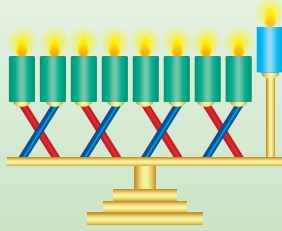


## الوحدة السادسة عشرة: مستقيمات متوازية

الدرس الأول: هل المستقيمات متوازية؟



أرادت **دلال** أن تحضر رسمًا تخطيطيًا دقيقًا لبناء شمعدان مكوّن من رباعيّتين من الأعمدة المتوازية (العُلب الأسطوانية الزرقاء والحمراء التي تظهر في الرسم).

كيف تستطيع **دلال** أن ترسم أعمدة متوازية؟

سنتعلم كيفية تمييز مستقيمات متوازية حسب الزوايا.



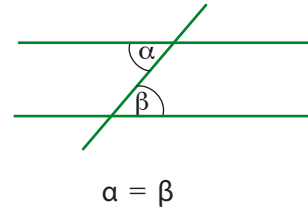
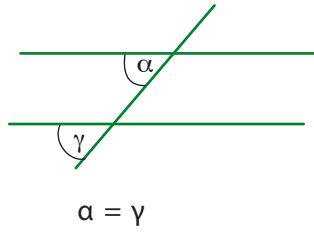
للتذكير

إذا تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين فإن:

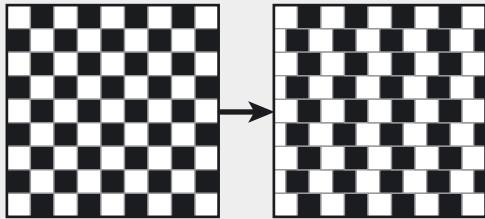
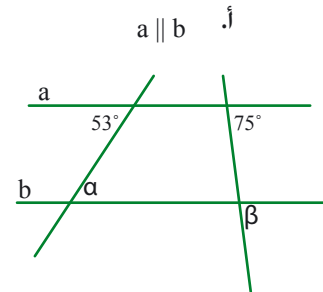
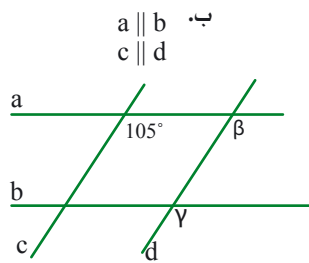
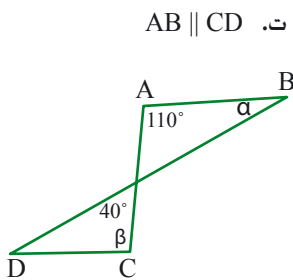
الزوايا المتبادلة متساوية

وأيضًا

الزوايا المتناظرة متساوية



1. احسبوا، في كلّ بند، مقدار الزوايا  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  بواسطة المقادير المُعطاة، وشرحوا حساباتكم.



تُنتج الخدعة البصريّة في الرسم بواسطة إزاحة أسطر شبكة التريّعات المربّعة. نتيجة لهذه الإزاحة، تبدو المستقيمات الأفقيّة غير متوازية. يمكنكم نسخ المستقيمات إلى ورقة شفافة، وهكذا تتأكدون من أنّ المستقيمات بقيت، في الواقع، متوازية.



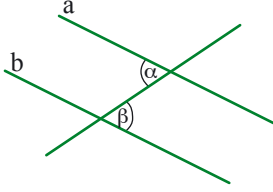


2. أ. سجّلوا بكتابة رياضية مُعطيات واستنتاجات الـ **نظرية**

إذا كان المستقيمان **متوازيين** فإنّ الزوايا **المتبادلة** متساوية.

\_\_\_\_\_ || \_\_\_\_\_ **مُعْطَى**

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ **استنتاج**



ب. صوغوا **الادّعاء العكسي** بالكلمات.

ت. سجّلوا **الادّعاء العكسي**، الذي صُغِّمَوه في البند السابق، بكتابة رياضية.

\_\_\_\_\_ **مُعْطَى**

\_\_\_\_\_ **استنتاج**

ث. خمّنوا هل **الادّعاء العكسي** صحيح؟

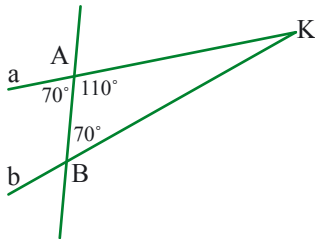
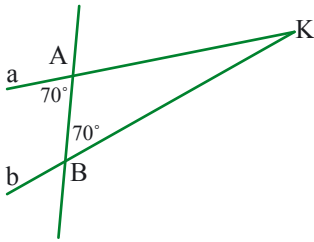
ج. فحص **رائد** بمساعدة مثال  $\alpha = \beta = 70^\circ$ ، أنظروا الرسم.

**قال رائد:** إذا كان  $a$  و  $b$  غير متوازيين، فإنهما يتقاطعان وينتُج مثلث

$\Delta ABK$

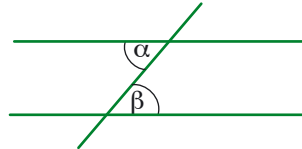
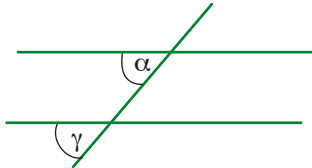
هل يمكن أن يكون  $a$  و  $b$  غير متوازيين؟

افحصوا مجموع زوايا المثلث  $ABK$ .



رأينا في المهمة 2 أنّ **النظرية العكسية** تتحقّق. هذا يعني أنّه إذا كان مُعطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطعان معهما:

إذا كان هناك زوج من الزوايا المتبادلة المتساوية **أو** إذا كان هناك زوج من الزوايا المتناظرة المتساوية

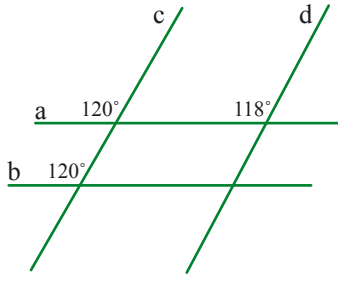


فإنّ **المستقيمين متوازيان**.

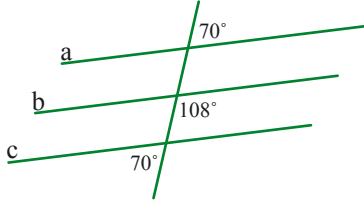
من هنا يمكن الاستنتاج أنّه يمكن تمييز مستقيمتين متوازيتين بمساعدة مساواة بين الزوايا.

3. أكملوا، في كل بند، حسب مُعطيات الرسمَة || (يوازي) أو  $\perp$  (لا يوازي).

أ.  $a \bigcirc b$   $c \bigcirc d$



ب.  $a \bigcirc b$   $a \bigcirc c$   $b \bigcirc c$



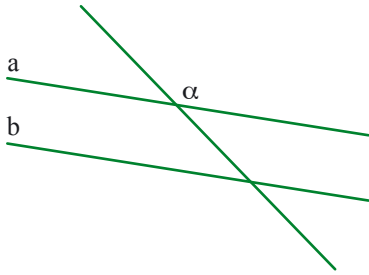
مجموعة مهام



1. أ. مُعطى  $a \parallel b$

عَيِّنوا في الرسمَة زاوية  $\beta$ ، بحيث تتبادل مع الزاوية  $\alpha$ .

عَيِّنوا في الرسمَة زاوية  $\gamma$ ، بحيث تتناظر مع الزاوية  $\alpha$ .

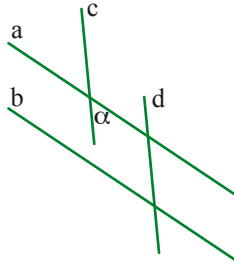


ب. مُعطى  $a \parallel b$

$c \parallel d$

عَيِّنوا في الرسمَة زاوية  $\beta$ ، بحيث تتبادل مع الزاوية  $\alpha$ .

عَيِّنوا في الرسمَة زاوية  $\gamma$  أخرى، بحيث تتبادل مع الزاوية  $\alpha$ .

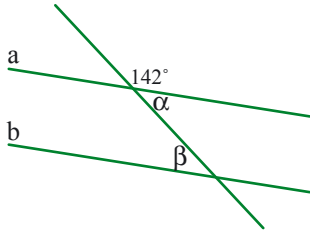


2. مُعطى  $a \parallel b$

إحسبوا وعلّلوا.

أ.  $\alpha =$  تعليل: \_\_\_\_\_

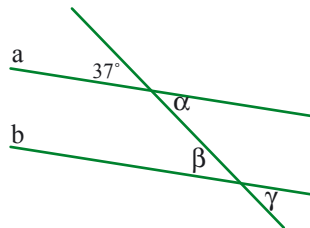
$\beta =$  تعليل: \_\_\_\_\_



ب.  $\alpha =$  تعليل: \_\_\_\_\_

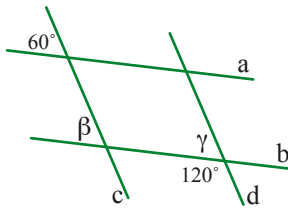
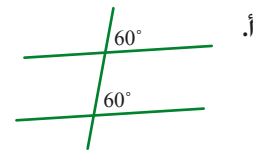
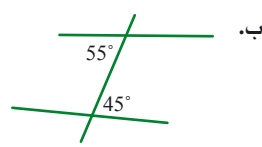
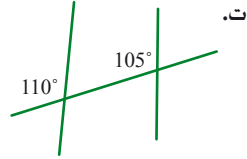
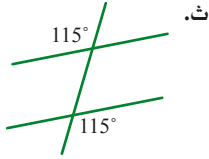
$\beta =$  تعليل: \_\_\_\_\_

$\gamma =$  تعليل: \_\_\_\_\_



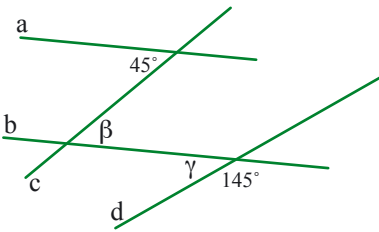


3. حدّدوا، في كلّ بند، هل المستقيمان متوازيان؟ سجّلوا النظريّة التي استعملتموها.



4. مُعطى  $a \parallel b$

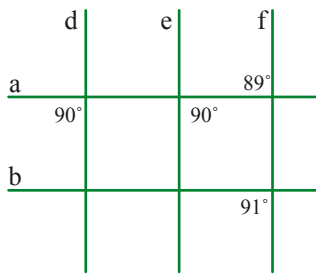
احسبوا مقدار الزاويتين  $\beta$  و  $\gamma$ .  
هل  $c \parallel d$ ؟ علّلوا.



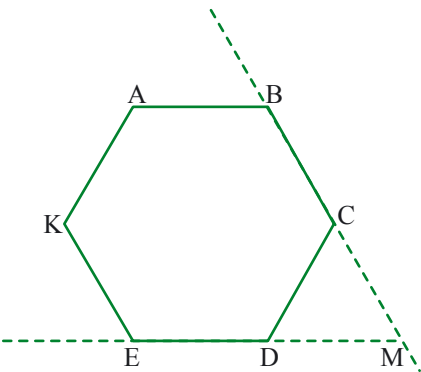
5. مُعطى  $a \parallel b$

احسبوا مقدار الزاويتين  $\beta$  و  $\gamma$ .  
هل  $c \parallel d$ ؟ علّلوا.

6. سجّلوا، حسب مُعطيات الرسمة، بين كلّ زوج مستقيمتين  $\parallel$  (يوازي) أو  $\nparallel$  (لا يوازي).



$e \bigcirc d$        $a \bigcirc b$



7. المضلع ABCDEK هو شكل سداسيّ منتظم.

يتقاطع امتداد BC مع امتداد ED في النقطة M.

أ. احسبوا مقدار زوايا المثلث DCM.

للتذكير: مقدار كلّ زاوية في الشكل السداسيّ المنتظم هو  $120^\circ$ .

ب. اشرحوا لماذا  $AB \parallel ED$ ؟

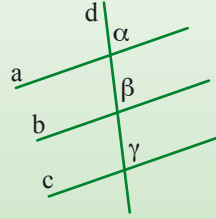
ت. سجّلوا زوجين إضافيين من الأضلاع المتوازية في الشكل السداسيّ المنتظم.



## الدرس الثاني: هل المستقيمتان متوازيتان؟ (تكملة)

**مُعْطَى**  $b \parallel c$  ,  $a \parallel b$

هل  $a \parallel c$ ؟ اشرحوا.



نفحص التوازي بين المستقيمتان، ونحسب مقدار الزوايا بين مستقيمتان متوازيتان والمستقيم الذي يقطعهما.

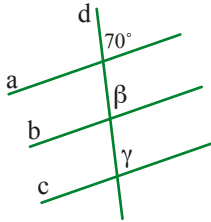
1. أ. في الرسم  $b \parallel c$  ,  $a \parallel b$

d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمتان a , b و c .  
أكملوا:

\_\_\_\_\_ : تعليل  $\beta =$  \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ : تعليل  $\gamma =$  \_\_\_\_\_

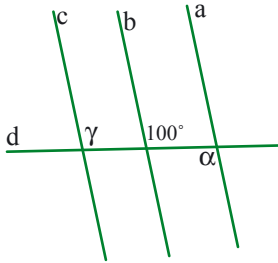
\_\_\_\_\_ : تعليل  $a \parallel c$



ب. في الرسم  $b \parallel c$  ,  $a \parallel b$

d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمتان a , b و c .  
احسبوا مقدار الزاويتين  $\alpha$  و  $\gamma$  . وعلّلوا.

**استنتاج**  $a \parallel c$  . علّلوا.



2. نعود إلى مهمة الافتتاحية:

في الرسم  $b \parallel c$  ,  $a \parallel b$

d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمتان a , b و c .  
سجّلوا تعليلات:

\_\_\_\_\_ : تعليل  $\beta = \alpha$

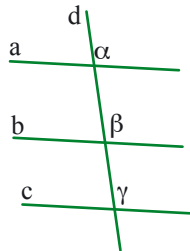
\_\_\_\_\_ : تعليل  $\beta = \gamma$

↓

\_\_\_\_\_ : تعليل  $\alpha = \gamma$

↓

\_\_\_\_\_ : تعليل  $a \parallel c$





برهناً في المَهْمَة 2 أنه إذا كان مستقيمان **متوازيين** لمستقيم ثالث، فإنَّ المستقيمين متوازيان.

3. أ. أرسموا حسب المُعطيات.

a \_\_\_\_\_

$$c \perp a$$

$$b \perp a$$

**مُعْطَى**

ب. جدوا، في الرسم، زوجاً من المستقيمتين المتوازيتين، وعلّلوا.

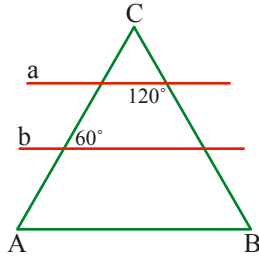


رأينا في المَهْمَة 3 أنه إذا كان مستقيمان **متعامدين** لمستقيم ثالث، فإنَّ المستقيمين متوازيان

4. المثلث ABC هو مثلث متساوي الأضلاع.

أ. احسبوا مقدار الزوايا الأخرى حسب المُعطيات.

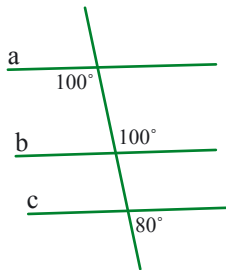
ب. جدوا، في الرسم، أزواجاً من المستقيمتين المتوازيتين، وعلّلوا.



**مجموعة مهام**



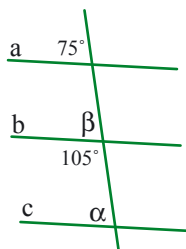
1. جدوا، في الرسم، جميع أزواج المستقيمتين المتوازيتين. علّلوا.

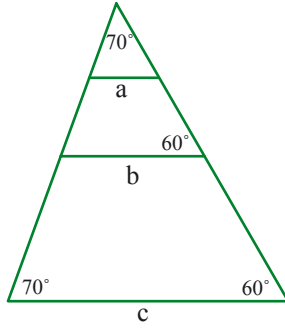


2. **مُعْطَى**  $a \parallel c$

أ. احسبوا مقدار الزاويتين  $\alpha$  و  $\beta$  حسب المُعطيات، وعلّلوا.

ب. علّلوا لماذا  $c \parallel b$ ؟





3. علّلوا حسب مُعطيات الرّسمة.

- لماذا  $c \parallel b$  ؟

- لماذا  $c \parallel a$  ؟

- لماذا  $b \parallel a$  ؟



4. أ. أرسموا حسب المُعطيات.

**مُعْطَى**  $b \perp a$   $c \perp b$

جِدُوا زَوْجًا مِنَ الْمُسْتَقِيمَاتِ الْمُتَوَازِيَةِ، وَعَلَّلُوا.

ب. أرسموا حسب المُعطيات.

**مُعْطَى**  $b \perp a$   $c \perp b$   $d \perp c$

جِدُوا أَزْوَاجًا مِنَ الْمُسْتَقِيمَاتِ الْمُتَوَازِيَةِ، وَعَلَّلُوا.

a

a

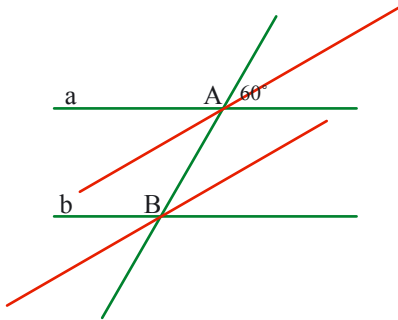
5. أرسموا حسب المُعطيات.

**مُعْطَى**  $b \perp a$   $c \perp b$   $d \perp c$

جِدُوا مُسْتَقِيمَاتٍ مُتَوَازِيَةٍ، وَعَلَّلُوا.

$e \perp d$

a

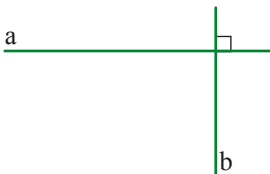


6. **مُعْطَى**  $a \parallel b$

يَنْصَفُ الْمُسْتَقِيمَانِ الْمَلَوْنَانِ بِالْأَحْمَرِ الزَّاوِيَتَيْنِ A وَ B.

أ. احسبوا مقدار الزوايا حسب المُعطيات.

ب. علّلوا لماذا منصفَا الزاويتين متوازيين؟

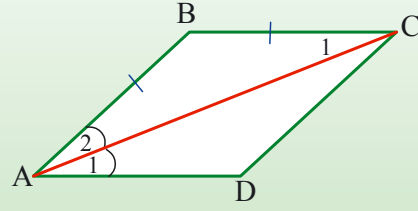


7. **مُعْطَى**  $b \perp a$

أ. أرسموا المستقيم 'c' بحيث يوازي المستقيم 'b'.

ب. اشرحوا لماذا  $a \perp c$  ؟

## الدرس الثالث: متوازيات في المثلثات والأشكال الرباعية



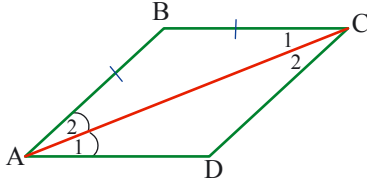
مُعْطَى  $AB = BC$

$\angle BAC$  ينصف  $AC$

هل يمكن أن نبرهن أن  $BC \parallel AD$  ؟

نفحص توازي مستقيمات في المثلثات والأشكال الرباعية.

1. ننتقل إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية، ونبرهن أن  $BC \parallel AD$ .



مُعْطَى  $AB = BC$

$\angle A_2 = \angle A_1$

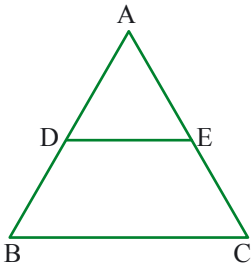
البرهان  $\angle A_2 = \angle C_1$  التعليل: \_\_\_\_\_

$\Downarrow$

$\angle A_1 = \angle C_1$

$\Downarrow$

\_\_\_\_\_ التعليل:  $BC \parallel AD$

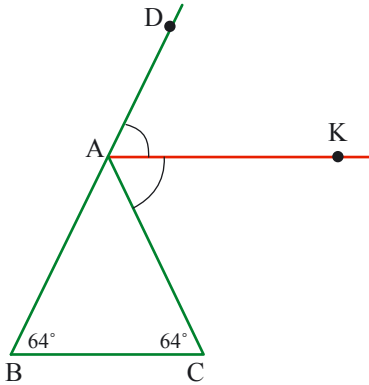


2. مُعْطَى  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الأضلاع.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسم.

ب. علّلوا لماذا  $BC \parallel DE$  ؟



3. مُعْطَى  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الساقين ( $AB = AC$ )

مقدار زاوية قاعدة المثلث هو  $64^\circ$ .

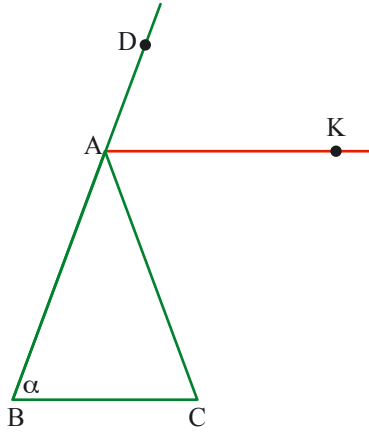
$\angle DAC$  ينصف  $\angle BAC$

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسم.

ب. استنتاج  $BC \parallel AK$

علّلوا الاستنتاج.





4. مُعطى  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الساقين ( $AB = AC$ )

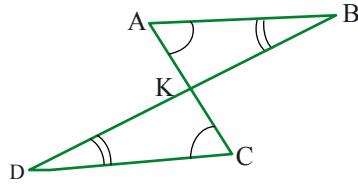
$$\angle B = \alpha$$

AK ينصف  $\angle DAC$

أ. عبّروا عن مقدار جميع الزوايا في الرسم بواسطة  $\alpha$ .

ب. استنتاج  $BC \parallel AK$

علّلوا استنتاجاتكم.



5. أ. أكتبوا المُعطيات المشار إليها بكتابة رياضية.

ب. هل يمكن الاستنتاج أن المثلثين متطابقان؟

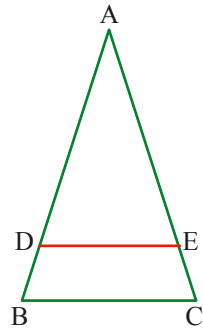
إذا كانت الإجابة نعم، فبناء على أيّ نظرية تطابق؟ إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالاً مضاداً.

ت. هل يمكن الاستنتاج أن  $AB \parallel CD$ ؟

إذا كانت الإجابة نعم، فعّلّوا. إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالاً مضاداً.



### مجموعة مهام



1. مُعطى  $\triangle ADE$  هو مثلث متساوي الساقين ( $AD = AE$ )

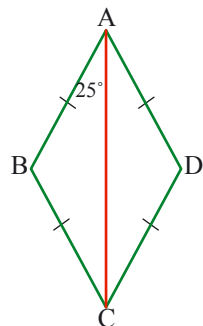
$$\angle B = 68^\circ \quad \angle A = 44^\circ$$

أ. سجّلوا المُعطيات في الرسم.

ب. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسم.

ت. هل المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين؟ علّلوا.

ث. هل  $BC \parallel DE$ ؟ علّلوا.



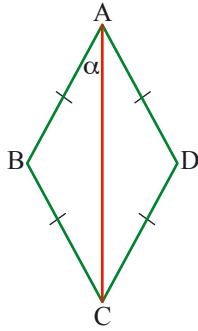
2. مُعطى AC قُطر في المعين (شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية في الطول).

$$\angle BAC = 25^\circ$$

أ. حسب أيّ نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ؟

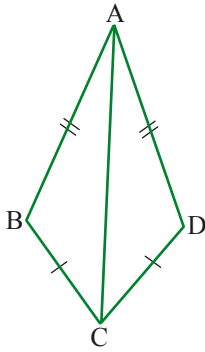
ب. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسم.

ت. علّلوا لماذا زوجا الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازيان؟

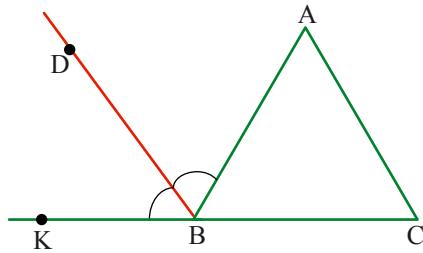


3. **مُعْطَى**  $AC$  قُطْر في المَعِين (شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية في الطول).  
 $\angle BAC = \alpha$

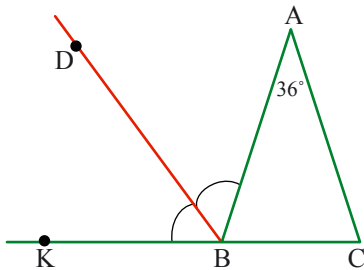
- حسب أيّ نظريّة تطابق يمكن الاستنتاج أن  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ؟
- عبّروا عن مقدار جميع الزوايا في الرسمة بواسطة  $\alpha$ .
- علّلوا لماذا زوجا الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعيّ متوازية؟



4. **مُعْطَى**  $AC$  قُطْر في دالتون ليس معيّنًا.  
 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  حسب أيّ نظريّة تطابق يمكن الاستنتاج أن  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ؟  
 ب. هل يمكن الاستنتاج أن الدالتون فيه أضلاع متوازية؟ علّلوا.



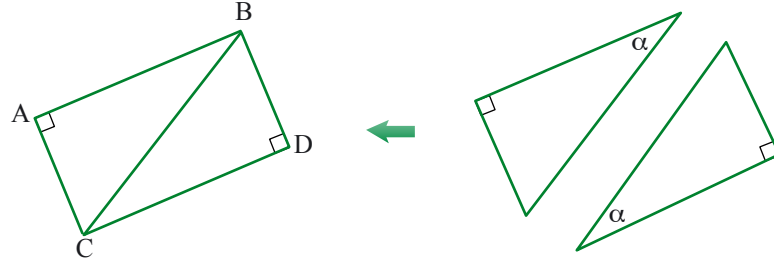
5. **مُعْطَى**  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الأضلاع.  
 BD ينصف الزاوية المجاورة للزاوية  $\angle ABC$ .  
 أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.  
 ب. **استنتاج**  $AC \parallel BD$   
 علّلوا الاستنتاج.



6. **مُعْطَى**  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الساقين.  
 BD ينصف الزاوية المجاورة للزاوية القاعدة  $\angle ABC$ .  
 $\angle BAC = 36^\circ$   
 أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.  
 ب. هل BD يوازي AC؟ علّلوا.



7. ضعوا وتر مثلثين قائمَي الزاوية، مختلفي الأضلاع متطابقين، الواحد بجانب الآخر بحيث ينتج مستطيل.



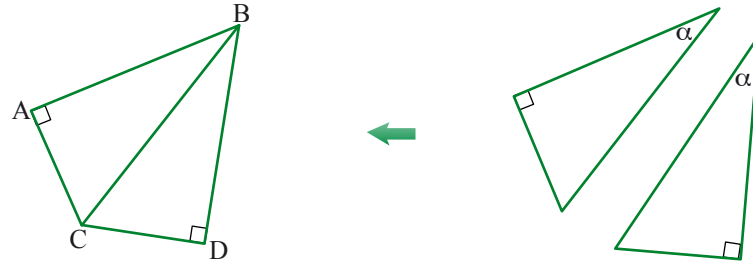
أ. أشرنا في الرسمة إلى زاوية  $\alpha$ .

استعينوا بالتطابق، وعبروا عن مقدار جميع الزوايا في المستطيل الناتج بواسطة  $\alpha$ .

ب. جدوا في المستطيل زوجين من الأضلاع المتوازية، وعللوا.



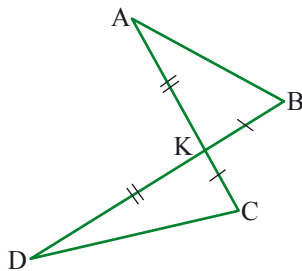
8. ضعوا وتر مثلثين قائمَي الزاوية، مختلفي الأضلاع متطابقين، الواحد بجانب الآخر بحيث ينتج دالتون.



أ. أشرنا في الرسمة إلى زاوية  $\alpha$ .

استعينوا بالتطابق، وعبروا عن مقدار جميع الزوايا في الدالتون بواسطة  $\alpha$ .

ب. هل يوجد في الدالتون أزواج من الأضلاع المتوازية؟ عللوا.



9. أ. سجّلوا المعطيات المشار إليها في الرسمة بكتابة رياضية.

ب. حسب أي نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن المثلثين متطابقان؟

ت. أسيروا، في الرسمة، إلى الزوايا المتساوية حسب التطابق.

ث. هل يمكن الاستنتاج أن  $AB \parallel CD$ ؟ عللوا.

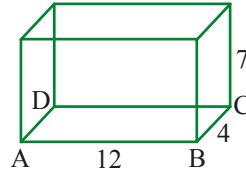


نحافظ على لياقة رياضية

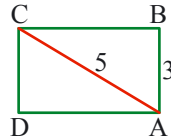
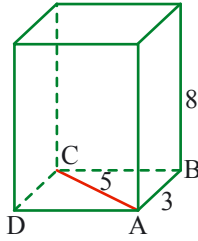
صناديق

أُعِدَّت الرسومات في المهام التالية للتوضيح، وقياسات الطول مُعطاة بالسم.

1. أمامكم صندوق. جدوا حجم الصندوق.



2. أمامكم صندوق. طول القطر AC للسطح ABCD هو 5 سم، وطول AB هو 3 سم.



أ. أمامكم رسمة السطح ABCD خارج الصندوق.

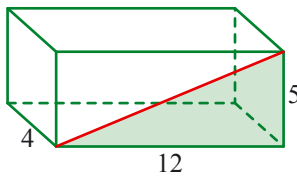
احسبوا طول الضلع الآخر في السطح.

ب. احسبوا حجم الصندوق.

3. أمامكم صندوق. قُطِر أحد سطوح الصندوق لونه أحمر.

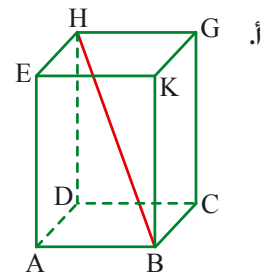
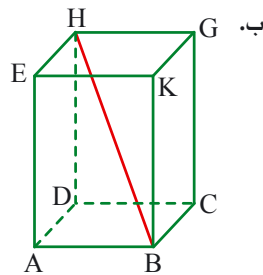
أ. جدوا طول القطر الملون بالأحمر.

ب. احسبوا حجم الصندوق.



4. أمامكم رسمة صندوق، وأحد أقطاره.

أكملوا في كل رسمة إلى مثلث قائم زاوية آخر، بحيث يكون قُطِر الصندوق هو الوتر.



5. أمامكم صندوق. طول ارتفاع الصندوق CE 60 سم، طول قُطِر السطح AC 80 سم.

سجلوا المُعطيات في الرسمة، وجدوا طول قُطِر الصندوق (استعينوا بالمثلث القائم الزاوية ACE).

