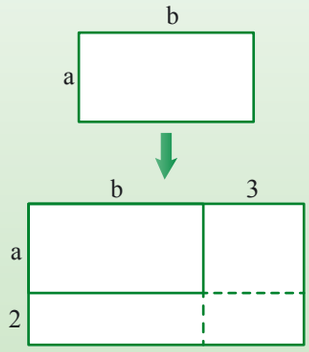
الوحدة الخامسة: عمليّات جَبريّة

الدرس الأوّل: نتذكّر قانون التوزيع الموسّع

أمامكم رسمة مستطيل أطوال أضلاعه: a سم، b سم.
(أُعِدّت الرسمة للتّوضيح، $a > 0 , b > 0$.)
طَوّلوا الضلع a بـ 2 سم،
طَوّلوا الضلع b بـ 3 سم،
نتج مستطيل أكبر.
ما هي مساحة هذا المستطيل بالسنتمتر مربّع؟



قال **حامد**: $(a + 2)(b + 3)$

قال **عماد**: $ab + 2b + 3a + 6$

ما هي اعتبارات **حامد**؟

ما هي اعتبارات **عماد**؟

نتذكّر قانون التوزيع الموسّع، نضرب أعدادًا وتعابير ونحلّ معادلات.

1. قالت **مريم**: أنا أستعين بحسابات **عماد** و**حامد**.

نحصل بمساعدة قانون التوزيع الموسّع: $(a + 2)(b + 3) = ab + 3a + 2b + 6$

أكملوا تعبير الضرب التالي بطريقة **مريم**: $(a + 5)(b + 2) = \square + \square + \square + \square$

للتذكير

- قانون التوزيع الموسّع: $(a + b)\cdot(c + d) = ac + ad + bc + bd$

مثال: $(a + 3)(b + 5) = ab + 5a + 3b + 15$

- يتحقّق قانون التوزيع الموسّع في عمليّة الطرح أيضًا.

$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$

$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$

$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$

أمثلة: $(x + 3)(y - 5) = xy + 3y - 5x - 15$

$(x - 3)(y - 2) = xy - 3y - 2x + 6$

2. اِضربوا.

أ. $(a + 4)(b + 5)$ ب. $(a + 6)(b + 10)$ ت. $(2 + a)(b + 5)$ ث. $(a + 9)(3 + b)$

3. اِضربوا.

أ. $(a + 1)(b + 4)$ ث. $(a - 2)(b + 5)$

ب. $(a + 1)(b - 4)$ ج. $(a + 2)(b - 5)$

ت. $(a - 1)(b + 4)$ ح. $(a - 2)(b - 5)$

4. اِضربوا وبسّطوا.

أمثلة:

$(a + 3)(a - 4) =$

$a^2 - 4a + 3a - 12 =$

$a^2 - a - 12$

$(x - 7)(x - 3) =$

$x^2 - 3x - 7x + 21 =$

$x^2 - 10x + 21$

أ. $(a + 2)(a + 5)$ ث. $(x + 4)(x + 6)$

ب. $(a + 2)(a - 5)$ ج. $(x - 4)(x + 6)$

ت. $(a - 2)(a + 5)$ ح. $(x - 4)(x - 6)$

5. قالت **رائدة:** $608 = 32 \cdot 24$ لأنّ $600 = 30 \cdot 20$ وأيضًا $8 = 2 \cdot 4$

قالت **سميرة:** $768 = 32 \cdot 24$

افحصوا بالآلة الحاسبة، وحدّدوا النتيجة الصحيحة.

اِشرحوا كيف حصلت **سميرة** على نتيجتها؟

يمكن الاستعانة بقانون التوزيع الموسّع لتنفيذ عمليّة الضرب.

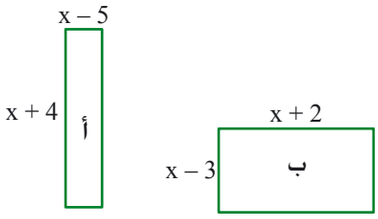
أمثلة:

- يمكن أنْ نسجّل تعبير الضرب $32 \cdot 24$ كالتالي: $(30 + 2) \cdot (20 + 4)$
  نستعين بقانون التوزيع الموسّع، ونحصل على : $768 = 8 + 120 + 40 + 600$
- يمكن أنْ نسجّل تعبير الضرب $28 \cdot 43$ كالتالي: $(40 + 3) \cdot (30 - 2)$
  نستعين بقانون التوزيع الموسّع، ونحصل على: $1204 = 6 - 80 + 90 + 1200$

6. اِحسبوا، في كلّ بَند، تعبير الضرب بمساعدة قانون التوزيع الموسّع.

أ. $32 \cdot 41$ ب. $37 \cdot 52$ ت. $23 \cdot 48$ ث. $39 \cdot 18$

7. أمامكم مستطيلان.
($x > 5$، أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تُمثّل التعابير الجبريّة أطوال الأضلاع بالسم).
أ. اكتبوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.
ب. أيّ مستطيل مساحته أكبر؟وبكم؟



معادلات

8. حِلّوا المعادلات.

أ. $(x - 2)(x - 1) = 11 - 3x$

ب. $x^2 + 10 = (x + 2)(x + 5)$

ت. $(x - 4)(x + 2) = x^2$

ث. $(x - 2)(x - 1) = (x - 5)(x + 3)$

1. لائموا بين التعابير المتساوية.

$(a + 2)(a + 6)$ •	• $a^2 - 4a - 12$
$(a - 2)(a + 6)$ •	• $a^2 + 8a + 12$
$(a + 2)(a - 6)$ •	• $a^2 + 4a - 12$
$(a - 2)(a - 6)$ •	• $a^2 - 8a + 12$

2. اِحسبوا، في كلّ بَند، تعبير الضرب بمساعدة قانون التوزيع الموسّع..

أ. $23 \cdot 42$ ب. $12 \cdot 39$ ت. $17 \cdot 82$ ث. $28 \cdot 58$

3. حدّدوا، في كلّ بَند، "صحيح" أو "غير صحيح". صحّحوا كلّ مساواة غير صحيحة.

أ. $(a + 5)(a + 2) = a^2 + 7a + 10$

ب. $(a + 5)(a + 2) = a^2 + 10$

ت. $(a - 5)(a + 2) = a^2 + 7a - 10$

ث. $(a + 5)(a - 2) = a^2 + 3a - 10$

ج. $(a + 5)(a - 2) = a^2 - 10$

ح. $(a - 5)(a - 2) = a^2 - 7a - 10$

4. حدّدوا، في كلّ بَند، "صحيح" أو "غير صحيح". صحّحوا كلّ مساواة غير صحيحة.

أ. $(a + 3)(a + 4) = a^2 + 7a + 7$

ب. $(a + 3)(a - 4) = a^2 - a - 7$

ت. $(a + 3)(a - 4) = a^2 - a - 12$

ث. $(a - 3)(a + 4) = a^2 - 7a - 12$

ج. $(a - 3)(a - 4) = a^2 + 12$

ح. $(a - 3)(a - 4) = a^2 - 7a + 12$

5. اِضربوا.

أ. $(a - 2)(b + 3)$

ب. $(a + 2)(b - 5)$

ت. $(a + 4)(b + 1)$

ث. $(a + b)(b + 2)$

ج. $(a - b)(b + 2)$

ح. $(a + b)(a - 3)$

6. اِضربوا.

أ. $(a + 2) \cdot (a - 5)$

ب. $(a + 3) \cdot (a - 5)$

ت. $(3 - a) \cdot (a + 5)$

ث. $(x - 5) \cdot (x + 7)$

ج. $(x + 7) \cdot (5 - x)$

ح. $(x - 7) \cdot (5 - x)$

7. أضيفوا، في كلّ بَند، $>$ ، $<$ ، أو $=$ ، بحيث يكون صحيحًا لكلّ قيمة a.

مثال: $(a - 1)(a + 7) \bigcirc a(a + 6)$

نبسّط: $a^2 + 6a \bigcirc a^2 + 6a - 7$

التعبير الأيسر **أصغر** بـ 7 مِنَ التعبير الأيمن.

لذا: $a^2 + 6a \ (<) \ a^2 + 6a - 7$

أ. $(a + 3)(a + 2) \bigcirc a(a + 5)$

ب. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc a(a + 1)$

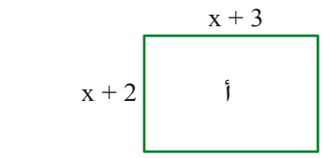
ت. $(a - 1)(a + 2) \bigcirc (a - 2)(a + 3)$

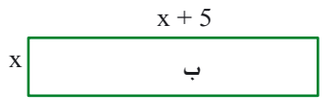
ث. $(a - 3)(a + 2) \bigcirc a(a - 1) - 6$

ج. $(a - 2)(a + 2) \bigcirc (a - 3)(a + 3)$

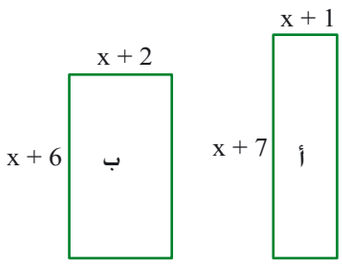
ح. $(a - 2)(a + 2) \bigcirc a^2$

8. أمامكم مستطيلان.
($x > 0$, أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تُمثّل التعابير الجَبريّة أطوال الأضلاع بالسم).
حدّدوا: أيّ مستطيل مساحته أكبر؟وبكم؟
إرشاد: أُكتبوا تعابير جَبريّة لحساب مساحة كلّ مستطيل، وبسّطوا.





9. أمامكم مستطيلان.
($x > -1$, أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تُمثّل التعابير الجَبريّة أطوال الأضلاع بالسم).
حدّدوا: أيّ مستطيل مساحته أكبر؟وبِكَم؟



10. حِلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 3 = x(x - 2)$
ب. $(x - 3)(x - 6) = x^2$
ت. $3 + x(x - 1) = 15 + x(x + 2)$
ث. $(x + 6)(x + 5) = (x + 15)(x + 2)$
ج. $(x - 2)(x - 3) = (x - 4)(x - 5)$
ح. $(x - 1)(x + 4) = (x + 5)(x - 3)$

11. حِلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 3x - 5 = x(x - 2)$
ب. $(3 - x)(8 - x) = x^2 + 2$
ت. $x(x - 1) = 15 + x(x + 2)$
ث. $(x + 2)(x - 5) = (x - 2)(x - 3)$
ج. $(x - 1)(x + 4) = (x - 3)(x + 5)$
ح. $(x + 1)(x + 4) = (x + 5)(x - 1)$

12. أكملوا، في كلّ بَند، أعدادًا بحيث تنتُج تعابير متساوية في كِلا الطرفين.

أ. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 7x + 12$
ب. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 8x + 12$
ت. $(x + \square)(x + \square) = x^2 + 13x + 12$

الدرس الثاني: مِنَ المجموع إلى تعبير الضرب

أراد **ضِياء**، **أيمن** و**أيوب** أنْ يكتبوا التعبير $x^2 + 11x + 24$ كحاصل ضرب.

سجّل **ضِياء**: $(x + 4)(x + 7)$

سجّل **أيمن**: $(x + 4)(x + 6)$

سجّل **أيوب**: $(x + 3)(x + 8)$

خمّنوا أيُّهم حلّه صحيح؟

نحلّل ثلاثيّ الحدود (ترينوم) إلى عوامل ونحلّ معادلات.

نتطرّق في المَهمّتين 1 وَ 2 إلى المُعطيات الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة.

1. اِضربوا التعابير الّتي سجّلها **ضِياء**، **أيمن** و**أيوب** وافحصوا فرضيّتكم.

2. أ. نسجّل التعبير $x^2 + 10x + 24$ كتعبير ضرب كالتالي: $x^2 + \mathbf{10}x + \mathbf{24} = (x + \square)(x + \square)$

قال **مراد**: العددان الناقصان في المكانين الفارغين هما 4 وَ 6 لأنّ **حاصل ضربِهما 24** و**مجموعِهما 10**.

سجّلوا العددين 4 وَ 6 في المكانين الفارغين، اضربوا وافحصوا هل قول **مراد** صحيح؟

ب. اِستعينوا باعتبارات شبيهة لاعتبارات **مراد**، وأكملوا أعدادًا مناسبة في الأماكن الفارغة.

$x^2 + 8x + 12 = (x + \square)(x + \square)$ $\qquad$ $x^2 + 8x + 7 = (x + \square)(x + \square)$

- **ثلاثيّ الحدود (ترينوم)** هو تعبير جَبريّ مكوّن من ثلاثة مضافات.
- نحلّل ثلاثيّ الحدود إلى عوامل $x^2 + 10x + 9$.

نكتب كتعبير ضرب: $x^2 + \mathbf{10}x + \mathbf{9} = (x + \square)(x + \square)$

حاصل ضرب العددين في "المكانين الفارغين" هو **9** ومجموعهما **10**.

العددان هما: 1 وَ 9؛ لذا التحليل هو: $x^2 + 10x + 9 = (x + 1)(x + 9)$

نضرب للفحص: $(x + 9)(x + 1)$ ونحصل على: $x^2 + 10x + 9$

- نحلّل ثلاثيّ الحدود إلى عوامل $x^2 + 10x - 24$.

نبحث عن عددين حاصل ضربِهما (-24) ومجموعِهما 10.

العددان هما: 12 وَ (-2)؛ لذا التحليل هو: $x^2 + 10x - 24 = (x + 12)(x - 2)$

نضرب للفحص: $(x + 12)(x - 2)$ ونحصل على: $x^2 + 10x - 24$

3. أكملوا الجدول.

	التعبير كجمع	التعبير كضرب
أ.		$(x + 5)(x - 3)$
ب.	$x^2 + 4x - 12$	
ت.	$x^2 - 8x + 12$	
ث.	$x^2 - 4x - 12$	
ج.	$x^2 - 13x + 12$	

ترينوم (trinom) - معناه ثلاثيّ الحدود: تعبير جَبريّ مكوّن مِنْ ثلاثة مضافات.
الكلمة ترينوم مكوّنة مِنْ قسمين:

- **tri** اختصار كلمة مصدرها مِنَ اللاتينيّ واليونانيّ (tria) ومعناها ثلاثة.
- نوموس كلمة مصدرها مِنَ اليوناني ومعناها قانون.

هنالك كلمات أجنبيّة إضافيّة، في الرياضيات وفي مجالات أخرى، تبدأ بالكلمة tri. مثلا:

- triangle (مثلّث) - مصدر الكلمة مِنَ اللغتين اليونانيّة واللاتينيّة، ومعناها "ثلاث زوايا".
- trigonometry - مجال في الرياضيّات بدأ مِنَ القياسات في المثلّثات.
- trisect - قسمة إلى ثلاثة أقسام متساوية.
- tricycle - ثلاث دورات.
- tripod - ثُلاثي القوائم مكوّن مِنْ ثلاثة أرجل.
- trimester - ثُلث السنة.
- triathlon - فرع رياضيّ مكوّن مِن ثلاثة أقسام: السباحة، الركض وركوب الدرّاجة الهوائيّة.

يمكنكم أنْ تبحثوا عن كلمات إضافية في مواقع الإنترنت أو تخترعوا كلمات مِنْ عندكم.

معادلات

4. أ. سجّلوا عددًا مناسبًا في المكان الفارغ $\square \cdot 2 = 0$ بحيث يساوي حاصل الضرب 0.
كم عددًا يمكن أنْ نسجّل؟ اشرحوا.

ب. سجّلوا عددًا مناسبًا في المكان الفارغ $\square \cdot 0 = 0$ بحيث يساوي حاصل الضرب 0.
كم عددًا يمكن أنْ نسجّل؟ اشرحوا.

ت. حِلّوا المعادلات التالية.

$3x = 0$ $\quad 3(x - 4) = 0$ $\quad 3(x + 2) = 0$

5. أ. اِشرحوا لماذا المعادلتان: $(x + 2)(x + 6) = 0$ وَ $x^2 + 8x + 12 = 0$ لهما الحلّ نفسه.
أيّ معادلة مِنَ الأسهل أنْ نجد حلّها؟ لماذا؟

ب. مُعطاة المعادلة $x^2 + 5x + 6 = 0$
قال **يوسف**: لحلّ المعادلة، مِنَ الأفضل أنْ نحوّل المجموع إلى تعبير ضرب كالتالي: $(x + 3)(x + 2) = 0$
هل قول **يوسف** صحيح؟ اِفحصوا.
ما حلّ المعادلة المُعطاة؟

إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفرًا، فإنّ أحد العاملين، على الأقلّ، يجب أنْ يكون 0.

في المَهمّة 4 (بند ت) مُعطى المعادلة $3(x - 4) = 0$.
إذا أردنا أنْ يكون حاصل ضرب $3(x - 4)$ يساوي صفرًا، فإنّ $x - 4$ يجب أنْ يساوي 0. هذا يعني أنّ $x = 4$.

في المَهمّة 5 (بَند ب) مُعطى المُعادلة $(x + 3)(x + 2) = 0$.
إذا أردنا أنْ يكون حاصل ضرب $(x + 3)(x + 2)$ يساوي صفر:
$x + 2$ يجب أنْ يساوي 0 أو $x + 3$ يجب أنْ يساوي 0.
هذا يعني أنّ $x = -2$ أو $x = -3$.

6. حلّوا المُعادلات (حلّلوا إلى عوامل أوّلًا).

مثال: المعادلة: $x^2 - 6x + 8 = 0$

نبحث عن عددين حاصل ضربِهما 8 ومجموعِهما (-6).	العددان هما: (-2) وَ (-4).
نسجّل كتعبير ضرب:	$(x - 2)(x - 4) = 0$
لذا:	$x - 4 = 0$ أو $x - 2 = 0$
حلول المعادلة هي:	$x = 4$ أو $x = 2$
نفحص ونحصل على مساواة:	$4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0$ ✓
	$2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0$ ✓

أ. $x^2 - 8x + 15 = 0$ ت. $x^2 + 6x - 16 = 0$ ج. $x^2 + 6x + 8 = 0$

ب. $x^2 + 8x + 15 = 0$ ث. $x^2 - 6x - 16 = 0$ ح. $x^2 + 6x - 40 = 0$

7. سجّلوا، في كلّ بَند، معادلة حلولها هي الأعداد المسجّلة.

أ. $x = 3$ أو $x = 6$ ب. $x = 3$ أو $x = -6$ ت. $x = -3$ أو $x = 6$

مجموعة مهامّ

1. حِلّوا المعادلات.

أ. $2(x - 3) = 0$ ب. $x(x - 3) = 0$ ت. $x(x + 3) = 0$ ث. $(x + 2)(x - 3) = 0$

2. حِلّوا المعادلات.

أ. $x(x-5)=0$ ب. $(x-1)(x-5)=0$ ت. $(x-1)(x+5)=0$ ث. $(x+1)(x-5)=0$

3. أكملوا الجدول.

	التعبير كجمع	التعبير كضرب
أ.		$(x+1)(x-3)$
ب.	$x^2+20x+36$	
ت.	$x^2-16x-36$	
ث.	$x^2-15x+36$	
ج.	$x^2+5x-36$	
ح.	$x^2+12x+36$	

4. أكملوا، في كلّ بَند، العدد الناقص. افحصوا.

أ. $x^2+8x=x(x+\square)$ ث. $x^2+11x+18=(x+9)(x+\square)$

ب. $x^2-6x=x(x-\square)$ ج. $x^2+5x-14=(x-2)(x+\square)$

ت. $7x-14=7(x-\square)$ ح. $x^2-6x+8=(x-4)(x-\square)$

5. أمامكم قائمة مكوّنة مِنْ ستة أعداد: 2 6 8 −4 −15 0

لائموا بين كلّ معادلة والحلول المناسبة مِنَ القائمة المُعطاة.

أ. $x^2-2x-24=0$ ت. $x^2+13x-30=0$ ج. $x^2-14x+48=0$

ب. $x^2+19x+60=0$ ث. $x^2-4x-32=0$ ح. $x^2-6x+8=8$

6. حِلّوا المعادلات.

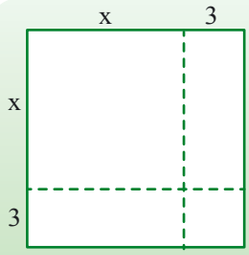
أ. $x^2-8x=0$ ب. $x^2+6x=0$ ت. $6x-12=0$ ث. $(x-4)(x-5)=0$

7. حِلّوا المعادلات.

أ. $x^2+5x-14=0$ ت. $x^2+12x+27=0$

ب. $x^2-12x-45=0$ ث. $x^2-7x-18=0$

الدرس الثالث: قوانين الضرب المختصرة



مُعطى مربّع طول ضلعه $(x + 3)$ سم.
$(x > 0$، أُعِدّت الرسمة للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).
اِقترحوا تعابير مختلفة لحساب مساحة المربّع المُعطى.

نحسب مساحة المربّع بطرق مختلفة، ونتعرّف على طريقة تقصِّر الحسابات.

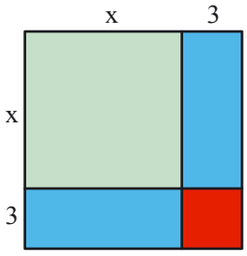
مربّع ثنائيّ الحدود (بينوم) $(a + b)^2$

1. نتطرّق إلى المربّع الّذي يظهر في مهمّة الافتتاحيّة.

قال **عميد:** التعبير المناسب لمساحة المربّع هو: $(x + 3)^2 = x^2 + 9$

قال **راوي:** حسب قانون التوزيع، مساحة المربّع هي:

$$(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$$



قال **عدنان:** مِنْ ناحية واحدة، مساحة المربّع الكبير هي $(x + 3)^2$، من ناحية ثانية، المربّع الكبير مقسّم إلى مربّعين أصغر، مساحتيهما x^2 سنتمتر مربّع وَ 3^2 سنتمتر مربّع وإلى مستطيلين متطابقين مساحة كلّ واحد منهما $3x$ سنتمتر مربّع.
لذا؛ مجموع المساحات هو: $x^2 + 9 + 6x$.

مَنْ مِنْهم قوله صحيح؟ اشرحوا.

2. أكملوا، في كلّ بَند، أعدادًا وتعابير ناقصة.

أ. $(a + 2)^2 = (a + 2)(a + 2) = \square + \square + \square + \square = \square$

ب. $(a + 5)^2 = (a + 5)(a + 5) = \square + \square + \square + \square = \square$

ت. $(a + 10)^2 = (a + 10)(a + 10) = \square + \square + \square + \square = \square$

ث. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = \square + \square + \square + \square = \square$

بينوم هو ثنائيّ الحدود: تعبير جَبريّ مكوّن مِنْ مضافين.

رأينا أنّ المساواة تتحقّق:

$$\underset{\text{مربّع البينوم (مجموع تعبيرين)}}{(a + b)^2} = \underset{\text{مربّع التعبير الأوّل}}{a^2} + \underset{\text{مرّتان حاصل ضرب التعبيرين}}{2ab} + \underset{\text{مربّع التعبير الثاني}}{b^2}$$

هذه المساواة هي أحد **قوانين الضرب المختَصَرة**.

مثال: نحسب التعبير $(x + 7)^2$ كالتالي:

- الطريقة I حسب القانون: $(a + 7)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2 = a^2 + 14a + 49$
- الطريقة II بمساعدة قانون التوزيع الموسّع: $(a + 7)^2 = (a + 7)(a + 7) =$

$$a^2 + 7a + 7a + 49 =$$
$$a^2 + 14a + 49$$

بينوم (binom) - كلمة معناها **ثُنائي الحدود**: تعبير جَبريّ مكوّن مِنْ مضافين.

هنالك مكوّنان لكلمة بينوم:

bi اختصار كلمة باللغة اللاتينيّة معناها اثنان، مرّتان.

نوموس كلمة مصدرها مِنَ اليوناني ومعناها **قانون.**

هنالك كلمات أجنبيّة إضافيّة، في الرياضيّات وفي مجالات أخرى، تبدأ بالكلمة bi. مثلًا:

bisect - قسمة إلى قسمين متساويين (مثلًا: منصّف الزاوية).

bicycle - درّاجة هوائيّة (المعنى عَجَلان).

bilateral - ثُنائي الجانب (مثلًا: اتفاق بين طرفين).

biannual - يحدث مرّتين في السنة (مثلًا: إصدار مجلة علميّة).

bifocal - ثنائية مركز البؤرة (مثلًا: نوع من عدسات الرؤية).

bilingual - ثنائي اللغة (مثلًا: شخص يتكلم لغتين).

يمكنكم أنْ تبحثوا عن كلمات إضافيّة في مواقع الإنترنت بحيث تبدأ بكلمة ثُنائي.

مربّع ثنائيّ الحدود (بينوم) $(a-b)^2$

3. أ. خمّنوا: أيّ تعبير مِنْ بين التعابير الآتية يساوي $(a-b)^2$؟

a^2-b^2 $\quad a^2+2ab+b^2$ $\quad a^2-2ab-b^2$ $\quad a^2-2ab+b^2$

ب. اضربوا وأكملوا. $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=\ldots$

تتحقّق المساواة:

$$\underset{\substack{\text{مربّع البينوم}\\(\text{الفرق بين تعبيرين})}}{(a-b)^2} = \underset{\substack{\text{مربّع التعبير}\\\text{الأوّل}}}{a^2} - \underset{\substack{\text{مرّتان حاصل}\\\text{ضرب التعبيرين}}}{2ab} + \underset{\substack{\text{مربّع التعبير}\\\text{الثاني}}}{b^2}$$

هذه المساواة هي أحد **قوانين الضرب المختَصَرة.**

مثال: نحسب التعبير $(x-10)^2$ كالتالي:

- الطريقة I حسب القانون: $(x-10)^2=x^2-2\cdot x\cdot 10+10^2=x^2-20x+100$
- الطريقة II بمساعدة قانون التوزيع الموسّع:

$$\begin{aligned}(x-10)^2&=(x-10)(x-10)=\\&x^2-10x-10x+100=\\&x^2-20x+100\end{aligned}$$

4. اِضربوا وبسّطوا (يمكنكم أنْ تكتبوا كتعبير ضرب).

أ. $(x + 6)^2$ ت. $(x - 3)^2$ ج. $(3x + 2)^2$

ب. $(5 + x)^2$ ث. $(x - 5)^2$ ح. $(3x - 2)^2$

5. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

مثال: $31^2 = (30 + 1)(30 + 1) = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

أ. 51^2 ب. 102^2 ت. 99^2 ث. 43^2

6. أكملوا جدول عمليّة الضرب، وبسّطوا.

·	x + 2	2x + 3	x – 6	
x + 2				
2x + 3				
x – 6				
				$x^2 + 8x + 16$

7. كيف يمكن أنْ نحسب بطريقة مختَصَرة قيمة التعبير $x^2 - 6x + 9$ لـ $x = 23$؟

مجموعة مهامّ

1. لائموا بين التعابير المتساوية.

- $x^2 - 6x + 9$ • $(x - 6)^2$
- $x^2 + 12x + 36$ • $(x - 3)^2$
- $x^2 - 12x + 36$ • $(x + 6)^2$
- $x^2 + 6x + 9$ • $(x + 3)^2$

2. أكملوا.

	تعبير الجمع	تعبير الضرب	تعبير القوّة
أ.			$(x + 8)^2$
ب.		$(x + 10)(x + 10)$	
ت.			$(x - 1)^2$
ث.		$(x - 2)(x - 2)$	
ج.			$(1 + x)^2$
ح.		$(3 + x)(3 + x)$	

3. أكملوا، في كلّ بَند، أعدادًا وتعابير في الأماكن الفارغة.

أ. $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2) = x^2 + \square + 4$

ب. $(x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5) = x^2 + \square + \square$

ت. $(x - 4)^2 = (x - 4)(x - \square) = x^2 - \square + 16$

ث. $(x - 1)^2 = (x - 1)(\square - \square) = x^2 - \square + 1$

4. أكملوا، في كلّ بَند، أعدادًا وتعابير في الأماكن الفارغة.

أ. $(x + \square)^2 = x^2 + \square + 25$

ب. $(\square + \square)^2 = x^2 + 8x + 16$

ت. $(x - 5)^2 = \square - 10x + \square$

ث. $(x - 3)^2 = \square - 6x + \square$

5. اِضربوا وسجّلوا تعبير حاصل الضرب كمجموع.

·	$x + 3$	$x + 4$	$x - 5$
$x + 3$			
$x + 4$			
$x - 5$			

6. اِضربوا وسجّلوا تعبير حاصل الضرب كمجموع.

·	$x + 5$	$x - 6$	$2x + 1$
$x + 5$			
$x - 6$			
$2x + 1$			

7. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

أ. 21^2 ب. 38^2 ت. 39^2 ث. 98^2

8. أ. ماذا ينتج في طرفيْ قوانين الضرب المختَصَرة $(a + b)^2$ عندما يكون $a = b$؟

ب. ماذا ينتج في طرفيْ قوانين الضرب المختَصَرة $(a - b)^2$ عندما يكون $a = b$؟

9. أكملوا، في كلّ بَند، عددًا وتعبيرًا مناسبًا.

أ. $(x + \square)^2 = x^2 + \square + 25$ ب. $(x - 5)^2 = \square - 10x + \square$

10. أكملوا، في كلّ بَند، عددًا وتعبيرًا مناسبًا.

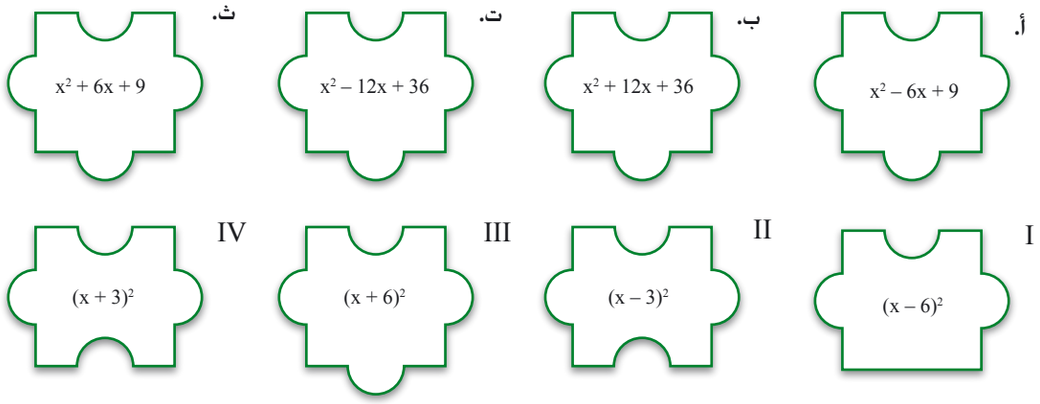
أ. $(\square + \square)^2 = x^2 + 6x + 9$ ب. $(2x - 3)^2 = \square - 12x + \square$

11. أكملوا، في كلّ بَند، تعبيرًا (جِدوا طرقًا مختلفة).

أ. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$ ت. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$

ب. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$ ث. $(\square + \square)^2 = x^2 + 12x + \square$

12. جِدوا لكلّ تعبير في السطر الأوّل التعبير الّذي يساويه في السطر الثاني.



13. جِدوا لكلّ تعبير في السطر الأوّل التعبير الّذي يساويه في السطر الثاني.

أ. $x^2 - 4x + 4$ ب. $4x^2 + 4x + 1$ ت. $4x^2 - 4x + 1$ ث. $x^2 + 4x + 4$

I. $(2x - 1)^2$ II. $(x - 2)^2$ III. $(2x + 1)^2$ VI. $(x + 2)^2$

14. أُكتبوا $<$ ، $>$ أو $=$ ، بحيث تكون العلاقة بين التعبيرين صحيحة لكلّ $a > 0 , b > 0$.

أ. $(a + b)^2 \bigcirc (a - b)^2$ ث. $(a + b)^2 \bigcirc (b - a)^2$

ب. $(a + b)^2 \bigcirc a^2 + b^2$ ج. $(a - b)^2 \bigcirc (b - a)^2$

ت. $(a + b)^2 \bigcirc (-a - b)^2$ ح. $(a - b)^2 \bigcirc a^2 + b^2$

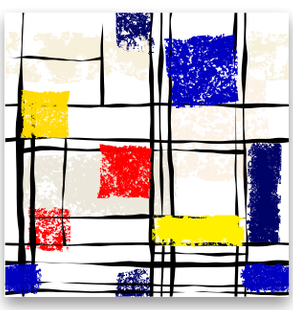
15. ادّعاء: $4 = 2$.

برهان: $(2 - 3)^2 = (4 - 3)^2$

$2 - 3 = 4 - 3$

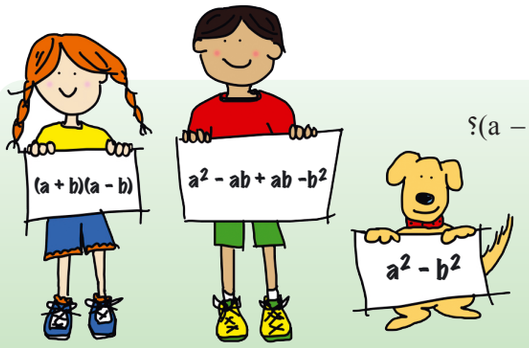
لذا: $2 = 4$

هل يمكن؟ أين الخطأ؟ اِشرحوا.



الدرس الرابع: قوانين الضرب المختَصرة (تكملة)

قانون ضرب مختَصَر إضافيّ



خمّنوا: أيّ تعبير مِنَ التعابير التالية يساوي التعبير $(a - b)(a + b)$؟

$a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ $a^2 - 2ab - b^2$

$a^2 - 2ab + b^2$ $\quad$ $a^2 - b^2$

$a^2 + b^2$ $\quad$ $b^2 - a^2$

نتعرّف على قانون ضرب مختَصَر إضافيّ.

1. اِضربوا التعبير $(a - b)(a + b)$. بسّطوا وافحصوا تخمينَكم في مهمّة الافتتاحيّة.

2. اِضربوا وبسّطوا.

أ. $(x + 4)(x - 4)$ $\quad$ ت. $(a - 10)(a + 10)$

ب. $(x - 7)(x + 7)$ $\quad$ ث. $(a - 5)(a + 5)$

رأينا في المَهامّ السابقة قانون **ضرب مختَصر** إضافيّ: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

نستعين بالقانون بدلًا مِنْ أنْ ننفّذ جميع مراحل الضرب والتبسيط.

أمثلة: $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

$(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$

3. اِضربوا وبسّطوا في كلّ بَند. استعينوا بقوانين الضرب المختَصَرة إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $(x + 6)(x - 6)$ $\quad$ ب. $(x + 1)(x - 1)$ $\quad$ ت. $(5 - x)(5 + x)$ $\quad$ ث. $(x - 3)(x + 3)$

4. اِضربوا وسجّلوا نتيجة حاصل الضرب كمجموع.

·	x + 1	x + 2	x + 10
x − 1			
x − 2			
x − 10			

5. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

مثال: $32 \cdot 28 = (30 + 2)(30 - 2) = 900 - 4 = 896$

أ. $23 \cdot 17$ ب. $45 \cdot 35$ ت. $44 \cdot 36$ ث. $103 \cdot 97$

6. بسّطوا قدر الإمكان (انتبهوا إلى ترتيب العمليّات الحسابيّة).

أ. $(a + 3)(a - 3)$ ت. $(a + 3)a - 3$ ج. $(a - 3)a + 3$

ب. $a + 3(a - 3)$ ث. $a + 3a - 3$ ح. $a - 3a + 3$

تحليل إلى عوامل

7. أُكتبوا التعابير كتعابير ضرب، إذا كان الأمر ممكنًا (حلّلوا إلى عوامل).

أ. $x^2 - 9$ ب. $x^2 + 9$ ت. $x^2 + 6x + 9$ ث. $x^2 - 6x + 9$ ج. $x^2 - 6x - 9$

1. اِضربوا وسجّلوا نتيجة حاصل الضرب كمجموع.

·	$x - 3$	$x - 4$	$x - 5$
$x + 3$			
$x + 4$			
$x + 5$			

2. اِضربوا وسجّلوا نتيجة حاصل الضرب كمجموع.

·	$x + 5$	$x - 5$	$5 - x$
$x - 5$			
$5 - x$			
$2x - 5$			

3. بسّطوا قدر الإمكان (انتبهوا إلى ترتيب العمليّات الحسابيّة).

أ. $(a + 5)(a - 5)$ ت. $(a + 5)a - 5$ ج. $(a - 8)(a + 8)$ خ. $(a - 8)a + 8$

ب. $a + 5(a - 5)$ ث. $a + 5a - 5$ ح. $a - 8(a + 8)$ د. $a - 8a + 8$

4. بسّطوا قدر الإمكان.

أ. $(a - a)(a + a)$ ت. $(a - a)a + a$ ج. $(a - b)(a + b)$ خ. $(a - b)a + b$

ب. $a - a(a + a)$ ث. $a - a \cdot a + a$ ح. $a - b(a + b)$ د. $a - b \cdot a + b$

5. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

أ. $18 \cdot 22$ ت. $25 \cdot 35$ ج. 21^2 خ. 45^2

ب. $16 \cdot 24$ ث. $32 \cdot 28$ ح. 19^2 د. 33^2

6. حدّدوا، في كلّ بَند، أيّ تعابير تساوي التعبير المُعطى في الإطار.

أ. $(x - 4)(x + 4)$

$x^2 - 16$ $x^2 - 8$ $(4 - x)(4 + x)$ $x^2 - 8x + 16$ $16 - x^2$

ب. $(x - 6)^2$

$(x + 6)^2$ $x^2 + 36$ $x^2 + 12x + 36$ $x^2 - 12x + 36$ $(6 - x)^2$

ت. $(x + 5)^2$

$2x^2 + 25$ $(5 + x)^2$ $x^2 + 10x + 25$ $x^2 - 10x + 25$ $x^2 + 25$

ث. $(x + 1)(x - 1)$

$(1 + x)^2$ $(1 - x)^2$ $x^2 - 2x + 1$ $x^2 + 1$ $x^2 - 1$

7. أُكتبوا، في كلّ بَند، التعبير كحاصل ضرب (حلّلوا إلى عوامل).

أ. $x^2 - 4$ ت. $x^2 - 9$ ج. $x^2 - 100$

ب. $x^2 - 36$ ث. $9 - x^2$ ح. $100 - x^2$

8. أُكتبوا، في كلّ بَند، التعبير كحاصل ضرب (حلّلوا إلى عوامل).

أ. $x^2 - 25$ ت. $x^2 - 16$ ج. $x^2 - 64$

ب. $x^2 - 1$ ث. $16 - x^2$ ح. $64 - x^2$

9. اِحسبوا، في كلّ بَند، بالطريقة الأقصر. اشرحوا.

أ. $25^2 - 5^2$ ب. $13^2 - 12^2$ ت. $36^2 - 26^2$ ث. $55^2 - 45^2$

10. مُعطى $a - b = 3$, $a^2 - b^2 = 21$.

اِحسبوا قيمة التعبير $a + b$ دون أنْ تحسبوا القيمتين a وَ b.

11. حدّدوا بماذا يجب أنْ نضرب التعبير $(x - 2)$ للحصول على كلّ تعبير مِنَ التعابير التالية؟

أ. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 5x - 10$ ج. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 3x^2 - 6x$

ب. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 2 - x$ ح. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 4$

ت. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 6 - 3x$ خ. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 4x + 4$

ث. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 2x$ د. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 5x + 6$

الدرس الخامس: مَهام إضافيّة

تعرّفنا في الدروس السابقة على قوانين الضرب المختَصَرة:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

استعنّا بها كي نضرب وكي نحوّل مجموع إلى تعبير ضرب أيضًا (نحلّل إلى عوامل).

نستعين بهذه القوانين لحلّ معادلات ومسائل.

أعداد وتعابير

1. أشيروا، في كلّ بَند، إلى جميع التعابير الّتي تساوي التعبير المُعطى في الإطار.

أ. $(a - 5)^2$

$a^2 - 10a + 25$ | $a^2 - 10a - 25$ | $(a - 5)(a - 5)$
$(5 - a)(5 - a)$ | $a^2 + 25$ | $a^2 - 25$

ب. $(a + 3)^2$

$(a + 3)(a + 3)$ | $a^2 + 6$ | $a^2 + 9$
$a^2 - 6a + 9$ | $a^2 + 6a + 9$ | $a^2 + 6a + 3$

ت. $(a - 4)(a + 4)$

$a^2 - 8$ | $a^2 - 16$ | $(a + 4)(a - 4)$
$a^2 - 8a + 16$ | $a^2 - 8a - 16$ | $(4 - a)(4 + a)$

2. سُجّل، في كلّ بَند، تعبيران غير متساويين. غيّروا واحد مِنْهما بحيث يصبح التعبيران متساويان.

مثال: التعبيران هما: $(x + 2)^2$ $x^2 + 4$

نغيّر التعبير الأيسر كالتالي: $x^2 + \mathbf{4x} + 4$

أ. $(x + 3)^2$ $x^2 + 9$

ب. $(x - 3)^2$ $x^2 - 6x - 9$

ت. $(x - 2)^2$ $x^2 - 4x - 4$

ث. $(x + 2)^2$ $x^2 - 4x + 4$

ج. $(x + 5)(x - 5)$ $x^2 + 25$

ح. $(2x - 1)^2$ $2x^2 - 4x + 1$

3. اِشرحوا لماذا تتحقّق المساواة $(a - b)^2 = (b - a)^2$ لكلّ a وَ b؟

4. أُكتبوا، في كلّ بند، = أو ≠.

أ. $(x-4)^2 \bigcirc (4-x)^2$ ت. $(x+4)(x-4) \bigcirc (4+x)(4-x)$

ب. $x^2-16 \bigcirc 16-x^2$ ث. $(x+4)^2 \bigcirc (4+x)^2$

5. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

أ. 42^2 ت. 29^2 ج. $34 \cdot 26$ خ. $49 \cdot 51$

ب. 71^2 ث. 98^2 ح. $42 \cdot 38$ د. $56 \cdot 64$

6. سجّلوا، في كلّ بَند، المجموع كحاصل ضرب (حلّلوا إلى عوامل).

أ. $x^2-10x+16$ ت. x^2-16 ج. $x^2+6x-16$

ب. $x^2-8x+16$ ث. $x^2+8x+16$ ح. $x^2-6x-16$

معادلات ومسائل كلاميّة

7. حلّوا المعادلات.

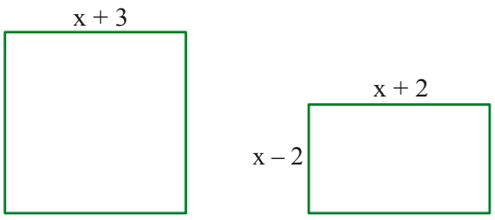
أ. $(x-3)^2 = 13+(x+4)(x-4)$ ث. $(x-1)^2 = 3+(4-x)^2$

ب. $(x-3)^2 = 16+(x+1)(x-1)$ ج. $(x+5)(x-5) = x(x-5)$

ت. $(x+3)^2 = (x+1)^2$ ح. $(x-10)^2 = x(x+20)$

8. أمامكم مربّع ومستطيل.

(أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).



أ. هل يمكن أنْ يكون: 1 سم = x؟ 2 سم = x؟

3 سم = x؟ 5 سم = x؟ اشرحوا.

ب. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات السؤال؟

ت. أُكتبوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ شكل.

ث. مساحة المربّع أكبر بـ 31 سنتمترًا مربّعًا مِنْ مساحة المستطيل. سجّلوا معادلة مناسبة.

ج. حِلّوا المعادلة، وجِدوا أطوال أضلاع المستطيل وطول ضلع المربّع.

مجموعة مهامّ

1. اِحسبوا بواسطة قوانين الضرب المختَصَرة.

أ. 26^2 ت. 19^2 ج. $46 \cdot 54$ خ. $105 \cdot 95$

ب. 45^2 ث. 48^2 ح. $68 \cdot 72$ د. $94 \cdot 86$

2. جِدوا تعابير متساوية دون أنْ تبسطوا.

$(x-2)^2$ $(x+2)^2$ $(2-x)^2$ $(x+2)(x-2)$

$(2+x)(2-x)$ $(2+x)(x-2)$ $(2+x)^2$ $(x+2)(2-x)$

3. لائموا تعابير متساوية.

أ. $(x-4)^2$ •

ب. $(x+4)^2$ •

ت. $(x-4)(x+4)$ • • x^2-16

ث. $(4-x)(x+4)$ • • $x^2+8x+16$

ج. $(4+x)^2$ • • $x^2-8x+16$

ح. $(4-x)^2$ • • $16-x^2$

خ. $(4-x)(4+x)$ •

د. $(x-4)(4+x)$ •

4. حِلّوا المعادلات.

أ. $(x-3)^2=(x-5)(x-2)$ ث. $(x+4)^2=x^2+4x$

ب. $(x-3)^2=4+(x+1)(x-1)$ ج. $(x+4)^2=17+x(x+7)$

ت. $(x+3)^2=12+(x-3)^2$ ح. $(x+4)^2=(x+5)(x-2)+1$

5. حِلّوا المعادلات.

أ. $(x-1)^2-3=4+x^2$

ب. $(x-5)(x+5)=x(x+7)+3$

ت. $(x-6)^2+1=(x+1)^2-12x$

ث. $(x-5)^2=x^2$

ج. $(x+8)^2-56=(x+6)^2$

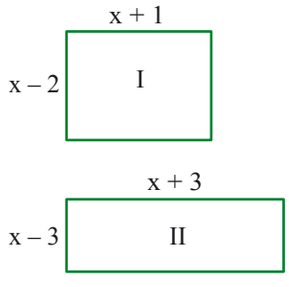
ح. $(x+3)^2=6+(x-3)^2$

6. اِبدأوا من التربيعة العُلويّة مِنَ اليمين، وأكملوا حسب التعليمات.

ابدأوا مِنْ هنا!	○ a^2-3a-4	○ a^2-4
سجّلوا ק في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير **$(a+2)^2$**	سجّلوا ו في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير **$(a-2)^2$**	النهاية**!!!**
○ a^2+5a+4	○ a^2+3a-4	○ a^2+4a+4
سجّلوا צ في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير $(2-a)(2+a)$	سجّلوا פ في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير $(a+2)(a-2)$	سجّلوا כ في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير $(a-4)(a+1)$
○ a^2-4a+4	○ $4-a^2$	○ a^2-5a+4
سجّلوا ר في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير **$(a-4)(a-1)$**	سجّلوا מ في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير **$(a+4)(a-1)$**	سجّلوا ל في الدائرة، في التربيعة المسجّل فيها تعبير يساوي التعبير **$(a+4)(a+1)$**

أُكتبوا الحروف مِنَ اليمين إلى اليسار، مِنَ السطر الأوّل إلى الثاني والثالث، وستحصلون على كلمتين.
ماذا حصلتم؟

7. أمامكم مستطيلان. (أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).



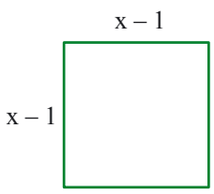
أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

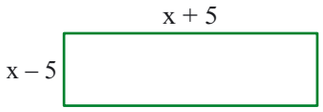
ب. أُكتبوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.

ت. مساحة المستطيلان متساوية.
سجّلوا معادلة مناسبة.

ث. حِلّوا المعادلة، وجِدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.

8. أمامكم مربّع ومستطيل. (أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).





أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

ب. إذا كانت مساحة المربّع 36 سنتمترًا مربّعًا، فما هي مساحة المستطيل؟

ت. إذا كانت مساحة المستطيل 75 سنتمترًا مربّعًا، فما هو x؟

ث. مساحة المربّع تساوي مساحة المستطيل.
سجّلوا معادلة مناسبة.

ج. حلّوا المعادلة.
جِدوا أطوال أضلاع المستطيل والمربّع.

9. أمامكم مربّعان . (أُعِدّت الرسومات للتوضيح).
سُجّل، داخل كلّ مربّع، تعبير يمثّل مساحة المربّع بالسنتمتر مربّع.
سجّلوا، لكلّ مربّع، تعبير يمثّل طول الضلع، واذكروا أي قيم مناسبة لـ x.

أ. $x^2 + 4x + 4$

ب. $x^2 - 4x + 4$

ت. $x^2 + 6x + 9$

ث. $x^2 - 6x + 9$

10. أكملوا عمليّات حسابيّة مناسبة في الدوائر.

أ. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 + 4a + 8$

ب. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 + 4a$

ت. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2$

ث. $(a \bigcirc 2)^2 \bigcirc 4 = a^2 - 4a$

11. أضيفوا، في كلّ بَند، أقواسًا في المكان المناسب، في الطرف الأيسر، بحيث تنتج تعابير متساوية.

أ. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 15a^2 + 9a + 5$

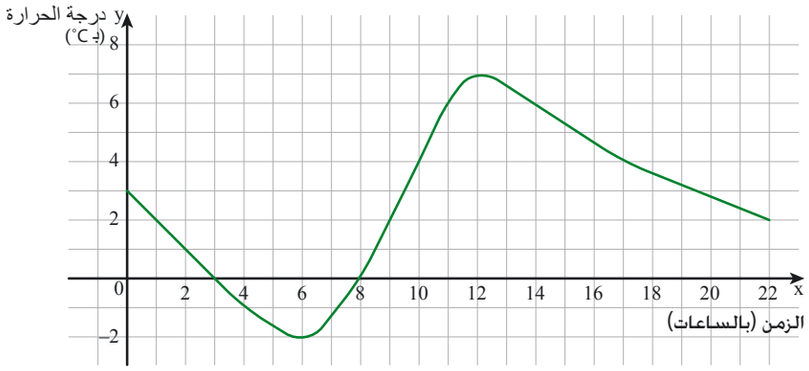
ب. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 15a^2 + 34a + 15$

ت. $5a + 3 \cdot 3a + 5 = 14a + 15$

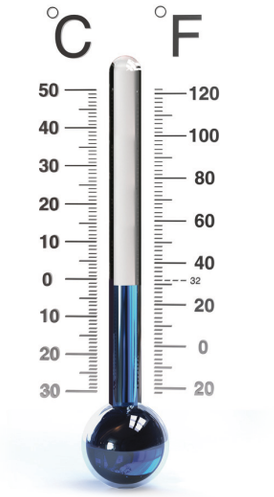
نحافظ على لياقة رياضيّة

رسوم بيانيّة

1. قاسوا، في أحد الأيام، درجة الحرارة في مدينة القدس.
يصف الرسم البياني الدالة الّتي تناظر الزمن (بالساعات) إلى درجة الحرارة (بـ °C) الّتي تمّ قياسها.



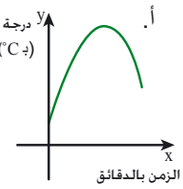
أ. كم كانت درجة الحرارة عند الساعة الـ 4:00؟
كم كانت درجة الحرارة عند الساعة الـ 11:00؟

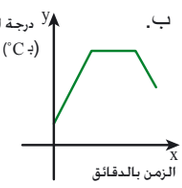


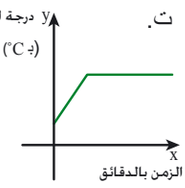
ب. في أيّ ساعات تمّ قياس درجة الحرارة 2°C؟
ت. في أيّ ساعة تمّ قياس درجة الحرارة العُليا؟
كم كانت درجة الحرارة؟
ث. في أيّ ساعة تمّ قياس درجة الحرارة الدنيا؟
كم كانت درجة الحرارة؟
ج. كم كانت درجة الحرارة عندما بدأوا بالقياس؟
ح. في أيّ ساعة تمّ قياس درجة الحرارة 0°C؟
خ. بين أيّ ساعات تمّ قياس درجة حرارة موجبة؟
بين أيّ ساعات تمّ قياس درجة حرارة سالبة؟
د. أحيطوا الإجابة الصحيحة.

- مِنْ بداية القياس وحتّى الساعة الـ 6 ***ارتفعت / انخفضت*** درجة الحرارة.
- مِنْ الساعة الـ 6 حتّى الساعة الـ 12 ***ارتفعت / انخفضت*** درجة الحرارة.
- مِنْ الساعة الـ 12 حتّى الساعة الـ 22 ***ارتفعت / انخفضت*** درجة الحرارة.

2. وضعوا، على النار، إبريقًا مليئًا بالماء درجة حرارته 20°C.
سخّنوا الماء بوتيرة ثابتة حتّى درجة حرارة الغليان. استمرّ غليان الماء لعدة دقائق، ثم أطفأوا النار.
اختاروا الرسم البيانيّ المناسب للقصّة.

أ.


ب.


ت.


ث.