



الوحدة التاسعة: الاحتمال

الدرس الأول: نتذكر الاحتمال

يلعب **أمين** و**نعيم** "بالساعات".

يدير كل واحد منهما عقرب أحد "الساعات" حسب اختياره.
إذا وقف العقرب عند المساحة المسجلة عليها اسم التلميذ فهو الفائز.



أي "ساعة"، حسب رأيكم، اختار **أمين**؟
يدير **أمين** "الساعة" التي اختارها 120 مرة.
خمنوا: كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند اسم **أمين**؟
أي "ساعة"، حسب رأيكم، اختار **نعيم**؟
يدير **نعيم** "الساعة" التي اختارها 120 مرة.
خمنوا: كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند اسم **نعيم**؟
نحسب احتمالات.

1. نتطرق إلى المُعطيات التي وردت في مَهْمَة الافتتاحية.

أ. أي "ساعة" نزيهة؟

ب. يريد كل من **أمين** و**نعيم** أن يدير عقرب "الساعة" (I) مرة واحدة.
هل نستطيع أن نعرف الفائز مسبقاً؟ اشرحوا.

2. ندير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسم.

أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالأخضر؟

ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالأبيض؟

ت. يدير **يوسف** عقرب "الساعة" 200 مرة.

كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب في المساحة الخضراء؟

كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب في المساحة البيضاء؟

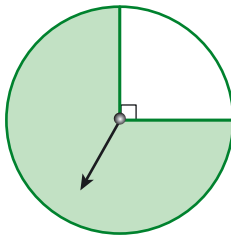
3. نرمي مكعباً عادياً للعب.

أ. احسبوا احتمال الحصول على العدد 5.

نرمي المكعب 60 مرة. كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن نحصل على العدد 5؟

ب. احسبوا احتمال الحصول على عدد يقسم على 3.

نرمي المكعب 60 مرة. كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن نحصل على عدد يقسم على 3؟





في المَهْمَة 3 ، احتمال الحصول على العدد 5 عندما نرمي المكعب هو $\frac{1}{6}$.
هذا يعني أنه إذا رمينا المكعب مرّات كثيرة، فَمِنَ المتوقع أن نحصل على العدد 5 في $\frac{1}{6}$ الحالات تقريبًا.
إذا رمينا المكعب 60 مرّة، فَمِنَ المتوقع أن نحصل على العدد 5 في 10 مرّات تقريبًا ($\frac{1}{6}$ الحالات تقريبًا).



4. يوجد في كيس 12 بِنُورة: 8 **حمراء** و 4 **خضراء**.
نُخرج بِنُورة واحدة مِن الكيس، دون أن ننظر فيه.
أ. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **حمراء**.
ب. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **خضراء**.
ت. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **بنفسجيّة**.
ث. نُخرج بِنُورة واحدة مِن الكيس، نسجّل لونها ونعيدها إلى الكيس.
نُخرج بِنُورة أخرى، نسجّل لونها ونعيدها إلى الكيس. نكرّر هذه العمليّة 120 مرّة.
كم مرّة، تقريبًا، مِن المتوقع أن نحصل على بِنُورة **خضراء**؟



في المَهْمَة 4
8 مِن 12 بِنُورة في الكيس هي **حمراء**. لذا احتمال إخراج بِنُورة **حمراء** هو $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
لا توجد بنائير **بنفسجيّة** في الكيس. لذا احتمال إخراج بِنُورة **بنفسجيّة** هو 0.

5. يوجد في كيس 20 بِنُورة: 10 **حمراء**، 8 **زرقاء** و 2 **خضراء**.
نُخرج بِنُورة واحدة مِن الكيس، دون أن ننظر فيه.
أ. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **حمراء**.
ب. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **زرقاء**.
ت. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **خضراء**.
ث. احسبوا احتمال إخراج بِنُورة **برتقاليّة**.
ج. نُخرج بِنُورة واحدة مِن الكيس، نسجّل لونها ونعيدها إلى الكيس.
نُخرج بِنُورة أخرى، نسجّل لونها ونعيدها إلى الكيس.
نكرّر هذه العمليّة 50 مرّة.
كم مرّة، تقريبًا، مِن المتوقع أن نحصل على بِنُورة **زرقاء**؟



1. صلوا خطأً بين الحدث واحتماله المناسب.

- أ. الحصول على  عندما نرمي مكعباً عادياً للعب
- ب. الحصول على  عندما نرمي قطعة من فئة شاقل
- ج. الحصول على  عندما نُدير خذروفاً
- د. الحصول على عدد زوجي عندما نرمي مكعباً عادياً للعب
- هـ. الحصول على عدد أكبر من 4 عندما نرمي مكعباً للعب
- ز. يقف العقرب في المساحة الخضراء للدائرة 

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{6}$

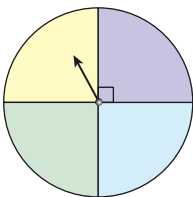


2. نرمي مكعباً عادياً للعب.

- أ. ما احتمال الحصول على العدد 4؟
- ب. ما احتمال الحصول على عدد يُقسم على 5؟
- ت. ما احتمال الحصول على عدد أصغر من 2؟
- ث. ما احتمال الحصول على عدد أصغر من 7؟

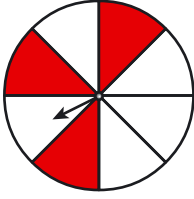
3. نرمي مكعباً عادياً للعب.

- أ. ما احتمال الحصول على عدد يُقسم على 3؟
- ب. نرمي المكعب 30 مرة.
- كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن نحصل على عدد يُقسم على 3؟



4. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسم.

- أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالبنفسجي؟
- ب. نُدير عقرب "الساعة" 16 مرة.
- كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالبنفسجي؟



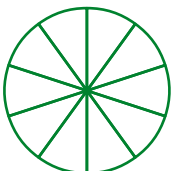
5. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة.
 أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالأحمر؟
 ب. نُدير عقرب "الساعة" 16 مرة.
 كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند الجزء الملون بالأحمر؟

6. يوجد في جرة 15 كرة. 10 بنفسجية و 5 سوداء. نُخرج كرة واحدة من الجرة، دون أن ننظر فيها.
 أ. ما احتمال إخراج كرة بنفسجية؟
 ب. ما احتمال إخراج كرة سوداء؟

7. يوجد في جرة 24 كرة. 15 زرقاء و 9 خضراء. نُخرج كرة واحدة من الجرة، دون أن ننظر فيها.
 أ. ما احتمال إخراج كرة خضراء؟
 ب. ما احتمال إخراج كرة زرقاء؟
 ت. ما احتمال إخراج كرة سوداء؟
 ث. نُخرج كرة واحدة من الجرة، نسجل لونها ونعيدها إلى الجرة.
 نُخرج كرة أخرى، نسجل لونها ونعيدها إلى الجرة. نكرّر هذه العملية 120 مرة.
 كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن نحصل على كرة زرقاء؟

8. يوجد في جرة 10 كرات. 4 حمراء، 5 زرقاء و كرة واحدة خضراء.
 نُخرج كرة واحدة من الجرة، دون أن ننظر فيها.
 أ. ما احتمال إخراج كرة حمراء؟
 ت. ما احتمال إخراج كرة زرقاء؟
 ب. ما احتمال إخراج كرة خضراء؟
 ث. ما احتمال إخراج كرة سوداء؟

9. يوجد في كيس 60 كرة بألوان مختلفة.
 $\frac{1}{3}$ الكرات لونها أحمر، $\frac{1}{5}$ الكرات لونها أزرق، $\frac{3}{10}$ الكرات لونها أخضر وما تبقى لونها بنفسجي.
 أ. نُخرج كرة واحدة من الكيس، دون أن ننظر فيه. ما اللون الذي احتمال إخراجها من الكيس هو الأكبر؟
 ب. كم كرة من كل لون يوجد في الكيس؟



10. لَوْنُوا الشكل الذي يظهر في الرسمة، بحيث يكون احتمال الحصول على:
 أصفر 0.4 أحمر 0.1 أخضر 0.2 أزرق 0.3

الدرس الثاني: احتمال أحداث مع عدّة نتائج ممكنة

أمامكم جدول يعرض علامات تلاميذ الصفّ التاسع في موضوع الرياضيات.

العلامة	40	50	60	70	80	90	100
عدد التلاميذ	5	3	8	6	10	5	3



أ. كم تلميذاً يوجد في الصفّ؟

ب. تمّ اختيار تلميذ واحد، من الصفّ، بطريقة عشوائية.

خمنوا: أيّ حدث احتمال حدوثه هو الأكبر؟

- اختيار تلميذ علامته 80.

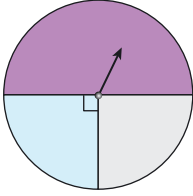
- اختيار تلميذ علامته أعلى 80.

- اختيار تلميذ علامته أقل 70.

نحسب احتمالات أحداث مركبة من عدّة نتائج ممكنة.

1. ما هو معدّل علامات التلاميذ؟

تمّ اختيار تلميذ واحد من الصفّ بطريقة عشوائية. ما احتمال العلامة التي حصل عليها أقلّ من المعدّل؟



2. ندير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة حتّى يتوقّف.

تفوز **إيمان** إذا توقّف العقرب على المساحة **الزرقاء** أو المساحة الرمادية.

تفوز **يارا** إذا توقّف العقرب على المساحة **البنفسجية**.

أ. أيّ بنت لها احتمال الفوز الأكبر؟

ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **البنفسجية**؟

ت. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء**؟

ث. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء** أو المساحة **البنفسجية**؟

ج. ما احتمال أن لا يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء**؟



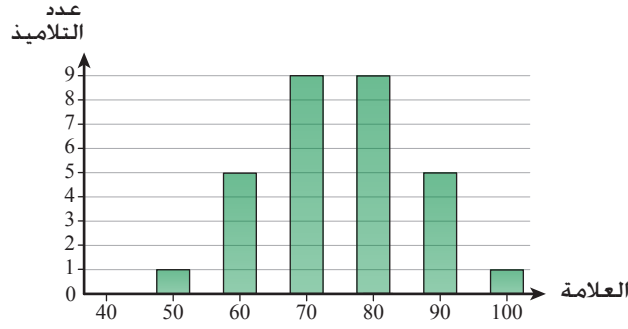
في المَهْمَة 2 احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء** هو $\frac{1}{4}$

احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **البنفسجية** هو $\frac{1}{2}$

احتمال أن يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء** أو المساحة **البنفسجية** هو $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

احتمال أن لا يقف العقرب عند المساحة **الزرقاء** هو $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

3. أمامكم رسم بياني يصف علامات تلاميذ الصف التاسع في موضوع اللغة الإنجليزية.



أ. كم تلميذاً يوجد في الصف؟

ب. تم اختيار تلميذ واحد بطريقة عشوائية. ما احتمال أن تكون علامته 60؟

ت. تم اختيار تلميذ واحد بطريقة عشوائية. ما احتمال أن تكون علامته أعلى من المعدل؟

4. أمامكم ساعة مقسمة إلى 4 أقسام.

القسم الملون بالبنفسجي هو $\frac{1}{2}$ الدائرة.

كل قسم من الأقسام الملونة بالأخضر هو $\frac{1}{6}$ الدائرة.

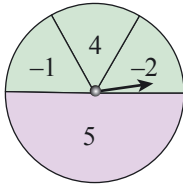
ندير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسة حتى يتوقف.

أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند العدد السالب؟

ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند العدد الموجب؟

ت. ما احتمال أن يقف العقرب عند عدد صحيح؟

ث. ما احتمال أن لا يقف العقرب عند العدد 5؟



5. يوجد في عائلة ثلاثة أولاد، بنون وبنات.

أ. سجلوا، في الجدول، جميع الإمكانيات الممكنة لتوزيع الأولاد في العائلة إلى بنون وبنات.

ب. في كم إمكانيّة البكر هو ابن؟

ت. تم اختيار عائلة فيها ثلاثة أولاد بطريقة عشوائية، ما احتمال أن

يكون البكر في العائلة ابن؟

ث. تم اختيار عائلة فيها ثلاثة أولاد بطريقة عشوائية، ما احتمال أن

يكون البكر فقط، في العائلة، ابن؟

ج. أيّ احتمال أكبر:

أن يكون في العائلة ابنين أم أن يكون في العائلة 3 أبناء؟

ح. أيّ احتمال أكبر:

أن يكون في العائلة ابنين أم أن تكون في العائلة بنتين؟

بكرة	وسطة	صغير/ى



هنالك أبحاث عن الأخطاء الشائعة عند الأطفال في موضوع الاحتمال. بيّنت الأبحاث أنّ أطفال كثيرون يعتقدون أنّ احتمال ولادة ابن أو بنت متعلّق بالولادات السابقة، مثلاً: احتمال ولادة بنت في العائلة أكبر إذا كان في الولادات السابقة بنون. تعتمد الشروح التي يقدّمها الأطفال في هذه الحالة على نهج عاطفيّ (مثلاً: "إذا كان في العائلة ثلاثة أولاد، فمعظم الاحتمال أنّ تولد بنت، لأنّ ذلك مُبالغ فيه! الكلّ ينتظر بنت") أو على تجربتهم في الحياة (مثل: معظم الاحتمالات أنّ يولد ابن، أنا أريد بنت، لكن أعرف أنّه سيولد ولد إضافي").



مجموعة مهام



1. نرمي مكعباً عادياً للعب.



- ما احتمال الحصول على العدد 4 أو 5؟
- ما احتمال الحصول على عدد أولي؟
- ما احتمال الحصول على عدد يُقسم على 3؟
- ما احتمال الحصول على عدد يُقسم على 4؟
- ما احتمال الحصول على عدد أصغر من 4؟
- ما احتمال الحصول على عدد أكبر من 5؟



2. أمامكم جدول يصف طريقة الترفيه التي يفضلها تلاميذ الصف التاسع.

طريقة الترفيه المفضلة	ألعاب الحاسوب	مشاهدة التلفاز	الترفيه مع أصدقاء	الرياضة
عدد التلاميذ	15	8	12	5

- كم تلميذاً يوجد في الصف؟
- تمّ اختيار تلميذ واحد من الصف بطريقة عشوائية. ما احتمال أن تكون طريقة الترفيه المفضلة هي مشاهدة التلفاز؟
- تمّ اختيار تلميذ واحد من الصف بطريقة عشوائية. ما احتمال أن تكون طريقة الترفيه المفضلة ليست ألعاب الحاسوب؟



3. أمامكم علامات تلاميذ الصف التاسع في موضوع الفيزياء.

العلامة	40	50	60	70	80	90	100
عدد التلاميذ	1	2	5	7	15	6	4

أ. كم تلميذاً يوجد في الصف؟

ب. تم اختيار تلميذ واحد بطريقة عشوائية.

ما احتمال أن تكون علامته 80؟

ت. تم اختيار تلميذ واحد بطريقة عشوائية.

ما احتمال أن يكون راسباً (حصل على أقل من 60) في الامتحان؟



4. نسجل على سبعة بطاقات أسماء أيام الأسبوع. نسجل اسم يوم آخر على كل بطاقة.

نطوي البطاقات ونضعها داخل علبة.

ما احتمال إخراج بطاقة سُجل عليها اسم يوم يبدأ بالحرف "س"؟



5. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسم .

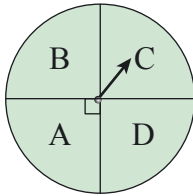
أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة A؟

ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة B أو المساحة C؟

ت. ما احتمال أن لا يقف العقرب عند المساحة D؟

ث. نُدير العقرب 80 مرة.

كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند المساحة A أو المساحة C؟



6. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسم.

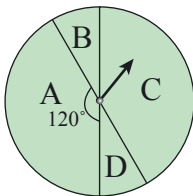
أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة A؟

ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة B أو المساحة C؟

ت. ما احتمال أن لا يقف العقرب عند المساحة D؟

ث. نُدير العقرب 90 مرة.

كم مرة، تقريباً، من المتوقع أن يقف العقرب عند المساحة A أو المساحة C؟





7. يوجد في جرة 8 بنائير **خضراء**، 6 بنائير **زرقاء**، 4 بنائير **حمراء** وبنائيرين **بنفسجيتين**.
نُخرج بنورة واحدة من الجرة، دون أن ننظر فيها.
أ. ما احتمال إخراج بنورة **زرقاء**؟
ب. ما احتمال إخراج بنورة **بنفسجية** أو **خضراء**؟
ت. ما احتمال إخراج بنورة ليست **حمراء**؟



8. نُدير خذروفاً .
أ. ما احتمال الحصول على حرف **ד** ؟
ب. ما احتمال الحصول على حرف **פ** ؟
ت. ما احتمال الحصول على الحرف **ד** أو **ה** ؟
ث. ما احتمال أن لا نحصل على الحرف **ג** ؟



1		
2		
2	2	
	3	3

9. أمامكم نشر مكعب خاص. نرمي المكعب.
أ. ما احتمال الحصول على العدد 2؟
ب. ما احتمال الحصول على العدد 3؟
ت. ما احتمال الحصول على العدد 2 أو العدد 3؟
ث. جدوا حدثاً احتمالته $\frac{1}{6}$.



10. نختار رقمين من بين الأرقام 2، 5، 8، ونبني منهما عدداً ثنائي المنزلة.
أ. كم عدداً كهذا يوجد؟ سجّلوها.
ب. نختار عدداً من بين الأعداد التي بنيتها بطريقة عشوائية.
ما احتمال أن نختار عدد زوجي؟
ما احتمال أن نختار عدد أصغر من 50؟
ما احتمال أن نختار عدد يقسم على 5؟
ما احتمال أن نختار عدد أكبر من 52؟



الدرس الثالث: حاصل ضرب زوجي أو حاصل ضرب فردي احتمال أحداث مكوّنة من مرحلتين

نرمي مكعبين عاديين للعب، ونسجل حاصل ضرب العددين اللذين يظهران عليهما.
تفوز **نعيمه** بنقطة إذا كان حاصل الضرب زوجي.
تفوز **دعاء** بنقطة إذا كان حاصل الضرب فردي.
اللاعب التي تحصل على أكبر عدد من النقاط هي الفائزة.
من منهما تفوز، حسب رأيكم؟
نتعلم كيفية حساب أحداث مكوّنة من مرحلتين.

•	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				12		
4						
5			15			
6						

نتطرق في المهام 1 - 3 إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

1. أ. العبوا اللعبة بأزواج 20 مرة.

قارنوا بين نتائج الصف كله.

ب. أيتهما احتمال فوزها أكبر: **نعيمه** أم **دعاء**؟ اشرحوا.

ت. أكملوا الجدول. كم نتيجة يوجد في الجدول؟

ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب زوجي؟

ما احتمال الحصول على حاصل ضرب فردي؟

•	1	3	5	2	4	6
1	1	3	5	2	4	6
3	3	9	15	6	12	18
5	5	15	25	10	20	30
2	2	6	10	4	8	12
4	4	12	20	8	16	24
6	6	18	30	12	24	36

2. رتب عماد جدول حواصل الضرب كالتالي:

أ. لونها جميع المناطق التي فيها حاصل الضرب زوجي.

ب. هل من الأسهل أن نحدد بمساعدة جدول **عماد** هل تفوز **نعيمه** أم **دعاء**؟

اشرحوا.

3. قال **جمال**: نحصل على حاصل ضرب زوجي إذا ضربنا عددين زوجيين أو إذا

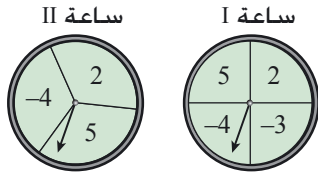
ضربنا عدد زوجي في عدد فردي. نحصل على حاصل ضرب فردي إذا ظهر على المكعبين عددين فرديين

فقط. هل يمكن الاستنتاج بمساعدة ادعاء **جمال** هل تفوز **نعيمه** أم **دعاء**؟ اشرحوا.



في الأحداث، المكوّنة من مرحلتين، التي فيها عدد كبير من النتائج، من الأسهل أن نمثل النتائج في جدول.
لحساب احتمال حدث من جدول، نعدّ عدد النتائج المناسبة للحدث من مجموع الإمكانيات التي تظهر في الجدول.

مثال: في المهمة 1 تظهر في الجدول 9 أعداد فردية من 36 إمكانيّة موجودة في الجدول. لذا احتمال الحصول على حاصل ضرب فردي عندما نرمي مكعبين هو $\frac{9}{36}$.



•	5	2	-3	-4
5				
2				
-4				

3. معطى "ساعتان" (كل "ساعة" مقسمة إلى أقسام متساوية).
 نُدير عقريّ "الساعتين"، ونحسب حاصل ضرب العددين الناتجين.
 يفوز **عمّار**: إذا كان حاصل ضرب العددين موجب.
 يفوز **إياد**: إذا كان حاصل ضرب العددين سالب.
 أ. هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟
 ب. أكملوا الجدول.
 ت. جدوا بمساعدة الجدول احتمال فوز **عمّار** واحتمال فوز **إياد**.
 ث. هل كان تخمينكم صحيح في بند أ؟



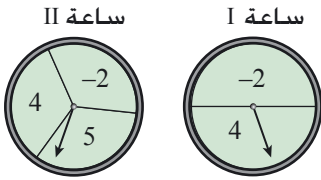
مجموعة مهام

1. نرمي مكعبين عاديين للعب، ونسجل حاصل ضرب العددين اللذين يظهران عليهما.
 أ. أكملوا الجدول.

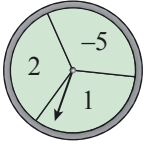
•	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- ب. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 4؟
 ت. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 5؟
 ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 20 أو 30؟
 ج. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب أكبر من 20؟
 ح. جدوا حدثاً احتمال حدوثه $\frac{4}{36}$.

2. أمامكم "ساعتان". نُدير عقريّ "الساعتين"، ونحسب حاصل ضرب العددين الناتجين.
 (كل "ساعة" مقسمة إلى أقسام متساوية)



- أ. أكملوا الجدول. كم نتيجة توجد في الجدول؟
 ب. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب (-10)؟
 ت. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب (-4)؟
 ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب سالب؟
 ج. جدوا حدثاً احتمال حدوثه $\frac{1}{3}$.



.			

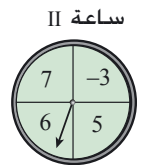
3. أمامكم "ساعة" مقسّمة إلى ثلاثة أقسام متساوية. نُدير عقرب "الساعة" مرّتين، ونحسب حاصل ضرب العددين الناتجين.
- أ. سجّلوا جميع النتائج الممكنة في جدول.
- ب. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب موجب؟
- ت. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب سالب؟
- ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 1؟
- ج. جدّوا حدّاً احتمال حدوثه $\frac{2}{9}$.



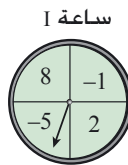
.	1	3	5
2			
5			
6			



4. أمامكم "ساعتان". كلّ "ساعة" مقسّمة إلى ثلاثة أقسام متساوية. نُدير عقربيّ "الساعتين"، ونحسب حاصل ضرب العددين الناتجين.
- أ. أكملوا الجدول. كم نتيجة توجد في الجدول؟
- ب. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 6؟
- ت. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 25؟
- ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب زوجي؟
- ج. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب فردي؟

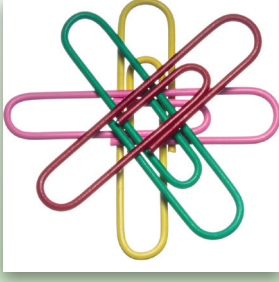


.				



5. أمامكم "ساعتان". كلّ "ساعة" مقسّمة إلى 4 أقسام متساوية. نُدير عقربيّ "الساعتين"، ونحسب حاصل ضرب العددين الناتجين.
- يفوز **رامي**: إذا كان حاصل ضرب العددين موجب.
- يفوز **رائد**: إذا كان حاصل ضرب العددين سالب.
- أ. هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟
- ب. أكملوا الجدول.
- ت. جدّوا بمساعدة الجدول احتمال فوز **رامي** واحتمال فوز **رائد**.

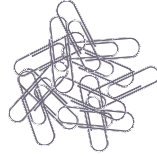
الدرس الرابع: حاصل جمع زوجي أو حاصل جمع فردي



نلعب بأزواج لعبة "مَشابك على حواصل الجمع".
(انظروا إلى التعليمات في المهمة 1.)

اشرحوا اعتباراتكم عندما تضعون المَشابك على اللوحة.

نحلل ونفحص احتمالات الفوز في اللعبة.



1. مَشابك على حواصل الجمع (لعبة لمشاركتين أو لثلاثة مشاركتين)

محتويات اللعبة:

- 18 مشبكاً صغيراً لكل مشترك/ة.
- مكعبان عاديان للعب.
- لوحة للعب لكل مشترك/ة.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

محتويات اللعبة: الأول/ي الذي يُزيل جميع المَشابك من لوحة اللعب.

تعليمات اللعبة

يضع كل مشترك/ة 18 مشبكاً على الأعمدة في اللوحة حسب رغبته/ها.
(يمكن أن نضع في كل عمود مشبك واحد، عدّة مَشابك معاً، أو لا نضع مَشابك بتاتاً).

نرمي المكعبين، في كل مرة، ثم نحسب المجموع.

نُزيل مشبكاً واحداً من عمود حاصل الجمع الناتج (إن وُجد).

انتهاء اللعبة: عندما نُزيل جميع المَشابك من إحدى اللوحات.

الفائزة: المشترك/ة الذي أزال/ت جميع المَشابك.

أ. العبوا لعبة مَشابك على حواصل الجمع مرة إضافية.

ب. هل توزيع المَشابك في اللعبة والثانية كان مختلفاً مقارنةً باللعبة الأولى؟

2. نرمي مكعبين عاديين للعب، ونجمع العددين اللذين يظهران عليهما.

تفوز **عناية**: إذا كان حاصل الجمع 5؛ يفوز **آدم**: إذا كان حاصل الجمع 10.

+	1	2	3	4	5	6
1				5		
2						
3						
4						
5					10	
6						

أ. خمنوا هل اللعبة نزيهة؟

إذا كانت الإجابة نعم فعللوا. إذا كانت الإجابة لا، فأيهما له احتمال أكبر

للفوز؟

ب. أكملوا جدول العملية.

كم نتيجة يوجد في جدول العملية؟ كم نتيجة مختلفة في الجدول؟

ت. ما احتمال الحصول على حاصل جمع 5؟

ث. ما احتمال الحصول على حاصل جمع 10؟

ج. جدوا حاصل جمع، بحيث يكون احتمال الحصول عليه $\frac{5}{36}$.

ح. قال **ياسر**: وجدت حاصل جمع مناسبين.

هل قول **ياسر** صحيح؟



3. بأي طريقة ترتبون الآن المشابك على لوحة اللعب في المهمة 1؟

عاش كاردنو (Girolamo Cardano) في إيطاليا في القرن السادس عشر، وقد طور أسس نظرية الاحتمال (Probability)، لأنه أراد أن يفهم الأسس المتعلقة باللعاب الحظ.



بدأ الرياضيان بلاز باسكال (Blaise Pascal) وبيير دي فيرما (Pierre de Fermat)، في

القرن السابع عشر، في بحث احتمالات الفوز في ألعاب الحظ بطريقة رياضية. طوروا نظرية الاحتمال التي

عرفت بشكل دقيق جميع النتائج الممكنة للتجربة، والاحتمال المعين لكل نتيجة.

تشكل مبادئ الاحتمال اليوم قاعدة أساسية في مجالات مختلفة ومتنوعة في العلم، مثل: الفيزياء (ميكانيكا إحصائية، الديناميكا الحرارية، نظرية الكم)، الاقتصاد (إدارة أموال، إدارة أخطار) وفي الطب (تحديد أخطار، تشخيص).

4. يلعب **سليم** و**سامي** لعبة "زوجي أو فردي". يُظهر كل واحد منهما، مرة واحدة، عدد معين من أصابع يده اليمنى.

سليم

+	1	2	3	4	5
1					
2				6	
3		5			
4					
5					

سامي

يفوز **سليم** إذا كان مجموع أصابعهما عدداً زوجياً.

يفوز **سامي** إذا كان مجموع أصابعهما عدداً فردياً.

أ. هل تبدو لكم اللعبة نزيهة؟

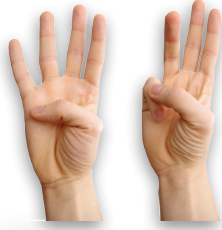
ب. سجلوا جميع النتائج الممكنة في جدول.

ت. كم نتيجة زوجية؟

ما احتمال أن يفوز **سليم**؟

ث. كم نتيجة فردية؟

ما احتمال أن يفوز **سامي**؟

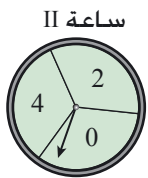


5. قالت **كريمان**: أنا أرى في جدول الجمع 25 نتيجة، مِنْ هنا يمكن الاستنتاج أَنَّ اللَّعْبَةَ غير نزيهة دون أَنْ نحسب الاحتمال. هل قول **كريمان** صحيح؟ اشرحوا.



1. يلعب **مُعِين** و**ضرار** لعبة "السلام والحبال". يرمي كل واحدٍ منهما مكعبين ويتقدّم عدد خطوات حسب مجموع العددين اللّذين يظهران على المكعبين. الفائز هو اللاعب الذي يصل أولاً إلى التربيعة 100. مَنْ منهما له الاحتمال الأكبر أَنْ يفوز في الخطوة القادمة؟

94	95	96	97	98	99	100
		ضرار				يفوز
معين	92	91	90	89	88	87
93						



+	0	2	4
0			
2			
4			

2. أمامكم "ساعتان" متماثلتان مقسمتان إلى ثلاثة أقسام متساوية. نُدير عقريّ "الساعتين"، ونحسب حاصل جمع العددين الناتجين. أ. أكملوا الجدول.
ب. ما احتمال الحصول على حاصل جمع 4؟
ت. ما احتمال الحصول على حاصل جمع 6؟
ث. ما احتمال الحصول على حاصل جمع 0؟
ج. يجب على **ضرار** أَنْ يختار أحد حواصل الجمع الممكنة. إذا حصل **ضرار** على حاصل الجمع الذي اختاره، فإنّه يفوز في نقطة. أيّ حاصل جمع مَنْ الافضل أَنْ يختار؟ اشرحوا.

3. نرمي مكعبين عاديين للعب، ونسجل العدد الأكبر من بين العددين اللذين يظهران عليهما. إذا حصلنا على العدد نفسه على اثنينهما فنسجل هذا العدد.

	1	2	3	4	5	6
1						
2		2		4		
3						
4						
5						
6						

- أ. أكملوا الجدول.
ب. ما احتمال الحصول على العدد 6؟
ت. ما احتمال الحصول على العدد 1؟
ث. ما احتمال الحصول على عدد زوجي؟
ج. ما احتمال الحصول على عدد فردي؟
ح. ما احتمال الحصول على عدد أكبر من 3؟
خ. ما احتمال الحصول على عدد أصغر من 5؟



4. نرمي مكعبين عاديين للعب، ونجمع العددين الناتجين. أ. أكملوا الجدول.

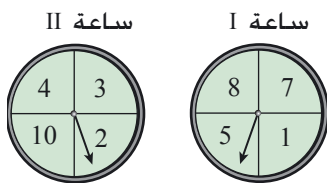
+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- ب. تفوز **نهاية** إذا كان حاصل الجمع 5، تفوز **سعاد** إذا كان حاصل الجمع 8.
هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟
ت. تفوز **أحلام** إذا كان حاصل الجمع 10، تفوز **سهاد** إذا كان حاصل الجمع 4.
هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟
ث. يفوز **آدم** إذا كان حاصل الجمع زوجياً.
يفوز **سام** إذا كان حاصل الجمع فردياً.
هل اللعبة نزيهة؟ اشرحوا.

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

- ج. قال **سامر**: إذا غيرنا ترتيب الأعداد في الجدول كما يظهر في الرسم، فمن الأسهل أن نرى أن لعبتي **آدم** و **سام** نزيهتين.
أكملوا الجدول في الرسم.
لونها التريعات التي يوجد فيها نتائج زوجية.
هل قول **سامر** صحيح؟

5. أمامكم "ساعتان". كل ساعة مقسمة إلى أربعة أقسام متساوية. ندير عقري "الساعتين"، ونحصل على عددين. نجمع العددين.



- يفوز **جميل** إذا كان حاصل الجمع زوجياً.
يفوز **حسام** إذا كان حاصل الجمع فردياً.
هل اللعبة نزيهة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فأعطوا مثلاً بمساعدة جدول الجمع.
إذا كانت الإجابة لا، فاقتروا تغييراً لأحد الأعداد بحيث تكون اللعبة نزيهة.

سُجِّلَت الأعداد 6, 4, 1, -2, -3, -5 على سطوح المكعب أ.
سُجِّلَت الأعداد 5, 3, -2, -3, -4, -5 على سطوح المكعب ب.
يرمي كل واحدٍ منهما المكعبين.
يفوز **عامر** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين موجباً.
يفوز **إياد** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين سالباً.
هل اللعبة نزيهة؟

مکعب اء

[illegible]

أ. أكملوا الجدول.

"م" للنتيجة الموجهة.

ب. ما احتمال أن يفوز كل لاعب؟

مكعب أ

	عدد سالب	عدد موجب
عدد سالب		
عدد موجب		

ت. قال ضياء: مَنْ الأفضل أَنْ نقسّم الجدول مسبقاً إلى قسم "موجب" وإلى قسم "سالب" لكلّ مكعب، وعندئذٍ نلَوْن المساحات التي فيها حاصل الضرب موجب.

وهكذا يمكن أَنْ نحدّد بسهولة ما إذا كانت اللّعبة نزيهة. لَوْنُوا جميع التّربيعات التي تظهر فيها نتيجة موجبة. ما احتمال الحصول على نتجة موجبة؟

مکعب ب

	عدد سالب	عدد موجب
عدد سالب		
عدد موجب		

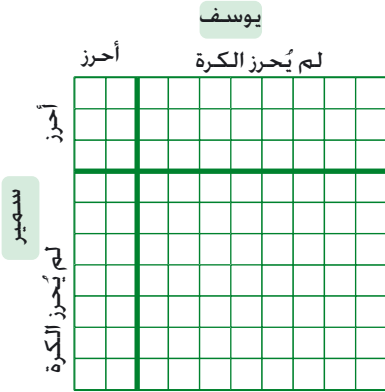
لوّن ضياء المساحات التي تظهر فيها نتائج موجبة (انظروا الرسمه).

نسَمّي هذا الجدول **رسم تخطيطيّ مساحة**.





مجموعة مهام



1. يتمرن يوسف و سمير على إحراز الكرة في السلة.

ينجح يوسف في إحراز الكرة في $\frac{2}{10}$ الحالات.

ينجح سمير في إحراز الكرة في $\frac{3}{10}$ الحالات.

احسبوا احتمالات الأحداث التالية:

أ. أن ينجح كلاهما في إحراز الكرة في السلة.

ب. أن لا ينجح كلاهما في إحراز الكرة في السلة.

2. يتمرن أيوب و أيمن على إحراز الكرة في المرمى.

ينجح أيوب في إحراز الكرة في $\frac{1}{2}$ الحالات، و ينجح أيمن في إحراز الكرة في $\frac{2}{5}$ الحالات.

أ. احسبوا احتمال أن ينجح كلاهما في إحراز الكرة في المرمى.

ب. احسبوا احتمال أن ينجح أيوب في إحراز الكرة في المرمى وأن لا ينجح أيمن في إحراز الكرة.



3. أمامكم "ساعتان". كل ساعة مقسمة إلى أربعة أقسام متساوية.

ندير عقري "الساعتين"، ونحصل على عددين.

نضرب العددين.

أ. أكملوا الجدول.

كم نتيجة موجبة وكم نتيجة سالبة في الجدول؟

ب. لوتوا التربيعة التي يظهر فيها حاصل ضرب موجب.

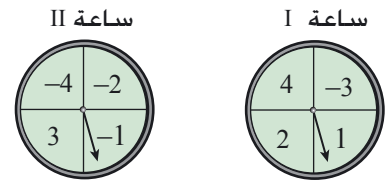
ت. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب موجب؟

ث. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب سالب؟

ج. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 4؟

ح. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب (-4)؟

خ. ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 3؟



•	-3	1	2	4
-4				
-2				
-1				
3				



4. أمامكم "ساعتان". كل ساعة مقسّمة إلى أقسام متساوية. تُدير عقريّ "الساعتين".

أ. ما احتمال الحصول على 4 في "الساعة" I ؟

ما احتمال الحصول على 4 في "الساعة" II ؟

ب. في أي "ساعة" احتمال الحصول على عدد سالب أكبر؟ اشرحوا.

ث. نحسب حاصل ضرب العددين الناتجين في "الساعتين". أكملوا الجدول.

ما احتمال الحصول على حاصل ضرب 20 ؟

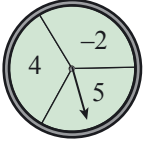
ما احتمال الحصول على حاصل ضرب (-8) ؟

ما احتمال الحصول على حاصل ضرب أصغر من 25 ؟

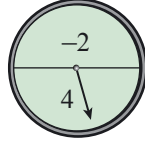
ما احتمال الحصول على حاصل ضرب موجب ؟

ما احتمال الحصول على حاصل ضرب فرديّ ؟

ساعة II



ساعة I



.	-2	4	5
-2			
4			

5. أمامكم "ساعتان". كل ساعة مقسّمة إلى أقسام متساوية.

تُدير **جمانة** و **فدوى** عقريّ "الساعتين".

تفوز **جمانة** إذا كان حاصل ضرب العددين موجباً.

تفوز **فدوى** إذا كان حاصل ضرب العددين سالباً.

أ. هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟

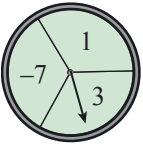
ب. أكملوا في الجدول حواصل الضرب في أعمدة: "موجب" و "سالب" في كل مساحة.

ث. لَوْنُوا المساحات المناسبة لفوز **جمانة** باللون نفسه.

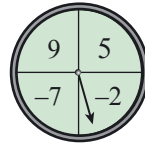
ج. ما احتمال أن تفوز **جمانة** ؟

د. ما احتمال أن تفوز **فدوى** ؟

ساعة II



ساعة I



ساعة I				
ساعة II	.	موجب	سالب	
	موجب			
	سالب			

6. أمامكم "ساعتان". كل ساعة مقسّمة إلى أقسام متساوية.

يُدير **يوسف** و **أسد** عقريّ "الساعتين".

يفوز **يوسف** إذا كان حاصل ضرب العددين موجباً.

يفوز **أسد** إذا كان حاصل ضرب العددين سالباً.

أ. هل اللعبة نزيهة، حسب رأيكم؟

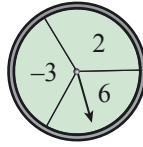
ب. ابنوا جدولاً مناسباً.

ث. لَوْنُوا المساحات المناسبة لفوز **يوسف** باللون نفسه.

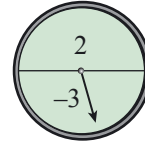
د. ما احتمال أن يفوز **يوسف** ؟

هـ. ما احتمال أن يفوز **أسد** ؟

ساعة II




ساعة I






مكعب ب



Net of cube B: A central vertical column of four squares with values 1, 1, 2, 3 from top to bottom. A square with value 3 is attached to the left of the second square (value 1), and a square with value 1 is attached to the right of the third square (value 2).

مكعب أ



Net of cube A: A central vertical column of four squares with values 1, 2, 2, 3 from top to bottom. A square with value 3 is attached to the left of the second square (value 2), and a square with value 3 is attached to the right of the third square (value 2).

أو

اشرحوا.

		مکعب ب			
		عدد 3		عدد لا یساوي 3	
مکعب ا	عدد 3				
	عدد 3				
	عدد لا یساوي 3				

ث. ما احتمال أن يفوز/تفوز المشترك/ة في السحب الأول وأن لا يفوز/لا تفوز في السحب الثاني؟

[illegible]



نحافظ على لياقة رياضية

إحصاء

1. سجّلت المعلّمة، في الجدول، علامات تلاميذ الصفّ في موضوع الرياضيات.

العلامة	4	5	6	7	8	9	10
عدد التلاميذ	1	2	4	8	9	4	2

أ. كم تلميذاً يوجد في الصفّ؟

ب. ما منوال العلامات؟

ت. ما وسيط العلامات؟

ث. ما معدّل علامات تلاميذ الصفّ؟

2. سُئل 20 تلميذاً، أي فصل من فصول السنة يحبّون؟

سُجّلت إجاباتهم في جدول التكرارية.

الفصل	الشتاء	الربيع	الصيف	الخريف
التكرارية	4	6	8	2

أ. أرسّموا رسماً تخطيطياً من أعمدة لعرض المعلومات التي تظهر في الجدول.

ب. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين يحبّون الشتاء؟

ت. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين يحبّون الخريف؟

3. أمامكم رسم تخطيطي دائري يصف الاستعمال الأساسي للحاسوب

لدى تلاميذ الصفوف التاسعة في المدرسة.

أ. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين استعمالهم الأساسي للحاسوب ألعاب

أو البحث عن معلومات؟

ب. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين استعمالهم الأساسي للحاسوب

ليس ألعاباً؟

ت. يوجد في طبقة الصفوف التاسعة 200 تلميذ.

كم تلميذاً يستعمل الحاسوب بالأساس لتحضير الأبحاث؟

