الوحدة الرابعة: الجَذر التربيعيّ

الدرس الأول: نحسب ونقدّر الجذور التربيعيّة

نريد أنْ نسيّج قطعتين مربّعتين الشكل بمساعدة سياج طوله 50 مترًا.
مساحة إحدى القطعتين هي 25 مترًا مربّعًا ومساحة القطعة الثانية 36 مترًا مربّعًا.
خمّنوا: هل يكفي السياج لتسييج القطعتين؟

نتذكر الجَذر التربيعيّ ونحسب الجذور التربيعيّة.

1. نتطرّق إلى المُعطيات الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة.

أ. ما طول ضلع القطعة الأولى؟

ما طول السياج المطلوب لتسييج هذه القطعة؟

ب. ما طول ضلع القطعة الثانية؟

ما طول السياج المطلوب لتسييج هذه القطعة؟

ت. ما طول السياج المطلوب لتسييج القطعتين؟ افحصوا تخميناتكُم.

للتذكير

- **الجَذر التربيعيّ** لعدد مُعطى a، هذا يعني أن $\sqrt{a}$ $(a \geq 0)$ هو عدد يحقّق $(\sqrt{a})^2 = a$.

  مثال: $\sqrt{25} = 5$ لأن $5^2 = 25$.

- كلّ عدد **موجب** يوجد له جذران تربيعيّان، أحدهما **موجب** والآخر **سالب**.
  نرمز إلى **الجَذر التربيعيّ الموجب** كالتالي: $\sqrt{\ }$
  نرمز إلى **الجَذر التربيعيّ السالب** كالتالي: $-\sqrt{\ }$
  مثال: الجذر التّربيعي الموجب للعدد 9 هو 3 $(\sqrt{9} = 3)$
  الجذر التّربيعي السالب للعدد 9 هو (3–) $(-\sqrt{9} = -3)$

- يوجد للعدد صفر جَذر تربيعيّ واحد فقط وهو العدد صفر.

- الأعداد السالبة لا يوجد لها جذور تربيعيّة في مجال الأعداد الحقيقيّة (الأعداد الّتي نعرفُها)، لأنّه لا يوجد عدد مربّعه هو عدد سالب.

  مثال: $\sqrt{-25}$ ليس عدد حقيقيّ.

2. اِحسبوا.

أ. $\sqrt{16}$ ت. $\sqrt{81}$ ج. $\sqrt{100}$ خ. $(\sqrt{5})^2$

ب. $\sqrt{64}$ ث. $\sqrt{0}$ ح. $-\sqrt{100}$ د. $\sqrt{5^2}$

3. حدّدوا، في كلّ بَند، "صحيح" أو "غير صحيح". اِشرحوا.

أ. $\sqrt{25}=5$ ت. $\sqrt{2500}=50$ ج. $\sqrt{-25}=-5$

ب. $\sqrt{250}=50$ ث. $-\sqrt{25}=-5$ ح. $-\sqrt{5^2}=5$

نقدّر الجذور التربيعيّة

4. أكملوا، في كلّ بَند، عددًا صحيحًا مناسبًا.

أ. مساحة المربّع 49 سنتمترًا مربّعًا. طول ضلع المربّع ____ سم.

ب. مساحة المربّع 60 سنتمترًا مربّعًا. طول ضلع المربّع ____ سم تقريبًا.

ت. مساحة المربّع 85 سنتمترًا مربّعًا. طول ضلع المربّع ____ سم تقريبًا.

5. أُكتبوا، في كلّ بَند، العدد الصحيح الأقرب للجَذر التربيعيّ المسجّل.

مثال: 6 هو العدد الصحيح الأقرب لـ $\sqrt{40}$ لأنّ $6^2=36$ وَ $7^2=49$

أ. ____ الأقرب لـ $\sqrt{5}$ ث. ____ الأقرب لـ $\sqrt{78}$

ب. ____ الأقرب لـ $\sqrt{12}$ ج. ____ الأقرب لـ $\sqrt{210}$

ت. ____ الأقرب لـ $\sqrt{24}$ ح. ____ الأقرب لـ $\sqrt{300}$

هنالك أعداد طبيعيّة كثيرة جذورها التربيعيّة ليست أعداد صحيحة.

كتابتها، في هذه الحالات، كأعداد عشريّة هي **تقريب** فقط.

نستعمل الإشارة $\sqrt{\ }$ كي نُشير إلى القيمة الدقيقة للعدد الّذي نستعمله.

مثال: $\sqrt{40}$ يُشير إلى القيمة الدقيقة لهذا العدد.

التقريب الممكن (حسب الحاجة):

$\sqrt{40}$. 6.324 $\sqrt{40}$. 6.3

$\sqrt{40}$. 6.324553903 $\sqrt{40}$. 6.32

6. سجّلوا كلّ جَذر، مِنَ الجذور التالية، في العمود المناسب، في الجدول.

$\sqrt{50}$ $\sqrt{63}$ $\sqrt{37}$

$\sqrt{60}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{20}$

$\sqrt{27}$ $\sqrt{15}$ $\sqrt{7}$

$\sqrt{35}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{17}$

الفحص: إذا كان حلّكم صحيحًا، فستحصلون في كلّ عمود في الجدول على أربعة جذور.

أعداد بين 1 إلى 4	أعداد بين 4 إلى6	أعداد بين 6 إلى 10

7. أراد مزارع أنْ يزرع خضروات، وقد خطّط أنْ يسيّج قطعة أرض مساحتها 8 أمتار مربّعة

أ. اقترح **أيوب** أنْ يُسيّج المُزارع قطعة أرض مربّعة الشكل. ما هي قياسات القطعة المربّعة الشكل؟

ب. اقترح **يوسف** أنْ يُسيّج المُزارع قطعة أرض مستطيلة الشكل قياساتها 0.5 م x 16 م.

اقترح **عماد** أنْ يُسيّج المُزارع قطعة أرض مستطيلة الشكل قياساتها 2 م x 4 م.

اقترحوا قياسات ممكنة لقطعتين مستطيلتين إضافيّتين مناسبتين.

ت. أيّ اقتراح أكثر توفيرًا (هذا يعني أنّ طول السياج المطلوب هو الأقصر)؟ اِشرحوا.

اشتُقّت إشارة الجَذر التربيعيّ، على ما يبدو، مِنَ الحرف الأوّل للكلمة radix (جَذر باللّغة اللاتينية). أُدخل المصطلح "جَذر" (اللاتينية radix) لأوّل مرّة إلى الغرب بواسطة الرياضيّ ليوناردو مِنْ بيزا (Leonardo of Pisa) قبل حوالي 800 سنة عندما ترجم كُتب رياضيّة عربيّة.

استعمل الرياضيّ رودولف (Rudolff) إشارة الجَذر أوّل مرّة في كتابه الّذي نشره سنة 1525، وقد استعمل هذه الإشارة دون "السقف". √. فيما بعد أضاف الرياضيّ دكارت (Decartes R., 1596 – 1650) إشارة "السقف" ونتجت الإشارة الّتي نستعملها اليوم $\sqrt{\ }$.

ما أهمّيّة "السقف"، حسب رأيكم، في إشارة الجَذر التربيعيّ؟

تُشير مكتشفات علم الآثار الّتي تمّ الحفاظ عليها حتّى اليوم إلى أنّ البابليين والمصريين نفّذوا، قبل حوالي 3,500 سنة، حسابات لإيجاد جذور تربيعيّة لأعداد معيّنة. منذ ذلك الحين، استمرّ رياضيون، في أماكن مختلفة في العالم (الهند، الصين وأوروبا في مرحلة متأخرة)، في استعمال التقريب، وحتّى إيجاد طرق منهجيّة لحساب الجذور التربيعيّة.

مجموعة مهامّ

1. اِحسبوا.

أ. $\sqrt{25}$ ب. $\sqrt{16}$ ت. $\sqrt{36}$ ث. $-\sqrt{36}$ ج. $\sqrt{49}$ ح. $-\sqrt{49}$ خ. $(\sqrt{9})^2$ د. $\sqrt{9^2}$

2. جِدوا، في كلّ بَند، العدد الناقص.

أ. $\sqrt{\quad}=8$ ب. $\sqrt{\quad}=10$ ت. $\sqrt{\quad}=3$ ث. $\sqrt{\quad}=7$

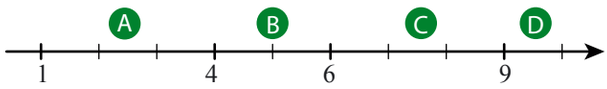
3. اِختاروا، في كلّ بَند، الإجابة المناسبة.

أ. $\sqrt{40}$ هو عدد: أكبر من 6 أصغر من 6 يساوي 6

ب. $\sqrt{30}$ هو عدد: أكبر من 6 أصغر من 6 يساوي 6

ت. $\sqrt{36}$ هو عدد: أكبر من 6 أصغر من 6 يساوي 6

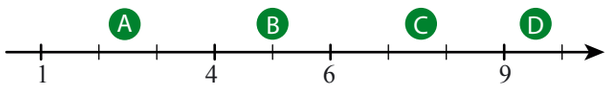
4. عُيّنت أربعة مجالات على محور الأعداد.



حدّدوا، في كلّ بَند، المجال المناسب للعدد.

أ. $\sqrt{9}$ ب. $\sqrt{49}$ ت. $\sqrt{100}$ ث. $\sqrt{4}$ ج. $\sqrt{64}$ ح. $\sqrt{28}$

5. عُيّنت أربعة مجالات على محور الأعداد.



حدّدوا، في كلّ بَند، المجال المناسب للعدد.

أ. $\sqrt{15}$ ب. $\sqrt{50}$ ت. $\sqrt{120}$ ث. $\sqrt{2}$ ج. $\sqrt{20}$ ح. $\sqrt{18}$

6. حدّدوا، في كلّ بَند، "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا.

أ. $\sqrt{36}=6$ ت. $\sqrt{360}=60$ ج. $\sqrt{1}=\frac{1}{2}$ خ. $\sqrt{81}=9$

ب. $-\sqrt{36}=-6$ ث. $\sqrt{3600}=60$ ح. $\sqrt{2}=4$ د. $-\sqrt{81}=-9$

7. حدّدوا، في كلّ بَند، "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا.

أ. $\sqrt{30}<6$ ت. $\sqrt{1000}<100$ ج. $\sqrt{0.25}>0.5$ خ. $\sqrt{5}=2.5$

ب. $\sqrt{15}>3$ ث. $\sqrt{1}=0.5$ ح. $\sqrt{9}=81$ د. $\sqrt{70}>9$

8. حدّدوا، في كلّ بَند، > أو < .

أ. $\sqrt{10}$ ◯ 3 ت. $\sqrt{35}$ ◯ 6 ج. $\sqrt{17}$ ◯ 4

ب. $\sqrt{100}$ ◯ 30 ث. $\sqrt{350}$ ◯ 60 ح. $\sqrt{170}$ ◯ 14

9. سجّلوا كلّ جَذر، مِنَ الجذور التالية، في العمود المناسب، في الجدول.

$\sqrt{99}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{15}$

$\sqrt{20}$ $\sqrt{50}$ $\sqrt{81}$

$\sqrt{42}$ $\sqrt{37}$ $\sqrt{10}$

$\sqrt{2.5}$ $\sqrt{25}$ $\sqrt{75}$

أعداد بين 0 إلى 4	أعداد بين 4 إلى 7	أعداد بين 7 إلى 10

10. أكملوا، في كلّ بَند، العدد الصحيح المناسب.

أ. ____ الأقرب إلى $\sqrt{26}$ ث. ____ الأقرب إلى $\sqrt{48}$

ب. ____ الأقرب إلى $\sqrt{67}$ ج. ____ الأقرب إلى $\sqrt{110}$

ت. ____ الأقرب إلى $\sqrt{189}$ ح. ____ الأقرب إلى $\sqrt{140}$

11. اِستعينوا بالتقدير، وجِدوا، في كلّ بَند، العددين الصحيحين الأقرب إلى الجَذر التربيعيّ.

أ. $\sqrt{8}$ ب. $\sqrt{15}$ ت. $\sqrt{50}$ ث. $\sqrt{70}$ ج. $\sqrt{99}$

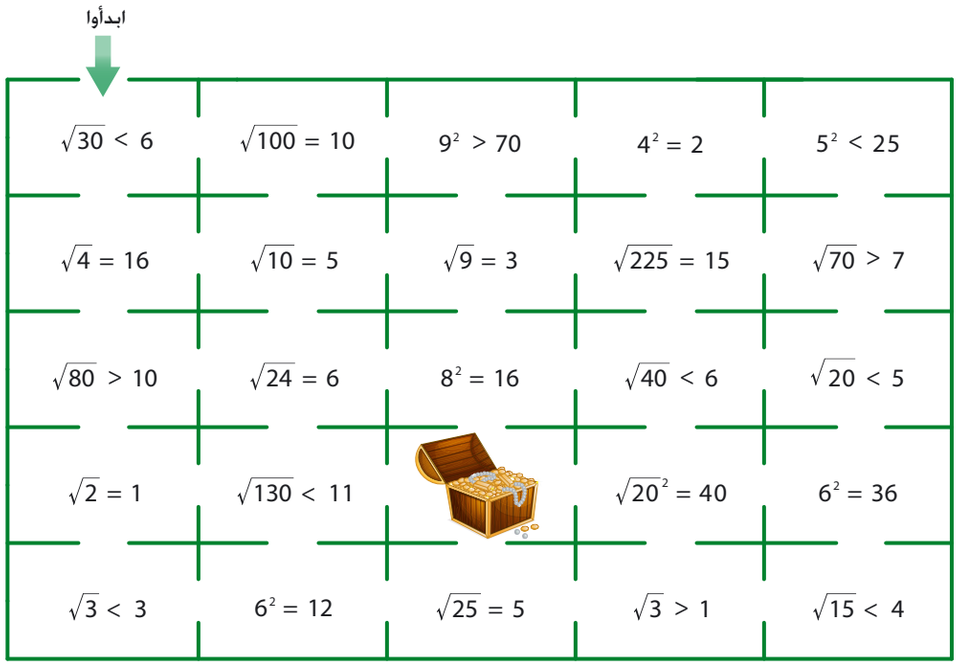
12. أ. يخطّط السيد سليم أنْ يبني غرفة مربّعة الشكل. طول كلّ حائط 4 م.
ما مساحة الغرفة المخطّطة؟

ب. بنى السيد سليم غرفة مربّعة الشكل على مساحة 25 مترًا مربّعًا. ما طول كلّ حائط في هذه الغرفة؟

ت. حُدّدت مساحة 30 مترًا مربّعًا لبناء مخزن مربّع الشكل. ما طول كلّ حائط في هذا المخزن؟

ث. اشترى السيد سليم حصيرتين مربّعتين الشكل.
طول ضلع الحصيرة الأولى 5 م، وطول ضلع الحصيرة الثانية 6 م.
أيّ حصيرة يستطيع أنْ يفرشَها في المخزن؟ اِشرحوا.

13. عليكم أن تْصلوا الكنز.
يُسمح لكم المرور عبر التربيعات الّتي سُجّلت فيها تمارين صحيحة.



14. مُعطى التعبير الجَبريّ $\sqrt{x-3}$

أ. عوّضوا في التعبير (بدلًا من x) الأعداد التالية، واحسبوا إذا كان الأمر ممكنًا.

$-1 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \quad 12$

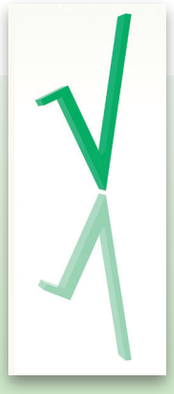
ب. ما هو مجال التعويض في التعبير $\sqrt{x-3}$؟ اشرحوا.

ت. أيّ عدد يجب أنْ نعوّضه في التعبير (بدلًا من x) للحصول على النتيجة 1؟

ث. أيّ عدد يجب أنْ نعوّضه في التعبير (بدلًا من x) للحصول على النتيجة 4؟

ج. أيّ عدد يجب أنْ نعوّضه في التعبير (بدلًا من x) للحصول على النتيجة $\sqrt{5}$؟

الدرس الثاني: جذور تربيعيّة ومعادلات



أحيطوا، في كلّ سطر، الأعداد الّتي هي حلّ للمعادلة، إذا كان الأمر ممكنًا.

$2x = 2$	1	0	–1
$2x = -2$	1	0	–1
$2x^2 = 2$	1	0	–1
$2x^2 = -2$	1	0	–1

نحلّ معادلات ومسائل كلاميّة مع جذور تربيعيّة.

1. حلّوا المعادلات التالية.

أ. $3x^2 = 12$ ب. $3x = 12$ ت. $3x^2 = -12$ ث. $3x = -12$

يوجد للمعادلة التربيعيّة، أحيانًا، أكثر مِنْ حلّ واحد.

مثال: المعادلة $x^2 = 25$ لها حلّان: $x = 5$ أو $x = -5$

ملاحظة: المعادلتان $2x = 2$ أو $2x - 8 = 0$ يوجد لهما حلّ واحد فقط.

حلّ المعادلة $2x = 2$ هو $x = 1$

حلّ المعادلة $2x - 8 = 0$ هو $x = 4$

2. حِلّوا المعادلات.

أمثلة:

$x^2 = 16$	$x^2 = -16$	$x^2 = 5$
$x = 4$ أو $x = -4$	لا يوجد حلّ للمعادلة	$x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$

أ. $x^2 = 25$ ب. $x^2 = 0$ ت. $x^2 = 8$ ث. $x^2 = -4$ ج. $x^2 = 400$

3. حِلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 14 = 50$ ج. $2x^2 = 18$ ذ. $3x^2 + 12 = 87$

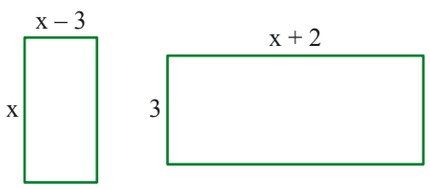
ب. $x^2 - 14 = 86$ ح. $2x^2 + 18 = 0$ ر. $3x^2 - 12 = 15$

ت. $x + 14 = 50$ خ. $2x = 18$ ز. $3x + 12 = 87$

ث. $x - 14 = 86$ د. $2x + 18 = 0$ س. $3x - 12 = 15$

مسائل كلاميّة

4. أمامكم مستطيلان. (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تعبّر الأعداد والتعابير عن قياسات الطول بالسم).

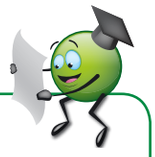


أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.

ت. مجموع مساحتيِ المستطيلين هو 22 سنتمترًا مربّعًا.
سجّلوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. ما هي أطوال أضلاع كلّ مستطيل؟



للتذكير

عندما نحلّ مسألة بمساعدة معادلة، يجب الانتباه إلى شروط المسألة.

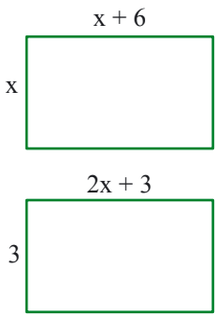
مثال: يمثّل $x - 3$، في المَهمّة 4، طول ضلع المستطيل؛ لذا $x - 3 > 0$ ومن هنا $x > 3$.

المعادلة هي $x(x - 3) + 3(x + 2) = 22$

نبسّط ونحصل على: $x^2 - 3x + 3x + 6 = 22$؛ لذا $x^2 = 16$

حلّ المعادلة $x^2 = 16$ هو $x = 4$ أو $x = -4$، لكن بسبب محدوديات شروط مُعطيات المسألة $x > 3$؛ لذا $x = 4$ هو حلّ المسألة فقط.

5. أمامكم مستطيلان. (أُعِدّت الرسومات للتوضيح. تعبّر الأعداد والتعابير عن قياسات الطول بالسم).



أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

ب. سجّلوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.

ت. مساحة المستطيلان متساوية.
سجّلوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. ما هي أطوال أضلاع كلّ مستطيل؟

ج. إذا كان حلّكم صحيحًا، فإنّ المستطيلين متطابقين. افحصوا.

مجموعة مهامّ

1. حِلّوا المعادلات.

أ. $3x^2 = 75$ ت. $2x^2 = 8$ ج. $4x^2 - 4 = 0$ خ. $5x = 75$

ب. $4x^2 = 100$ ث. $4x^2 = 36$ ح. $x^2 + 5 = 9$ د. $6x - 18 = 0$

2. حِلّوا المعادلات.

أ. $5x^2 - 3 = 17$ ت. $2x^2 + 5x^2 = 63$ ج. $4x^2 + 5 = x^2 - 7$

ب. $6x^2 - 1 = 53$ ث. $3x^2 - 8 = 100$ ح. $2x^2 + 6 = 6 - x^2$

3. بسّطوا، وحِلّوا المعادلات.

أ. $x(x - 2) = 36 - 2x$ ت. $3x(x + 2) = 6x + 3$

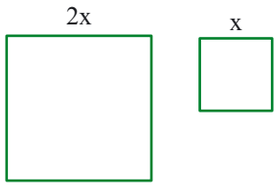
ب. $x(x + 2) = 2x$ ث. $2(x + 2) = x^2 + 2x$

4. بسّطوا، وحِلّوا المعادلات.

أ. $x(x - 4) = 4(1 - x)$ ت. $6(x^2 - x) = 3x(x - 2)$

ب. $x(x + 5) = 5(x - 1) + 6$ ث. $x(2x + 3) = 3(x - 4)$

5. أمامكم مربّعان. (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تعبّر الأعداد والتعابير عن قياسات الطول بالسم).



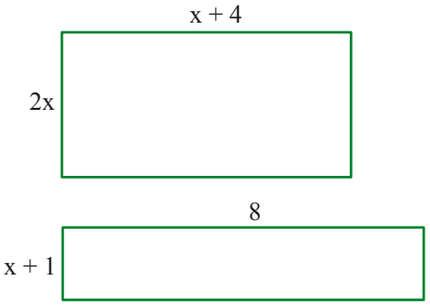
أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

ب. سجّلوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ مربّع.

ت. مجموع مساحتيّ المربّعين هو 45 سنتمترًا مربّعًا.
سجّلوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. ما هو طول ضلع كلّ مربّع؟

6. أمامكم مربّعان. (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح. تعبّر الأعداد والتعابير عن قياسات الطول بالسم).



أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة؟

ب. سجّلوا تعبيرًا جَبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.

ت. مساحة المستطيلان متساوية.
سجّلوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. ما هي أطوال أضلاع كلّ مستطيل؟

7. قال **حسام**: يمكن أنْ نحسب دون أنْ نحدّد أنّ $\sqrt{788}$ هو عدد غير صحيح.
ما هي اعتبارات **حسام**؟

الدرس الثالث: جذور تعابير ضَرْب وتعابير خارج قِسْمة

اِفحصوا هل كلّ مساواة صحيحة؟

$\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}=\sqrt{100}$ $\quad\sqrt{9}\cdot\sqrt{100}=\sqrt{900}$ $\quad\sqrt{16}\cdot\sqrt{25}=\sqrt{400}$

$\sqrt{16\cdot9}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}$ $\quad\sqrt{100\cdot25}=\sqrt{100}\cdot\sqrt{25}$ $\quad\sqrt{81\cdot4}=\sqrt{81}\cdot\sqrt{4}$

نتعلّم كيفيّة حساب جذور تعابير ضَرْب وتعابير خارج قِسْمة.

جَذر تعبير الضرب

1. حدّدوا، في كلّ بَند، = أو ≠. اشرحوا.

أ. $\sqrt{4\cdot9}$ ◯ $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$ $\quad$ ت. $4\cdot\sqrt{9}$ ◯ $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$

ب. $\sqrt{4}\cdot9$ ◯ $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$ $\quad$ ث. $2\cdot3$ ◯ $\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$

2. أ. اِحسبوا نتيجة $\sqrt{4^2\cdot3^2}$. هل $\sqrt{4^2\cdot3^2}=4\cdot3$؟

ب اِحسبوا نتيجة $\sqrt{2^2\cdot5^2}$. هل $\sqrt{2^2\cdot5^2}=2\cdot5$؟

3. حدّدوا، في كلّ بَند "صحيح" أو "غير صحيح". اِشرحوا.

أ. $\sqrt{9\cdot25}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{25}$ $\quad$ ت. $\sqrt{100\cdot36}=10\cdot6$

ب. $\sqrt{9\cdot25}=3\cdot5$ $\quad$ ث. $\sqrt{100\cdot36}=10+6$

رأينا في الأمثلة أنّه لكلّ $a>0$, $b>0$ يتحقّق: $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

هذا يعني أنّ **جَذر تعبير الضرب** يساوي **تعبير ضَرْب جذور** العوامل.

أمثلة: بدلًا مِنْ أنْ نحسب $\sqrt{16\cdot25}$ فمِنَ الأسهل أنْ نحسب $\sqrt{16}\cdot\sqrt{25}=4\cdot5=20$

لإيجاد $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$ بشكل دقيق، يمكن أنْ نحسب $\sqrt{25}=5$.

4. أ. اِحسبوا $\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}$ $\quad$ ت. أكملوا عددًا مناسبًا $\sqrt{3}\cdot\sqrt{\quad}=6$

ب. اِحسبوا $\sqrt{81\cdot9}$ $\quad$ ث. أكملوا عددًا مناسبًا $\sqrt{12}\cdot\sqrt{\quad}=12$

5. اِحسبوا.

أمثلة: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}=\sqrt{2\cdot32}=\sqrt{64}=8$ $\qquad$ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{2\cdot3\cdot6}=\sqrt{36}=6$

أ. $\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}$ $\qquad$ ت. $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$ $\qquad$ ج. $\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}$

ب. $\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}$ $\qquad$ ث. $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$ $\qquad$ ح. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}$

6. اِحسبوا، في كلّ بَند، الجَذر التربيعيّ بمساعدة الجَذر التربيعيّ المُعطى.

مثال: مُعطى $\sqrt{256}=16$، اِحسبوا $\sqrt{25600}$

$\sqrt{25600}=\sqrt{256}\cdot\sqrt{100}=16\cdot10=160$

أ. مُعطى $\sqrt{64}=8$ اِحسبوا $\sqrt{640000}$ $\qquad$ ت. مُعطى $\sqrt{9}=3$ اِحسبوا $\sqrt{90000}$

ب. مُعطى $\sqrt{144}=12$ اِحسبوا $\sqrt{1440000}$ $\qquad$ ث. مُعطى $\sqrt{16}=4$ اِحسبوا $\sqrt{160000}$

7. مُعطى: $\sqrt{225}=15$

أيّ جذور، مِنْ بين الجذور التالية، يمكنكُم حسابها بدقّة بواسطة هذا المُعطى؟ اِشرحوا.

أ. $\sqrt{2250}$ $\qquad$ ب. $\sqrt{22500}$ $\qquad$ ت. $\sqrt{225000}$ $\qquad$ ث. $\sqrt{2250000}$

جَذر خارج القِسْمة

8. اِفحصوا هل كلّ مساواة صحيحة؟

مثال: $\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}=\frac{5}{2}$ $\qquad$ لأنّ $\frac{25}{4}=\left(\frac{5}{2}\right)^2$

أ. $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\frac{64}{9}}$ $\qquad$ ب. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{81}}=\sqrt{\frac{16}{81}}$ $\qquad$ ت. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}}=\sqrt{25}$ $\qquad$ ث. $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}}=\sqrt{4}$

رأينا مِنْ خلال الأمثلة أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b>0\ ,\ a\geq0)$.

هذا يعني أنّ **جَذر خارج القِسْمة** يساوي **خارج قِسْمة الجذور**.

أمثلة: $\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}=\frac{5}{2}$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{144}}=\sqrt{\frac{36}{144}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

9. اِحسبوا.

أ. $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ث. $\sqrt{\frac{100}{9}}$ خ. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ر. $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

ب. $\sqrt{\frac{9}{4}}$ ج. $\sqrt{\frac{9}{100}}$ د. $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}$ ز. $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$

ت. $\frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2}$ ح. $\left(\sqrt{\frac{9}{100}}\right)^2$ ذ. $\sqrt{\frac{3\cdot 50}{2}}$ س. $\frac{(\sqrt{8})^2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{12}}$

مجموعة مهامّ

1. اِحسبوا، في كلّ بَند، الجَذر التربيعيّ بمساعدة الجَذر التربيعيّ المُعطى.

أ. مُعطى: $\sqrt{121}=11$ احسبوا $\sqrt{12100}$ ت. مُعطى: $\sqrt{225}=15$ احسبوا $\sqrt{2250000}$

ب. مُعطى: $\sqrt{441}=21$ احسبوا $\sqrt{44100}$ ث. مُعطى: $\sqrt{1225}=35$ احسبوا $\sqrt{12250000}$

2. مُعطى: $\sqrt{196}=14$

أيّ جذور، مِنْ بين الجذور التالية، يمكنكُم حسابها بدقّة بواسطة هذا المُعطى؟ اِشرحوا.

أ. $\sqrt{1960}$ ب. $\sqrt{19600}$ ت. $\sqrt{196000}$ ث. $\sqrt{1960000}$

3. اِحسبوا.

مثال: $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}=\sqrt{3\cdot 27}=\sqrt{81}=9$

أ. $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}$ ت. $\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}$ ج. $\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ خ. $\sqrt{40}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}$

ب. $\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}$ ث. $\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$ ح. $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$ د. $\sqrt{30}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}$

4. اِحسبوا.

أ. $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}}$ ب. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$ ت. $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$ ث. $\frac{\sqrt{500}}{\sqrt{5}}$

5. اِحسبوا.

أ. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$ ب. $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}}{\sqrt{36}}$ ت. $\frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}}{\sqrt{15}}$ ث. $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}$

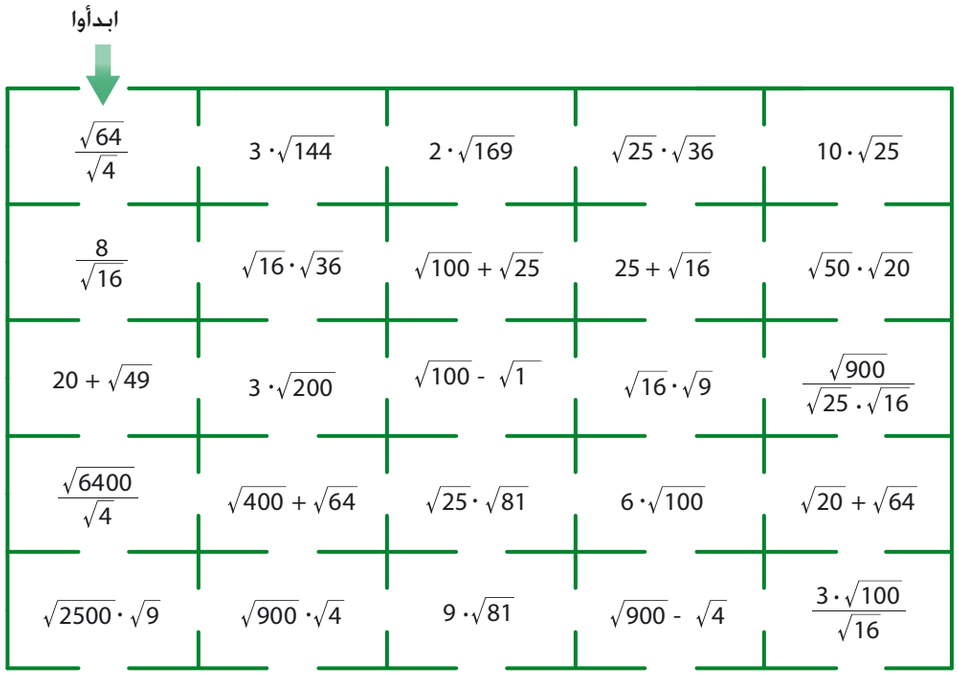
6. اِحسبوا.

أ. $\sqrt{75}\cdot\sqrt{3}$ ب. $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ ت. $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$ ث. $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

7. اِحسبوا.

أ. $\sqrt{63}\cdot\sqrt{7}$ ب. $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ ت. $(\sqrt{5})^2\cdot(\sqrt{2})^2$ ث. $\frac{(\sqrt{5})^2}{(\sqrt{2})^2}$

8. يمكن المرور في المتاهة، فقط، عبر التربيعات الّتي نتيجتها أصغر من 25. أُرسموا مسار الخروج.



9. اِحسبوا.

أ. $\frac{\sqrt{12}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{15}}$ ب. $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ ت. $\sqrt{20\frac{1}{4}}$ ث. $\sqrt{7\frac{1}{9}}$

10. أ. كم ضِعفًا $\sqrt{18}$ أكبر مِن $\sqrt{2}$؟

ب. كم ضِعفًا $\sqrt{48}$ أكبر مِن $\sqrt{3}$؟

الدرس الرابع: جَذر حاصل الجمع وجَذر الفرق

طُلب مِنَ التلاميذ أنْ يحسبوا $\sqrt{16+9}$

قالت **علياء**: $\sqrt{16+9}=\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$

قالت **سناء**: $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

أيُّهما قولها صحيح؟

نحلّ تمارين فيها عمليّات جمع وطرح مع جذور.

1. اِحسبوا، في كلّ بَند، النتيجة.

أ. $\sqrt{16}+\sqrt{9}=$ ت. $\sqrt{16-9}=$ ج. $\sqrt{16\cdot 9}=$ خ. $\sqrt{\frac{16}{9}}=$

ب. $\sqrt{16+9}=$ ث. $\sqrt{16}-\sqrt{9}=$ ح. $\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}=$ د. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=$

2. حدّدوا، في كلّ بَند، = أو ≠.

أ. $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ ◯ $\sqrt{36+64}$ ج. $\sqrt{100}+\sqrt{25}$ ◯ $\sqrt{100+25}$

ب. $\sqrt{36}-\sqrt{64}$ ◯ $\sqrt{36-64}$ ح. $\sqrt{100}-\sqrt{25}$ ◯ $\sqrt{100-25}$

ت. $\sqrt{36}\cdot\sqrt{64}$ ◯ $\sqrt{36\cdot 64}$ خ. $\sqrt{100}\cdot\sqrt{25}$ ◯ $\sqrt{100\cdot 25}$

ث. $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}}$ ◯ $\sqrt{\frac{36}{64}}$ د. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$ ◯ $\sqrt{\frac{100}{25}}$

رأينا في المَهمّتين 1 وَ 2 أنّه لكلّ $a>0$ وَ $b>0$ يتحقّق: $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

هذا يعني أنّ جَذر المجموع **لا يساوي** مجموع جذور المضافات.

مثال: $\sqrt{36+64}\neq\sqrt{36}+\sqrt{64}$

لأنّ $\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ أمّا $\sqrt{36}+\sqrt{64}=6+8=14$

3. اِحسبوا، في كلّ بَند، النتيجة.

أ. $\sqrt{100+36}=$ ت. $\sqrt{100-36}=$ ج. $\sqrt{100\cdot 36}=$ خ. $\sqrt{\frac{100}{36}}=$

ب. $\sqrt{100}+\sqrt{36}=$ ث. $\sqrt{100}-\sqrt{36}=$ ح. $\sqrt{100}\cdot\sqrt{36}=$ د. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{36}}=$

4. سجّلوا، في كلّ بَند، العدد المناسب في المكان الفارغ.

أ. $\sqrt{\square} = 2^2 - 1$ ب. $\sqrt{\square} = 2^2 + 1$ ت. $\sqrt{64} = \square^2 - 1$ ث. $\sqrt{100} = \square^2 + 1$ ج. $\sqrt{36} = 9 - \square$ ح. $\sqrt{36} = 2 \cdot \square$

5. عوّضوا، في كلّ بَند، في التعبير الجَبريّ $\sqrt{3a+2b}$ واحسبوا.

أ. $a = 1 \quad b = -1$ ب. $a = 1 \quad b = 11$ ت. $a = 12 \quad b = 0$ ث. $a = 0 \quad b = 8$

6. أ. جِدوا خمسة أمثلة لأزواج أعداد (x, y) بحيث أنّ: $x^2 = \sqrt{y}$.

ب. ما هي العلاقة بين القيم المناسبة لـ x والقِيَم المناسبة لـ y؟

مجموعة مهامّ

1. حِلّوا.

أ. $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ ب. $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ ت. $\sqrt{4 \cdot 9}$ ث. $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$ ج. $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ ح. $\sqrt{9} - \sqrt{4}$ خ. $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$ د. $\sqrt{\frac{4}{9}}$

2. حِلّوا.

أ. $\sqrt{25} + \sqrt{16}$ ب. $\sqrt{25} - \sqrt{16}$ ت. $\sqrt{25+16}$ ث. $\sqrt{25-16}$ ج. $\sqrt{25} \cdot \sqrt{16}$ ح. $\sqrt{25 \cdot 16}$ خ. $\sqrt{\frac{16}{25}}$ د. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$

3. عوّضوا، في كلّ بَند، في التعبير الجَبريّ $\sqrt{2a+3b}$ واحسبوا.

أ. $a = 5 \quad b = 2$ ب. $a = 5 \quad b = -2$ ت. $a = 0 \quad b = 3$ ث. $a = 2 \quad b = -1$

4. عوّضوا، في كلّ بَند، في التعبير الجَبريّ $\sqrt{a^2+2b}$ واحسبوا.

أ. $a=1 \quad b=4$ ب. $a=-1 \quad b=4$ ت. $a=0 \quad b=8$ ث. $a=-3 \quad b=8$

5. أحيطوا، في كلّ بَند، الحرف المناسب. ماذا حصلْتم؟

	صحيح	غير صحيح
أ. $\sqrt{1}+\sqrt{1}=\sqrt{2}$	ב	ה
ب. $\sqrt{9}+\sqrt{16}=\sqrt{25}$	ל	ס
ت. $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$	כ	מ
ث. $\sqrt{1}\cdot\sqrt{1}=1$	מ	ל
ج. $\sqrt{4}+\sqrt{9}=\sqrt{25}$	י	נ
ح. $2\cdot\sqrt{16}=8$	מ	ו

6. اِختاروا، في كلّ بَند، الإجابة القريبة لإجابة التمرين المُعطى في الإطار.

أ.	$5\cdot\sqrt{12}$	17	30	15	25
ب.	$5+\sqrt{12}$	8	4	17	10
ت.	$8+2\cdot\sqrt{18}$	24	16	40	80
ث.	$8-2\cdot\sqrt{18}$	1	16	−1	2
ج.	$23-7\cdot\sqrt{2}$	16	13	9	22
ح.	$23+7\cdot\sqrt{2}$	37	30	33	45

7. اِحسبوا.

مثال: $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{100}+\sqrt{36}=10+6=16$

أ. $4\cdot\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ ت. $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ ج. $\sqrt{40}\cdot\sqrt{10}+\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$

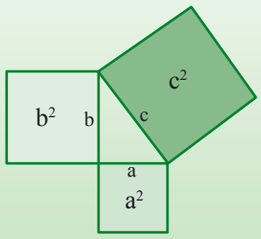
ب. $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ ث. $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ ح. $\sqrt{40}\cdot\sqrt{10}-\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$

الدرس الخامس: الجذور ونظريّة فيثاغوروس

إذا كان a, b, c أطوال أضلاع مثلّث قائم الزاوية (انظروا الرسمة)، فتتحقّق حسب نظريّة فيثاغوروس العلاقة $c^2 = a^2 + b^2$.

قالت **جميلة**: $c=\sqrt{a^2+b^2}$ لذا $c = a + b$

هل قول **جميلة** صحيح؟



نحسب أطوال أضلاع مثلّثات قائمة الزاوية..

1. أ. اِحسبوا نتيجة $\sqrt{4^2+3^2}$ هل $\sqrt{4^2+3^2}=4+3$؟

ب. اِحسبوا نتيجة $\sqrt{12^2+5^2}$ هل $\sqrt{12^2+5^2}=12+5$؟

ت. اِحسبوا نتيجة $\sqrt{10^2-5^2}$ هل $\sqrt{10^2-5^2}=10-5$؟

ث. اِحسبوا نتيجة $\sqrt{9^2-4^2}$ هل $\sqrt{9^2-4^2}=9-4$؟

2. حدّدوا، في كلّ بَند، = أو ≠. اشرحوا.

أ. $8+6$ ◯ $\sqrt{8^2+6^2}$ ث. $8-6$ ◯ $\sqrt{8^2-6^2}$

ب. $8+6$ ◯ $\sqrt{(8+6)^2}$ ج. $8-6$ ◯ $\sqrt{(8-6)^2}$

ت. $8\cdot 6$ ◯ $\sqrt{8^2+6^2}$ ح. $\frac{8}{6}$ ◯ $\sqrt{\frac{8^2}{6^2}}$

3. عودوا إلى مَهمّة الافتتاحيّة، واشرحوا لماذا قول **جميلة** صحيح؟

رأينا في المَهامّ 1 - 3 أنّه لكلّ $a > 0$ وَ $b > 0$ يتحقّق: $\sqrt{a^2+b^2} \neq a+b$

هذا يعني أنّ جَذر المجموع **لا يساوي** مجموع جذور المضافات.

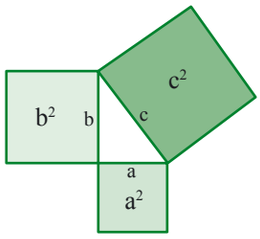
مثال: $\sqrt{8^2+6^2} \neq 8+6$

لأنّ $\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$

أمّا $8 + 6 = 14$

حسابات في المثلّث القائم الزاوية

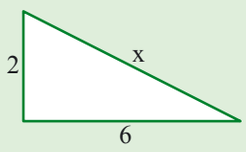
للتّذكير



نظريّة فيثاغوروس: في المثلّث القائم الزاوية، مساحة المربّع المبنيّ على الوتر تساوي مجموع مساحتيِّ المربّعين المبنيّين على القائمين.
هذا يعني أنّه إذا كان a وَ b طولا القائمين وَ c طول الوتر
(قياسات الطول مُعطاة بالسم $a > 0 , b > 0 , c > 0$)،
فإنّ $a^2 + b^2 = c^2$.

4. رُسم، في كلّ بَند، مثلّث قائم الزاوية. احسبوا طول الوتر.
(أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم $x > 0$).

مثال:



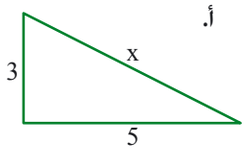
حسب نظريّة فيثاغوروس $2^2 + 6^2 = x^2$

$4 + 36 = x^2$

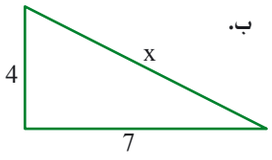
$40 = x^2$

طول الوتر بالسم: $x = \sqrt{40}$

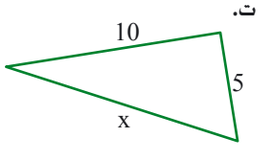
أ.



ب.

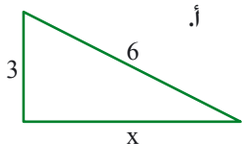


ت.

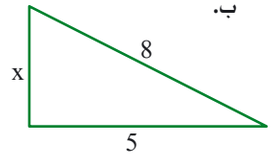


5. رُسم، في كلّ بَند، مثلّث قائم الزاوية. احسبوا طول القائم.
(أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم $x > 0$).

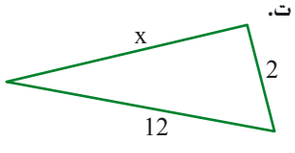
أ.



ب.



ت.



6. أُرسموا، في كلّ بَند، مثلثًا قائم الزاوية، سجّلوا المُعطيات، في الرسمة، واحسبوا.
أ. طولا القائمان في مثلّث قائم الزاوية هما 1 سم وَ 2 سم. اِحسبوا طول الوتر.
ب. طولا القائمان في مثلّث قائم الزاوية هما 4 سم وَ 5 سم. احسبوا طول الوتر.
ت. طول أحد القائمَيْن في مثلّث قائم الزاوية هو 2 سم وطول الوتر $\sqrt{8}$ سم.
اِحسبوا طول القائم الثاني.
أيّ مثلّث نَتَج؟

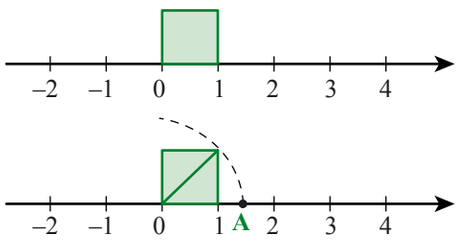
7. أمامكم رسمة البناء التالي:

- ارسموا هيئة محاور.
- بُني مربّع على قطعة الوحدة (القِطعة مِنْ 0 حتّى 1).
- أرسموا، في المربّع، قُطْرًا مِنْ نقطة الصفر.

أ. ما هي مساحة المربّع؟

ب. ما هو طول القُطْر؟

ما هو العدد المناسب للنقطة A؟

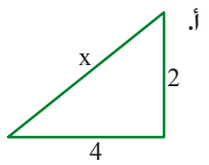


مجموعة مهامّ

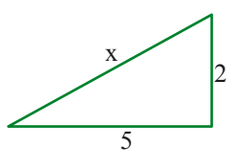
أُعِدّت الرسومات في مجموعة المَهامّ للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم.

1. مُعطى، في كلّ بَند، مثلّث قائم الزاوية.
اِحسبوا طول الضلع المُشار له بالحرف x ($x > 0$).

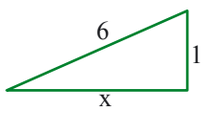
أ.



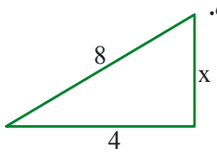
ب.



ت.

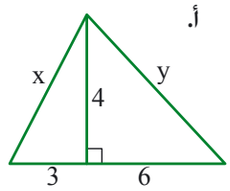


ث.

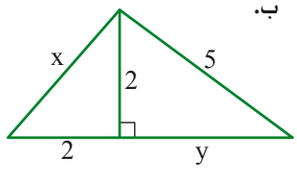


2. اِحسبوا، في كلّ بَند، قيمة x وقيمة y ($x > 0,\ y > 0$).

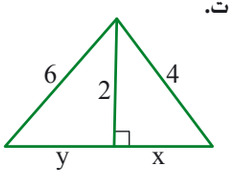
أ.



ب.

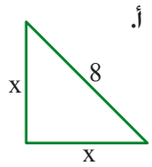


ت.

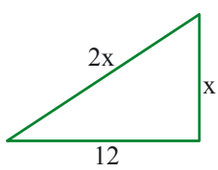


3. مُعطى، في كلّ بَند، مثلّث قائم الزاوية.
اِحسبوا طول الضلع المُشار له بالحرف x ($x > 0$).

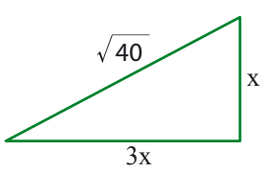
أ.



ب.



ت.



4. أُرسموا، في كلّ بَند، مثلثًا قائم الزاوية، سجّلوا المُعطيات، في الرسمة، واحسبوا.

أ. طولا القائمان في مثلّث قائم الزاوية هما 6 سم وَ 8 سم. اِحسبوا طول الوتر.

ب. طولا القائمان في مثلّث قائم الزاوية هما 6 سم وَ 7 سم. اِحسبوا طول الوتر.

ت. طول كلّ قائم في مثلّث قائم الزاوية ومتساوي الساقين هو 6 سم. اِحسبوا طول الوتر.

5. أُرسموا، في كلّ بَند، مثلثًا قائم الزاوية، سجّلوا المُعطيات، في الرسمة، واحسبوا.

أ. طولا القائمان في مثلّث قائم الزاوية هما 5 سم وَ 10 سم. اِحسبوا طول الوتر.

ب. طول أحد القائمين في مثلّث قائم الزاوية هو 7 سم وطول الوتر 8 سم.

اِحسبوا طول القائم الثاني.

ت. طول أحد القائمين في مثلّث قائم الزاوية هو 4 سم وطول الوتر $\sqrt{32}$ سم.

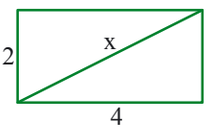
اِحسبوا طول القائم الثاني.

أيّ مثلّث نَتَج؟

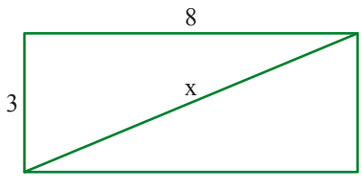
6. رُسم، في كلّ بَند، مستطيل.

اِحسبوا طول الضلع المُشار له بالحرف x ($x > 0$).

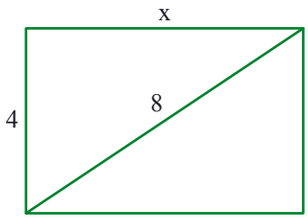
أ.



ب.

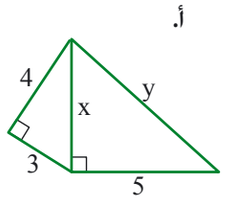


ت.

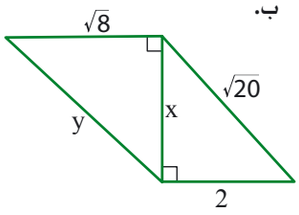


7. اِحسبوا، في كلّ بَند، قيمة x وقيمة y ($x > 0, y > 0$).

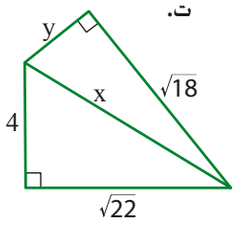
أ.



ب.



ت.

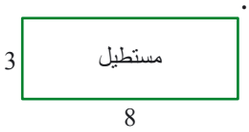


نحافظ على لياقة رياضيّة

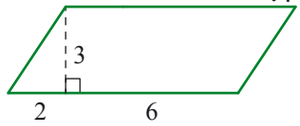
مساحات ووحدات قياس

1. اِحسبوا، في كلّ بَند، مساحة الشكل (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).

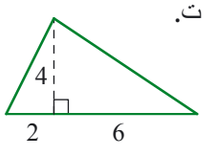
أ.



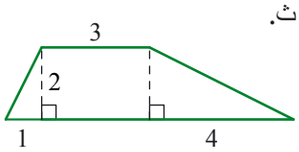
ب.



ت.

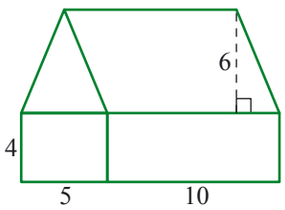


ث.



2. اِحسبوا محيط كلّ شكل مِنَ الأشكال الّتي وردت في مَهمّة 1.

3. ما هي مساحة الشكل (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم)؟



4. أيّ وِحدات مِنَ الأفضل استعمالها كي نَصف المقادير في كلّ بَند؟ أحيطوا الإجابة المناسبة.

أ. طول ملعب رياضة	كم	م	سم	م مربّع	سم مربّع
ب. مساحة غرفة	كم	م	سم	م مربّع	سم مربّع
ت. طول قلم رصاص	كم	م	سم	م مربّع	سم مربّع
ث. المسافة بين بلدات	كم	م	سم	م مربّع	سم مربّع

5. عدّ ثلاثة أخوة خطواتهما (بطول ثابت) مِنَ الطرف الأوّل للقاعة إلى الطرف الآخر.

عدد خطوات **جمال** 20 خطوة عدد خطوات **مسعود** 23 خطوة عدد خطوات **عماد** 27 خطوة

مَنْ مِنْهم طول خطوته هو الأكبر؟

6. أمامكم تخطيط غرفة (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم).

أ. ما هو طول الطاولة؟

ب. ما هي مساحة الغرفة؟
أيّ وحدات مساحة مِنَ الأسهل استعمالها؟

ت. ما هي مساحة السرير والطاولة معًا؟

ث. المساحة الفارغة في الغرفة هي 7.36 متر مربّع.
ما هو طول الخزانة؟