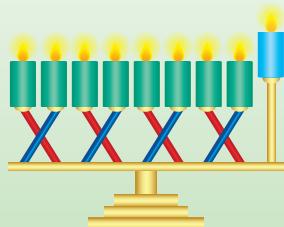


الوحدة السادسة عشرة: مستقيمات متوازية

الدرس الأول: هل المستقيمات متوازية؟

أرادت دلال أن تحضر رسماً تخطيطياً دقيقاً لبناء شمعدان مكون من رباعين من الأعمدة المتوازية (العلب الأسطوانية الزرقاء والحرماء التي تظهر في الرسمة).

كيف تستطيع دلال أن ترسم أعمدة متوازية؟

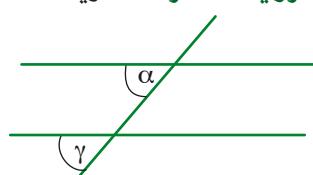


ستتعلم كيفية تمييز مستقيمات متوازية حسب الزوايا.



إذا تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين فإن:

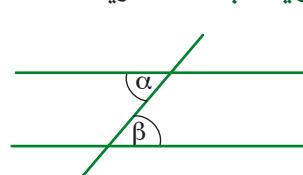
الزوايا المتناظرة متساوية



$$\alpha = \gamma$$

وأيضاً

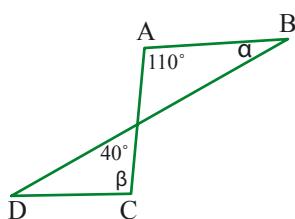
الزوايا المتبادلة متساوية



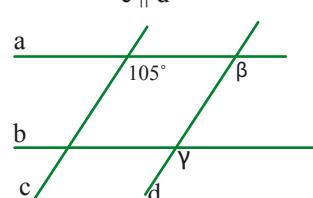
$$\alpha = \beta$$

1. احسبوا، في كل بند، مقدار الزوايا α ، β و γ بواسطة المقادير المُعطاة، واحسروا حساباتكم.

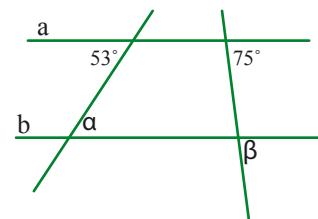
$AB \parallel CD$. ت.



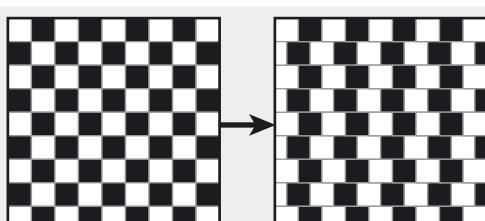
أ. $a \parallel b$. ب.



أ. $a \parallel b$.

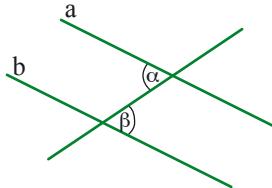


تُنْتَجُ الخدعة البصرية في الرسمة بواسطة إزاحة
أسطر شبكة التربيعات المربعة. نتائج لهذه
الإزاحة، تبدو المستقيمات الأفقيّة غير متوازية.
يمكّنكم نسخ المستقيمات إلى ورقة شفافة، وهكذا تتأكدون من أن
المستقيمات بقيت، في الواقع، متوازية.





2. أ. سجلوا بكتابه رياضية معطيات واستنتاجات ال نظرية
إذا كان المستقيمان متوازيين فإن الزوايا المتبادلة متساوية.



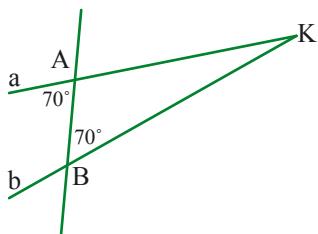
_____ || _____ مُعطى
_____ = _____ استنتاج

ب. صوغوا الأدّعاء العكسي بالكلمات.

ت. سجلوا الأدّعاء العكسي، الذي صُغِّثُمُوه في البند السابق، بكتابه رياضية.

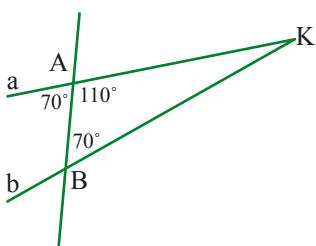
_____ مُعطى
_____ استنتاج

ث. خمنوا هل الأدّعاء العكسي صحيح؟

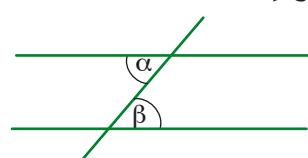
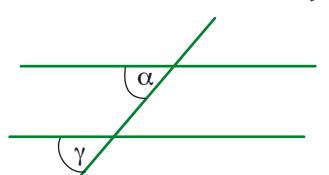


ج. فحص رائد بمساعدة مثال $\alpha = \beta = 70^\circ$ ، أنظروا الرسمة.
قال رائد: إذا كان a و b غير متوازيين، فإنّهما يتقاطعان وينتّج مثلث ΔABK .

هل يمكن أن يكون a و b غير متوازيين؟
احصوا مجموع زوايا المثلث ABK .



رأينا في المهمة 2 أن النظرية العكسية تتحقق. هذا يعني أنه إذا كان معطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما:
إذا كان هناك زوج من الزوايا المتبادلة المتساوية أو

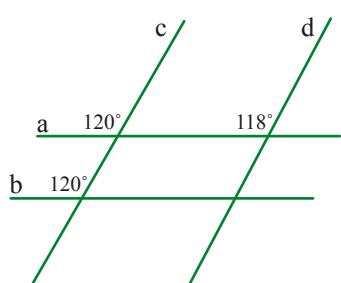


فإن المستقيمان متوازيان.

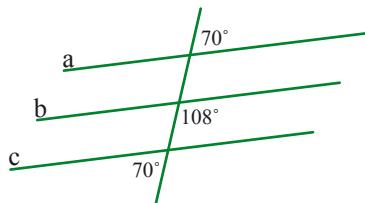
من هنا يمكن الاستنتاج أنه يمكن تمييز مستقيمات متوازية بمساعدة مساواة بين الزوايا.

3. أكملوا، في كل بند، حسب معطيات الرسمة // (يوازي) أو || (لا يوازي).

c ○ d a ○ b .



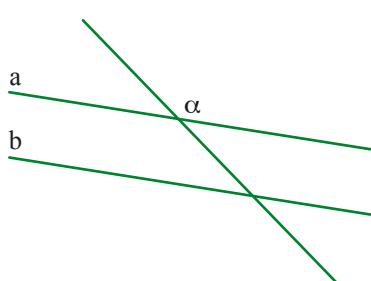
a ○ c b ○ c a ○ b .



1. أ. مُعْطَى a || b

عيّنوا في الرسمة زاوية β ، بحيث تتبادل مع الزاوية a .

عيّنوا في الرسمة زاوية γ ، بحيث تتناظر مع الزاوية a .

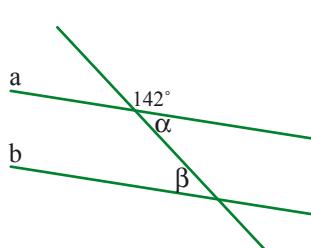
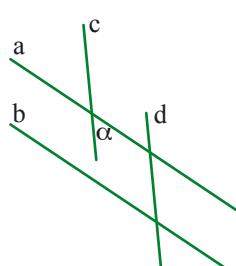


ب. مُعْطَى a || b

c || d

عيّنوا في الرسمة زاوية β ، بحيث تتبادل مع الزاوية a .

عيّنوا في الرسمة زاوية γ أخرى، بحيث تتبادل مع الزاوية a .

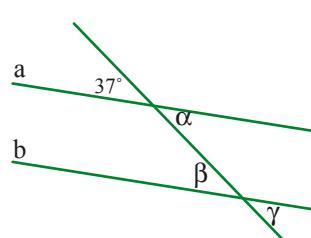


2. مُعْطَى a || b

احسبوا وعلّموا.

تعليق: $\alpha =$.

تعليق: $\beta =$



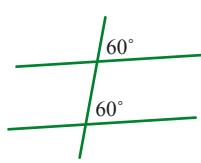
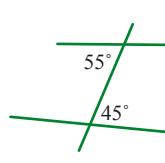
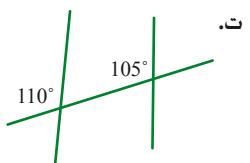
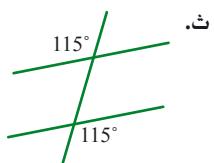
تعليق: $\alpha =$.

تعليق: $\beta =$

تعليق: $\gamma =$

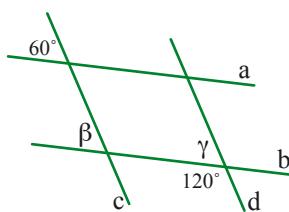


3. حددوا في كل بند، هل المستقيمان متوازيان؟ سجلوا النظرية التي استعملتموها.



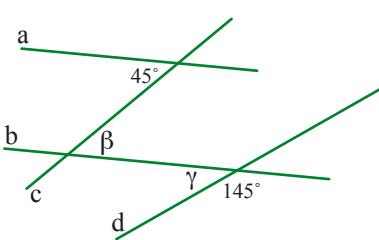
a || b معطى

احسبوا مقدار الزاويتين β و γ .
هل $d \parallel c$ ؟ علّوا.

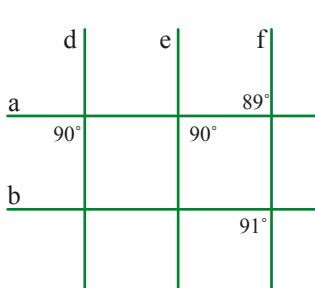


a || b معطى

احسبوا مقدار الزاويتين β و γ .
هل $d \parallel c$ ؟ علّوا.



6. سجلوا، حسب معطيات الرسمة، بين كل زوج مستقيمات || (يوازي) أو || (لا يوازي).



e ○ d

a ○ b



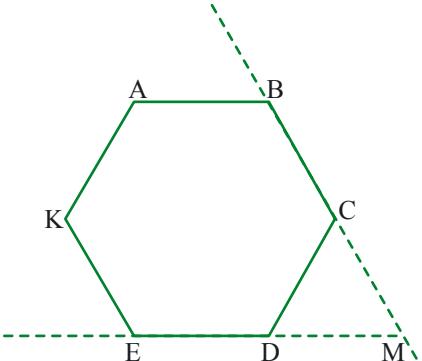
7. المضلع ABCDEK هو شكل سداسي منتظم.
يتقاطع امتداد BC مع امتداد ED في النقطة M.

أ. احسبوا مقدار زوايا المثلث DCM.

للذكر: مقدار كل زاوية في الشكل السداسي المنتظم هو 120° .

ب. اشرحوا لماذا $ED \parallel AB$ ؟

ت. سجلوا زوجين إضافيين من الأضلاع المتوازية في الشكل السداسي المنتظم.

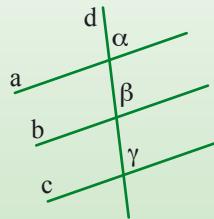


الدرس الثاني: هل المستقيمات متوازية؟ (تكاملة)

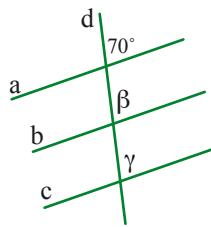


مُعْطَى

هل $c \parallel c$ ؟ اشرحوا.



نفحص التوازي بين المستقيمات، ونحسب مقدار الزوايا بين مستقيمات متوازية والمستقيم الذي يقطعهما.



1. أ. في الرسمة $b \parallel c$, $a \parallel b$

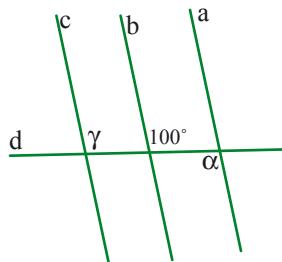
. d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمات a , b و c

أكملوا:

_____ تعليل: $\beta =$ _____

_____ تعليل: $\gamma =$ _____

_____ تعليل: $a \parallel c$



ب. في الرسمة $b \parallel c$, $a \parallel b$

. d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمات a , b و c

احسبوا مقدار الزاويتين α و γ . وعلّوا.

استنتاج $a \parallel c$. علّوا.



2. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة:

في الرسمة $b \parallel c$, $a \parallel b$

. d مستقيم قاطع يتقاطع مع المستقيمات a , b و c

سجلوا تعليلات:

_____ تعليل: $\beta = \alpha$

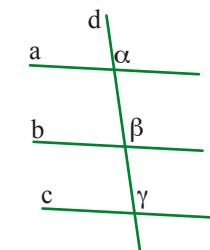
_____ تعليل: $\beta = \gamma$

↓

_____ تعليل: $\alpha = \gamma$

↓

_____ تعليل: $a \parallel c$





برهنا في المهمة 2 أنه إذا كان مستقيمان متوازيان متسقان ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

a

3. أ. أرسموا حسب المعطيات.

$c \perp a$

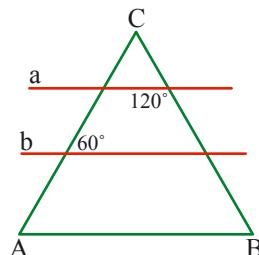
$b \perp a$

معطى

ب. جدوا، في الرسمة، زوجاً من المستقيمات المتوازية، وعللوا.



رأينا في المهمة 3 أنه إذا كان مستقيمان متعامدين متسقان ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.



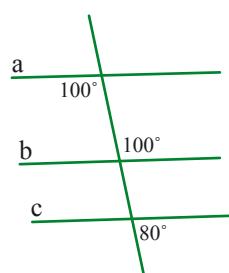
4. المثلث ABC هو مثلث متساوي الأضلاع.

أ. احسبوا مقدار الزوايا الأخرى حسب المعطيات.

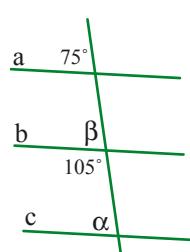
ب. جدوا، في الرسمة، أزواجًا من المستقيمات المتوازية، وعللوا.



مجموعة مهام



1. جدوا، في الرسمة، جميع أزواج المستقيمات المتوازية. عللوا.



2. a || c معطى

أ. احسبوا مقدار الزاويتين β و α حسب المعطيات، وعللوا.

ب. عللوا لماذا $b \parallel c$ ؟



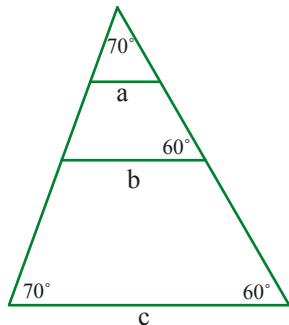


3. علّوا حسب معطيات الرسمة.

? $b \parallel c$ -

? $a \parallel c$ -

? $a \parallel b$ -



أ. أرسموا حسب المعطيات.

$c \perp b$ $b \perp a$ **مُعطى**

جدوا زوجاً من المستقيمات المتوازية، وعلّوا.

ب. أرسموا حسب المعطيات.

$d \perp c$ $c \perp b$ $b \perp a$ **مُعطى**

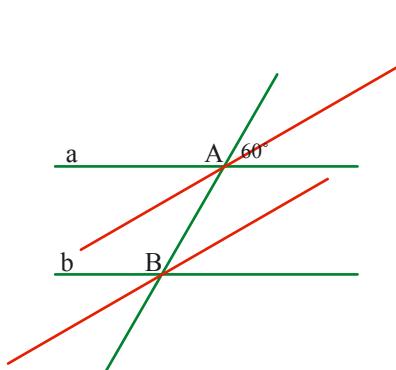
جدوا أزواجاً من المستقيمات المتوازية، وعلّوا.



5. أرسموا حسب المعطيات.

$e \perp d$ $d \perp c$ $c \perp b$ $b \perp a$ **مُعطى**

جدوا مستقيمات متوازية، وعلّوا.



6. $a \parallel b$ **مُعطى**

ينصّف المستقيمان الملونان **بالأحمر** الزاويتين A و B.

أ. احسبوا مقدار الزوايا حسب المعطيات.

ب. علّوا لماذا منصفا الزاويتين متوازيين؟

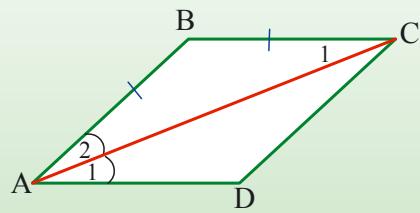


7. $b \perp a$ **مُعطى**

أ. أرسموا المستقيم c ، بحيث يوازي المستقيم b.

ب. اشرحوا لماذا $a \perp c$.

الدرس الثالث: متوازيات في المثلثات والأشكال الرباعية



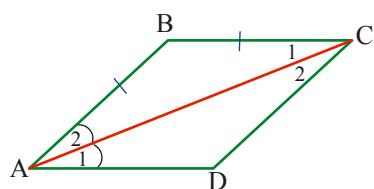
مُعطى $AB = BC$

يُنْصَف $\triangle BAD$

هل يمكن أن نبرهن أن $BC \parallel AD$ ؟

نفحص توازي مستقيمات في المثلثات والأشكال الرباعية.

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية، ونبرهن أن $BC \parallel AD$.



مُعطى $AB = BC$

$\triangle A_2 = \triangle A_1$

البرهان: $\triangle A_2 = \triangle C_1$



$\triangle A_1 = \triangle C_1$



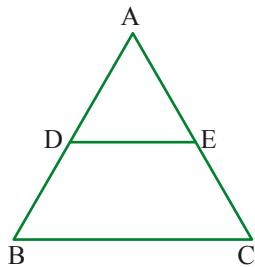
التعليق: $BC \parallel AD$

2. **مُعطى** $\triangle ABC$ هو مثلث متساوي الأضلاع.

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. علّلوا لماذا $BC \parallel DE$ ؟



3. **مُعطى** $\triangle ABC$ هو مثلث متساوي الساقين ($AB = AC$)

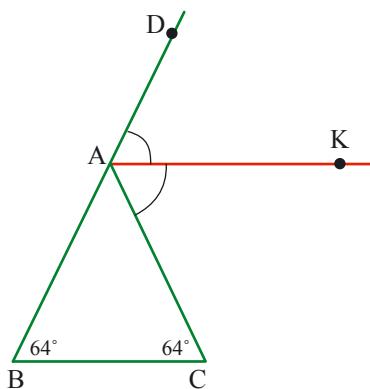
مقدار زاوية قاعدة المثلث هو 64° .

يُنْصَف $\triangle DAC$

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. استنتاج $BC \parallel AK$

علّلوا الاستنتاج.





4. مُعْطَى ΔABC هو مثلث متساوي الساقين ($AB = AC$)

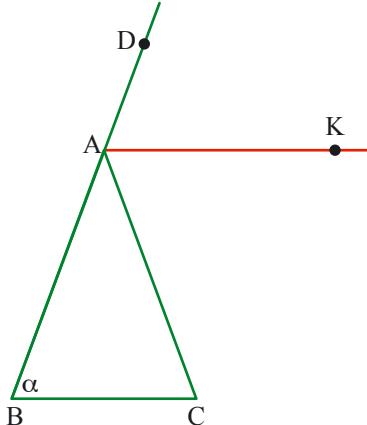
$$\angle B = \alpha$$

$\angle DAC$ ينصف $\angle A$

أ. عُبّروا عن مقدار جمِيع الزوايا في الرسمة بواسطة α .

ب. استنتاج $BC \parallel AK$

علّوا استنتاجاتكم.



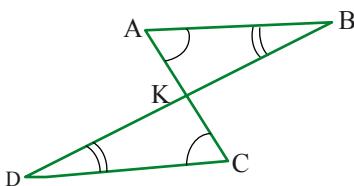
5. أ. أكتبوا المُعطيات المشار إليها بكتابه رياضية.

ب. هل يمكن الاستنتاج أن المثلثين متطابقان؟

إذا كانت الإجابة نعم، فبناء على أي نظرية تطابق؟ إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثلاً مضاداً.

ت. هل يمكن الاستنتاج أن $AB \parallel CD$ ؟

إذا كانت الإجابة نعم، فعلّوا. إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثلاً مضاداً.



مجموعة مهام



1. مُعْطَى ΔADE هو مثلث متساوي الساقين ($AD = AE$)

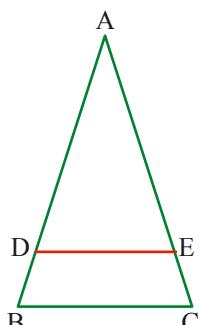
$$\angle B = 68^\circ \quad \angle A = 44^\circ$$

أ. سُجّلوا المُعطيات في الرسمة.

ب. احسبوا مقدار جمِيع الزوايا في الرسمة.

ت. هل المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين؟ علّوا.

ث. هل $BC \parallel DE$ ؟ علّوا.



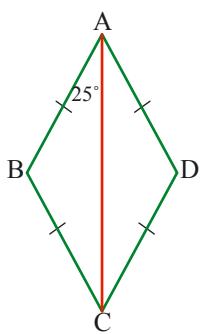
2. مُعْطَى AC قُطْرٌ في المعين (شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية في الطول).

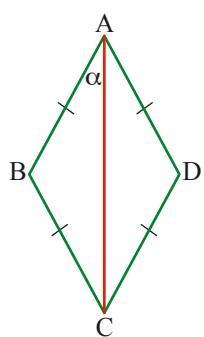
$$\angle BAC = 25^\circ$$

أ. حسب أي نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن $\triangle DABC \cong \triangle DADC$ ؟

ب. احسبوا مقدار جمِيع الزوايا في الرسمة.

ت. علّوا لماذا زوجا الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازية؟



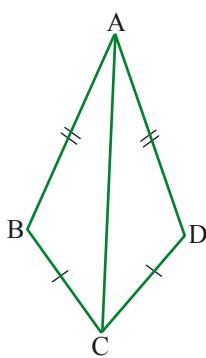


3. مُعْطَى $\text{قُطْرٌ في المُعِينٍ (شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية في الطول)}$.
 $\nexists \angle BAC = \alpha$

أ. حسب أي نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ ؟

ب. عُبّروا عن مقدار جميع الزوايا في الرسمة بواسطة α .

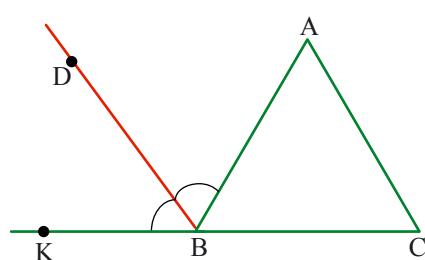
ت. علّلوا لماذا زوجاً من الأضلاع المتناظرة في الشكل الرباعي متوازية؟



4. مُعْطَى $\text{قُطْرٌ في دالْتُونٍ ليس معيَّنًا}$.

أ. حسب أي نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ ؟

ب. هل يمكن الاستنتاج أن الدالتون فيه أضلاع متوازية؟ علّلوا.



5. مُعْطَى ΔABC هو مثلث متساوي الأضلاع.

BD ينْصُّف الزاوية المجاورة لزاوية $\angle ABC$.

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. استنتاج $AC \parallel BD$

علّلوا الاستنتاج.



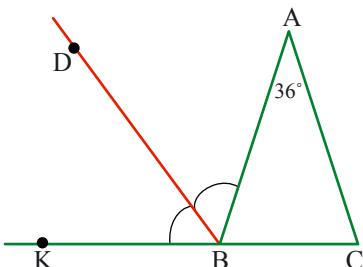
6. مُعْطَى ΔABC هو مثلث متساوي الساقين.

BD ينْصُّف الزاوية المجاورة لزاوية القاعدة $\angle CAB$.

$\nexists \angle BAC = 36^\circ$

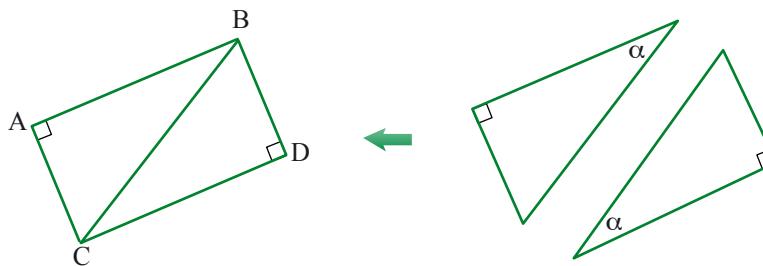
أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. هل BD يوازي AC ؟ علّلوا.





7. ضعوا وتر مثليّن قائميّ الزاوية، مختلفيّ الأضلاع متطابقين، الواحد بجانب الآخر بحيث ينتُج مستطيل.



أ. أشرنا في الرسمة إلى زاوية α .

استعينوا بالتطابق، وعبروا عن مقدار جميع الزوايا في المستطيل الناتج بواسطة α .

ب. جدوا في المستطيل زوجين من الأضلاع المتوازية، وعلّموا.



8. ضعوا وتر مثليّن قائميّ الزاوية، مختلفيّ الأضلاع متطابقين، الواحد بجانب الآخر بحيث ينتُج دالتون.



أ. أشرنا في الرسمة إلى زاوية α .

استعينوا بالتطابق، وعبروا عن مقدار جميع الزوايا في الدالتون بواسطة α .

ب. هل يوجد في الدالتون أزواج من الأضلاع المتوازية؟ علّموا.

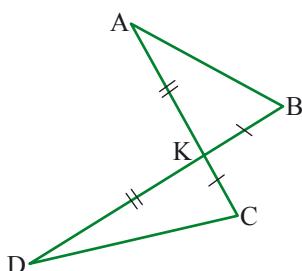


9. أ. سجلوا المعطيات المشار إليها في الرسمة بكتابة رياضية.

ب. حسب أي نظرية تطابق يمكن الاستنتاج أن المثلثين متطابقان؟

ت. أشيروا، في الرسمة، إلى الزوايا المتساوية حسب التطابق.

ث. هل يمكن الاستنتاج أن $AB \parallel CD$? علّموا.

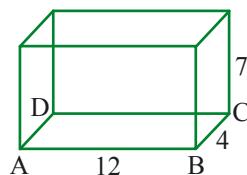




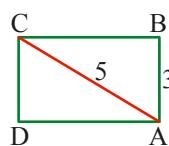
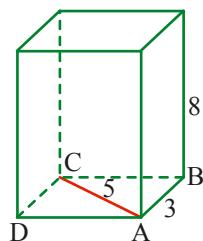
صناديق

أُعِدَت الرسومات في المَهَام التالية للتَّوضيح، وَقِيَاسِ الطَّول مُعْطَاه بالرسم.

1. أَمامكم صندوق. جِدوا حجم الصندوق.



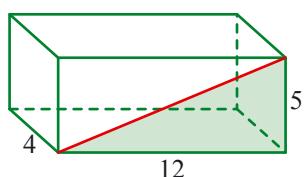
2. أَمامكم صندوق. طول القُطْر AC للسطح $ABCD$ هو 5 سم، وطول AB هو 3 سم.



أ. أَمامكم رسمة السطح $ABCD$ خارج الصندوق.

إِحْسَبُوا طول الصلب الآخر في السطح.

ب. إِحْسَبُوا حجم الصندوق.



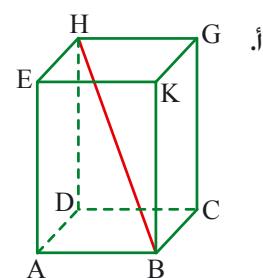
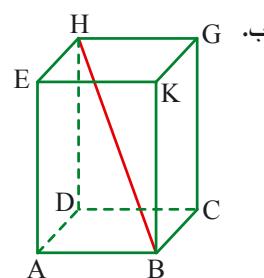
3. أَمامكم صندوق. قُطْر أحد سطوح الصندوق لونه أحمر.

أ. جِدوا طول القُطْر الملون بالأَحْمَر.

ب. إِحْسَبُوا حجم الصندوق.

4. أَمامكم رسمة صندوق، وأحد أقطاره.

أكملوا في كُل رسمة إلى مثلث قائم زاوية آخر، بحيث يكون قُطْر الصندوق هو الوتر.



5. أَمامكم صندوق. طول ارتفاع الصندوق CE 60 سم، طول قُطْر السطح AC 80 سم.
سجّلوا المُعْطَيات في الرسمة، وجدوا طول قُطْر الصندوق (استعينوا بـمثلث القائم الزاوي (ACE)).

