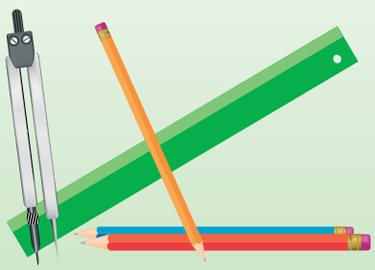
الوحدة الخامسة عشرة: بناء هندسيّ

الدرس الأوّل: قِطَع متساوية في الطول

إقليديس، الّذي عاش على ما يبدو بين السنوات 330-275 قبل الميلاد، طوّر أسس الهندسة.
نسمّي هندسة إقليدس "الهندسة الإقليدية"، إذ نرسمُ فيها مستقيمات بمساعدة مسطرة (دون وحدات قياس) ودوائر بمساعدة فِرجار فقط.
تُتيح المسطرة مقارنة أطوال قِطَع أيضًا.
يعتمد البناء على نظريّات برهنّاها.



سنتعلّم كيفيّة تنفيذ بناء هندسيّ بالمسطرة والفرجار.

رسم دوائر

1. أ. أُرسموا بواسطة الفِرجار دائرة مركزها النقطة A.

A

ب. أُرسموا دائرة مركزها النقطة B وطول نِصف قُطرها r.

B r

a

ت. اِفتحوا الفِرجار كطول القطعة a.
أُرسموا دائرة مركزها النقطة C وطول نِصف قُطرها a.

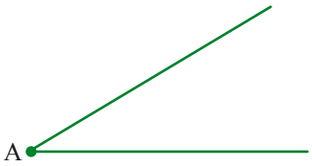
C

ث. اِختاروا النقطة D على الدائرة الّتي رسمتموها.
أُرسموا القطعة CD. ما طولها؟

رسم قِطع متساوية في الطول

2. أ. أُرسموا بمساعدة الفِرجار دائرة مركزها النقطة A،
بحيث تتقاطع مع ساقيِّ الزاوية A.
ارمزوا إلى نقطتي التقاطع بالحرفين B وَ C.

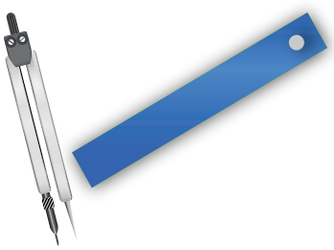
ب. اِشرحوا لماذا AB = AC؟



3. أُرسموا قوسًا (جزء من الدائرة) مركزه النقطة M.
عيّنوا على القوس النقطتين K وَ P.
أُرسموا القطعتين MK وَ MP.
اِشرحوا لماذا MK = MP؟

نستعمل **الفِرجار** كي نرسم دوائر، ولإيجاد نقاط على أبعاد متساوية عن نقطة مُعطاة.

نستعمل **المسطرة** كي نرسم قطعًا بين نقاط مُعطاة.
لا نستعمل إشارات التقسيم على المسطرة لقياس أطوال القِطَع.



4. - أُرسموا قوسين لهما نِصف القُطْر نفسه،
مركز أحد القوسين في النقطة A ومركز القوس الثاني في النقطة B.
- أشيروا إلى نقطة تقاطع القوسين بالحرف C.
- أُرسموا القطعتين BC وَ AC.
- اِشرحوا لماذا AC = BC؟

5. اِستعينوا، في كلّ بَند، بالمسطرة والفِرجار (دون استعمال إشارات التقسيم)، لإكمال القطعة AB إلى مثلّث متساوي الساقين، حسب الشرط المُعطى.

أ. القطعة AB هي قاعدة مثلّث متساوي الساقين.

ب. القطعة AB هي قاعدة مثلّث متساوي الساقين يختلف عن المثلّث السابق.

ت. القطعة AB هي ضلع في مثلّث متساوي الأضلاع.

كم مثلّثًا متساوي الساقين يمكن أنْ نرسم إذا كان معلومًا أنّ القطعة AB هي قاعدة المثلّث؟ اِشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. أ. القطعة AB هي نصف قُطر الدائرة.

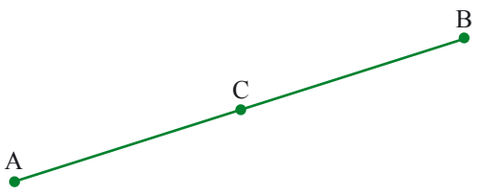
مركز الدائرة في النقطة A.

أُرسموا الدائرة.

ب. القطعة AB هي قُطر الدائرة.

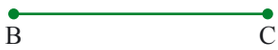
النقطة C هي منتصف القطعة.

أُرسموا الدائرة.



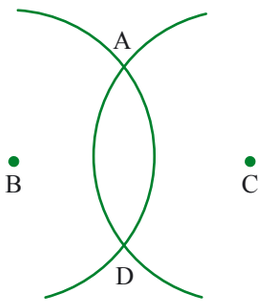
2. أُرسموا ثلاث دوائر مختلفة لها المركز نفسه (في النقطة M).

3. ابنوا مثلّثًا متساوي الساقين، بحيث تكون القطعة BC قاعدة المثلّث.



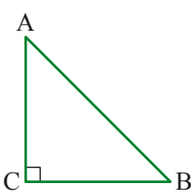
4. اِبنوا مثلّثًا متساوي الأضلاع، بحيث تكون القطعة BC ضلعًا في المثلّث.

5. رسمتْ **عناية** مِنَ النقطتين B وَ C قوسين لهما نصف القُطر نفسه.
رمزتْ إلى نقطتيِّ التقاطع بالحرفين A وَ D.
أُرسموا الشكل الرباعيّ ABDC.
ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟ اشرحوا.



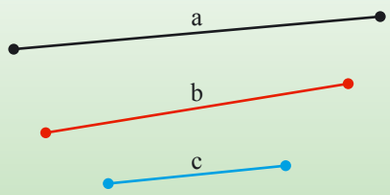
6. BC هو قُطر ثانوي للدالتون.
أكملوا إلى دالتون.

7. المثلّث ACB هو مثلّث قائم الزاوية متساوي الساقين، $\measuredangle C = 90°$.
اِبنوا مثلّث ADB يتطابق مع المثلّث ACB، بحيث يكون AB وتر المثلّث الجديد أيضًا.
أيّ شكل رباعيّ نَتَجَ؟ اِشرحوا.



الدرس الثاني: رسم قِطع وبناء مثلّث

مُعطى ثلاث قطع a, b , c
هل يمكن أنْ نَبني مثلّثًا أطوال أضلاعه كأطوال القِطَع المُعطاة؟

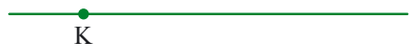
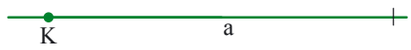
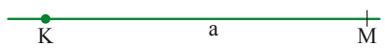


نتعلّم كيفيّة نسخ قِطع وبناء مثلّثات.

رسم قِطع

1. مُعطى قطعة طولها a (مِنْ مَهمّة الافتتاحيّة).

أ. حدّدوا النقطة K على المستقيم، وارسُموا قطعة طولها a.

وصف البناء	البناء
نرسم مستقيمًا ونعيّن عليه النقطة K.	
نفتح الفِرجار كطول القطعة a، ونرسم قوسًا نِصف قُطره a ومركزه في النقطة K.	
نرمز إلى نقطة تقاطع القوس والمستقيم بالنقطة M.	

ب. اِشرحوا كيف يمكن أنْ نعرف أنّ KM = a؟

2. أمامكم رسمة مستقيم عُيّنت عليه النقطة A.

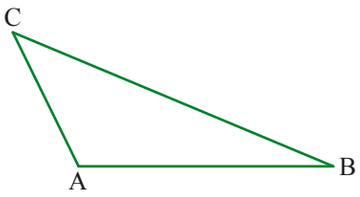
أ. اُرسموا، على المستقيم، قطعة طولها b (من مهمّة الافتتاحيّة)، بحيث تكون النقطة A أحد الطرفين.

ب. اُرسموا، على المستقيم نفسه، قطعة إضافيّة طولها b، استمرارًا للقطعة الّتي رسمتموها.

ت. ما هو الطول الكلّيّ للقطعتين؟

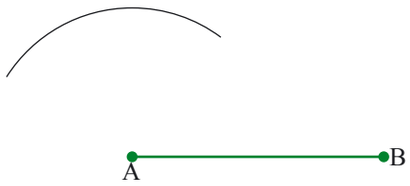
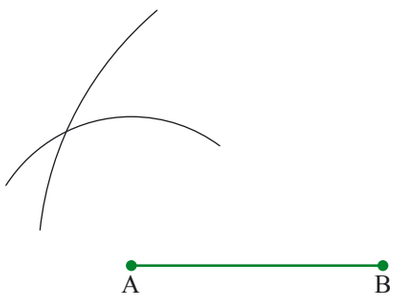
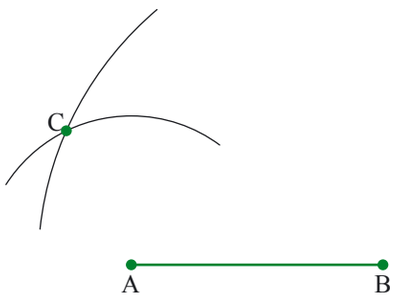
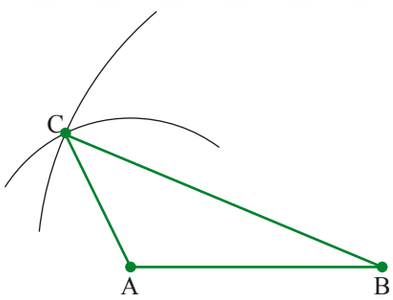
3. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" **"מתמטיקה משולבת"** في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب **"פעילויות באמצעות מחשב"** فعّاليّة "بناء مثلّث يتطابق حسب ض.ض.ض" **"בניית משולש חופף לפי צ.צ.צ"**. ستبنون في الفعّاليّة مثلّثًا يتطابق مع مثلّث مُعطى حسب 3 أضلاع.

نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.



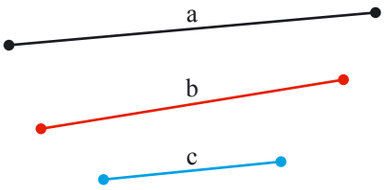
4. معطى ΔABC.

أ. ابنوا مثلّثًا يتطابق مع المثلّث ABC حسب المراحل التالية:

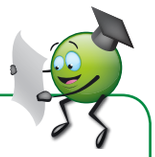
وصف البناء	البناء
نرسم قطعة طولها كطول القطعة AB.	
نرسم قوسًا مركزه النقطة A ونِصف قُطْره يساوي طول AC.	
نرسم قوسًا مركزه النقطة B ونِصف قُطْره يساوي طول BC.	
نرمز إلى نقطة التقاء القوسين بالحرف C.	
نوصل بين AC وَ BC.	

ب. حسب أيّ نظريّة يتطابق المثلّث الّذي رسمتموه مع المثلّث المُعطى؟

5. نعود إلى مَهمّة الافتتاحيّة.
اِبنوا مثلّثًا أطوال أضلاعه a, b وَ c.
(حسب مراحل البناء في المَهمّة السابقة).



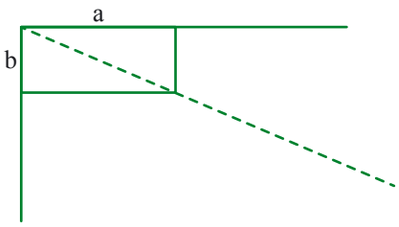
6. هل يمكن أنْ نبني مثلّثًا مِنْ كلّ ثلاث قِطَع؟
إذا كانت الإجابة لا، فارسموا ثلاث قِطَع لا يمكن أنْ نبني منها مثلّث، واِشرحوا.



للتّذكير

في المثلّث، **مجموع طول كلّ ضلعين** يجب أنْ يكون أكبر **مِنْ طول الضلع الثالث.**

7. مُعطى مستطيل.



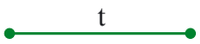
أ. مَدوا كلّ ضلع مِنَ الضلعين a وَ b للمستطيل ضعفين.
ب. هل نَتَج مستطيل؟ اُرسموه.
ت. هل طول القُطر في المستطيل الناتج ضِعفيْ طول القُطر في المستطيل المُعطى؟
ث. كم ضعفًا مساحة المستطيل المكبّر أكبر مِنْ مساحة المستطيل المُعطى؟
اِشرحوا.

مجموعة مهامّ

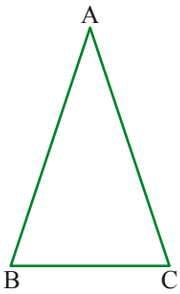
استعملوا في البناء مسطرة وفِرجار (دون استعمال إشارات التقسيم).
ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" **"מתמטיקה משולבת"**، في قسم فعّاليّات محوسبة **"פעילויות מחשב"**مهامّ بديلة لقسم مِنَ المهامّ في مجموعة المهامّ. سُجّل تحت المَهمّة المشار إليها بـ * اسم المَهمّة البديلة في الموقع.

1. مُعطى قطعة طولها a.
أُرسموا على المستقيم قطعة طولها 2a.

2. مُعطى قطعة طولها t. أُرسموا قطعة طولها 3t.

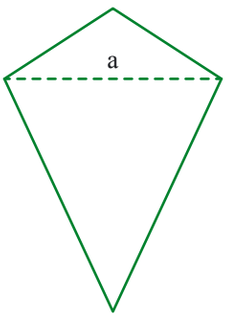


3*. اِبنوا مثلّثًا يتطابق مع المثلّث المتساوي الساقين المرسوم.

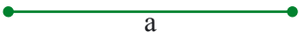


اسم المَهمّة البديلة في الموقع: "يتطابق مثلّث متساوي الساقين مع مثلّث مُعطى *"משולש שווה-שוקיים חופף למשולש נתון"*.

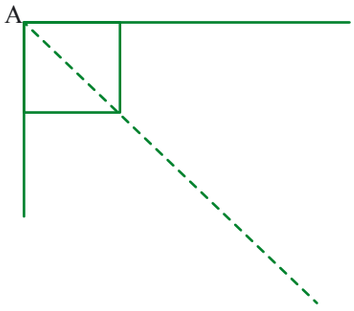
4. اِبنوا دالتونًا يتطابق مع الدالتون المرسوم.
ابدأوا مِنْ نسخ القُطْر الثانويّ (طوله a).



5. مُعطى مثلّث متساوي الأضلاع، طول ضلعه a.
أكملوا بناء المثلّث المتساوي الأضلاع.



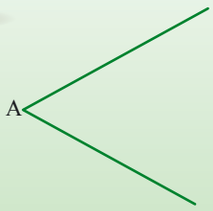
6. مُعطى مربّع.



أ. مَدوا كلّ ضلع مِنْ أضلاعه 3 أضعاف، وقد التقت أطرافها في النقطة A.
ب. هل نتج مربّع؟ أُرسموه.
ت. هل طول القُطْر في المربّع الناتج 3 أضعاف طول القُطْر في المربّع المُعطى؟
ث. كم ضعفًا مساحة المربّع الناتج أكبر مِنْ مساحة المربّع المُعطى؟ اِشرحوا.

الدرس الثالث: منصّف زوايا وقِطَع

مُعطى الزاوية A.



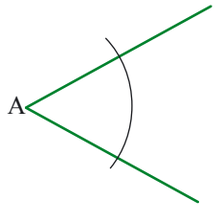
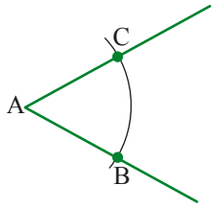
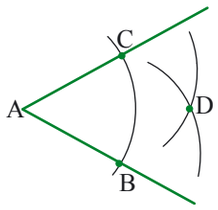
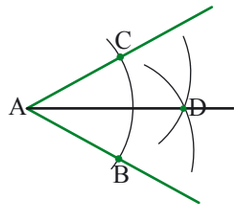
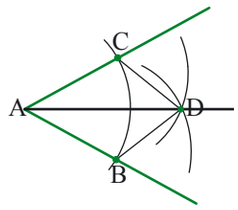
سألتْ **ياسمينة:** هل يمكن تقسيم زاوية إلى زاويتين متساويتين بمساعدة مسطرة وفِرجار؟

سنتعلّم كيفية تنصيف زاوية وتنصيف قطعة بواسطة مسطرة وفِرجار.

تنصيف زاوية

1. أمامكم وصف لبناء منصّف الزاوية A المُعطاة.

أ. نفّذوا مراحل البناء حسب الوصف.

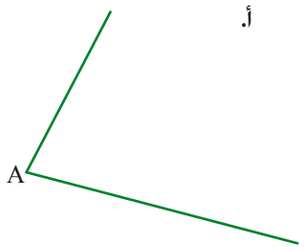
وصف البناء	البناء
نرسم قوسًا (قسم من الدائرة مركزها A).	
نرمز بالحرفين B وَ C إلى نقطتيْ تقاطع القوس مع ساقيِّ الزاوية.	
نرسم قوسين لهما نصف القُطْر نفسه، قوس مركزه في النقطة B وقوس مركزه في النقطة C. نرمز إلى نقطة تقاطع الأقواس بالحرف D.	
نوصل AD.	
نوصل BD وَ CD.	

ب. ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟

ت. اشرحوا لماذا AD منصّف الزاوية؟

2. أُرسموا منصّف زاوية لكلّ زاوية.

أ.



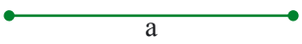
ب.

3. مُعطى قطعة طولها a.

أ. أكملوا إلى مثلّث متساوي الأضلاع، بحيث تكون القطعة a أحد أضلاعه.

ب. نصّفوا زاوية مِنْ زوايا المثلّث. بنيْتم زاوية مقدارها 30°.

ت. اِشرحوا لماذا مقدار الزاوية الّتي بنيْتموها هو 30°؟



4. مُعطى زاوية مستقيمة A.

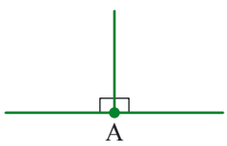
أ. نصّفوا الزاوية A.

ب. اِشرحوا لماذا مقدار الزاوية الّتي بنيْتموها هو 90°؟

نصّفنا في مَهمّة 4 زاوية مستقيمة A.

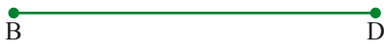
نتجتْ زاويتين قائمتين في النقطة A.

هذا يعني أنّنا رسمنا عمودًا للمستقيم في النقطة A.



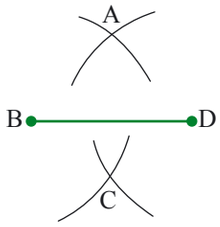
تنصيف قطعة

5. نقسّم قطعة إلى قطعتين متساويتين.



أ. اِبنوا دالتونًا بحيث تكون القطعة BD قُطْره الثانويّ (اُنظروا الرسمة التوضيحيّة).

صِلوا رؤوس الشكل الرباعيّ ABCD، واِشرحوا لماذا هو دالتون؟

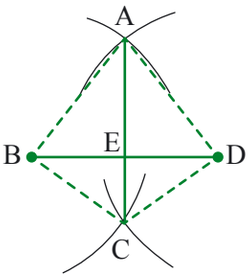


رسمة توضيحيّة

ب. صِلوا AC.

اُرمزوا إلى نقطة تقاطع AC وَ BD بالحرف E.

اشرحوا لماذا ED = BE؟



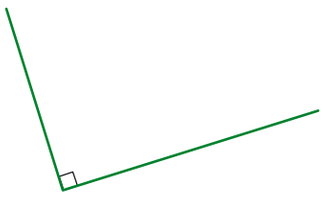
رسمة توضيحيّة

مجموعة مهامّ

اِستعملوا في البناء مسطرة وفِرجار (دون استعمال إشارات تقسيم).

1. اُرسموا منصّف الزاوية القائمة.

ما مقدار الزوايا الناتجة؟



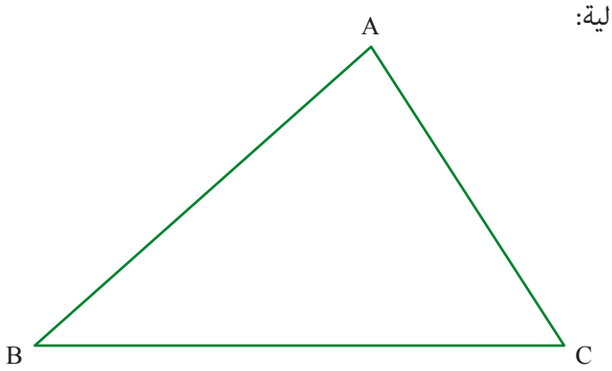
2. اِبنوا منتصف القطعة AB.

3. AB قُطْر الدائرة. اِبنوا الدائرة.

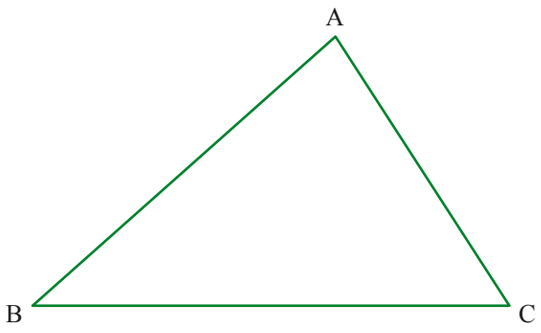
(نصّفوا، في البداية، القطعة AB.)

4. أُرسموا متوسّطًا في المثلّث ABC حسب المراحل التالية:

- جِدوا منتصف الضلع BC.
- صِلوا منتصف الضلع مع الرأس A.

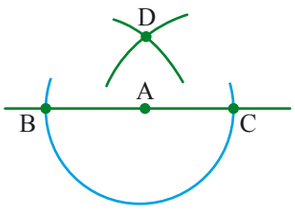


5. أُرسموا منصّف الزاوية A في المثلّث ABC.



6. الزاوية A هي زاوية مستقيمة.

أ. أُرسموا منصّف الزاوية المستقيمة.



رسمة توضيحيّة

ب. رسمْتم عمودًا للمستقيم في النقطة A. اشرحوا.

ت. اِشرحوا لماذا منصّف الزاوية المستقيمة هو عمود للمستقيم أيضًا؟

7. أمامكم مستطيل.

أ. اُرسموا مستطيلًا أطوال أضلاعه نصف أطوال أضلاع المستطيل المُعطى.

ب. كم ضعفًا مساحة المستطيل المُعطى أكبر من مساحة المستطيل الّذي رسمتموه؟

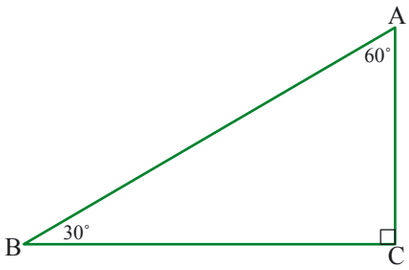
8. مُعطى في الرسمة المثلّث قائم الزاوية ABC (°90 = ∠C).

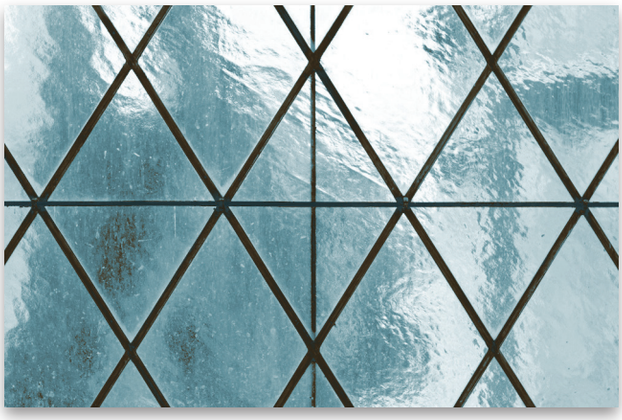
مقدار الزوايا الحادّة هو °60 وَ°30.

أ. نَصّفوا الزوايا الحادّة للمثلّث.

ب. اُرمزوا إلى التقاء منصّفات الزوايا بالحرف M.

ما مقدار الزاوية ∠AMB؟





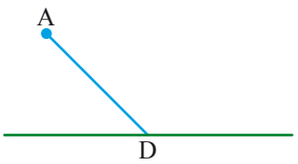
الدرس الرابع: نبني مثلّثات بمساعدة مقياس الزاوية (منقلة)

كم مثلثًا متساوي الساقين يمكن أنْ نبني بحيث تكون القطعة AB
ساق المثلّث، ومقدار زاوية قاعدة المثلّث 50°؟

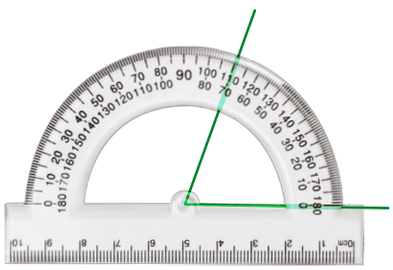
نستعين بمقياس الزاوية لبناء مثلّثات حسب قِطَع وزوايا.

نستعين في هذا الدرس، وفي مجموعة المَهامّ، بالفِرجار، المسطرة (دون إشارات التقسيم) وبمقياس الزاوية.

1. اِبنوا مثلّثًا بحيث تكون القطعة AD متوسّطًا في المثلّث.
كم إمكانيّة توجد؟

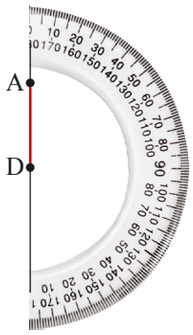


للتّذكير



نستعمل **مقياس الزاوية** (المِنقلة) لقياس الزوايا.
نضع مقياس الزاوية على أحد ساقي الزاوية، بحيث يُشير الساق إلى 0°.
نفحص عدد الدرجات الّتي يُشير إليها الساق الثاني للزّاوية.
يظهر في الرسمة قياس زاوية مقدارها 70°.

2. اِبنوا مثلّثًا بحيث تكون القطعة AD ارتفاعًا في المثلّث.
(يمكنُكم استعمال مقياس الزاوية أو تنصيف زاوية مستقيمة).
كم إمكانيّة توجد؟



3. أ. القطعة AB هي قاعدة مثلّث متساوي الساقين.

اِبنوا المثلّث.

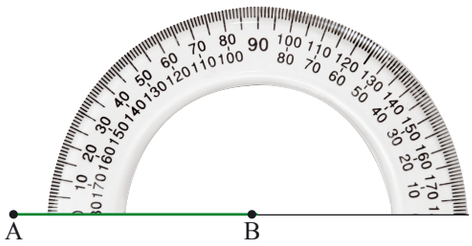
كم إمكانيّة توجد؟

ب. القطعة AB هي قاعدة مثلّث متساوي الساقين.

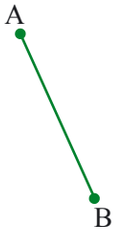
مقدار زاوية قاعدة المثلّث هو $50°$.

اِبنوا المثلّث.

كم إمكانيّة توجد؟



4. أ. القطعة AB هي ساق مثلّث متساوي الساقين.



اِبنوا المثلّث.

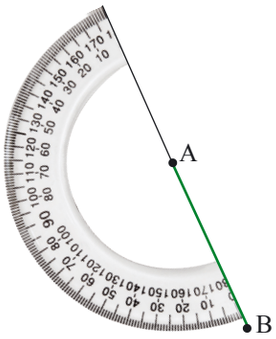
كم إمكانيّة توجد؟

ب. القطعة AB هي ساق مثلّث متساوي الساقين.

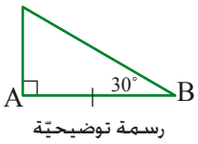
مقدار زاوية قاعدة المثلّث هو $50°$.

اِبنوا المثلّث. (احسبوا، في البداية، مقدار زاوية الرأس للمثلّث).

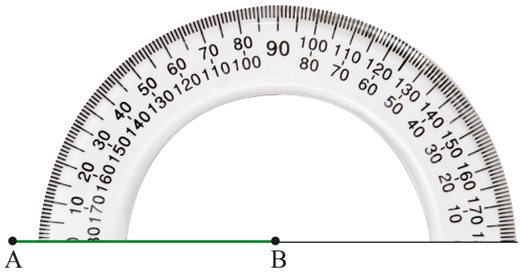
كم إمكانيّة توجد؟ (قارنوا إجاباتكم بالإجابة الّتي وردت في مَهمّة الافتتاحيّة).



5. القطعة AB هي قائم في المثلّث القائم الزاوية ($\sphericalangle B = 30°$).

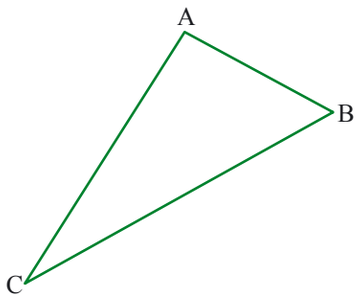


رسمة توضيحيّة



اِبنوا المثلّث. (استعينوا بمقياس الزاوية)

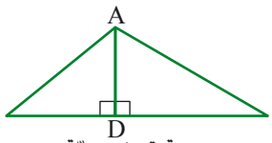
مجموعة مهامّ



1. أ. اِبنوا منصّف الزاوية A في المثلّث ABC.

ب. اِبنوا متوسّطًا للضلع AB في المثلّث ABC.

2. اِبنوا مثلّثًا بحيث تكون القطعة AD ارتفاع في المثلّث.
(اِستعينوا بمقياس الزاوية).
كم إمكانيّة توجد؟



رسمة توضيحيّة

3. القطعة AB هي **قاعدة** مثلّث متساوي الساقين.

أ. أكملوا المثلّث.

ب. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين يختلف عن المثلّث السابق.

4. القطعة AB هي **ساق** مثلّث متساوي الساقين.

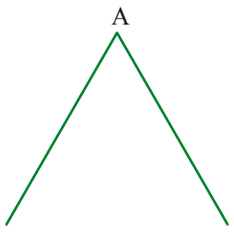
أ. أكملوا المثلّث.

ب. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين يختلف عن المثلّث السابق.

5. الزاوية A هي زاوية الرأس في مثلّث متساوي الساقين.

أ. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين.

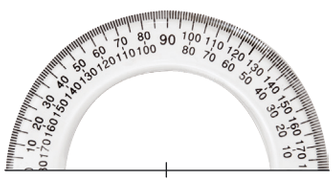
ب. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين يختلف عن المثلّث السابق.



6. أُرسموا زاوية مقدارها 40°.

أ. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين، بحيث يكون مقدار زاوية القاعدة 40°.

ب. أكملوا إلى مثلّث متساوي الساقين يختلف عن المثلّث السابق.

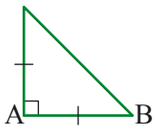


7. أ. أُرسموا ثلاثة مثلّثات قائمة الزاوية، بحيث تكون الزاوية القائمة المُعطاة، في الرسمة، إحدى زوايا كلّ مثلث. كم إمكانيّة توجد؟

ب. أُرسموا ثلاثة مثلّثات قائمة الزاوية متساوية الساقين، بحيث تكون الزاوية القائمة المُعطاة، في الرسمة، إحدى زوايا كلّ مثلّث. كم إمكانيّة توجد؟

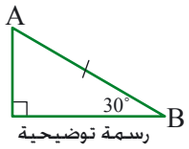
ت. أُرسموا ثلاثة مثلّثات قائمة الزاوية، بحيث تكون الزاوية القائمة المُعطاة، في الرسمة، إحدى زوايا كلّ مثلّث، ومقدار زاوية أخرى في كلّ مثلّث هو $70°$. كم إمكانيّة توجد؟

8. القطعة AB هي قائم في المثلّث القائم الزاوية متساوي الساقين.
كم إمكانيّة توجد؟

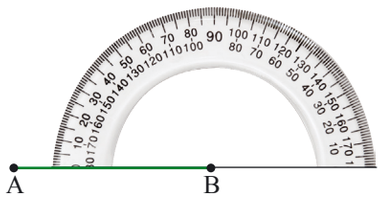


رسمة توضيحية

9. القطعة AB هي وتر في المثلّث القائم الزاوية.
$\sphericalangle B = 30°$
اِبنوا المثلّث. كم إمكانيّة توجد؟



رسمة توضيحية



نحافظ على لياقة رياضيّة

تعابير ومعادلات

1. صِلوا بين التعابير المتساوية.

$(x + 3)^2$ •	• $x^2 - 9$
$(x - 3)^2$ •	• $x^2 + 6x + 9$
$(x + 3)(x - 3)$ •	• $x^2 - 6x + 9$
$(3 - x)^2$ •	• $9 - x^2$
$(3 + x)^2$ •	
$(3 + x)(3 - x)$ •	

2. يوجد، في كلّ بَند، خطأ. صَحِّحوه.

أ. $(x + 5)^2 = x^2 + 25$

ب. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$

ت. $(x - 6)^2 = x^2 - 6x + 36$

ث. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$

ج. $(2x + 3)^2 = 2x^2 + 12x + 9$

ح. $(3x - 2)(3x + 2) = 6x^2 - 4$

3. حِلّوا المعادلات.

أ. $(x - 4)^2 = (x + 3)(x - 3) + 1$

ب. $(x + 3)^2 = 5 + 2x(x + 3)$

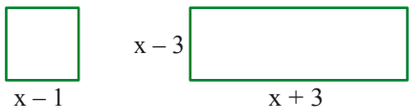
ت. $(x + 2)(x - 2) + 4 = 2x(x - 3)$

ث. $(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 8x$

ج. $(x + 2)^2 + (x - 2)^2 = 3x^2 - 1$

ح. $x(4x - 3) = (2x - 1)^2$

4. أمامكم مربّع ومستطيل.
(أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، وتمثّل التعابير على الأضلاع قياسات الطول بالسم).



أ. أيّ قِيَم مناسبة لـ x حسب مُعطيات السؤال؟

ب. إذا كانت مساحة المربّع 25 سنتمترًا مربّعًا، فما هي مساحة المستطيل؟

ت. إذا كانت مساحة المستطيل 72 سنتمترًا مربّعًا، فما هي مساحة المربّع؟

ث. مساحة المستطيل تساوي مساحة المربّع.
سجّلوا معادلة، حِلّوا وجدوا أطوال أضلاع المستطيل والمربّع.

ج. أيّهما محيطه أكبر المربّع أم المستطيل؟ بكم؟