلم الجمال.
يصمم المهندسون، في معظم الحالات، بنايات وحدائق أشكالها متماثلة.
كان الطموح في قديم الزمان وفي العصور الوسطى أن يبنوا مباني متماثلة، بحيث يكون فيها التماثل الأساسيّ الانعكاس يمين - يسار. يدعي باحثون أنّ التماثل في الكنائس، في العصور الوسطى، كان بالتقريب، وقد أدخلت فيه أخطأ بشكل متعمد كي ينقلوا رسالة للناس أنّ الكمال لله وحده.

تاج محل،
أغرة، الهند

كتادرائية نوتردام
باريس، فرنسا

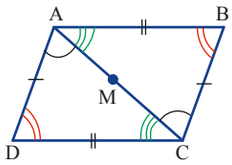
هنالك من يدّعي أنّ مثاليّة الجمال البشريّة في تصوّر الإنسان، هي الطموح إلى التماثل الكامل، أمّا كل انحراف عن ذلك (غير متماثل) فيقلل من مثالية الجمال. ابحثوا في الإنترنت عن التماثل في الهندسة المعماريّة وفي الطبيعة.

مركز التماثل

إذا استطعنا أن ندوّر الشكل بزاوية 180° حول **نقطة**، بحيث يغطي الشكل بعد الدوران الشكل الأصليّ بالضبط، فإنّ الشكل له **تماثل دورانيّ**، والنقطة هي **مركز تماثل** الشكل.

من أجل أن نبرهن أنّ النقطة هي مركز تماثل مضلّع، يجب أن نبيّن أنّه إذا دوّرنا المضلّع بـ 180° حول النقطة، **فتتحد** الأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة لقسميّ الشكل.

مثال: أمامكم رسمة متوازي الأضلاع ABCD، يوجد **تماثل دورانيّ** لمتوازي الأضلاع.



النقطة M هي نقطة التقاء الأقطار (منتصف القطر).

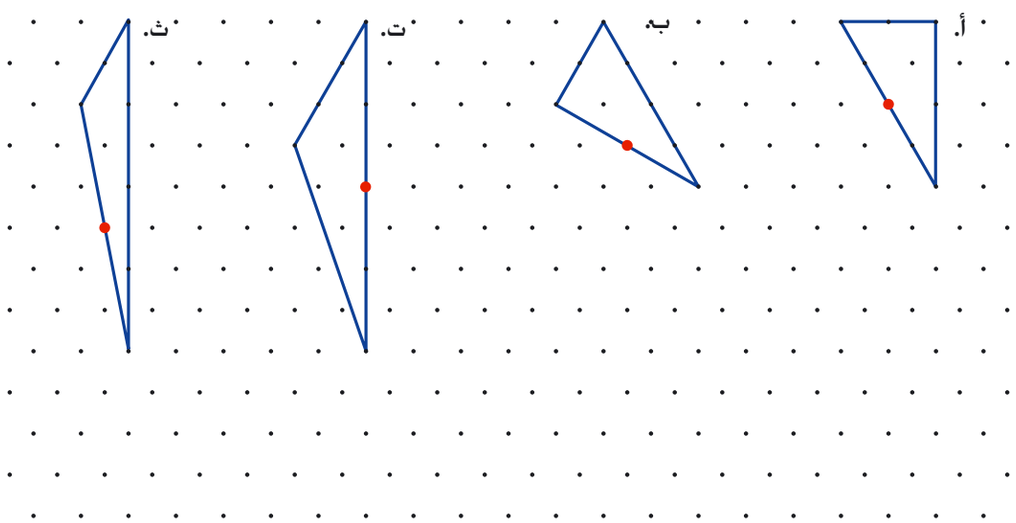
هي **مركز تماثل** متوازي الأضلاع.

إذا دورنا متوازي الأضلاع بـ 180° حول النقطة M:

- يتّحد الضلع AB مع الضلع DC.
- يتّحد الضلع BC مع الضلع AD.
- تتّحد الزاوية $\sphericalangle B$ مع الزاوية $\sphericalangle D$.
- تتّحد الزاوية $\sphericalangle BAC$ مع الزاوية $\sphericalangle DCA$.
- تتّحد الزاوية $\sphericalangle ACB$ مع الزاوية $\sphericalangle CAD$.

9. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّة "التماثل والدوران" "סימטריה וסיבוב". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

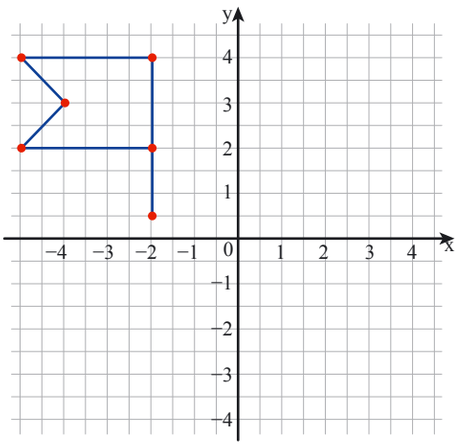
10. النقطة الملوّنة بالأحمر في كلّ رسمة، هي مركز تماثل الشكل. ارسموا القسم المتماثل الناقص.



11. ارسموا متوازي أضلاع وأحد أقطاره. عيّنوا نقطة منتصف القطر.
عيّنوا الزوايا المتساوية والأطوال المتساوية في المثلّثين الناتجين.
اشرحوا لماذا منتصف القطر هو مركز تماثل متوازي الأضلاع؟

12. أمامكم مضلعات، أي منها يوجد لها مركز تماثل؟
معين، مستطيل، دالتون، شبه منحرف قائم الزاوية، شبه منحرف متساوي الساقين، مسدّس منتظم، مخمّس منتظم.

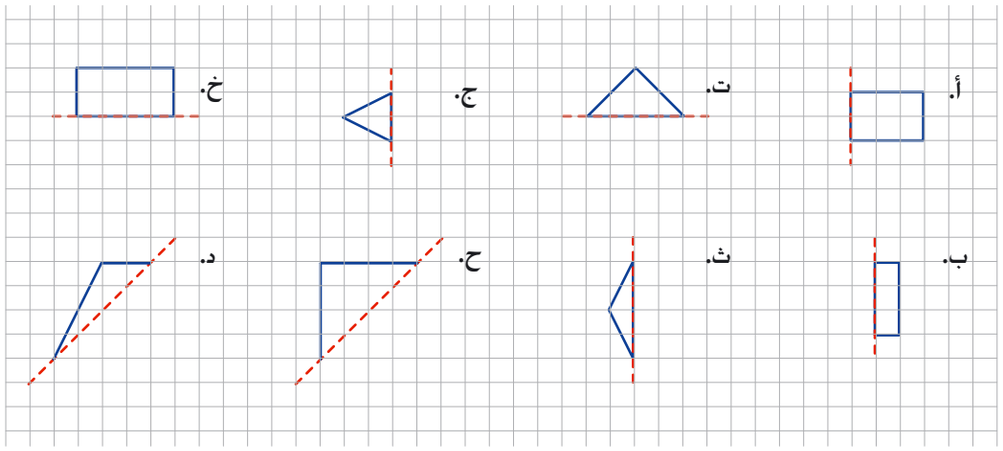
13. رُسم شكل في هيئة المحاور التي أمامكم. انسخوه.



أ. ارسموا الشكل الناتج بعد تنفيذ التماثل الدوراني حول نقطة الأصل كمركز تماثل. (**إرشاد**: اعكسوا كل نقطة بواسطة محور الدوران).

ب. ما هي العلاقة بين إحداثيات النقاط المشار إليها **بالأحمر** في الشكل الأصلي وإحداثيات النقاط المتناظرة في الشكل الناتج.

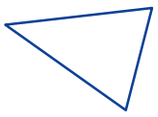
1. المستقيم المتقطع، في كل رسمة، هو محور تماثل الشكل الرباعيّ.
- انسخوا وارسموا القسم المتماثل الناقص.
- أيّ شكل رباعيّ نتج؟



2. انسخوا وارسموا محور تماثل واحد على الأقلّ في كلّ مضلع. إذا كان هناك أكثر من محور تماثل واحد، فاذكروا عددها.

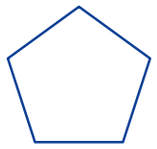
أ. مثلّث متساوي الساقين

ت. مثلّث متساوي الساقين



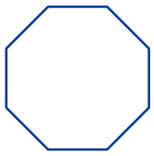
ج. مستطيل

ب. مخمّس منتظم

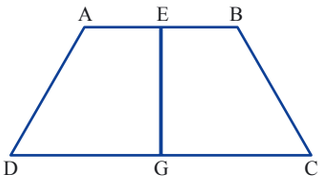


ث. مربّع

ح. مثمّن منتظم



3. ارسموا شبه منحرف متساوي الساقين.
أشيروا إلى الزوايا المتساوية والأضلاع المتساوية في كِلا طرفي القطعة EG التي توصل بين منتصفيّ القاعدتين.
اشرحوا لماذا EG هو محور تماثل في شبه المنحرف؟



4. أمامكم مضلّعات، أيّ منها يوجد له محور تماثل ومركز تماثل أيضًا؟
إذا وجدتم، فارسموا وعيّنوا في المضلّع محور التماثل ومركز التماثل.
مثلّث متساوي الساقين، مثلّث متساوي الأضلاع، متوازي أضلاع، دالتون، معيّن، مستطيل، مربّع، مسدس منتظم، مثمن منتظم، شبه منحرف متساوي الساقين.

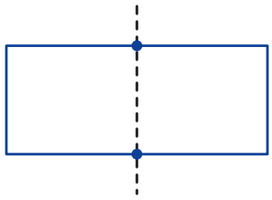
5. أ. اطووا ورقة، وقصّوا مثلّثين متطابقين مختلفيّ الأضلاع غير قائميّ الزاوية.
ضعوا المثلّثين، بحيث يكون لهما ضلع مشترك وينتج شكلًا رباعيًّا.
كم شكلًا رباعيًّا غير متطابق يمكن أن نحصل، ومن أيّ نوع؟
أيّ منها يوجد لها مركز تماثل، وأيّ منها يوجد لها محور تماثل؟

ب. اطووا ورقة ، وقصّوا مثلّثين متطابقين قائميّ الزاوية ومختلفيّ الأضلاع.
ضعوا المثلّثات بحيث يكون لها ضلع مشترك وينتج شكلًا رباعيًّا.
كم شكلًا رباعيًّا غير متطابق يمكن أن نحصل؟ ومن أيّ نوع؟
أيّ منها يوجد لها مركز تماثل، وأيّ منها يوجد لها محور تماثل؟

ت. اطووا ورقة، وقصّوا مثلّثين متطابقين متساويي الأضلاع.
ضعوا المثلّثين، بحيث يكون لهما ضلع مشترك وينتج شكلًا رباعيًّا.
كم شكلًا رباعيًّا غير متطابق يمكن أن نحصل، ومن أيّ نوع؟
أيّ منها يوجد لها مركز تماثل، وأيّ منها يوجد لها محور تماثل؟

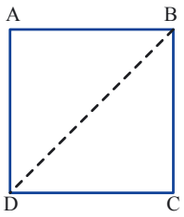
6. يمرّ المستقيم المتقطع عبر منتصفي ضلعين متقابلين للمستطيل.

- ارسموا وعينوا أضلاع متساوية في الطول، وزوايا متساوية في المقدار، في كِلا طرفي المستقيم المتقطع.
- اشرحوا لماذا المستقيم الذي يوصل بين منتصفي الأضلاع المتقابلة في المستطيل هو محور تماثل في المستطيل.



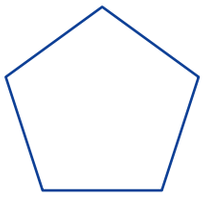
7. الشكل الرباعي ABCD هو مربع.

- ارسموا وعينوا أضلاع متساوية في الطول، وزوايا متساوية في المقدار، في كِلا طرفي المستقيم المتقطع.
- اشرحوا لماذا المستقيم الذي يوصل بين منتصفي الأضلاع المتقابلة في المستطيل هو محور تماثل في المستطيل.



8. أ. ارسموا شكلاً خماسيًّا منتظماً، وارسموا فيه محور التماثل.

ب. كم محور تماثل يوجد في الشكل الخماسي المنتظم؟ ارسموها.

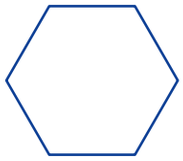


9. أ. ارسموا شكلاً سداسيًّا منتظما.

ارسموا محور تماثل في الشكل السداسي.

ب. كم محور تماثل يوجد في الشكل السداسيّ المنتظم؟ ارسموها.

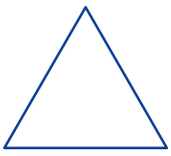
ت. هل يوجد مركز تماثل للشكل السداسيّ المنتظم؟ إذا كانت الإجابة نعم فعيّنوها.



10. أ. قسموا مثلّثًا متساوي الأضلاع بمساعدة خطّين:

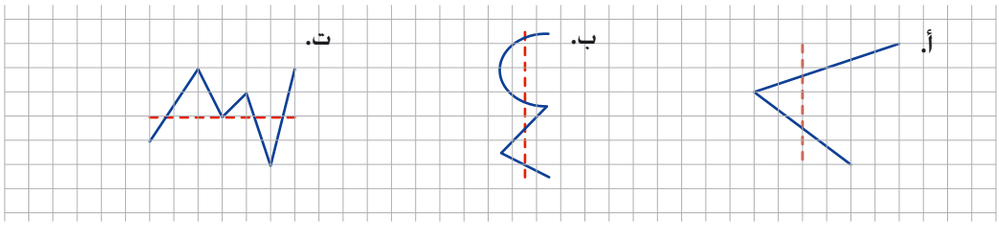
إلى متوازي أضلاع ليس معيّنًا ومثلثين متساويي الأضلاع.

ب. قسّموا مثلّثًا متساوي الأضلاع بمساعدة خطّين إلى: معيّن ومثلّثين متساويي الأضلاع.



11. المستقيم المتقطّع، في كلّ رسمة، هو محور تماثل للشكل.

انسخوا وارسموا القسم الناقص.



نحافظ على لياقة رياضيّة

معادلات مع كسور جبريّة

1. حلّوا.

أ. $\frac{2x-3}{5}=5$ ت. $5-\frac{2}{3}x=\frac{7}{2}$ ج. $\frac{2x}{3}+\frac{x+1}{2}=13+2x$

ب. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=10$ ث. $\frac{4x}{5}-\frac{2x}{3}=2$ ح. $2-\frac{x}{3}=\frac{2-3x}{5}$

2. اكتبوا مجال التعويض، وحلّوا.

أ. $\frac{x+1}{3}=0$ ب. $\frac{x^2-x}{x+5}=0$ ت. $\frac{x^2-x}{x(x-1)}=0$ ث. $\frac{3}{x+1}=0$

3. اكتبوا مجال التعويض، وحلّوا.

أ. $\frac{x^2-4}{x+2}=2$ ت. $\frac{6}{x+1}+\frac{5}{x}=2$ ج. $\frac{4x}{2x+1}+\frac{3}{x+3}=1$

ب. $\frac{x^2-9}{x-3}=6$ ث. $\frac{10}{2x-3}+\frac{5}{2x+3}=3$ ح. $\frac{x+3}{x+1}-\frac{x}{x-1}=0$

4. حلّوا إلى عوامل، اكتبوا المقامات كتعابير ضرب، سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

مثال:

$$\frac{3}{1+x}-\frac{x+2}{1-x}=\frac{9}{1-x^2}$$

$$\frac{3}{1+x}-\frac{x+2}{1-x}=\frac{9}{1-x^2} \quad / \cdot (1-x)(1+x) \quad , x\neq 1,\ x\neq -1$$

$$3(1-x)-(x+2)(1+x)=9$$

$$3-3x-x-x^2-2x-2=9$$

$$-x^2-6x-8=0 \quad / \cdot (-1)$$

$$(x+4)(x+2)=0$$

$$x_1=-4 \ , \ x_2=-2$$

أ. $\frac{5}{2x-1}+\frac{3}{2x+1}=\frac{18}{4x^2-1}$ ث. $\frac{1}{2x-4}+\frac{1}{x-2}=\frac{3}{2}$

ب. $\frac{x}{3(x-5)}+\frac{1}{x+5}=\frac{2x}{x^2-25}$ ج. $\frac{1}{x^2}-\frac{x+1}{2x^2+2x}=-\frac{1}{2x}$

ت. $\frac{8}{2x-4}+\frac{5}{x+2}=5$ ح. $\frac{6}{x-3}-\frac{5}{x}=\frac{32}{x^2-9}$

5. أرادت مجموعة من العمال أن تشتري هدية بسعر 600 شاقل.
تقاسموا فيما بينهم المبلغ بالتساوي، لكن انضم لهم، في اللحظة الأخيرة، 5 عمال، لذا فقد دفع كل واحد منهم 6 شواقل أقل من المبلغ الذي كان يجب عليهم أن يدفعوه في البداية.
جدوا: كم عاملًا كان، في المجموعة، في البداية؟ تطرّقوا إلى الشروط المحدّدة واشرحوا.