الوحدة الثامنة عشرة: متوازي الأضلاع

الدرس الأوّل: تعريف متوازي الأضلاع

متوازيات أضلاع في البيئة المحيطة:

- رُتبة في الجيش

- في أعلام الدول

لأيّ دولة ينتمي هذا العَلم؟

لأيّ دولة ينتمي هذا العَلم؟

- في إشارات المرور والسير

على ماذا تدلّ هذه الإشارة المروريّة؟

على ماذا تدلّ هذه الإشارة المروريّة؟

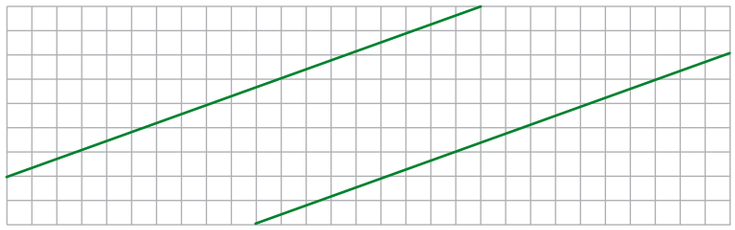
- في رُزم الطعام

اِبحثوا في البيت والإنترنت عن متوازيات أضلاع إضافيّة موجودة في البيئة المحيطة.

نعرّف متوازي الأضلاع ونتعلّم كيفيّة تمييزه.

1. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" **"מתמטיקה משולבת"** في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب **"פעילויות באמצעות מחשב"** فعّاليّة "أزواج مِنْ متوازيات الأضلاع " **"זוגות של מקבילים"**. يمكنكم تعريف **متوازي الأضلاع** بواسطة هذه الفعّاليّة.
نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

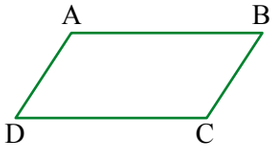
2. أ. أمامكم رسمة لزوج منَ المستقيمات المتوازية.
أُرسموا زوجًا إضافيًّا منَ المستقيمات المتوازية، بحيث تتقاطع مع الزوج الأوّل.
أيّ شكل رباعيّ نَتَج؟



ب. أُرسموا زوجًا إضافيًّا منَ المستقيمات المتوازية، بحيث تتقاطع مع الزوج المرسوم.
أيّ شكل رباعيّ نَتَج؟

بماذا تتشابه وبماذا تختلف الأشكال الرباعية عن بعضها: هل بمقدار الزاوية، بأطوال الأضلاع أم بتوازي الأضلاع؟

تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الّذي فيه زوج منَ الأضلاع المتقابلة المتوازية **"متوازي الأضلاع"**.



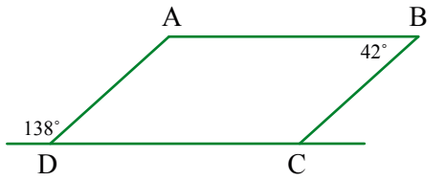
بكتابة رياضيّة: $CD \parallel AB$

$BC \parallel AD$

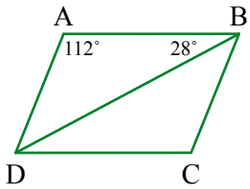
الأشكال الرباعيّة في المَهمّتين 1 أو 2 هي متوازيات أضلاع.

3. رُسم، في كل بَند، متوازي أضلاع وسُجّلت مُعطيات.
اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع، واشرحوا على ماذا اعتمدْتُم؟

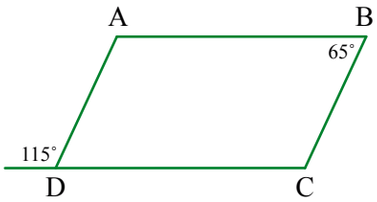
أ.



ب.



ت.



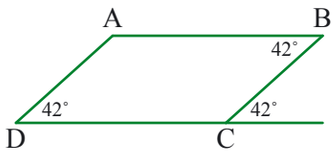
تمييز متوازي الأضلاع حسب التعريف

4. أمامكم رسمة الشكل الرباعيّ ABCD ومقدار الزوايا.

أ. هل AB || DC؟ علّلوا.

ب. هل AD || BC؟ علّلوا.

ت. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع؟ علّلوا.

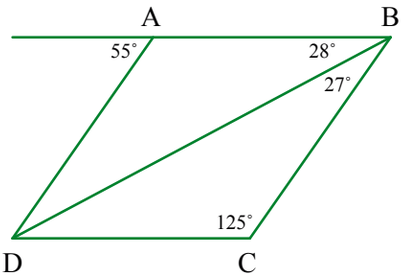


5. أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. هل AB || DC؟ علّلوا..

ت. هل AD || BC؟ علّلوا.

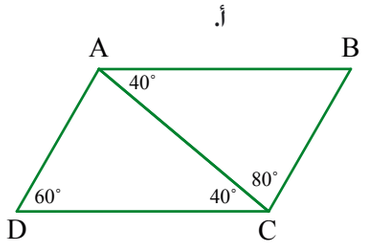
ث. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع؟ علّلوا.



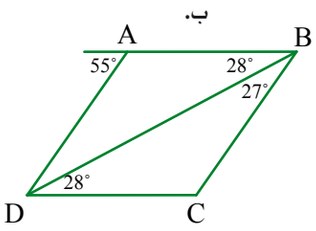
6. رُسم، في كلّ بند، شكل رباعيّ وسُجّل مقدار الزوايا.

حدّدوا بناء على المُعطيات، هل يمكن الاستنتاج أنّ الشكل الرباعيّ هو متوازي أضلاع؟ اشرحوا.

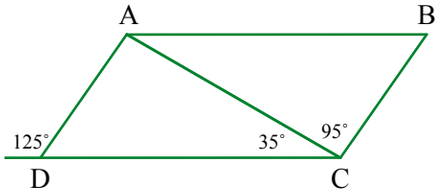
أ.



ب.



ت.



1. فتشوا عن متوازيات أضلاع في البيت، وأحضروا أمثلة إلى الصفّ.

2. ABCD شكل رباعيّ.

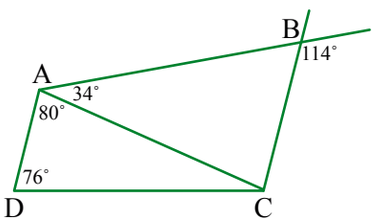
أ. احسبوا مقدار الزوايا في الرسمة.

(استعينوا بمجموع زوايا المثلّث).

ب. هل AB || CD؟

ت. هل AD || BC؟

ث. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع؟ علّلوا.



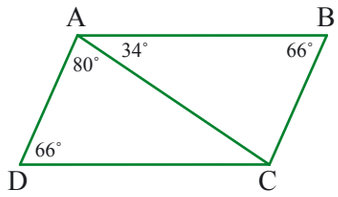
3. ABCD شكل رباعيّ.

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. هل AB || DC؟

ت. هل AD || BC؟

ث. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع؟ علّلوا.

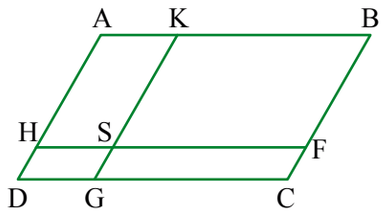


4. مُعطى AB || HF || DC

AD || KG || BC

كم متوازي أضلاع يوجد في الرسمة؟

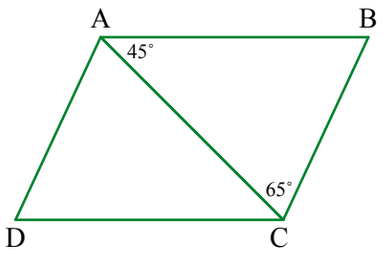
سجّلوها.



5. مُعطى ABCD متوازي أضلاع.

احسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

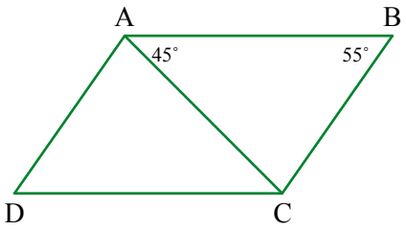
صِفوا المراحل الحسابيّة.



6. مُعطى ABCD متوازي أضلاع.

احسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

صِفوا المراحل الحسابيّة.



7. ABCD شكل رباعيّ.

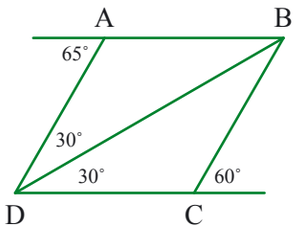
أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

(استعينوا بمجموع زوايا المثلّث).

ب. هل AB || DC؟

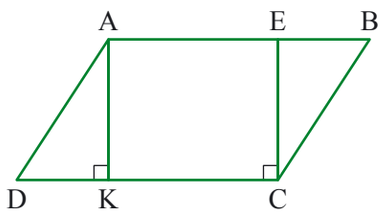
ت. هل BC || AD؟

ث. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع؟ علّلوا.



8. مُعطى ABCD متوازي أضلاع.

$AK \perp DC$, $EC \perp DC$

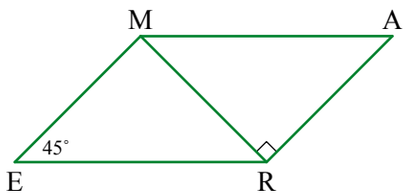


أ. هل $AK \parallel EC$؟ اشرحوا.

ب. هل الشكل الرباعيّ AKCE متوازي أضلاع؟ اِشرحوا.

9. مُعطى الشكل الرباعيّ MARE متوازي أضلاع.

$\measuredangle MRA = 90^\circ$



أ. ما مقدار $\measuredangle EMR$؟ عللوا.

ب. اِحسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

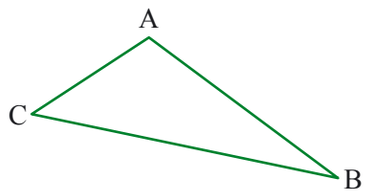
ت. جِدوا في الرسمة مثلّثات متساوية الساقين، وعلّلوا.

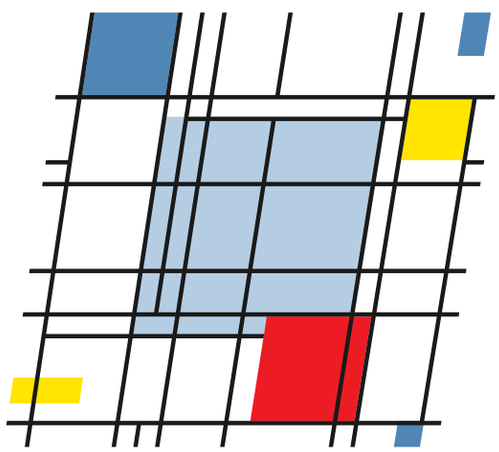
10. اُرسموا مستقيمات متوازية لأضلاع المثلّث ABC عبر الرؤوس A , B وَ C.

اُرمزوا إلى رؤوس المثلّث الجديد الناتج بالأحرف G, H, K.

كم متوازي أضلاع نتَجَ؟

سجّلوها.

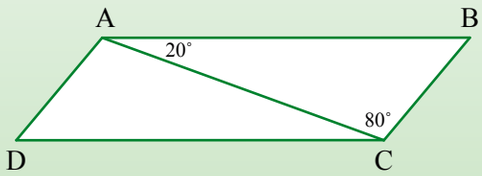




الدرس الثاني: زوايا في متوازي الأضلاع

رُسم، في كلّ بَند، متوازي أضلاع وسُجّلت مقادير الزوايا.
اِحسبوا مقادير الزوايا في متوازي الأضلاع.

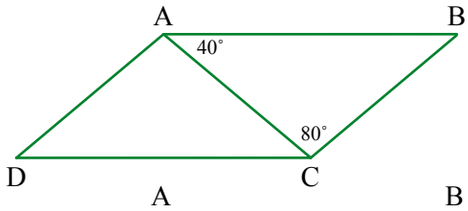
أ.



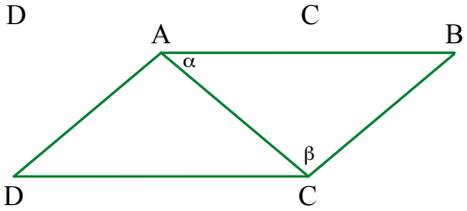
ب.

نتعرّف على صفات الزوايا في متوازي الأضلاع.

1. أ. الشكل الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع.
اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع حسب المُعطيات في الرسمة.
هل الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متساوية؟

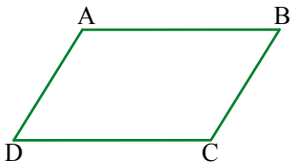


ب. اِختاروا قيماً أصغر مِنْ 90° للزوايا المشار إليها بـ α وَ β.
اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع حسب المُعطيات في الرسمة.
هل الزوايا المتقابلة متساوية؟

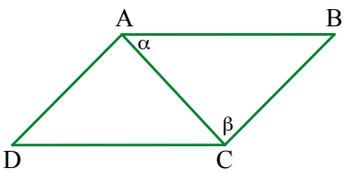


نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية**.

2. أ. سجّلوا المُعطيات والمطلوب برهانه في الـ نظريّة الّتي تظهر في الإطار.

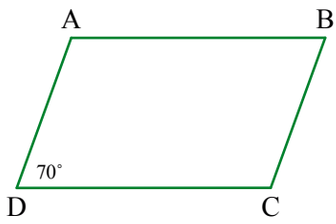


ب. جِدوا في المثلّث ADC زوايا مقدارها يساوي مقدار α وَ β، وسجّلوا في الرسمة.
اِشرحوا لماذا ∢B = ∢D؟
اِشرحوا لماذا ∢BCD = ∢BAD؟

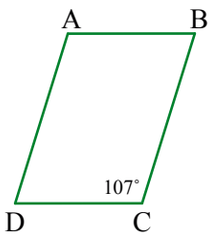


3. رُسِم، في كلّ بَند، متوازي أضلاع. اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع وسجّلوا في الرسمة.
(اِستعينوا بمجموع مقدار زوايا الشكل الرباعيّ).

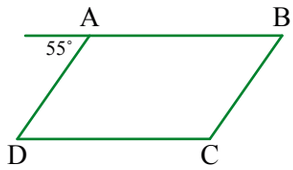
أ.



ب.

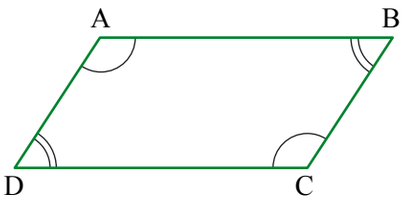


ت.



4. أ. اِفحصوا مجموع كلّ زوج زاويتين متجاورتين في متوازي الأضلاع في المَهمّة 3. ماذا وجَدتم؟

ب. اِستعينوا بالرسمة واِشرحوا لماذا مجموع كلّ زوج زاويتين متجاورتين هو $180°$؟



5. مُعطى الشكل الرباعيّ ABCD هو متوازي أضلاع
$\measuredangle A = 90°$

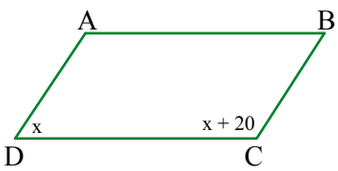
ارسموا متوازي الأضلاع، واِحسبوا مقادير زوايا متوازي الأضلاع.

ما هو الاسم الإضافيّ لهذا المتوازي الأضلاع؟

6. أ. مقدار إحدى زوايا متوازي الأضلاع هو $80°$.
اِحسبوا مقدار الزوايا الأخرى في متوازي الأضلاع.

ب. مقدار إحدى زوايا متوازي الأضلاع هو $112°$.
اِحسبوا مقدار الزوايا الأخرى في متوازي الأضلاع.

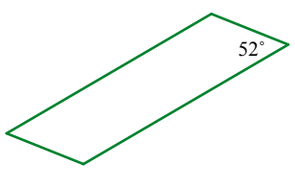
7. اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع الّذي يظهر في الرسمة.
($x > 0$, x بالدرجات.)



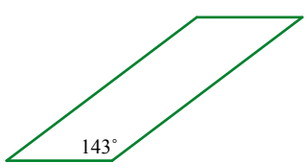
مجموعة مهامّ

1. مُعطى، في كلّ بند، متوازي أضلاع. اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

أ.



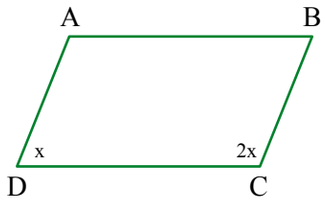
ب.



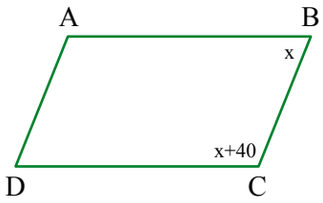
ت.

2. مُعطى، في كلّ بَند، متوازي أضلاع. اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع ($0 < x$, x بالدرجات).

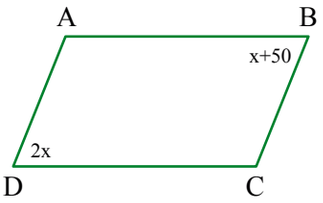
أ.



ب.

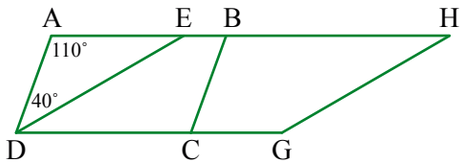


ت.



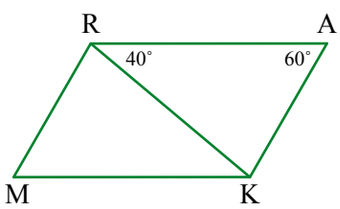
3. أ. مقدار إحدى زوايا متوازي الأضلاع هو $55°$.
اِحسبوا مقدار الزوايا الأخرى في متوازي الأضلاع.
ب. مقدار إحدى زوايا متوازي الأضلاع هو $98°$.
اِحسبوا مقدار الزوايا الأخرى في متوازي الأضلاع.

4. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.
DEHG متوازي أضلاع.
مُعطى، في الرسمة، مقدار زوايا.
اِحسبوا مقدار ∢H.

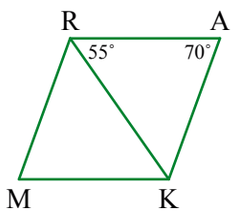


5. رُسم، في كلّ بَند، متوازي أضلاع، وسُجّلت مقادير الزوايا.
اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع، وحدّدوا هل ينصّف القُطْر RK الزاويتين ∢R وَ ∢K؟

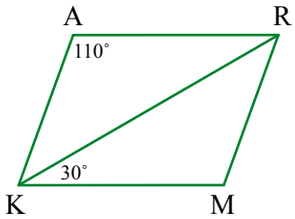
أ.



ب.

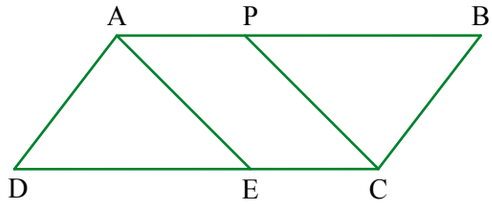


ت.



6. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.
AE ينصّف الزاوية ∢A.
CP ينصّف الزاوية ∢C.
$\measuredangle DAB = 124°$

أ. اِحسبوا مقدار الزوايا في الرسمة.
ب. اِشرحوا لماذا AECP متوازي أضلاع؟



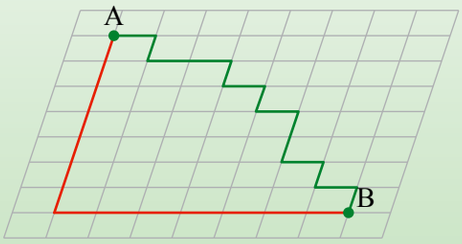
الدرس الثالث: الأضلاع في متوازي الأضلاع

تُنتِج الشوارع في مدينة مت في دولة وازي شبكة مِن متوازيات الأضلاع كما تظهر في الصورة.

سار **جاد** مِنَ النقطة A إلى النقطة B في المسار **الأخضر**.

قال **سائد**: أستطيع أنْ أُقصر الطريق، وسار في المسار **الأحمر**.

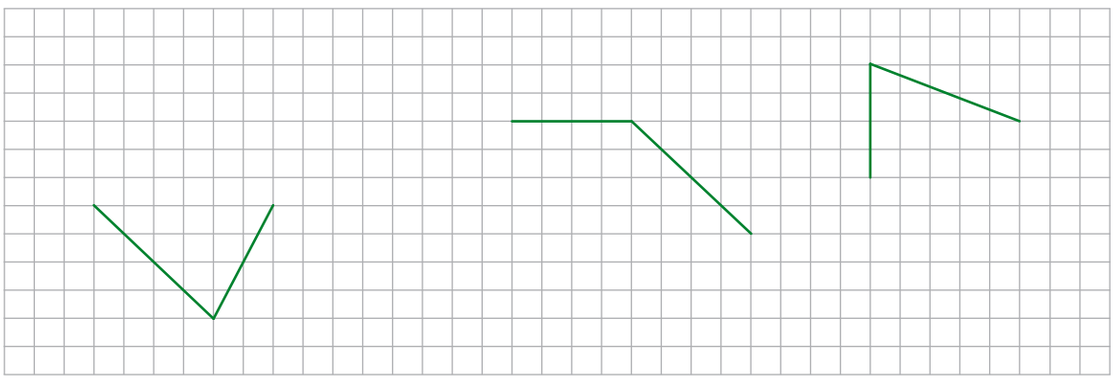
هل قول **سائد** صحيح؟



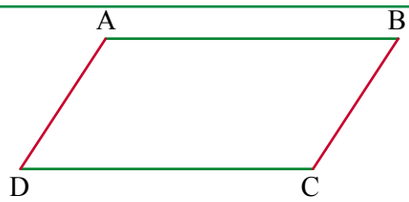
نتعرّف على صفات الأضلاع في متوازي الأضلاع.

أُعِدّت الرسومات في هذا الدرس وفي مجموعة المهامّ للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم.

1. أ. أكملوا إلى متوازيات أضلاع بواسطة رسم خطوط توازي الأضلاع المرسومة.



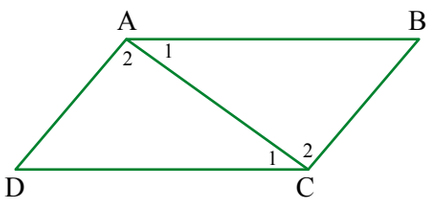
ب. اِفحصوا أطوال أضلاع متقابلة في كلّ متوازي أضلاع. ماذا وجدتم؟



نظرية إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول.

2. **مُعطى** $CD \parallel AB$

$CB \parallel AD$



أ. سجّلوا المطلوب برهانه حسب الـ **نظريّة** الّتي تظهر في الإطار (في الصفحة السابقة).

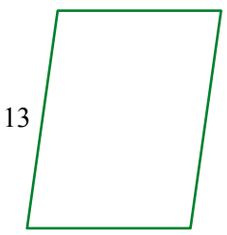
ب. أكملوا التعليلات:

الادّعاء	التعليل
$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C_1$	_____
$\sphericalangle A_2 = \sphericalangle C_2$	_____
AC ضلع مشترك	
$\Downarrow$	
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$	_____
$\Downarrow$	
$AB = CD \quad AD = CB$	

3. أ. بَنَت **مريم** متوازي أضلاع بمساعد خيط طوله 36 سم.

طول أحد أضلاع متوازي الأضلاع 13 سم.

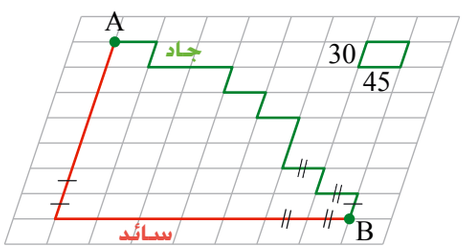
ما طول كلّ ضلع مِنَ الأضلاع الثلاثة الأخرى؟



ب. أُرسموا متوازيَيْ أضلاع آخرين يمكن بنائهما مِنْ خيط طوله 36 سم.

سجّلوا أطوال الأضلاع المناسبة لكلّ متوازي أضلاع.

4. نعود إلى شبكة الشوارع في مدينة مت مِنْ مَهمّة الافتتاحيّة.

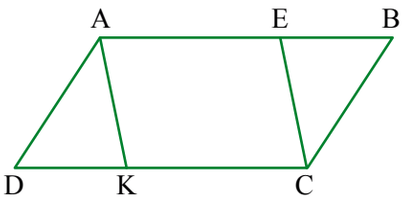


أ. ما المسافة الّتي قطعها **جاد** مِنَ النقطة A إلى النقطة B؟

ما المسافة الّتي قطعها **سائد** مِنَ النقطة A إلى النقطة B؟

ب. هل قصّر **سائد** الطريق؟

5. **مُعطى** الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع.
الشكل الرباعيّ AECK متوازي أضلاع.



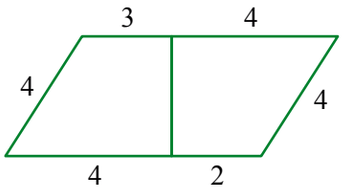
أ. اِشرحوا لماذا BE = DK؟

ب. **بَرهِنوا:** $\Delta AKD \cong \Delta CEB$.

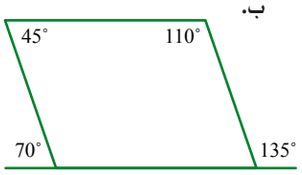
مجموعة مهامّ

1. رُسم، في كلّ بَند، متوازي أضلاع.
أشيروا إلى متوازيات أضلاع سُجّلت فيها أعداد غير صحيحة. اشرحوا.

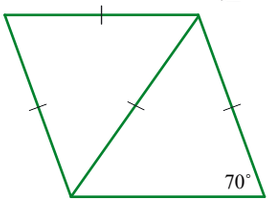
أ.



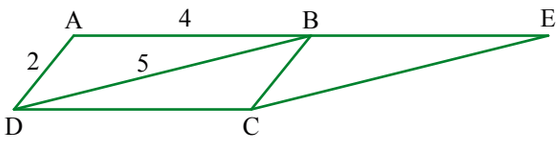
ب.



ت.



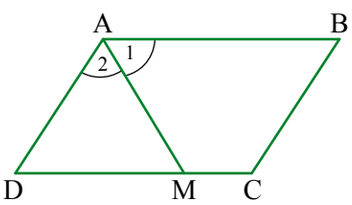
2. الشكلان الرباعيّان ABCD وَ BECD متوازيا أضلاع.



سُجّلت، في الرسمة، أطوال أضلاع المثلّث ABD.
اِحسبوا محيطيْ متوازيي الأضلاع.

3. أُرسموا متوازيي أضلاع يمكن بنائهما مِنْ خيط طوله 50 سم.
سجّلوا أطوال الأضلاع المناسبة لكلّ متوازي أضلاع.

4. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.
AM ينصّف الزاوية A.
CB = 7 سم
AB = 11 سم
$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$



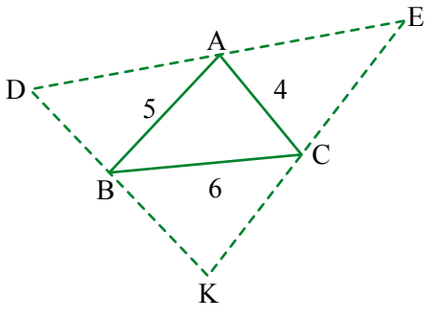
أ. بيّنوا أنّ المثلّث ADM متساوي الساقين.

ب. سجّلوا المُعطيات في الرسمة.

ت. اِحسبوا طول القطعة MC.

ث. اِحسبوا محيط متوازي الأضلاع.

5. رُسمت مستقيمات متوازية لأضلاع المثلّث ABC عبر رؤوس المثلّث.



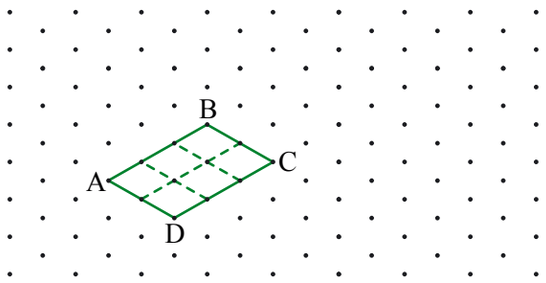
أ. كم متوازي أضلاع يوجد في الرسمة؟

ب. جِدوا وسجّلوا في الرسمة:

- أضلاع إضافيّة طول كلّ واحد منها 4 سم.
- أضلاع إضافيّة طول كلّ واحد منها 5 سم.
- أضلاع إضافيّة طول كلّ واحد منها 6 سم.

ت. جِدوا أطوال أضلاع المثلّث DEK.

6. أ. أمامكم رسمة متوازي أضلاع ABCD.

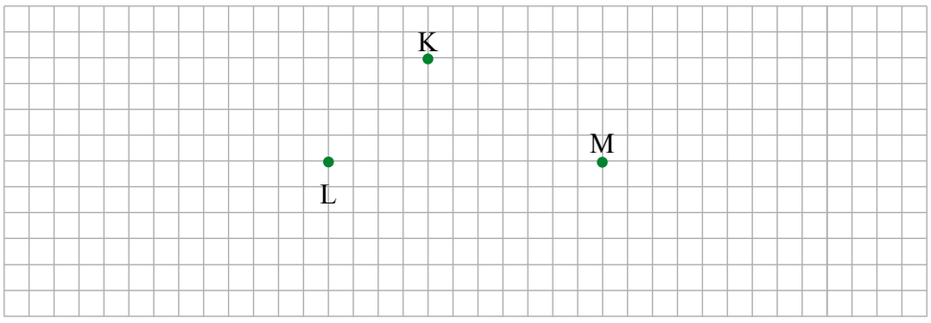


أُرسموا متوازي أضلاع أطوال أضلاعه ضعفي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع ABCD وزواياه تساوي زوايا متوازي الأضلاع ABCD.

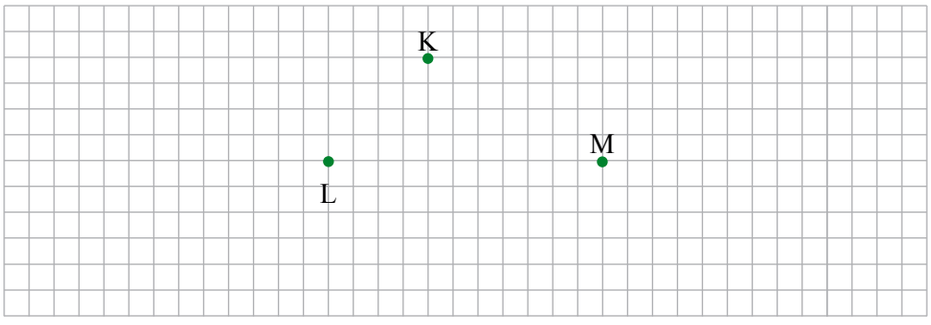
ب. كم ضعفًا **محيط** متوازي الأضلاع الّذي رسمتُموه أكبر مِنْ **محيط** متوازي الأضلاع ABCD؟

ت. كم ضعفًا **مساحة** متوازي الأضلاع الّذي رسمتُموه أكبر مِنْ **مساحة** متوازي الأضلاع ABCD؟

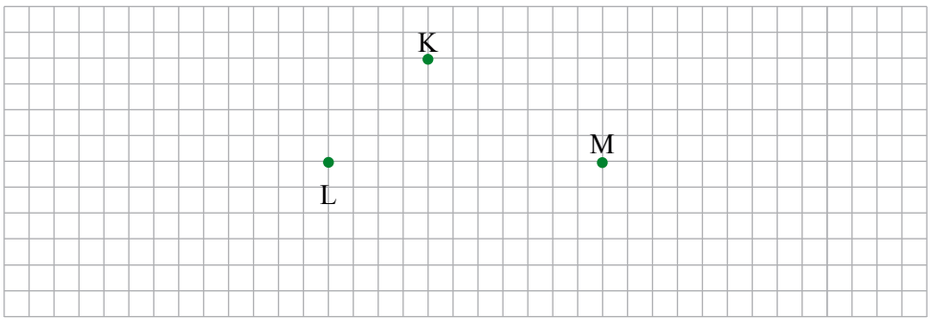
7. أُرسموا متوازي أضلاع، بحيث تكون النقاط K, L وَ M رؤوسه.



8. أُرسموا متوازي أضلاع **يختلف** عن متوازي الأضلاع الّذي رسمتُموه في مَهمّة 7، بحيث تكون النقاط K, L وَ M رؤوسه.



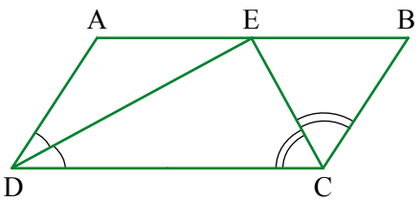
9. أُرسموا متوازي أضلاع **يختلف** عن متوازيي الأضلاع الّذين رسمتموهما في المَهمّتين 7 وَ 8، بحيث تكون النقاط K, L وَ M رؤوسه.



10. مُعطى ABCD متوازي أضلاع.

يلتقي منصّفا الزاويتين D وَ C على الضلع AB في النقطة E (انظروا الرسمة)

BC = 4 سم



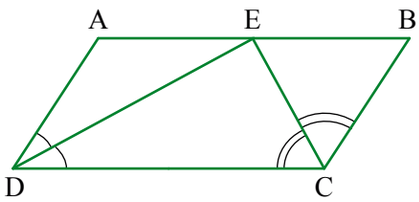
أ. جِدوا في الرسمة مثلّثات متساوية الساقين، واِشرحوا.

اِحسبوا طول AB وطول DC.

ب. كم ضعفًا طول DC أطول من BC؟

11. مُعطى ABCD متوازي أضلاع.

يلتقي منصّفا الزاويتين D وَ C على الضلع AB في النقطة E (اُنظروا الرسمة)



أ. أشيروا، في الرسمة، إلى قِطَع أطوالها متساوية. اِشرحوا.

ب. **برهنوا:** $DC = 2 \cdot BC$

12. أ. أُرسموا شكلاً رباعيًّا فيه زوج من الأضلاع المتوازية، **وليس متوازي أضلاع.**

ب. أُرسموا شكلًا رباعيًّا فيه زوج من الأضلاع المتقابلة المتساوية في الطول، **وليس متوازي أضلاع.**

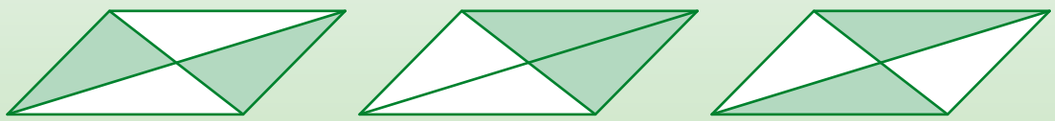
ت. أُرسموا شكلًا رباعيًّا فيه ثلاثة أضلاع متساوية في الطول، **ولا توجد فيه أضلاع متوازية.**

الدرس الرابع: أقطار في متوازي الأضلاع

رُسم، في كلّ بَند، متوازي أضلاع.

اِفحصوا هل المثلّثان الملوّنان **بالأخضر**، في كلّ متوازي أضلاع، متطابقان؟ اِشرحوا.

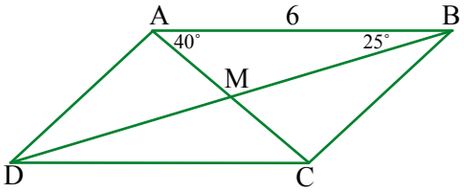
أ. ب. ت.



نتعرّف على صفات الأقطار في متوازي الأضلاع.

أُعِدّت الرسومات في هذا الدرس وفي مجموعة المهامّ للتّوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم.

1. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.



أشرنا، في الرسمة، إلى مقدار الزوايا وطول الأضلاع.

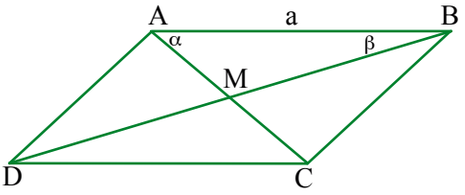
أ. ما طول الضلع DC؟ سجّلوا في الرسمة، وعلّلوا.

ب. جِدوا مقدار زوايا المثلّث CMD، وسجّلوا في الرسمة، وعلّلوا.

ت. حسب أيّ نظريّة تطابق يتطابق $\Delta AMB \cong \Delta CMD$؟

ث. أشيروا، في الرسمة، إلى أضلاع متساوية في الطول في المثلّثين AMD وَ CMD.

2. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.



أ. ما طول الضلع DC؟ سجّلوا في الرسمة، وعلّلوا.

ب. سجّلوا في المثلّث CMD زوايا مقدارها α وَ β وعلّلوا.

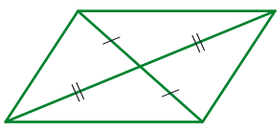
ت. حسب أيّ نظريّة تطابق يتطابق $\Delta AMB \cong \Delta CMD$؟

ث. أشيروا، في الرسمة، إلى أضلاع متساوية في الطول في المثلّثين AMD وَ CMD.

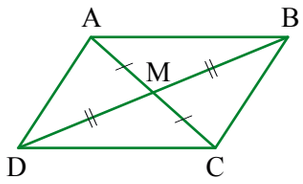
ج. سجّلوا مُعطَيَيْن من الأضلاع المتساوية في الطول الّتي تنتُج مِنْ تطابق المثلّثين $\Delta AMB \cong \Delta CMD$.

برهنّا في المَهمّة 2 الـ **نظريّة**

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ **الأقطار تنصّف بعضها**.



3. سجّلوا المُعطى والمطلوب برهانه حسب الـ **نظريّة** الّتي برهنّاها في المَهمّة 2.

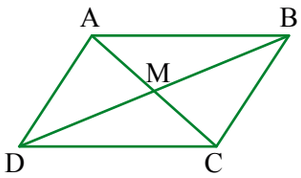


4. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.

6 سم = AB , 4 سم = AC , 10 سم = DB

أ. جدوا أطوال أضلاع ΔDMC، وسجّلوا في الرسمة.

ب. جدوا محيط ΔDMC.



صفات متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أضلاعه المتقابلة متوازية**.

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أضلاعه المتقابلة متساوية في الطول**.

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية بالمقدار**.

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإن **أقطاره تنصّف بعضها**.

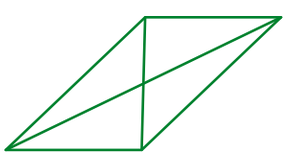
5. مُعطى متوازي أضلاع ليس مستطيلا.

أُرسموا دائرة تمرّ عبر رأسين متقابلين في متوازي الأضلاع.

أ. أين يقع مركز الدائرة الّتي رسمتمُوها؟ اِشرحوا.

ب. ما طول نِصف قُطر هذه الدائرة؟ اِشرحوا.

ت. هل هنالك دائرة أخرى مناسبة؟ اِفحصوا واشرحوا.



مجموعة مهامّ

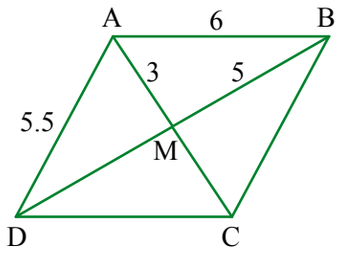
1. ABCD متوازي أضلاع.

جِدوا حسب مُعطيات الرسمة واشرحوا:

أ. محيط المثلّث ABC.

ب. محيط المثلّث BCD.

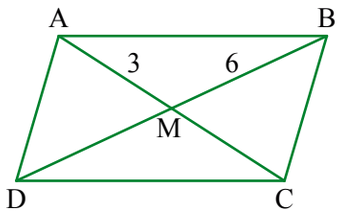
ت. محيط المثلّث BMC.



2. مُعطى محيط المثلّث AMB هو 17 سم.

محيط المثلّث BMC هو 15 سم.

سُجّلت في الرسمة مُعطيات إضافيّة، جِدوا أطوال متوازي الأضلاع.



3. مُعطى سُجّلت، في الرسمة، أطوال متوازي الأضلاع ABCD.

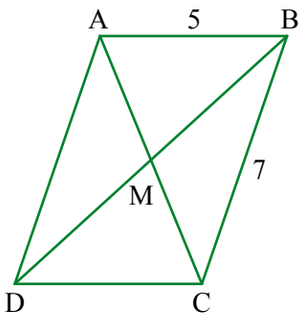
محيط المثلّث ABC هو 20 سم.

محيط المثلّث ADB هو 22 سم.

أ. جِدوا طوليِّ القُطْرين.

ب. جِدوا محيط المثلّث AMB.

ت. جِدوا محيط المثلّث BMC.



4. ABCD متوازي أضلاع .

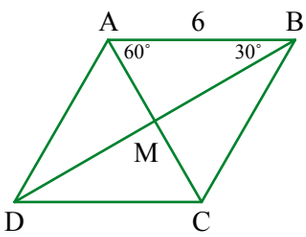
أ. احسبوا مقدار الزوايا بين الأقطار.

ب. جِدوا طول AM.

ت. جِدوا طول BM.

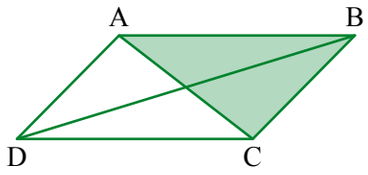
ث. جِدوا طوليِّ القُطْرين.

ج. جِدوا طول BC.



5. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.

سجّلوا مُعطى إضافي يضمن أنْ يتطابق $\Delta CMB \cong \Delta AMB$.

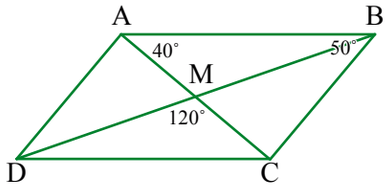


6. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.

أ. اِحسبوا مقدار زوايا المثلّث DMC.

ب. جِدوا مقدار الزاوية $\measuredangle ADB$.

ت. جِدوا مقدار الزاوية $\measuredangle BCA$.



7. **مُعطى** DEBA متوازي أضلاع.

$\measuredangle DBE = 75°$

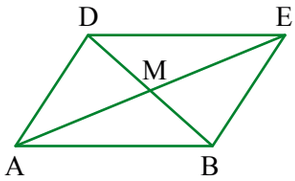
$\measuredangle DAE = 30°$

$AE =$ 8 سم

أ. سجّلوا المُعطيات في الرسمة.

ب. اِحسبوا مقدار الزوايا، وجدوا مثلّثات متساوية الساقين.

ت. ما طول الضلع AD؟ اِشرحوا.



8. **مُعطى** REDA متوازي أضلاع.

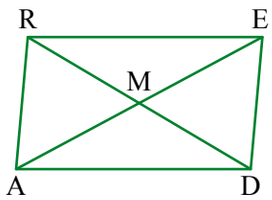
$\measuredangle AED=60°$, $\measuredangle DRA=60°$, $AR =$ 5 سم

أ. سجّلوا المُعطيات في الرسمة.

ب. جِدوا، في الرسمة، مثلّثات متساوية الأضلاع، وعلّلوا.

ت. اِحسبوا أطوال الأقطار.

ث. اِحسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

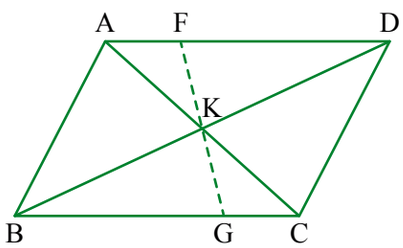


9. **مُعطى** ABCD متوازي أضلاع.

أُرسموا قطعة FG تمرّ عبر نقطة التقاء الأقطار.

برهِنوا: $FK = GK$

(برهِنوا في البداية تطابق المثلّث AFK والمثلّث CGK.)



نحافظ على لياقة رياضيّة

الضرب المُختَصر

1. جِدوا أزواجًا مِنَ التعابير الجَبريّة المتساوية.

• $x^2 + 2x + 1$	• $(x + 5)^2$
• $x^2 + 10x + 25$	• $(x - 6)^2$
• $x^2 - 9$	• $(x + 1)^2$
• $x^2 - 12x + 36$	• $(x + 3)(x - 3)$

2. جِدوا الأخطاء وصحّحوها.

أ. $(x + 5)^2 = x^2 + 25$ ت. $(x - 6)^2 = x^2 + 12x + 36$

ب. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$ ث. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$

3. حلّوا.

أ. $x^2 - 2x + 1 = 0$ ث. $x^2 - 8x + 16 = 0$

ب. $4x^2 - 4x + 1 = 144$ ج. $x^2 + 6x + 9 = 0$

ت. $x^2 + 18x + 81 = 16$ ح. $4x^2 - 20x + 25 = 36$

4. حدّدوا، في كلّ بَند، القِيَم المناسبة لـ x حسب المُعطيات، وسجّلوا تعبيرًا لمساحة المربّع (x بوحدات الطول).

أ. طول ضلع المربّع $x - 8$ ب. طول ضلع المربّع $x + 2$ ت. طول ضلع المربّع $2(x - 3)$

5. يُمثّل التعبير الجبريّ، في كلّ بَند، مساحة المربّع بالسنتمتر المربّع (x بالسم).
حدّدوا القِيَم المناسبة لـ x، وسجّلوا تعبيرًا لطول ضلع المربّع حسب مساحته.

أ. $(2x - 5)^2$

ب. $x^2 + 10x + 25$