الوحدة السادسة: الدالّة التربيعيّة

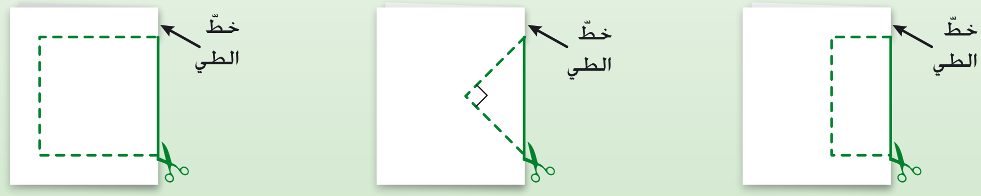
الدرس الأوّل: التماثل

قصّ التلاميذ، مِنْ ورقة مطوية، شباكًا مربّع الشكل بطرق مختلفة.

قصّ **أيوب** مستطيلًا طول أحد أضلاعه ضِعفي طول الضلع الثاني.

قصّ **جمال** مثلّثًا قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

قصّ **أسعد** مربّعًا.



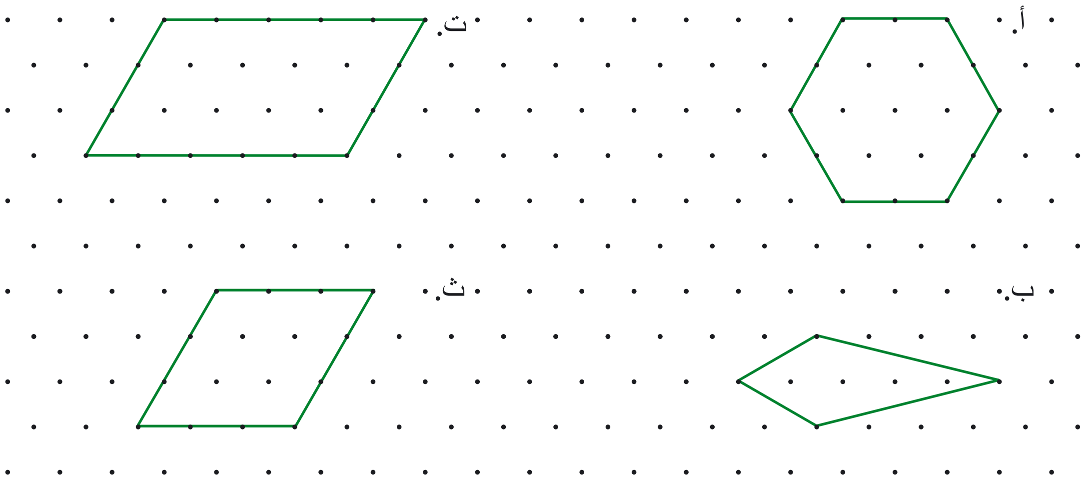
خمّنوا: ما هو شكل "الشباك" الّذي حصل عليه كلّ واحد مِنْهم عندما فتح الطيّ؟

نتعلّم عن أشكال متماثلة وعن التماثل في هيئة المحاور.

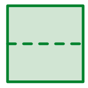
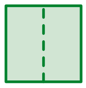
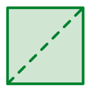
أشكال متماثلة

.1 اطووا 3 ورقات.
قُصّوا "شباكًا" كما قَصّ كلّ واحد من التلاميذ في مَهمّة الافتتاحيّة.
أُذكروا شكل الشباك الناتج.
مَنْ مِنْهم قَصّ شباكًا شكله مربّع؟

.2 افحصوا، في كلّ بَند، هل يمكن طيّ الشكل إلى اثنين، بحيث يغطّي قسم واحد القسم الآخر.
إذا كانت الإجابة نعم، فارسموا خطّ الطيّ. إذا كان هنالك أكثر من خطّ طيّ واحد، فاذكروا ذلك.

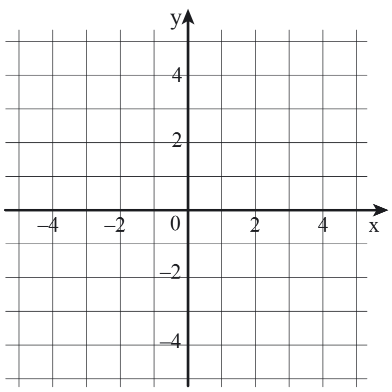


هنالك أشكال يمكن طيّها إلى اثنين، بحيث يغطّي قسم واحد القسم الآخر.
نسمّي هذه الأشكال **"أشكال متماثلة".**
نسمّي خطّ الطيّ **"محور التماثل".**
مثال: المربّع هو شكل متماثل، ويوجد له 4 محاور تماثل.

- الخطّ المنصّف (حسب ما قصّ **أيوب**)  أو 
- القطر (حسب ما قصّ **جمال**)  أو 

نفكّر بـ ...

تماثل في هيئة المحاور

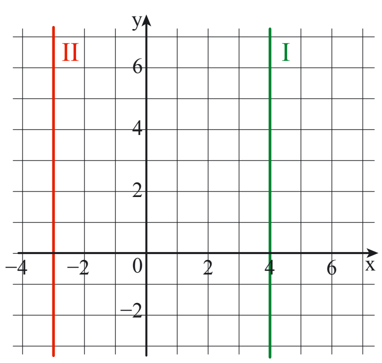


3. أ. سجّلوا خمس نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ x لكلّ واحدة منها 3.
عيّنوها في هيئة المحاور، وارسموا مستقيمًا عبرها.
أيّ معادلة، مِنْ بين المعادلات التالية، هي التمثيل الجَبريّ للمستقيم الّذي رسمتموه؟ $x + y = 3$ $\quad y = 3$ $\quad x = 3$

ب. اُرسموا المستقيم $x = -2$.

ت. سجّلوا خمس نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ x لكلّ واحدة منها 0، وعيّنوها في هيئة المحاور. أين تقع هذه النقاط؟
أيّ معادلة، مِنْ بين المعادلات التالية، هي التمثيل الجَبريّ للمحور y؟

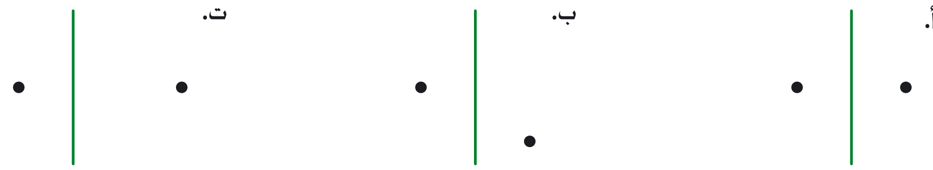
$x + y = 0$ $\qquad y = 0$ $\qquad x = 0$



- الإحداثيّ x لجميع النقاط الّتي تقع على المستقيم I هو 4.
لذا؛ التمثيل الجَبريّ لهذا المستقيم هو $x = 4$.
- الإحداثيّ x لجميع النقاط الّتي تقع على المستقيم II هو (3–).
لذا؛ التمثيل الجَبريّ لهذا المستقيم هو $x = -3$.
- الإحداثيّ x لجميع النقاط الّتي تقع على محور y هو 0.
لذا؛ التمثيل الجبريّ لمحور y هو $x = 0$.

نفكّر بـ ...

4. حدّدوا، في كلّ بَند، هل هنالك تماثل بين زوج النقاط نسبة للمستقيم المرسوم؟ علّلوا.



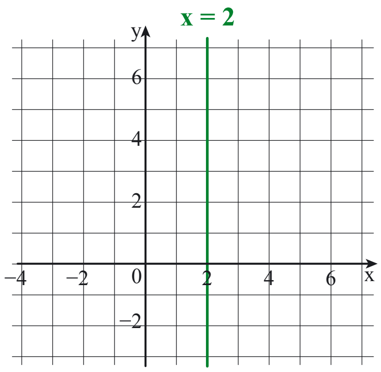
5. المستقيم المرسوم $x = 2$ هو محور تماثل.

عيّنوا، في كلّ بَند، النقطة المُعطاة في هيئة المحاور.

عيّنوا النقطة الّتي تماثل النقطة المُعطاة نسبة للمستقيم المرسوم، وسجّلوا إحداثييْها.

أ. $A(4, 3)$ ت. $C(-2, -2)$

ب. $B(-3, 4)$ ث. $D(2, 5)$



إذا كان مُعطى أنّ المستقيم **عدد** = x هو محور تماثل، فإنّ:

- النقطتان اللتان لهما الإحداثيّ y نفسه، وتقعان على البُعد نفسه عن المستقيم المُعطى، هما نقطتان متماثلتان الواحدة للأخرى نسبة لهذا المستقيم.

  مثال: في المَهمّة 5 النقطتان $(0, 3)$ وَ $(4, 3)$ متماثلتان الواحدة للأخرى نسبة للمستقيم $x = 2$.

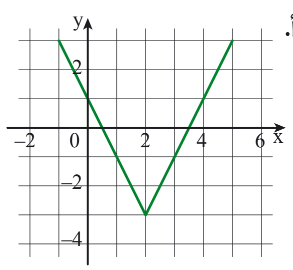
- جميع النقاط الّتي تقع على محور التماثل، هي متماثلة الواحدة للأخرى (بُعدها عن محور التماثل هو صفر).

  مثال: في المَهمّة 5 النقطة $(2, 5)$ تقع على محور التماثل؛ لذا هي متماثلة لذاتها.

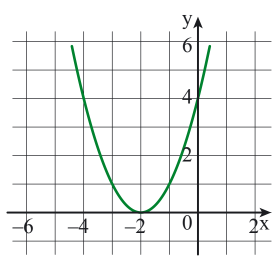
تماثل خطوط بيانيّة

6. اُرسموا، في كلّ بَند، محور التماثل للخطّ البيانيّ ولوّنوه. سجّلوا التمثيل الجَبريّ لمحور التماثل.

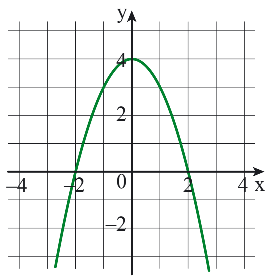
أ.



ب.

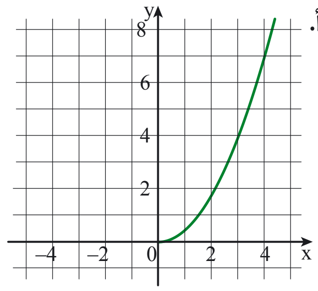


ت.

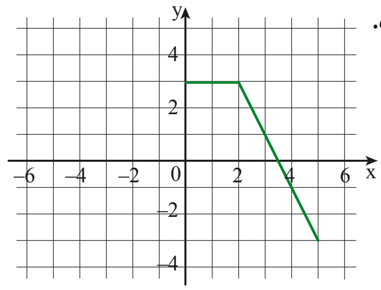


.7 أكملوا، في كلّ بَند، الرسمة بحيث يكون محور y محور التماثل للخطّ البيانيّ. اِشرحوا.

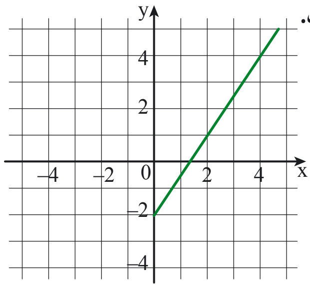
أ.

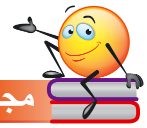


ب.



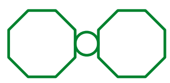
ت.

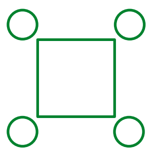


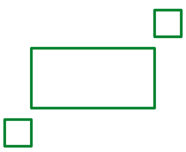


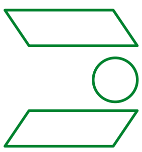
مجموعة مهامّ

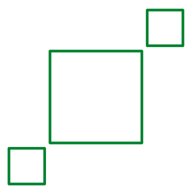
.1 هل الأشكال التالية متماثلة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فارسموا محور التماثل.
إذا كان في الشكل أكثر مِنْ خطّ تماثل واحد، فارسموا جميع خطوط التماثل.
إذا كنتم غير متأكدين في الإجابة، فارسموا وافحصوا ما إذا كان يمكن طيّ الشكل إلى قسمين، بحيث يغطّي القسم الواحد الآخر.

I


III


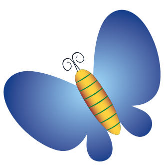
V


VII


II


IV

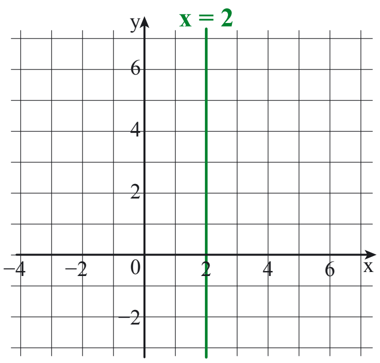

VI


VIII


.2 المستقيم المرسوم $x = 2$ هو محور تماثل.
عيّنوا، في كلّ بَند، النقطة المُعطاة في هيئة المحاور.
عيّنوا النقطة الّتي تُماثِل النقطة المُعطاة نسبة للمستقيم المرسوم، وسجّلوا إحداثييْها.

أ. $A(5, 4)$ ت. $C(-2, 0)$

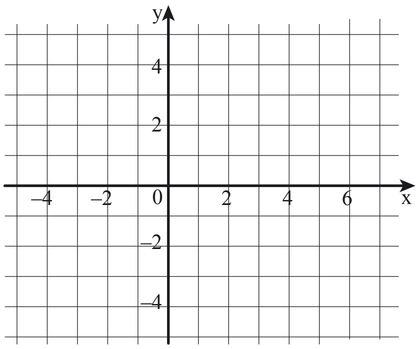
ب. $B(0, 2)$ ث. $D(2, -2)$



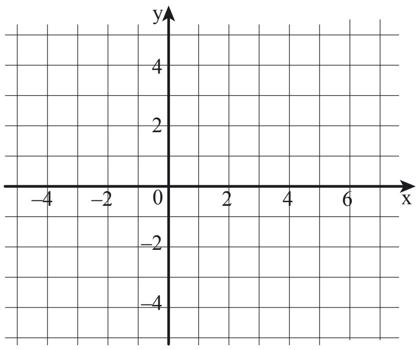
.3 عيّنوا، في كلّ بَند، النقطة المُعطاة في هيئة المحاور.
عيّنوا النقطة الّتي تُماثِل النقطة المُعطاة نسبة لمحور y، وسجّلوا إحداثييْها.
اذكروا النقاط المماثلة لذاتها نسبة لمحور y.

أ. $A(0, 5)$ ت. $C(3, -1)$ ج. $E(-2, 0)$

ب. $B(2, 4)$ ث. $D(0, -2)$ ح. $F(0, 2)$

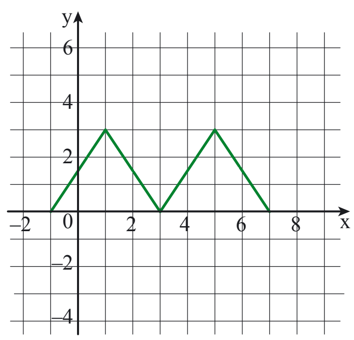


.4 أ. عيّنوا النقاط التالية في هيئة المحاور.
$(5, 1)$ $(1, -3)$ $(-3, 1)$ $(-1, 4)$ $(3, 4)$
صِلوا بينها حسب الترتيب، وصلوا بين النقطة الأولى والأخيرة.
ب. اُرسموا خطّ التماثل للشكل الّذي حصلتم عليه.
ما هو التمثيل الجَبريّ لمحور التماثل؟

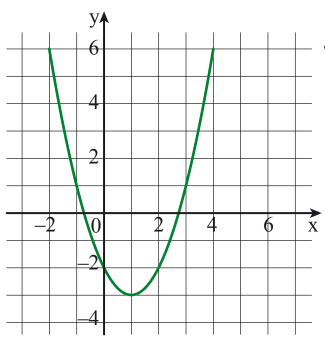


.5 اُرسموا، في كلّ بَند، محور التماثل، وسجلوا تمثيله الجَبريّ.

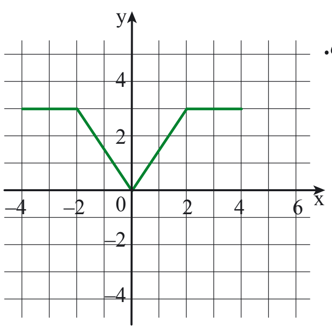
أ.



ب.

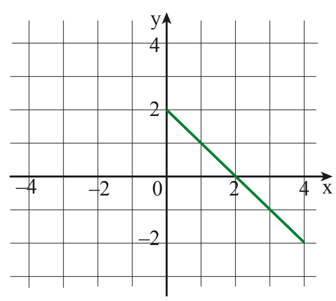


ت.

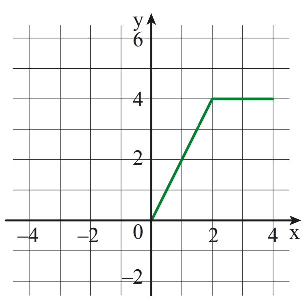


.6 أكملوا، في كلّ بَند، الرسمة بحيث يكون محور y محور التماثل للخطّ البيانيّ. اِشرحوا.

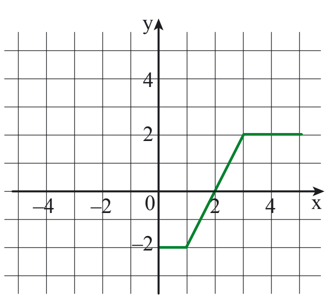
أ.



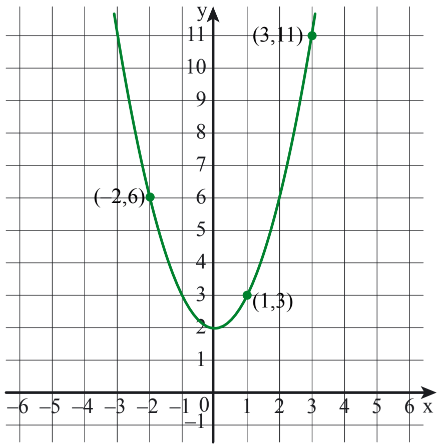
ب.



ت.



7. أمامكم رسمة الخطّ البيانيّ لدالّة.

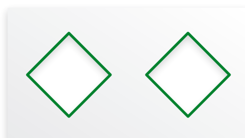


أ. ما هو محور التماثل؟

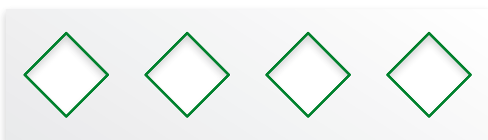
ب. عيّنوا النقاط الّتي تماثل النقاط المعيّنة على الخطّ البيانيّ، وسجّلوا إحداثيّاتها.

8. اطووا ورقة، وقُصّوا منها "شباكًا" شكله مثلّث قائم الزاوية، بحيث تنتُج الأشكال التالية بعد فتحها.

أ.



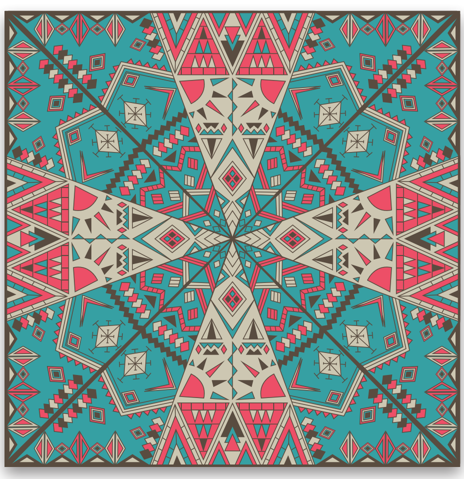
ب.



9. مُعطاة دالّة خطّها البيانيّ متماثل في كلّ مجال.
يمرّ الخطّ البيانيّ للدالّة عبر زوج من النقاط المتماثلة: $(8, 3)$ وَ $(2, 3)$.

أ. ما هو التمثيل الجَبريّ لمحور التماثل؟

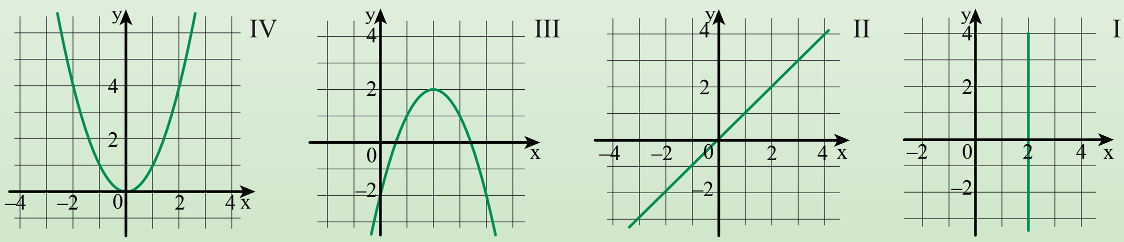
ب. معلوم أنّ النقطة $(3, 1)$ تقع على الخطّ البيانيّ للدالّة.
سجّلوا إحداثيِي النقطة المماثلة لها.



الدرس الثاني: ما هو القَطْع المكافئ؟

مُعطاة الدالّة $y = x^2$.

خمّنوا: أيّ خطّ بيانيّ، مِنْ بين الخطوط البيانيّة التالية، هو الخطّ البيانيّ المناسب للدالّة المُعطاة؟

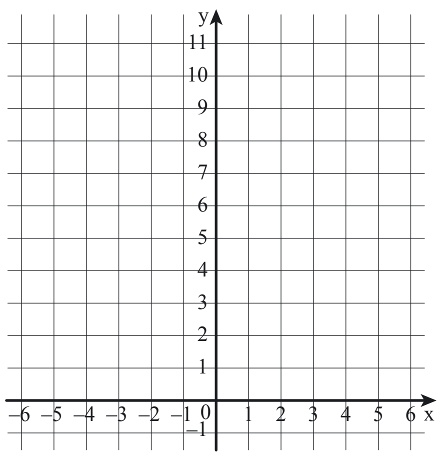


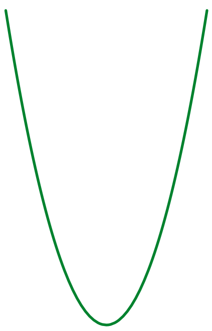
نتعرّف على الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ ، ونتعلّم عن صفات الدالّة.

1. أ. أكملوا الجدول للدالّة $y = x^2$.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2$							

ب. عيّنوا النقاط في هيئة المحاور، وصِلوا بينها حسب الترتيب.





ت. اِنسخوا الرسمة المرفقة على ورقة شفّافة.

ضعوا الرسمة على النقاط الّتي عيّنتموها.

هل تقع جميع النقاط على الرسمة؟

ث. هل يوجد محور تماثل للخطّ البيانيّ الّذي رسمتموه للدالّة $y = x^2$ ؟

إذا كانت الإجابة نعم، فلوّنوه وسجّلوا تمثيله الجَبريّ.

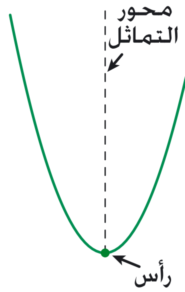
انتبهوا! احتفظوا "بالقَطْع المكافئ الشفّاف" الّذي رسمتموه في بَند ت. نستعين به في الدروس القادمة.

نسمّي الدالة $y = x^2$ **دالّة تربيعيّة.**

نسمّي الخطّ البيانيّ للدالّة التربيعيّة **القَطْع المكافِئ.**

يوجد **محور تماثل** للقَطْع المكافِئ.

نسمّي نقطة التقاء الخطّ البيانيّ مع محور التماثل **رأس** القَطْع المكافئ.

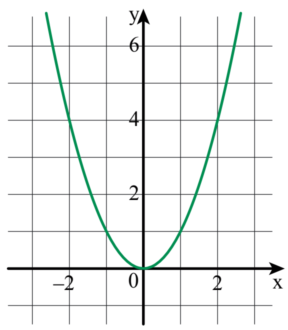


مثال: أمامكم قَطْع مكافِئ، وهو الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$.

محور التماثل للقَطْع المكافِئ هو محور y.

التمثيل الجَبريّ لمحور التماثل هو $x = 0$.

إحداثيّا رأس القَطْع المكافِئ $(0, 0)$.



ملاحظة: نتعرّف في الدروس القادمة على قطوع مكافئة إضافيّة.

نفكّر بـ ...

2. أمامكم أزواج مِنَ النقاط المتماثلة نسبة لمحور y على الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$.

أكملوا، في كلّ بَند، الإحداثيّات المناسبة.

أ. $(4, 16)$ $(\_\_, 16)$ ت. $(3, 9)$ $(\_\_ , \_\_)$ ج. $(0, 0)$ $(\_\_ , \_\_)$

ب. $(-2, 4)$ $(2 , \_\_)$ ث. $(1, \_\_)$ $(-1 , \_\_)$ ح. $(\_\_, 25)$ $(\_\_ , 25)$

3. أمامكم الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$.

أ. ما هما إحداثيّا نقطة تقاطع الخطّ البيانيّ للدالّة مع محور x؟

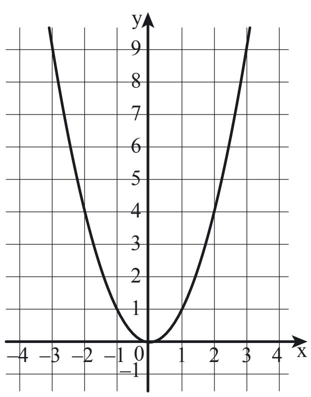
ب. ما هما إحداثيّا نقطة تقاطع الخطّ البيانيّ للدالّة مع محور y؟

ت. لوّنوا **بالأخضر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة تصاعديّة، ولوّنوا المجال المناسب على محور x.

أكملوا: الدالّة تصاعديّة في المجال ______________ على محور x.

ث. لوّنوا **بالأحمر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة تنازليّة، ولوّنوا المجال المناسب على محور x.

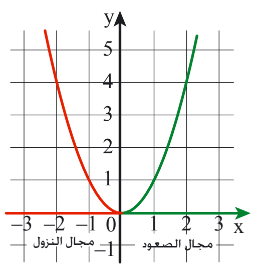
أكملوا: الدالّة تنازليّة في المجال ______________ على محور x.



للتذكير

يمكن أنْ نفحص أنّ الدالّة **تصاعديّة** أو **تنازليّة** بطريقتين:

- بواسطة "التقدّم" **مِنَ اليسار إلى اليمين** على الخطّ البيانيّ للدالّة.
  إذا كان "التقدّم" على الخطّ البيانيّ باتّجاه **الصعود**، فإنّ الدالّة **تصاعديّة**.
  إذا كان "التقدّم" على الخطّ البيانيّ باتّجاه **النزول**، فإنّ الدالّة **تنازليّة**.
- بواسطة "التقدّم" على محور x **مِنَ اليسار إلى اليمين.**
  إذا تقدّمنا لكلّ x في المجال:
  على محور x وإحداثيّات الـ y **كبُرت**، فإنّ الدالّة **تصاعديّة.**
  على محور x وإحداثيّات الـ y **صَغُرت**، فإنّ الدالّة **تنازليّة.**



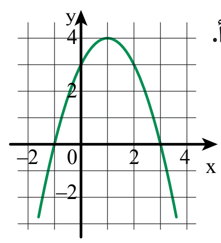
مثال: في المَهمّة 3، الخطّ البيانيّ هو للدالّة (القَطْع المكافِئ) $y = x^2$.
الدالّة **تصاعديّة** مِنْ 0 فما فوق.
نكتب: الدالّة **تصاعديّة** في المجال $x > 0$.
الدالّة **تنازليّة** حتّى 0.
نكتب: الدالّة **تنازليّة** في المجال $x < 0$.

.4 في كلّ بَند:

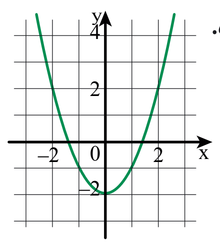
لوّنوا **بالأخضر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تصاعديّة**، ولوّنوا المجال المناسب على محور x.

لوّنوا **بالأحمر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تنازليّة**، ولوّنوا المجال المناسب على محور x.

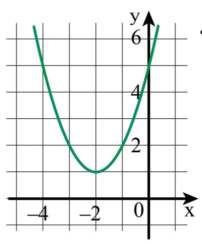
أ.



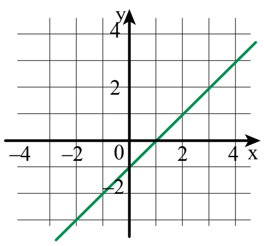
ب.



ت.

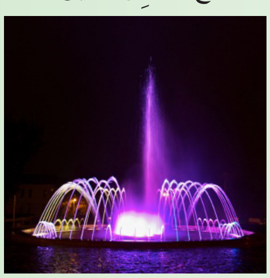


ث.



شكل المسار لجسم يُطلق بزاوية نسبة إلى الأرض (مثلًا: نقذف كرة باتّجاه السلّة، مياه تتدفّق مِنْ نافورة مياه، أو مُفرقعات تُطلَق مِنْ منصّة مفرقَعات) هو قَطْع مكافِئ (تقريبًا) وذلك نتيجة لقوة الجاذبيّة الّتي تؤثّر على الجسم (وزنه).

إذا أهملنا مقاومة الهواء فنحصل على مسار قَطْع مكافِئ دقيق.



مجموعة مهامّ

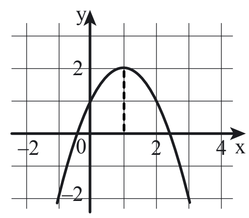
1. في كلّ بَند:

لوّنوا **بالأخضر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تصاعديّة**،

لوّنوا **بالأحمر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تنازليّة**.

في أيّ قيم x الدالّة **تصاعديّة**، وفي أيّ قِيَم x الدالّة **تنازليّة**.

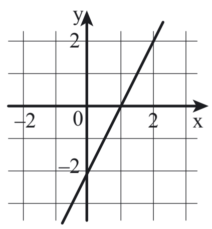
أ.



حتّى 1 الدالّة ________.

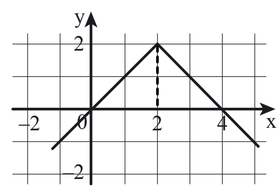
مِنْ 1 وهَلُمّ جرّا الدالّة ________.

ت.



لكلّ x الدالّة ________.

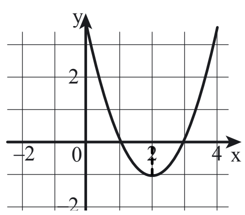
ب.



حتّى ________ الدالّة تصاعديّة.

مِنْ ________ وهَلُمّ جَرّا الدالّة تنازليّة.

ث.



حتّى 2 الدالّة ________.

مِنْ 2 وهَلُمّ جَرّا الدالّة ________.

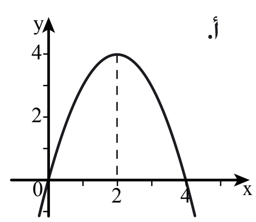
2. في كلّ بَند:

لوّنوا **بالأخضر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تصاعديّة**،

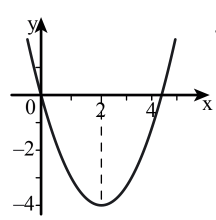
لوّنوا **بالأحمر** قسم الخطّ البيانيّ الّذي تكون فيه الدالّة **تنازليّة**.

في أيّ قيم x الدالّة **تصاعديّة**، وفي أيّ قيم x الدالّة **تنازليّة**.

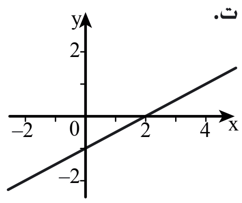
أ.



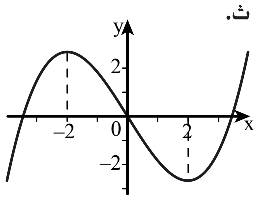
ب.



ت.

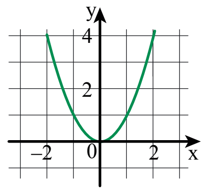


ث.

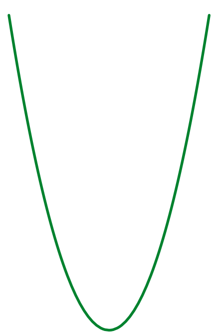


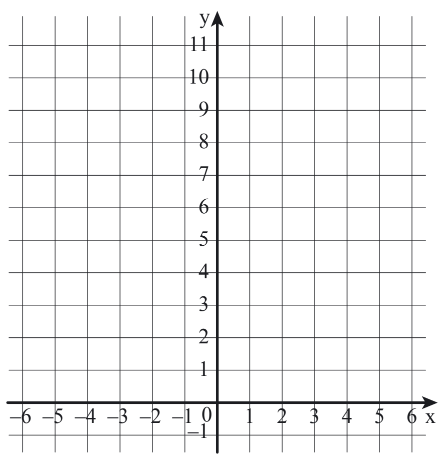
3. أكملوا "**بطاقة هُويّة**" للدالّة $y = x^2$.

للتّذكير: بطاقة هُويّة الدالّة هي مجموعة الصفات الّتي تميّز الدالّة وتساعد في تمييزها.

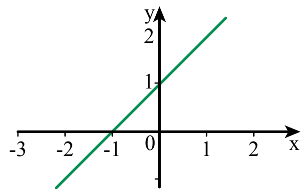
التمثيل الجَبريّ للدّالّة	$y = x^2$
الرسمة	
محور التماثل	
إحداثيّا نقطة الرأس	
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور x (نقطة الصفر، $y = 0$)	
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور y ($x = 0$)	
مجال تصاعد الدّالّة	مِنْ 0 وهَلُمّ جرّا $x > 0$
مجال نزول الدّالّة	

4. هل يمكن أنْ نضع " القَطْع المكافِئ الشفّاف" في هيئة المحاور، بحيث تكون جميع قيمه موجبة؟
إذا كانت الإجابة نعم، فما هما إحداثيّا نقطة الرأس؟
إذا كانت الإجابة لا، فاشرحوا.

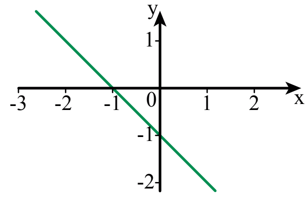




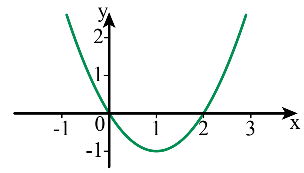
5. لائموا كلّ خطّ بيانيّ لمجال الصعود ومجال النزول.



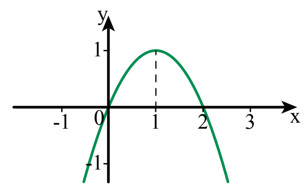
حتّى 1 الدالّة تنازليّة
مِنْ 1 وهَلُمّ جَرًا الدالّة تصاعديّة



لكلّ x الدالّة تصاعديّة



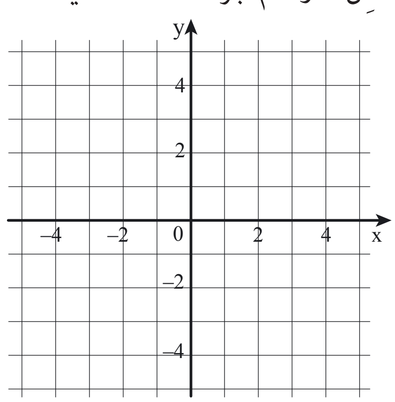
حتّى 1 الدالّة تصاعديّة
مِنْ 1 وهَلُمّ جَرًا الدالّة تنازليّة



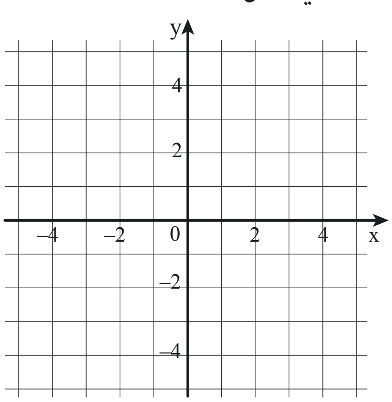
لكلّ x الدالّة تنازليّة

6. اُرسموا، في كلّ بَند، الخطّ البيانيّ للدالّة الّتي تحقّق الشروط المسجّلة:

أ. حتّى 2 الدالّة تنازليّة
مِنْ 2 وهَلُمّ جرًا الدالّة تصاعديّة.



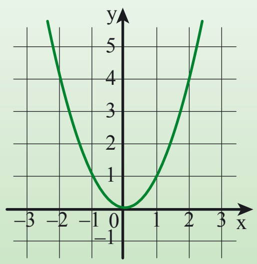
الدالّة تمرّ عبر النقطة $(-2,\ 0)$
الدالّة تصاعديّة لكلّ x.



الدرس الثالث: القَطْع المكافِئ والمستقيم

أمامكم الخطّ البيانيّ للقَطْع المكافِئ $y = x^2$.

خمّنوا: هل هنالك نقاط مشتركة للقَطْع المكافِئ $y = x^2$ والمستقيم $y = 4$ ؟



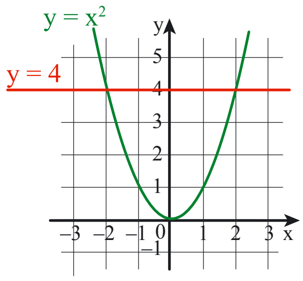
نحلّ معادلات بطريقة بيانيّة وبطريقة جَبريّة.

نتطرّق في المَهمّتين 1 وَ 2 إلى المُعطيات الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة.

1. رسم **يوسف** الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ والمستقيم $y = 4$.

وجد يوسف أنّ هنالك نقطتان مشتركتان للقَطْع المكافِئ والمستقيم.

ما هي إحداثيّات هاتان النقطتان؟



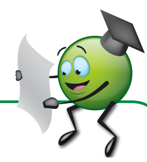
2. قال **ماجد**: لإيجاد إحداثيّات النقاط المشتركة للقَطْع المكافئ $y = x^2$ والمستقيم $y = 4$ قمت بحلّ المعادلة $x^2 = 4$.

أ. هل قول **ماجد** صحيح؟ اشرحوا.

ب. حلّوا معادلة **ماجد**.

كم حلًّا حصلتم؟ ما هي؟

ما هي إحداثيّات النقاط المشتركة (نقاط التقاطع) حسب هذا الحلّ؟



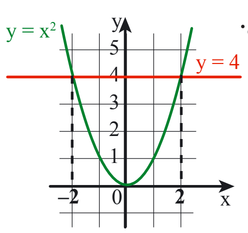
يمكن إيجاد إحداثيّات نقاط التقاطع بين القَطْع المكافِئ والمستقيم بطريقتين:

- **بطريقة بيانيّة:** نرسم الخطوط البيانيّة، ونبحث عن نقاط تقاطع بين القَطْع المكافِئ والمستقيم.

مثال: حلّ **يوسف**، في المَهمّة 1، المسألة الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة بطريقة بيانيّة.

رسم يوسف الخطّين البيانيّين للدالّتين، وقرأ منَ الرسمة إحداثيّات نقاط التقاطع.

هذا يعني أنّ نقطتا التقاطع هما: $(2, 4)$ وَ $(-2, 4)$.



- **بطريقة جَبريّة:** نسجّل معادلة فيها قيم متساوية للدالّتين ونحلّها.

مثال: حلّ **ماجد**، في المَهمّة 2، المسألة الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة بطريقة جَبريّة.

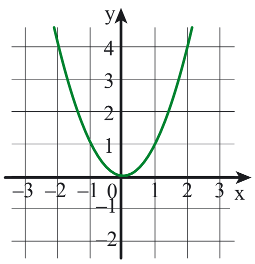
سجّل المعادلة $x^2 = 4$ وحصل على حلّين: $x = 2$ أو $x = -2$.

لذا؛ إحداثيّات نقاط التقاطع هي: $(2, 4)$ وَ $(-2, 4)$.

3. أ. هل هنالك نقاط مشتركة للقَطْع المكافئ $y = x^2$ والمستقيم $y = -1$؟ اِشرحوا.

ب. هل يوجد حلّ للمعادلة $x^2 = -1$؟ اِشرحوا.

ت. اِقترحوا مستقيمات إضافيّة لا يوجد لها نقاط مشتركة مع القَطْع المكافِئ.



4. حلّوا المعادلات بالطريقة الّتي ترغبونها. إذا لم تجدوا حلًّا، فاشرحوا.

أ. $x^2 = 25$ ب. $x^2 = 9$ ت. $x^2 = 0$ ث. $x^2 = -4$ ج. $x^2 = 100$

5. كم حلًّا يوجد للمعادلة؟ اِشرحوا. (إذا لم تجدوا حلًّا، فاذكروا ذلك).

أ. $x^2 = 16$ ب. $x^2 = 36$ ت. $x^2 = 5$ ث. $x^2 = -9$ ج. $x^2 = 0$

6. مُعطاة المعادلة $\boxed{} = x^2$.

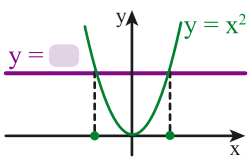
أ. أيّ أعداد نسجّلها في المكان الفارغ، بحيث تنتُج معادلة لها حلّان؟

ب. أيّ أعداد نسجّلها في المكان الفارغ، بحيث تنتُج معادلة لها حلّ واحد فقط؟

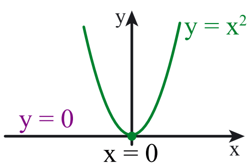
ت. أيّ أعداد نسجّلها في المكان الفارغ، بحيث تنتُج معادلة لا يوجد لها حلّ؟

مُعطاة المعادلة $\boxed{} = x^2$

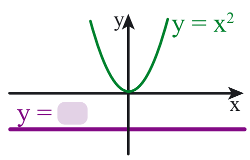
- إذا سجّلنا عددًا **موجبًا** في المكان الفارغ،
  فالمعادلة لها حلّان (العدد الموجب له جذران تربيعيّان مختلفان).
  في الرسم البيانيّ: المستقيم **البنفسجيّ** والقَطْع المكافِئ لهما حلّان مشتركان.



- إذا سجّلنا، في المكان الفارغ، 0،
  فالمعادلة لها حلّ واحد (العدد 0 له جَذر تربيعيّ واحد).
  في الرسم البيانيّ: المستقيم **البنفسجيّ** والقَطْع المكافئ لهما نقطة مشتركة واحدة $(0, 0)$. (في هذه الحالة، يتّحد المستقيم **البنفسجيّ** مع محور x.)

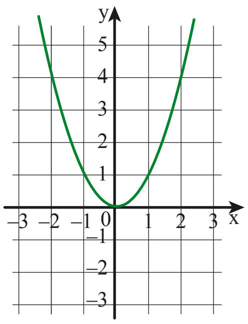


- إذا سجّلنا عددًا **سالبًا** في المكان الفارغ،
  فلا يوجد حلّ للمعادلة (العدد السالب لا يوجد له جَذر تربيعيّ).
  في الرسم البيانيّ: المستقيم **البنفسجيّ** والقَطْع المكافِئ لا يوجد لهما نقطة مشتركة.



مجموعة مهامّ

1. أمامكم القَطْع المكافِئ للدالّة $y = x^2$.
مُعطى، في كلّ بَند، تمثيل جَبريّ للمستقيم.
سجّلوا إحداثيّات النقاط المشتركة للمستقيم والقَطْع المكافِئ.
(يمكنكم الاستعانة برسمة مستقيم مناسب).
إذا لم تجدوا نقاطًا مشتركة، فاذكروا ذلك.



أ. $y = 9$ ت. $y = 0$

ب. $y = 25$ ث. $y = -4$

2. مُعطى، في كلّ بَند، تمثيل جَبريّ للمستقيم.
حدّدوا: كم نقطة مشتركة يوجد للمستقيم والقَطْع المكافِئ $y = x^2$؟

أ. $y = 16$ ب. $y = 0$ ت. $y = 5$ ث. $y = -5$

3. حِلّوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًّا، فاشرحوا.

أ. $x^2 = 1$ ب. $x^2 = 9$ ت. $x^2 = -9$ ث. $x^2 = 0$ ج. $x^2 = 64$

4. حِلّوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًّا، فاشرحوا.

أ. $x^2 = 49$ ب. $x^2 = 25$ ت. $x^2 = -25$ ث. $x^2 = 81$ ج. $x^2 = 144$

5. حدّدوا، في كلّ بَند، عدد حلول المعادلة. اِشرحوا. (إذا لم تجدوا حلًّا فاذكروا ذلك).

أ. $x^2 = 4$ ب. $x^2 = 8$ ت. $x^2 = 30$ ث. $x^2 = -16$ ج. $x^2 = 0$

6. أ. سجّلوا عددًا في المكان الفارغ ____ = x^2 ، بحيث تنتُج معادلة لها حلّان.

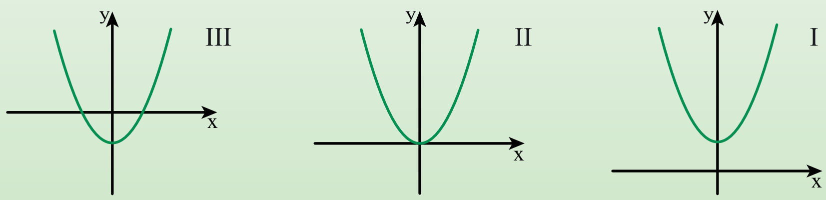
ب. سجّلوا عددًا في المكان الفارغ ____ = x^2، بحيث تنتُج معادلة لها حلّ واحد فقط.

ت. سجّلوا عددًا في المكان الفارغ ____ = x^2، بحيث تنتُج معادلة لا يوجد لها حلّ.

الدرس الرابع: إزاحة على طول محور y

مُعطى ثلاثة قطوع مكافئة وثلاثة تمثيلات جَبريّة.

لائموا كلّ قَطْع مكافِئ للتمثيل الجَبريّ المناسب: $y = x^2$ $\quad y = x^2 + 2$ $\quad y = x^2 - 2$



نتعلّم كيفيّة إزاحة القَطْع المكافِئ $y = x^2$ ، ونبحث صفات الدالّة بعد الإزاحة.

1. ضعوا "القَطْع المكافِئ الشفّاف" على الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ المرسومة.

أ. أزيحوا "القَطْع المكافِئ الشفّاف" 3 وحدات إلى أعلى، بحيث يكون رأسه في النقطة $(0, 3)$.

ب. أيّ تمثيل، من بين التمثيلات التالية، هو التمثيل الجَبريّ للقَطْع المكافِئ الّذي تمّت إزاحته؟ اشرحوا.

$y = x^2$ $\qquad y = x^2 + 3$

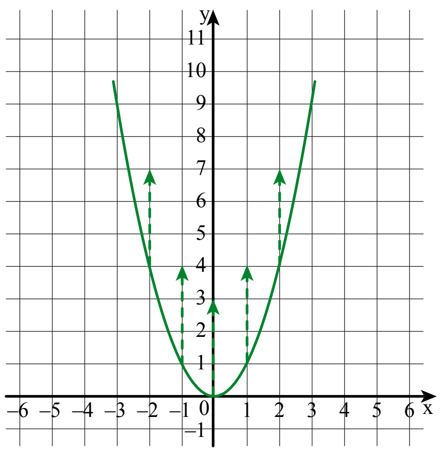
$y = x^2 - 3$ $\qquad y = (x + 3)^2$

ت. هل يتقاطع الخطّ البياني الناتج بعد الإزاحة مع محور x؟ اِشرحوا.

ث. ما هما إحداثيّا نقطة رأس الدالّة الّتي تمّت إزاحتها؟

ج. ما هو المجال الّذي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، تصاعديّة؟

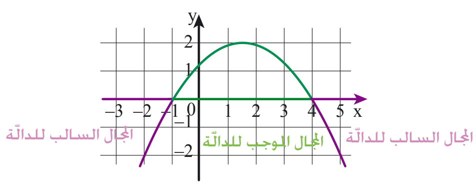
ح. ما هو المجال الّذي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، تنازليّة؟



- الدالّة **موجبة** في مجال معيّن إذا كانت قيم الدالّة موجبة في المجال نفسه، هذا يعني أنّ **$y > 0$**.
  في التمثيل البيانيّ: النقاط المناسبة للقيم الموجبة للدالّة هي نقاط الخطّ البيانيّ للدالّة الّتي تقع فوق محور x.

- الدالّة **سالبة** في مجال معيّن إذا كانت قيم الدالّة سالبة في المجال نفسه، هذا يعني أنّ **$y < 0$**.
  في التمثيل البيانيّ: النقاط المناسبة للقيم السالبة للدالّة هي نقاط الخطّ البيانيّ للدالّة الّتي تقع تحت محور x.

مثال: قيم الدالّة، في الرسمة، **موجبة** بين (-1) إلى 4.
قيم الدالّة **سالبة** على يسار العدد (-1) وعلى يمين العدد 4.



نفكّر بـ ...

2. نتطرّق إلى الدالّة الّتي تمّت إزاحتها في المَهمّة 1.

أ. في أيّ مجال الدالّة موجبة؟

ب. هل هنالك مجال فيه الدالّة سالبة؟

3. ضعوا "القَطْع المكافِئ الشفّاف" على الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ المرسومة.

أ. أزيحوا "القَطْع المكافِئ الشفّاف" 4 وحدات إلى أسفل على طول محور y.

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا للدالّة الّتي تمّت إزاحتها؟

ت. سجّلوا إحداثيَّيْ نقطة الرأس.

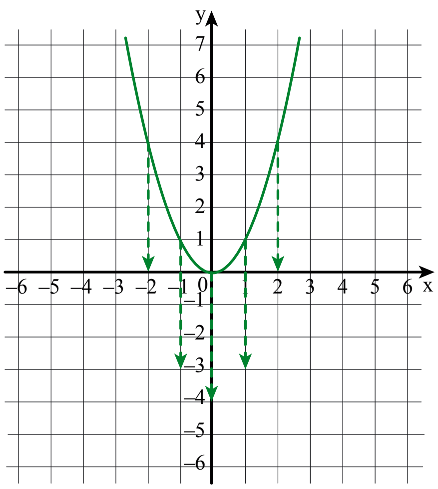
ث. حدّدوا: هل تتقاطع الدالّة الّتي أُزحيت مع محور x؟
إذا كانت الإجابة نعم، فسجّلوا إحداثيّات نقاط التقاطع.

ج. ما هي المجالات الّتي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، موجبة؟

ح. ما هو المجال الّذي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، سالبة؟

خ. ما هو المجال الّذي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، تصاعديّة؟

د. ما هو المجال الّذي تكون فيه الدالّة، الّتي أُزحيت، تنازليّة؟

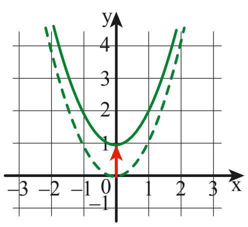


الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 + c$ هو القَطْع المكافِئ الناتج مِنَ الأزاحة العموديّة للدالّة $y = x^2$ بمقدار c وحدات على طول محور التماثل $x = 0$ (محور y).

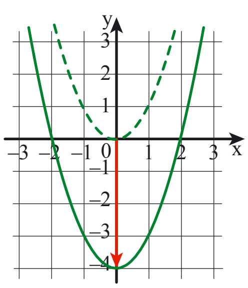
إحداثيّا نقطة الرأس للدالّة الّتي أُزحيت هما $(0, c)$.

أمثلة

- ينتُج القَطْع المكافِئ $y = x^2 + 1$ عندما نحرّك $y = x^2$ وحدة واحدة إلى أعلى على طول محور التماثل.
إحداثيّا نقطة الرأس $(0, 1)$.
لا توجد نقاط تقاطع للقَطْع المكافِئ مع محور x.



- ينتُج القَطْع المكافِئ $y = x^2 - 4$ عندما نحرّك $y = x^2$ بمقدار 4 وحدات إلى أسفل على طول محور التماثل.
إحداثيّا نقطة الرأس $(0, -4)$.
هنالك نقطتا تقاطع للقَطْع المكافِئ مع محور x وهما $(2, 0)$ وَ $(-2, 0)$.



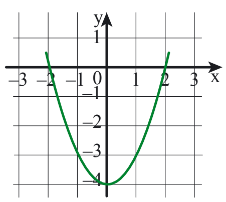
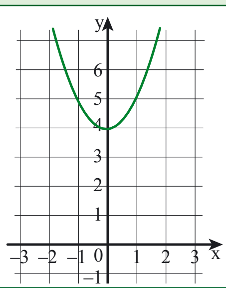
.4 أ. أزيحوا الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ ، بحيث يكون الرأس في النقطة $(0, 4)$.
اُكتبوا التمثيل الجَبريّ للدالّة الناتجة.
حدّدوا هل يوجد أو لا يوجد للدالّة نقطة تقاطع مع محور x؟

ب. أزيحوا الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2$ ، بحيث يكون الرأس في النقطة $(0, -1)$.
اكتبوا التمثيل الجَبريّ للدالّة الناتجة.
حدّدوا هل يوجد أو لا يوجد للدالّة نقطة تقاطع مع محور x؟

.5 أكملوا.

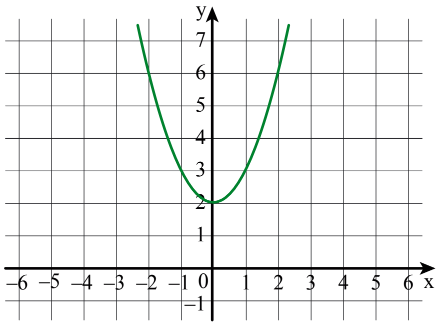
	التمثيل الجَبريّ للدالّة	محور التماثل	إحداثيّا نقطة الرأس	يوجد أو لا يوجد نقطة تقاطع مع محور x
أ.	$y = x^2 - 3$			
ب.	$y = x^2 + 2$			
ت.	$y = x^2 + 5$			
ث.	$y = x^2 - 6$			

.6 أكملوا "**بطاقة هُويّة**" الدالّتين: $y = x^2 - 4$ $\qquad$ $y = x^2 + 4$

التمثيل الجبريّ للدّالّة	$y = x^2 - 4$	$y = x^2 + 4$
الرسمة		
محور التماثل		
إحداثيّا نقطة الرأس		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور x (نقطة الصفر، $y = 0$)		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور y $(x = 0)$		
مجال تصاعد الدّالّة		
مجال نزول الدّالّة		
المجال الموجب للدّالّة $(y > 0)$		
المجال السالب للدّالّة $(y < 0)$		

مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسمة الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 + 2$.



أ. ما هو محور التماثل؟

ب. ما هما إحداثيّا نقطة الرأس؟

2. سجّلوا، في كلّ بَند، التمثيل الجَبريّ لمحور التماثل وإحداثيّا نقطة الرأس للدالّة.

أ. $y = x^2 + 18$ ب. $y = x^2 + 40$ ت. $y = x^2 - 40$

3. أكملوا (يمكنكم الاستعانة بإزاحة الخطّ البيانيّ الشفّاف).

	التمثيل الجَبريّ للدالّة	محور التماثل	إحداثيّا نقطة الرأس	يوجد أو لا يوجد نقطة تقاطع مع محور x
أ.	$y = x^2 - 3$			
ب.	$y = x^2 + 3$			
ت.	$y = x^2 - 9$			

4. أ. أكملوا (يمكنكم، في قسم مِنَ الحالات، الاستعانة بإزاحة الخطّ البيانيّ الشفّاف).

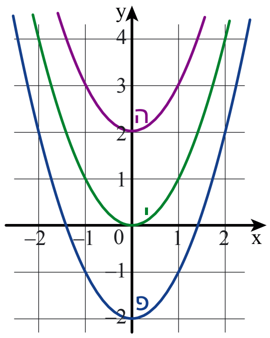
التمثيل الجَبريّ للدالّة	إحداثيّا نقطة الرأس	يوجد أو لا يوجد نقطة تقاطع مع محور x
$y = x^2 - 2$		
$y = x^2 + 5$		
$y = x^2 + 150$		
$y = x^2 - 100$		

أمامكم صفات، أيّ مِنها تُحفظ لكلّ الدوالّ في بَند أ؟ أشيروا إليها.

- محور التماثل $x = 0$.
- الدالّة تنازليّة حتّى 0 وتصاعديّة من 0 وهلُمّ جرّا.
- رأس القَطْع المكافِئ هو $(0, 0)$.
- يقع رأس القَطْع المكافئ على محور y.
- الدالّة موجبة في كلّ مجال.

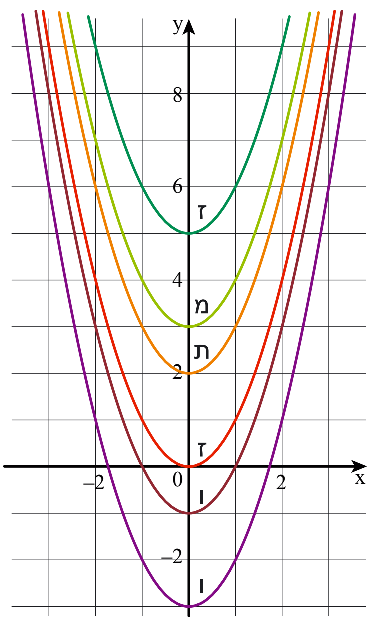
.5 أُكتبوا لكلّ تمثيل جَبريّ للدالّة الحرف المسجّل إلى جانب الخطّ البيانيّ للدالّة المناسب للتمثيل الجَبريّ. ماذا حصلتم؟

التمثيل الجَبريّ للدالّة	الحرف
$y = x^2$	______
$y = x^2 - 2$	______
$y = x^2 + 2$	______

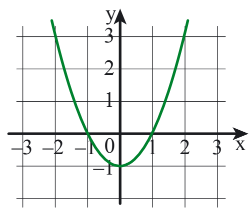
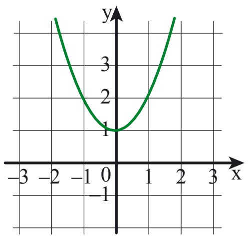


.6 أُكتبوا لكلّ تمثيل جَبريّ للدالّة الحرف المسجّل إلى جانب الخطّ البيانيّ للدالّة المناسب للتمثيل الجَبريّ. ماذا حصلتم؟

التمثيل الجَبريّ للدالّة	الحرف
$y = x^2 + 3$	______
$y = x^2 - 1$	______
$y = x^2$	______
$y = x^2 + 5$	______
$y = x^2 - 3$	______
$y = x^2 + 2$	______

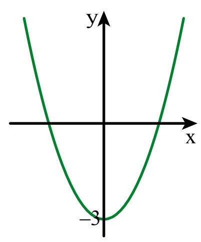


.7 أكملوا "**بطاقة هُويّة**" الدّالّتين: $y = x^2 - 1$ $y = x^2 + 1$

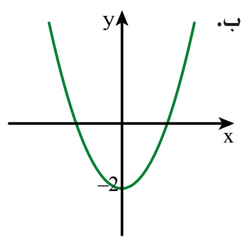
التمثيل الجَبريّ للدّالّة	$y = x^2 - 1$	$y = x^2 + 1$
الرسمة		
محور التماثل		
إحداثيّا نقطة الرأس		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور x (نقطة الصفر، $y = 0$)		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور y ($x = 0$)		
مجال تصاعد الدّالّة		
مجال نزول الدّالّة		
المجال الموجب للدّالّة ($y > 0$)		
المجال السالب للدّالّة ($y < 0$)		

.8 سجّلوا تعبيرًا جبريًّا مناسبًا لكلّ قَطْع مكافئ.

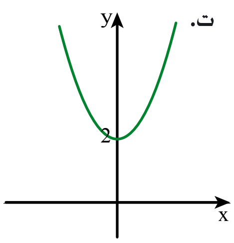
أ.



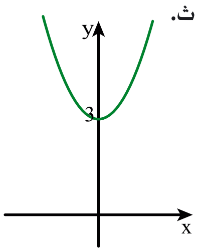
ب.



ت.



ث.



.9 سجّلوا، في كلّ بَند، عددًا مناسبًا في المكان الفارغ.

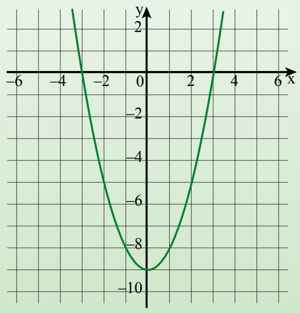
أ. الدالّة التّي صورتها $y = x^2 +$ ____ لا يوجد لها نقاط تقاطع مع محور x.

ب. الدالّة التّي صورتها $y = x^2 +$ ____ يوجد لها نقطة تقاطع مع محور x.

ت. الدالّة التّي صورتها $y = x^2 +$ ____ يوجد لها نقطتا تقاطع مع محور x.

الدرس الخامس: النقاط الصفريّة

أمامكم رسمة الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 - 9$.

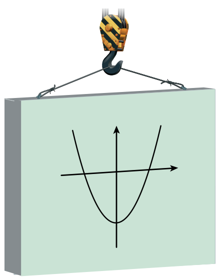


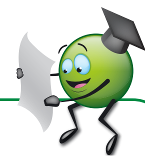
ما هي إحداثيّات النقاط الصفريّة للدالّة؟

نجد النقاط الصفريّة للقطوع المكافِئة بطريقة بيانيّة وبطريقة جَبريّة.

1. أ. حلّوا المعادلة $x^2 - 9 = 0$.

ب. ما هي العلاقة بين حلول المعادلة، في بَند أ، والنقاط الصفريّة للدالّة في مَهمّة الافتتاحيّة؟





للتّذكير

نقاط تقاطع الخطّ البيانيّ للدالّة مع محور x هي **النقاط الصفريّة** للدالّة.

قيمة الدالّة في هذه النقاط هي 0 وصورتها (0 , ______).

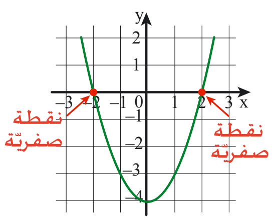
يمكن إيجاد إحداثيّات هذه النقاط بطريقتين:

- **بطريقة بيانيّة:** نبحث عن نقاط فيها الخطّ البيانيّ للدالّة يتقاطع مع محور x.

  مثال: في رسمة الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 - 4$.

  الخطّ البيانيّ للدالّة له نقطتان تقاطع مع محور x.

  هذا يعني أنّ إحداثيّات النقاط الصفريّة هي: $(2, 0)$ وَ $(-2, 0)$.



- **بطريقة جَبريّة:** نسجّل معادلة فيها قيمة الدالّة 0.

  هذا يعني أنّ نحلّ المعادلة $y = 0$ ، ونجد القيم المناسبة لـ x.

  مثال: نحلّ المعادلة $x^2 - 4 = 0$ ونحصل على حلّين: $x = 2$ أو $x = -2$.

  لذا؛ إحداثيّات النقاط الصفريّة (نقاط التقاطع مع محور x) هي: $(2, 0)$ وَ $(-2, 0)$.

.2 جِدوا، في كلّ بَند، النقاط الصفريّة للدالّة (نقاط التقاطع مع محور x).
عيّنوا الأعداد في الأماكن المناسبة في **الرسمة التقريبيّة** المناسبة.
الرسمة التقريبيّة هي **رسمة بالتقريب** للخطّ البيانيّ على هيئة محاور غير مقسّمة إلى تربيعات ودون إشارات تقسيم.

مثال: الدالّة $y = x^2 - 36$

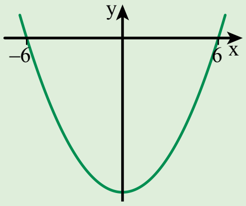
نحلّ المعادلة: $x^2 - 36 = 0$

$x^2 = 36$

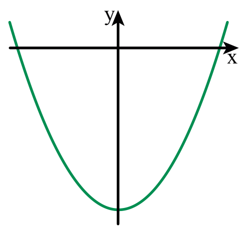
$x = 6$ أو $x = -6$

النقاط الصفريّة هي: $(-6 , 0)$ $(6 , 0)$

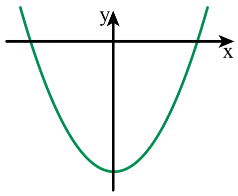
التعيين في الرسمة التقريبيّة:



أ. $y = x^2 - 25$



ب. $y = x^2 - 16$



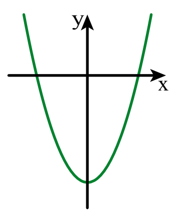
نفكّر بـ ...

.3 حدّدوا، في كلّ بَند، عدد النقاط الصفريّة للدالّة. اِشرحوا.
يمكنكم الاستعانة برسمة تقريبيّة مناسبة.

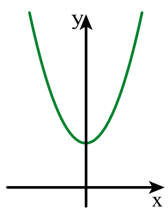
أ. $y = x^2 - 5$ ب. $y = x^2 + 5$ ت. $y = x^2 - 8$ ث. $y = x^2 + 8$

.4 أ. عيّنوا النقاط الصفريّة في كلّ خطّ بيانيّ إنْ وُجدت. إذا لم تجدوا فاذكروا ذلك.

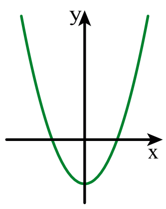
I



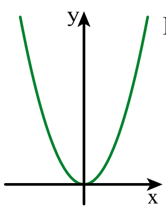
II



III



IV



ب. التمثيلات الجَبريّة للقطوع المكافِئة، في بَند أ، هي:

$y = x^2$ $y = x^2 - 9$ $y = x^2 + 4$ $y = x^2 - 4$

لائموا كلّ تمثيل جَبريّ للخطّ البيانيّ المناسب. اشرحوا كيف تمّت الملاءمة؟

.5 حِلّوا المعادلات التالية. إذا لم تجدوا حلًّا فاشرحوا.

أ. $x^2 - 4 = 0$ ت. $x^2 = 0$ ج. $x^2 + 4 = 0$

ب. $x^2 - 81 = 0$ ث. $x^2 - 100 = 0$ ح. $x^2 + 9 = 0$

6. جِدوا، في كلّ بَند، النقاط الصفريّة للدالّة (إنْ وُجدت)، وارسموا رسمة تقريبيّة مناسبة.

أمثلة

الدالّة: $\mathbf{y = x^2 - 25}$

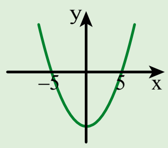
$x^2 - 25 = 0$

$x^2 = 25$

$x = 5$ أو $x = -5$

يوجد للقَطْع المكافئ نقطتان صفريّتان وهما:

$(5, 0)$ $(-5, 0)$



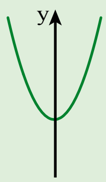
الدالّة: $\mathbf{y = x^2 + 9}$

$x^2 + 9 = 0$

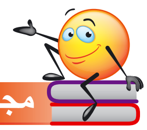
$x^2 = -9$

لا يوجدحلّ للمعادلة،

ولا توجد نقاط صفريّة للقَطْع المكافئ.



أ. $y = x^2 - 1$ ب. $y = x^2 + 1$ ت. $y = x^2 - 100$ ث. $y = x^2 - 0.25$



مجموعة مهام

1. مُعطى القَطْع المكافئ $y = x^2 - 4$.

أ. ما هما إحداثيّا نقطة الرأس للقَطْع المكافئ؟

ب. هل توجد نقطة صفريّة للقَطْع المكافئ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فسجّلوا إحداثيّيها. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

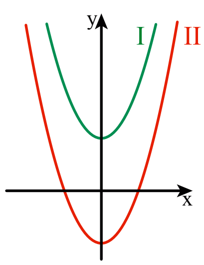
2. أمامكم قَطْعان مكافئان مناسبان للدالّتين:

$y = x^2 + 2$ $y = x^2 - 2$

أ. لائموا كلّ خطّ بياني للدالّة المناسبة. اشرحوا.

ب. ما هما إحداثيّا نقطة الرأس لكلّ قَطْع مكافئ؟

ت. أضيفوا، إلى الرسمة التقريبيّة، الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 + 5$.



3. أمامكم قطوع مكافئة مناسبة للدوال:

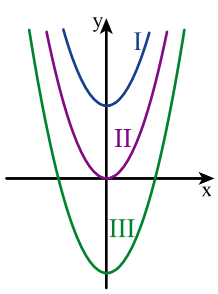
$y = x^2 + 3$ $y = x^2 - 4$ $y = x^2$

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة. اشرحوا.

ب. أضيفوا، إلى الرسمة التقريبيّة، الخطّ البيانيّ للدالّة $y = x^2 - 2$.

ت. أمامكم صفات، أيّ منها تُحفظ لكلّ الدوال في بند أ؟ أشيروا إليها.

- محور التماثل $x = 0$.
- الدالّة تنازليّة حتّى 0 وتصاعديّة مِنْ 0 وهلُمّ جرًا.
- رأس القَطْع المكافئ هو $(0, 0)$.
- يقع رأس القَطْع المكافئ على محور y.
- الدالّة موجبة في كلّ مجال.



.4 مُعطاة الدالّة $y = x^2 + 1$.

أ. أكملوا جدول الدالّة.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2 + 1$							

ب. عيّنوا النقاط في هيئة المحاور، وصلوا بينها للحصول على القَطْع المكافِئ.

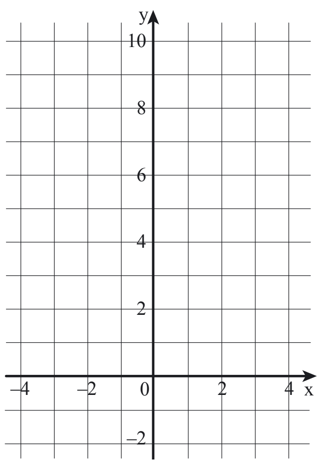
ت. ما هو محور التماثل للدالّة؟

ث. ما هما إحداثيّا نقطة الرأس؟

ج. في أيّ قيم x تكون الدالّة تصاعديّة؟

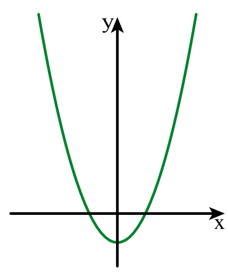
في أيّ قيم x تكون الدالّة تنازليّة؟

ح. هل توجد نقاط صفريّة للدالّة؟

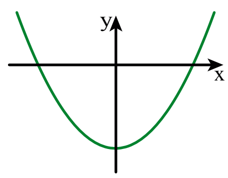


.5 جِدوا، في كلّ بَند، النقاط الصفريّة للدالّة (نقاط التقاطع مع محور x).
سجّلوا الأعداد، في الأماكن المناسبة، على المحور.

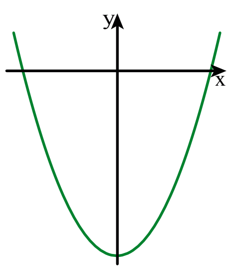
أ. $y = x^2 - 1$



ب. $y = x^2 - 64$



ت. $y = x^2 - 100$



.6 حِلّوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًّا فاشرحوا.

أ. $x^2 - 16 = 0$ ب. $x^2 - 25 = 0$ ت. $x^2 - 81 = 0$ ث. $x^2 + 25 = 0$

.7 حِلّوا المعادلات. إذا لم تجدوا حلًّا فاشرحوا.

أ. $x^2 - 49 = 0$ ب. $x^2 - \frac{1}{4} = 0$ ت. $x^2 + 64 = 0$ ث. $x^2 - 225 = 0$

8. أُرسموا، في كلّ بَند، رسمة تقريبيّة مناسبة، وجِدوا إحداثيّات النقاط الصفريّة للدالّة (إنْ وُجدت).

أ. $y = x^2 - 16$ ب. $y = x^2$ ت. $y = x^2 - 4$ ث. $y = x^2 + 4$

9. أكملوا "**بطاقة هُويّة**" الدالّة: $y = x^2 - 9$ $y = x^2 + 9$

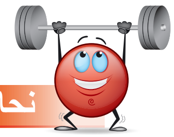
التمثيل الجَبريّ للدّالّة	$y = x^2 - 9$	$y = x^2 + 9$
الرسمة التقريبيّة		
محور التماثل		
إحداثيّا نقطة الرأس		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور x (نقطة الصفر، $y = 0$)		
إحداثيّا نقطة التقاطع مع محور y ($x = 0$)		
مجال تصاعد الدّالّة		
مجال نزول الدّالّة		
المجال الموجب للدّالّة ($y > 0$)		
المجال السالب للدّالّة ($y < 0$)		

10. أُرسموا، في كلّ بَند، القَطْع المكافئ المناسب، وسجّلوا التمثيل الجَبريّ للدالّة المناسب للخطّ البيانيّ.

أ. القَطْع المكافِئ **أ** تنازليّ على يسار الـ 0، تصاعديّ على يمين الـ 0 وتوجد له نقطة صفريّة واحدة.

ب. القَطْع المكافِئ **ب** تنازليّ على يسار الـ 0، تصاعديّ على يمين الـ 0 وتوجد له نقطتان صفريّتان.

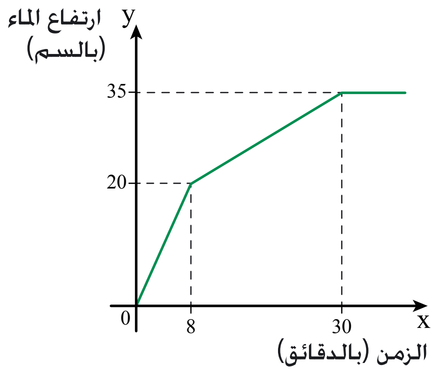
ت. القَطْع المكافئ **ت** تنازليّ على يسار الـ 0، تصاعديّ على يمين الـ 0 ولا توجد له نقاط صفريّة.



نحافظ على لياقة رياضيّة

الدوال

1. يمتلئ حوض ماء بواسطة حنفيّتين.
أُغْلِقَتْ إحدى الحنفيّتين بعد مرور زمن معيّن. وأُغْلِقَتْ الحنفيّة الثانية فيما بعد أيضًا.
يصف الخطّ البيانيّ الّذي يظهر في الرسمة التغيُّرات في ارتفاع الماء في الحوض كدالّة للزمن.
أجيبوا مِنَ الرسم البيانيّ:
أ. بعد مرور كم مِنَ الوقت أُغلقتْ الحنفيّة الأولى؟
ب. كم كان ارتفاع الماء في الحوض عندما أُغلقتْ الحنفيّة الأولى؟
ت. بعد مرور كم مِنَ الوقت أُغلقتْ الحنفيّة الأولى؟
ث. كم كان ارتفاع الماء عندما كانت الحنفيّتين مغلقتين؟



2. أشيروا إلى جميع الدوال الّتي خَطّها البيانيّ يمرّ عبر النقطة (5 , 3).

أ. $y = 2x - 1$ ت. $y = 5(x - 3)$ ج. $y = x^2 - 4$

ب. $y = 3x + 5$ ث. $y = 5(x - 2)$ ح. $y = 14 - x^2$

3. مُعطاة الدالّة $y = \underline{\qquad} \cdot (x - 2)$.
أكملوا عددًا في المكان الفارغ، بحيث نحصل على $y = 12$ عندما يكون معطى أنّ $x = 4$.

4. أكملوا، لكلّ دالّة، الإحداثي y للنقطة (3 , ــــــ)، وسجّلوه في التربيعة المناسبة.

أ. $y = 9 - x$ ث. $y = 2x - 5$ خ. $y = x^2 - 1$

ب. $y = 2x + 1$ ج. $y = 2x - 1$ د. $y = \frac{x^2}{3}$

ت. $y = \frac{6}{x}$ ح. $y = x^2$ ذ. $y = \frac{12}{x}$

أ.	ب.	ت.
ث.	ج.	ح.
خ.	د.	ذ.

اِحسبوا مجموع كلّ سطر، كلّ عمود وكلّ قُطر. على ماذا حصلتم؟