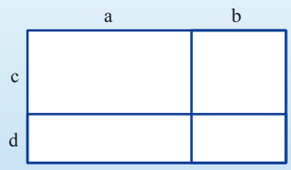
الوحدة الخامسة: عمليّات جبريّة

الدرس الأوّل: نتذكّر قانون التوزيع الموسّع

أمامكم رسمة مستطيل أطوال أضلاعه $(a + b)$ سم، $(c + d)$ سم
$(a \geq 0 , b \geq 0 , c \geq 0 , d \geq 0)$.
(أُعِدّت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).
حسب **رياض**، **رائد** و**عدنان** مساحة المستطيل بطرق مختلفة.
سجّل **رياض** النتيجة كتمرين ضرب عاملين: $(a + b) \cdot (c + d)$
سجّل **رائد** النتيجة كمجموع تمرينيْ ضرب: $c \cdot (a + b) + d \cdot (a + b)$
سجّل **عدنان** النتيجة كمجموع أربعة تمارين ضرب: $ac + bc + ad + bd$
اشرحوا بواسطة الرسمة لماذا جميع الإجابات صحيحة؟



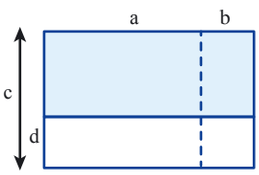
نتذكّر قانون التوزيع الموسّع، نضرب أعدادًا وتعابير ونحلّ معادلات.

للتذكير

قانون التوزيع الموسّع: $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$

أُعِدّت الرسومات في مهامّ الدروس وفي مجموعة المهامّ للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. أمامكم رسمة مستطيل $(a \geq 0 , b \geq 0 , c > d , d \geq 0)$.
أمامكم تعابير، أي منها تصف مساحة المستطيل الأزرق (بالسنتمتر المربّع)؟
اشرحوا.



أ. $(a + b)(c - d)$ ت. $(a + b)(c + d)$ ج. $ac - ad + bc - bd$

ب. $(a - b)(c + d)$ ث. $c(a + b) - ad - bd$ ح. $c(a + b) - d(a + b)$

رأينا في المهمّة 1 توسيع لقانون التوزيع الموسّع: $(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$
يمكن أن نبيّن بطريقة شبيهة أنّ: $(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$
$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$

2. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(a + 4)(b + 5)$ ت. $(a + 9)(a + 3)$ ج. $(a - 3)(a - 4)$

ب. $(a + 6)(b + 10)$ ث. $(a + 3)(a - 4)$ ح. $(a - 3)(a + 4)$

3. بيّنوا، في كلّ بند، كيف يمكن أن نحسب حاصل الضرب بمساعدة قانون التوزيع الموسّع؟

مثال: يمكن أن نسجّل تمرين الضرب $42 \cdot 29$ كالتالي: $(40 + 2) \cdot (30 - 1)$
نستعين بقانون التوزيع الموسّع ونحصل على: $1200 + 60 - 40 - 2 = 1218$

أ. $32 \cdot 24$ ب. $54 \cdot 36$ ت. $42 \cdot 18$ ث. $28 \cdot 18$

4. اضربوا وبسّطوا.

مثال:
$(5a + 2)(3a - 4) =$
$15a^2 - 20a + 6a - 8 =$
$15a^2 - 14a - 8 =$

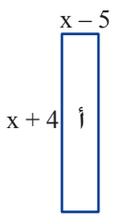
أ. $(10a + 3)(2a + 5)$ ت. $(10a + 3)(2a - 5)$ ج. $(3 + 10a)(5 - a)$

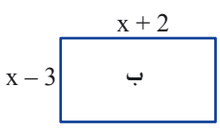
ب. $(10a - 3)(2a + 5)$ ث. $(10a - 3)(2a - 5)$ ح. $(3 - 10a)(5 + a)$

5. أمامكم مستطيلان $(x > 5)$.

أ. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة كلّ مستطيل.

ب. أيّ مستطيل مساحته أكبر؟ وبكم؟





6. انسخوا وأكملوا مضافات ناقصة.

أ. $16 + \square + \square + 8b = (\square + \square)(a + 8)$

ب. $14 + \square + \square = ab + \square(\square + 2) = (a + \square)$

معادلات

7. حلّوا المعادلات.

أ. $(x - 2)(x - 1) = 11 - 3x$ ت. $(x - 4)(x + 2) = x^2$

ب. $7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$ ث. $(3x - 2)(2x - 1) = (6x + 1)(x - 2)$

8. معطاة ثلاثة أعداد صحيحة متتالية.
نضرب العدد الاوسط بنفسه والعددان الآخران ببعضهما (الواحد بالآخر).
أ. أيّ حاصل ضرب أكبر؟ وبكم؟
ب. هل الاستنتاج في بند أ صحيح لكلّ ثلاثة أعداد صحيحة متتالية؟ اشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. سجّلوا، في كلّ بند، تعبيرين مختلفين لحساب مساحة المستطيل. ($a \geq 0$, $b \geq 0$).

أ.

	a	6
b		
2		

ب.

	a	5
a		
2		

ت.

	a	b
2a		
1		

2. اكتبوا كمجموع.

أ. $(a + 1)(b + 4)$ ب. $(a + 1)(b - 4)$ ت. $(a + 2)(a + 3)$ ث. $(a - 2)(a - 3)$

3. اكتبوا كمجموع.

أ. $(3a + 2)(a - 5)$ ب. $(3 + 2a)(a - 5)$ ت. $(a + 7)(a - 5)$ ث. $(a - 7)(5 - a)$

4. اكتبوا كمجموع.

أ. $(a - 0.4)(a - 0.5)$ ت. $(0.4a + 0.7)(a - 0.5)$

ب. $(0.4 - a)(0.5 - a)$ ث. $(0.4 + 0.7a)(0.5 - a)$

5. بيّنوا في كلّ بند كيف يمكن أن نحسب حاصل الضرب بمساعدة قانون التوزيع الموسّع؟ احسبوا.

أ. $42 \cdot 23$ ب. $39 \cdot 14$ ت. $102 \cdot 18$ ث. $58 \cdot 28$

6. انسخوا كلّ بند وأضيفوا إشارة $<$, $>$ أو $=$ بحيث يكون صحيح لكلّ قيمة a.

أ. $a(a+5) \bigcirc (a+4)(a+1)$

ب. $a(a+1) \bigcirc (a-3)(a+4)$

ت. $(a-4)(a+5) \bigcirc (a-3)(a+4)$

ث. $a(a+1)-6 \bigcirc (a-2)(a+3)$

ج. $(a-3)(a+3) \bigcirc (a-2)(a+2)$

ح. $a^2 \bigcirc (a-3)(a+3)$

7. صحّحوا، في كلّ بند، المساواة بحيث تصبح صحيحة.

أ. $(a+5)(a+2) = a^2+7a+7$

ب. $(a+5)(a+1) = a^2+5a+5$

ت. $(a+1)(a+2) = a^2+3a+3$

ث. $(a+5)(a-2) = a^2+3a+10$

8. صحّحوا، في كلّ بند، المساواة بحيث تصبح صحيحة.

أ. $(a+3)(a+4) = a^2+7a+7$

ب. $(a+3)(a-4) = a^2-a-7$

ت. $(a-3)(a+4) = a^2-7a-12$

ث. $(a-3)(a-4) = a^2+7a+12$

9. صحّحوا، في كلّ بند، المساواة بحيث تصبح صحيحة.

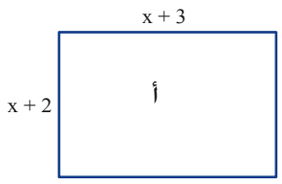
أ. $(3a+5)(a+2) = 3a^2+7a+10$

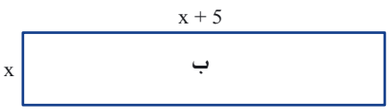
ب. $(a+5)(2a+3) = 2a^2+13a+8$

ت. $(3a+5)(2a-3) = 6a^2-a-15$

ث. $(a-5)(2a-3) = 3a^2-13a+15$

10. أمامكم مستطيلان $(x > 0)$.

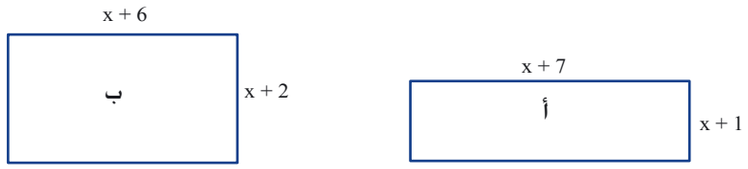




أيّ مستطيل مساحته أكبر. وبكم؟

إرشاد: اكتبوا تعابير جبرية لحساب مساحة كلّ مستطيل وبسّطوا.

11. أمامكم مستطيلان $(x > -1)$.

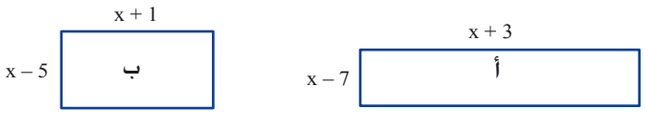


أيّ مستطيل مساحته أكبر؟ وبكم؟

12. أمامكم مستطيلان

أ. أيّ قيم مناسبة لـ x؟ اشرحوا.

ب. أيّ مستطيل مساحته أكبر؟ وبكم؟



13. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 3 = x(x - 2)$

ب. $(x - 3)(x - 6) = x^2$

ت. $3 + x(x - 1) = 15 + x(x + 2)$

ث. $(x + 6)(x + 5) = (x + 15)(x + 2)$

ج. $(x - 2)(x - 3) = (x - 4)(x - 5)$

ح. $(x - 1)(x + 4) = (x + 5)(x - 3)$

14. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 3x - 5 = x(x - 2)$

ب. $(3 - x)(8 - x) = x^2 + 2$

ت. $3x(x - 1) = 15 + x(3x + 2)$

ث. $(x + 2)(x - 5) = (x - 2)(x - 3)$

ج. $(2x - 1)(x + 3) = (x - 3)(2x + 5)$

ح. $(2x + 1)(x + 4) = (2x + 5)(x - 1)$

15. حلّوا المعادلات.

أ. $(4x - 2)(x + 5) = (x - 3)(4x + 5)$

ب. $(3x - 2)(2x - 1) = (6x - 5)(x - 2)$

ت. $(x - 4)(2x + 3) = (2x - 1)x - 12$

ث. $(5 - x)(2x + 1) = 5 - 2x^2$

ج. $1 + (2x + 1)(x + 4) = (x + 5)(2x - 3)$

ح. $x(x + 5) - (x^2 + 3) = 1$

الدرس الثاني: تحليل ثلاثيّ الحدود (ترينوم) إلى عوامل

أراد **ضياء**، **أيمن** و**أيوب** أن يكتبوا التعبير $x^2 + 11x + 24$ كحاصل ضرب.

سجّل **ضياء**: $(x + 7)(x + 4)$ لأنّه حسب قانون التوزيع الموسّع نحصل على المضافين $4x$ وَ $7x$ اللذين يُنتجان معًا المضاف $11x$.

سجّل **أيمن**: $(x + 6)(x + 4)$ لأنّه إذا ضربنا بمساعدة قانون التوزيع الموسّع فنحصل على حاصل الضرب $6 \cdot 4$ الذي يساوي 24.

سجّل **أيوب**: $(x + 8)(x + 3)$ لأنّه حسب قانون التوزيع الموسّع يُنتج المضافين $3x$ وَ $8x$ المضاف $11x$ وينتج أيضًا حاصل الضرب $8 \cdot 3 = 24$.

خمّنوا أيُّهم قوله صحيح؟

نحلّل ثلاثيّ الحدود (ترينوم) إلى عوامل ونحلّ معادلات.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. اضربوا التعابير التي سجّلها **ضياء**، **أيمن** و**أيوب** وافحصوا فرضيتكم.

2. استعينوا باعتبارات شبيهة واكتبوا التعابير الآتية كحواصل ضرب.

أ. $x^2 + 8x + 12$ ب. $x^2 + 8x + 15$ ت. $x^2 + 8x + 7$ ث. $x^2 + 8x - 20$

- **ثلاثي الحدود (ترينوم)** هو تعبير جبريّ مكوّن من ثلاثة مضافات.
- يمكن أن نكتب تعبير الضرب الذي صورته $(x + a)(x + b)$ كتعبير جمع بمساعدة قانون التوزيع الموسّع كالتالي:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

لذا؛ يمكن أن نكتب ثلاثيّ الحدود الذي صورته $x^2 + (a + b)x + a \cdot b$ كتعبير ضرب بمساعدة التحليل إلى عوامل كالتالي:

$$x^2 + (a + b)x + a \cdot b = (x + _a_)(x + _b_)$$

أمثلة: نسجّل $x^2 + 10x + 24$ كتعبير ضرب: $(x + \square)(x + \square)$

يجب أن يكون حاصل ضرب العددين في "المكانين الفارغين" 24 ومجموعهما 10.

العددان المناسبان هما: 6 وَ 4؛ ولذا: $x^2 + 10x + 24 = (x + 6)(x + 4)$

مِنَ الأفضل أن نفحص، في النهاية، بمساعدة قانون التوزيع الموسّع هل التحليل إلى عوامل مناسب؟

نضرب ونحصل على: $(x + 6)(x + 4) = x^2 + 10x + 24$

نحلّل ثلاثيّ الحدود إلى عوامل: $x^2 + 10x - 24 = (x + \square)(x + \square)$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما (24−) ومجموعهما 10، العددان هما: 12وَ (2−).

لذا؛ $x^2 + 10x - 24 = (x + 12)(x - 2)$

نفحص بواسطة الضرب: $(x + 12)(x - 2) = x^2 + 10x - 24$

3. أ. أكملوا أعدادًا مناسبة: $x^2 + \square + 36 = (x + \square)(x + \square)$ اشرحوا كيف وجدتم الأعداد؟

ب. قالت **نعيمة**: لتسجيل الأعداد المناسبة بين قوسين بحثت عن عددين حاصل ضربهما 36. مثلًا: 9 وَ 4.

حصلت على: $(x + 4)(x + 9) = x^2 + 13x + 36$

تناقشوا في اقتراح **نعيمة**. هل طريقتها صحيحة؟

ت. اقترحوا عددين إضافيّين حاصل ضربهما 36 وأكملوا: $(x + \square)(x + \square) = x^2 + \square + 36$.

ث. قالت **جميلة**: العددان (−4) وَ (−9) مناسبان أيضًا: $(-4) \cdot (-9) = 36$

أكملوا حسب اقتراح **جميلة**: $x^2 + \square + 36 = \square$

4. انسخوا الجدول واكملوه.

	التعبير جمع	التعبير ضرب
أ.		$(x + 5)(x - 3)$
ب.	$x^2 + 4x - 12$	
ت.	$x^2 - 8x + 12$	
ث.	$x^2 - 4x - 12$	

ترينوم (trinom) - معناه ثلاثيّ الحدود: تعبير جبريّ مكوّن مِن ثلاثة مضافات.

الكلمة ترينوم مكوّنة من قسمين:

- tri اختصار كلمة مصدرها مِنَ اللاتينيّ واليونانيّ (tria) ومعناها ثلاثة.
- نوموس كلمة مصدرها مِنَ اليوناني ومعناها قانون.

هنالك كلمات أجنبيّة إضافيّة، في الرياضيات وفي مجالات أخرى، تبدأ بالكلمة tri. مثلا:

- triangle (مثلّث) - مصدر الكلمة مِن اللغتين اليونانيّة واللاتينيّة، ومعناها "ثلاث زوايا".
- trigonometry - مجال في الرياضيّات بدأ مِنَ القياسات في المثلّثات.
- trisect - قسمة إلى ثلاثة أقسام متساوية.
- tricycle - ثلاث دورات.
- tripod - ثلاثي القوائم مكوّن مِن ثلاثة أرجل.
- trimester - ثُلث السنة.
- triathlon - فرع رياضيّ مكوّن مِن ثلاثة أقسام: السباحة، الركض وركوب الدرّاجة الهوائيّة.

يمكنكم أن تبحثوا عن كلمات إضافية في مواقع الإنترنت أو تخترعوا كلمات مِن عندكم.

معادلات

5. أ. هل تستطيعون أن تجدوا حلّ المعادلة $(x + 2)(x + 6) = 0$ دون أن تحسبوا؟

ب. هل تستطيعون أن تجدوا حلّ المعادلة $x^2 + 8x + 12 = 0$ دون أن تحسبوا؟

ت. تناقشوا حول البندين أ وَ ب. أيّ معادلة مِنَ الأسهل أن نجد حلّها؟ لماذا؟

6. معطاة معادلة $x^2 + 5x + 6 = 0$.

أ. قال **يوسف**: لحلّ المعادلة، مِنَ الأفضل أن نحوّل المجموع إلى تعبير ضرب كالتالي: $(x + 3)(x + 2) = 0$

هل قول **يوسف** صحيح؟ افحصوا.

ب. ما حلّ المعادلة المعطاة؟

7. حلّوا المعادلات (حلّلوا إلى عوامل أوّلًا).

مثال: $x^2 - 6x + 8 = 0$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما 8 ومجموعهما (−6). العددان هما: (−2) وَ (−4)

نسجّل كتعبير ضرب: $(x - 2)(x - 4) = 0$

لذا: $x - 4 = 0$ أو $x - 2 = 0$

حلول المعادلة هي: $x = 4$ أو $x = 2$

نفحص ونحصل على مساواة: $4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0$ ✓ $2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0$ ✓

أ. $x^2 - 8x + 15 = 0$ ب. $x^2 + 6x - 16 = 0$ ت. $x^2 - 6x - 16 = 0$

8. سجّلوا، في كلّ بند، معادلة مناسبة للحلول المعطاة.

أ. $x = 3$ أو $x = 6$ ت. $x = 3$ أو $x = -6$ ج. $x = 0$ أو $x = 6$

ب. $x = -3$ أو $x = 6$ ث. $x = -3$ أو $x = -6$ ح. $x = 0$ أو $x = -6$

مجموعة مهامّ

1. حلّوا المعادلات.

أ. $2(x - 3) = 0$ ب. $x(x - 3) = 0$ ت. $x(x + 3) = 0$ ث. $(x + 2)(x - 3) = 0$

2. حلّوا المعادلات.

أ. $(x - 5)(x - 3) = 0$ ب. $(x + 5)(x - 3) = 0$ ت. $(x + 5)(x + 3) = 0$

3. حلّوا المعادلات.

أ. $(2x - 3)(3x - 2) = 0$ ب. $(2x + 3)^2 = 0$ ت. $(2x - 3)(x + 4) = 0$

4. تظهر في الإطار حلول المعادلات التالية. لائموا بين الحلول والمعادلات.

0	−15	−4	8	6	2

أ. $x^2 - 2x - 24 = 0$ ت. $x^2 + 13x - 30 = 0$ ج. $x^2 - 14x + 48 = 0$

ب. $x^2 + 19x + 60 = 0$ ث. $x^2 - 4x - 32 = 0$ ح. $x^2 - 6x + 8 = 8$

5. حدّدوا، في كلّ بند، العدد الناقص. افحصوا.

أ. $x^2 + 8x = x(x + \square)$ ث. $x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + \square)$

ب. $x^2 - 6x = x(x - \square)$ ج. $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + \square)$

ت. $7x - 14 = 7(x - \square)$ ح. $x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - \square)$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 8x = 0$ ب. $x^2 - 6x = 0$ ت. $7x - 14 = 0$ ث. $12 + 6x = 0$

7. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 + 8x + 15 = 0$ ب. $x^2 + 5x - 14 = 0$ ت. $x^2 - 6x + 8 = 0$ ث. $x^2 + 6x + 5 = 0$

8. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 - 10x + 21 = 0$ ب. $\frac{1}{2}x^2 + 7x + 20 = 0$ ت. $\frac{1}{3}x^2 + x - 18 = 0$

9. معطاة المعادلة $x^2 - 16x + 48 = 0$

أ. جدوا حلّ المعادلة.

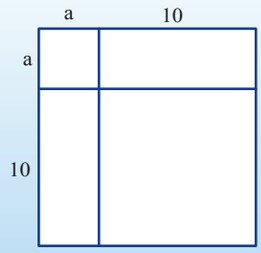
ب. استعينوا بالحلّ الذي وجدتموه، وحلّوا المعادلات التالية.

I. $(2x)^2 - 16(2x) + 48 = 0$ III. $(x + 2)^2 - 16(x + 2) + 48 = 0$

II. $(x - 1)^2 - 16(x - 1) + 48 = 0$ IV. $\frac{1}{4}x^2 - 8x + 48 = 0$

الدرس الثالث: قوانين الضرب المختصرة

معطى مربّع طول ضلعه (a + 10) سم.
(a > 0، أُعِدّت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).
اقترحوا تعابير مختلفة لحساب مساحة المربّع المعطى.



نحسب مساحة المربّع بطرق مختلفة، ونتعرّف على طريقة تقصِّر الحسابات.

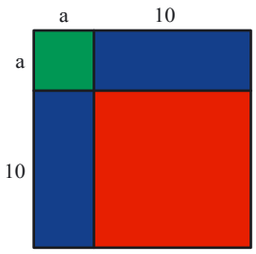
$(a + b)^2$

1. نتطرّق إلى المربّع الذي يظهر في مهمّة الافتتاحيّة.

قال **عميد**: التعبير المناسب لمساحة المربّع هو: $(a + 10)^2 = a^2 + 100$

قال **راوي**: حسب قانون التوزيع، مساحة المربّع هي:

$$(a + 10)^2 = (a + 10)(a + 10) = a^2 + 20a + 100$$



قال **عدنان**: المربّع مقسّم إلى مربّعين أصغر، مساحتيهما
a^2 سنتمتر مربّع وَ 10^2 سنتمتر مربّع وإلى مستطيلين متطابقين
مساحة كلّ واحد منهما 10a سنتمتر مربّع.
لذا؛ مجموع المساحات هو: $a^2 + 100 + 20a$

مَن منهم قوله صحيح؟ اشرحوا.

2. انسخوا، كلّ بند، وأكملوا أعدادًا وتعابير ناقصة.

أ. $(a + 3)^2 = (a + 3)(a + 3) =$ ☐ + ☐ + ☐

ب. $(2a + 5)^2 = (2a + 5)(2a + 5) =$ ☐ + ☐ + ☐

ت. $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2 = \left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{2}\right) =$ ☐ + ☐ + ☐

ث. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) =$ ☐ + ☐ + ☐

بينوم هو ثنائي الحدود: تعبير جبريّ مكوّن مِن مضافين.

رأينا أنّ المساواة تتحقّق:

$$\underset{\text{مربّع البينوم (مجموع تعبيرين)}}{(a + b)^2} = \underset{\text{مربّع التعبير الأوّل}}{a^2} + \underset{\text{مرّتان حاصل ضرب التعبيرين}}{2ab} + \underset{\text{مربّع التعبير الثاني}}{b^2}$$

هذه المساواة هي أحد **قوانين الضرب المختصرة**.

مثال: $(a + 7)^2 = a^2 + 14a + 49$

3. احسبوا بمساعدة القانون.

أ. $(x + 2)^2$ ب. $(5 + x)^2$ ت. $(3x + 1)^2$

4. رأينا طرقًا مختلفة لحساب $(x + 3)^2$.

- بمساعدة قانون التوزيع: $(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9$
$= x^2 + 6x + 9$
- بمساعدة قانون الضرب: $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$
- بمساعدة المساحات:

	x	3
x	x^2	3x
3	3x	9

$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3x + 9$
$= x^2 + 6x + 9$

أيّ طريقة تفضلونها؟ اشرحوا.

بينوم (binom) - كلمة معناها **ثنائي الحدود**: تعبير جبريّ مكوّن مِن مضافين.

هنالك مكوّنان لكلمة بينوم:

bi اختصار كلمة باللغة اللاتينيّة معناها اثنان، مرّتان.

نوموس كلمة مصدرها من اليوناني ومعناها **قانون.**

هنالك كلمات أجنبيّة إضافيّة، في الرياضيّات وفي مجالات أخرى، تبدأ بالكلمة bi. مثلا:

bisect - قسمة إلى قسمين متساويين (مثلًا: منصّف الزاوية).

bicycle - درّاجة هوائيّة (المعنى عَجَلان).

bilateral - ثنائي الجانب (مثلًا: اتفاق بين طرفين).

biannual - يحدث مرّتين في السنة (مثلًا: إصدار مجلة علميّة).

bifocal - ثنائية مركز البؤرة (مثلًا: نوع من عدسات الرؤية).

bilingual - ثنائي اللغة (مثلًا: شخص يتكلم لغتين).

يمكنكم أن تبحثوا عن كلمات إضافيّة في مواقع الإنترنت بحيث تبدأ بكلمة ثنائي.

$(a - b)^2$

5. أ. خمّنوا: أيّ تعبير مِنَ التعابير الآتية يساوي $(a - b)^2$؟

$a^2 - b^2$ $\quad$ $a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ $a^2 - 2ab - b^2$ $\quad$ $a^2 - 2ab + b^2$

ب. انسخوا وأكملوا. $\quad (a - b)^2 = (a - b)(a - b) = \ldots$

6. قال **عامر**: أستطيع أن أحسب $(a - b)^2$ بمساعدة القانون $(a + b)^2$

كالتالي: $(a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a \cdot (-b) + (-b)^2$

حصلت على: $= a^2 - 2ab + b^2$

هل قول **عامر** صحيح؟ اشرحوا.

رأينا أنّ المساواة تتحقّق:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربّع البينوم (الفرق بين تعبيرين) = مربّع التعبير الأوّل − مرّتان ضرب التربيعين + مربّع التعبير الثاني

هذه المساواة هي أحد قوانين الضرب المختصرة.

مثال: $(a - 10)^2 = a^2 - 20a + 100$

7. احسبوا بمساعدة القوانين.

أ. $(x - 6)^2$ $\quad$ ب. $(x - 8)^2$ $\quad$ ت. $(7 - x)^2$ $\quad$ ث. $(7 + x)^2$

8. احسبوا (استعينوا بقوانين الضرب المختصرة).

مثال: $31^2 = (30 + 1)(30 + 1) = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

أ. 51^2 $\quad$ ب. 102^2 $\quad$ ت. 79^2 $\quad$ ث. 43^2

9. أ. طُلب مِن التلاميذ أن يسجّلوا التعبير الجبريّ $x^2 - 6x + 9$ كتعبير ضرب.

سجّل **سامر**: $(x - 3)^2$ $\quad$ سجّل **زاهر**: $(3 - x)^2$

مَن منهما سجّل صحيح؟ اشرحوا.

ب. قالت **مريم**: يتحقّق $(x - y)^2 = (y - x)^2$ دائمًا.

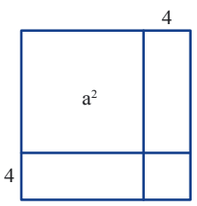
هل قول **مريم** صحيح؟ اشرحوا.

10. انسخوا وأكملوا جدول العمليّة، وبسّطوا.

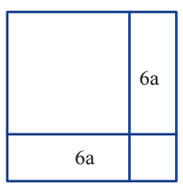
·	$x + 2$	$2x + 3$	$x - 6$	
$x + 2$				
$2x + 3$				
$x - 6$				
				$x^2 + 8x + 16$

1. سجّلوا، في كلّ بند، تعبيرًا مناسبًا لطول ضلع المربّع الكبير وتعبيرين مناسبين لمساحته.
($a > 0$، أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).

أ.

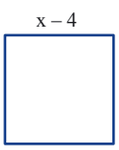


ب.



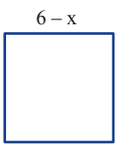
2. حدّدوا، في كلّ بند، التعابير التي تمثّل مساحة المربّع الذي يظهر في الرسمة.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم)

أ. $(x > 4)$



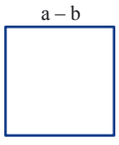
$(x - 4)(x - 4)$ $\quad (x - 4)^2$ $\quad x^2 + 16$
$(x - 4) + (x - 4)$ $\quad x^2 - 8x + 16$

ب. $(0 < x < 6)$



$(6 - x)^2$ $\quad 36 - x^2$ $\quad (6 - x)(6 - x)$
$36 + x^2$ $\quad x^2 - 12x + 36$

ت. $(a > b > 0)$



$a^2 - b^2$ $\quad (a - b)^2$ $\quad (a - b)(a - b)$
$a^2 - 2ab + b^2$ $\quad a^2 + b^2$

3. انسخوا وأكملوا.

أ. $(x + \square)^2 = x^2 + \square + 25$ $\qquad$ ب. $(x - 5)^2 = \square - 10x + \square$

4. انسخوا وأكملوا.

أ. $(\square + \square)^2 = x^2 + 6x + 9$ ب. $(2x - 3)^2 = \square - 12x + \square$

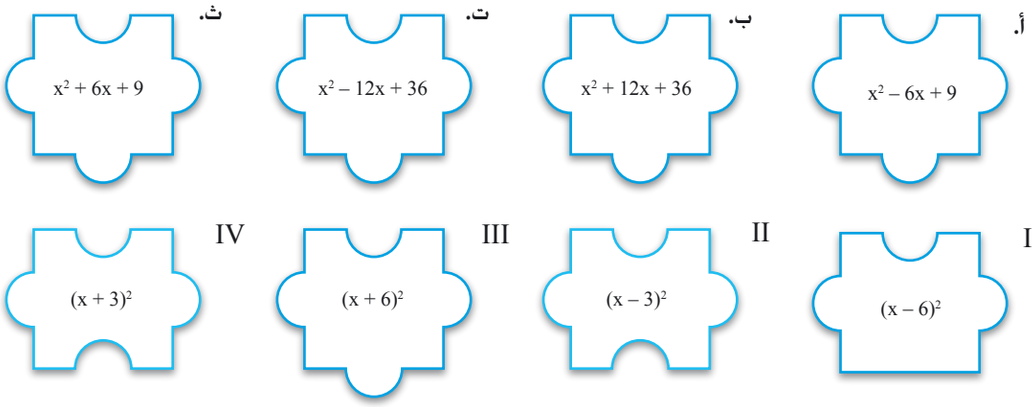
5. انسخوا وأكملوا.

أ. $(\square + \square)^2 = \square + 18x + 81$

ب. $(\square + \square)^2 = 4x^2 + \square + 1$

ت. $(\square - \square)^2 = \square - x + \square$

6. جدوا لكلّ تعبير في السطر الأوّل التعبير الذي يساويه في السطر الثاني.



7. انسخوا جدول العمليّة، اضربوا وأكملوا تعبير حاصل الضرب كمجموع.

•	x + 3	x + 4	x + 5
x + 3			
x + 4			
x + 5			

8. انسخوا جدول العمليّة، اضربوا وسجّلوا تعبير حاصل الضرب كمجموع.

•	x + 5	x − 6	2x + 1
x + 5			
x − 6			
2x + 1			

9. انسخوا جدول العمليّة، وأكملوا تعابير وأعداد مناسبة في الهوامش وداخل الجدول.

			•
		$4x^2 - 4x + 1$	
	$4x^2 + 4x + 1$		
$9x^2 + 12x + 4$			

10. أ. انسخوا وأكملوا بثلاث طرق مختلفة التعبير ☐ + 12x + ☐ = ☐^{2}(☐ + ☐).

ب. جدوا حلولًا إضافيّة لإكمال المساواة في بند أ بحيث تكون كثيرة وإبداعيّة قدر الإمكان.

11. احسبوا (استعينوا بقوانين الضرب)

أ. 81^2 ب. 64^2 ت. 48^2 ث. 39^2 ج. 97^2

12. ماذا ينتج في طرفيْ قوانين الضرب المختصرة $(a + b)^2$ وَ $(a - b)^2$ عندما يكون a = b؟ اشرحوا.

13. أمامكم أزواج تعابير غير متساوية. صحّحوها بحيث تصبح متساوية (جدوا طريقتين مختلفتين).

أ. $(a + 4)^2$; $a^2 + 16$ ت. $(4 - a)^2$; $16 - a^2$

ب. $(a - 4)^2$; $a^2 - 8a - 16$ ث. $(4 - a)(4 + a)$; $16 + a^2$

14. ادّعاء: جميع الأعداد الزوجيّة متساوية.

البرهان: $4 - 12 = 16 - 24 \quad / + 9$

$$4 - 12 + 9 = 16 - 24 + 9$$

$$2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 + 3^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3^2$$

$$(2 - 3)^2 = (4 - 3)^2$$

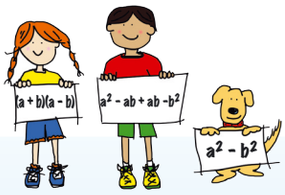
$$2 - 3 = 4 - 3$$

لذا: $2 = 4$

هل يمكن؟ أين الخطأ؟ اشرحوا.

الدرس الرابع: قوانين الضرب المختصرة (تكملة)

قانون ضرب مختصر إضافيّ

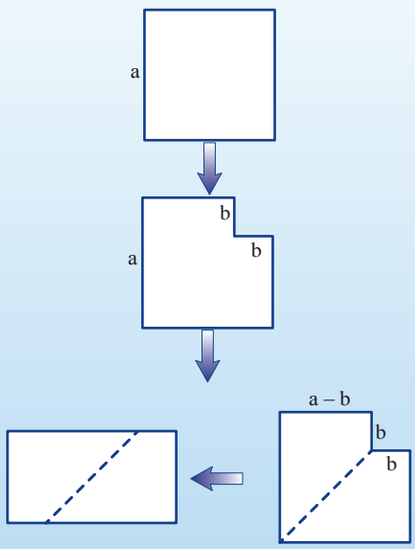


معطى مربّع طول ضلعه a سم $(a > 0)$.

أ. اكتبوا تعبيرًا لمساحة المربّع.

ب. قصّوا مربّعًا صغيرًا مِن أحد الرؤوس $(a > b > 0)$.
اكتبوا تعبيرًا لمساحة المضلّع الجديد كفرق بين ☐ $- a^2$.

ت. قصّ **عمر** القسم الذي بقي إلى شبهيْ منحرف.
وضع شبهي المنحرف بجانب بعضهما وأنتج مستطيلًا.
سجّلوا تعابير لأطوال أضلاع المستطيل ولمساحته.



نتعرّف على قانون ضرب مختصر إضافيّ.

1. حدّدوا: أيّ تعبير مِنَ التعابير التالية يساوي التعبير $(a + b)(a - b)$؟ افحصوا إجاباتكم.

أ. $a^2 + 2ab + b^2$ ت. $a^2 - 2ab - b^2$ ج. $a^2 + b^2$

ب. $a^2 - 2ab + b^2$ ث. $a^2 - b^2$ ح. $b^2 - a^2$

2. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(a - 10)(a + 10)$ ب. $(a - 4)(a + 4)$ ت. $(a + b)(a - b)$

- رأينا في المهامّ السابقة قانون ضرب مختصر إضافيّ: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
نستعين بالقانون بدلًا مِن أن ننفّذ جميع مراحل الضرب والتبسيط.

أمثلة:
$(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$
$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
$(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

- يمكن أن نسجِّل، حسب نفس المساواة، الفرق بين المربّعات كتعبير ضرب كالتالي: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

أمثلة:
$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$
$81x^2 - 25 = (9x + 5)(9x - 5)$

3. بسّطوا (سجّلوا كفرق بين مربّعين).

أ. $(x + 6)(x - 6)$ ت. $(7 - x)(7 + x)$ ج. $(2 + 3x)(2 - 3x)$

ب. $(x + 1)(x - 1)$ ث. $(2x + 3)(2x - 3)$ ح. $(5x + 4)(5x - 4)$

4. اكتبوا كتعبير ضرب.

أ. $x^2 - 100$ ب. $16 - x^2$ ت. $64 - 4x^2$ ث. $1 - 9x^2$ ج. $2x^2 - 50$

5. احسبوا (استعينوا بقوانين الضرب المختصرة).

مثال: $32 \cdot 28 = (30 + 2)(30 - 2) = 900 - 4 = 896$

أ. $23 \cdot 17$ ب. $45 \cdot 35$ ت. $36 \cdot 44$ ث. $107 \cdot 93$

6. انسخوا وأكملوا جدول العمليّة، اضربوا وسجّلوا تعبير الضرب كمجموع.

·	$x + 5$	$x - 6$	$2x + 1$
$x - 5$			
$x + 6$			
$2x - 1$			

تحليل إلى عوامل

7. حلّلوا إلى عوامل إذا كان الأمر ممكنًا (اكتبوا التعابير كتعابير ضرب).

أ. $x^2 - 9$ ت. $x^2 + 6x + 9$ ج. $x^2 - 6x - 9$ خ. $3x^2 - 6x + 3$

ب. $x^2 + 9$ ث. $x^2 - 6x + 9$ ح. $9 - 6x + x^2$ د. $72 - 2x^2$

8. أمامكم برهان أنّ $2 = 1$.

$$a = b \quad / \cdot a$$
$$a^2 = ab \quad / - b^2$$
$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$
$$(a - b)(a + b) = b(a - b) \; / : (a - b)$$
$$a + b = b$$

نعوض b بدلًا من a (لأنّ $a = b$) $2b = b \quad / : b$

من هنا: $2 = 1$

هل يمكن؟ أين الخطأ؟ اشرحوا.

معادلات

9. حلّوا المعادلات.

أمثلة:

$(x-4)(x+4)=0$

$x+4=0$ أو $x-4=0$

$x=-4$ أو $x=4$

الفحص: $(-4-4)(-4+4)=0$ ✓

$(4-4)(4+4)=0$ ✓

$(x-4)^2=9$

$x-4=3$ أو $x-4=-3$

$x=7$ أو $x=1$

الفحص: $(7-4)^2=9$ ✓

$(1-4)^2=9$ ✓

أ. $(x-3)(x+3)=0$ ب. $(2x-1)(2x+1)=0$ ت. $(2x-1)(2x+1)=35$

ث. $x^2-1=0$ ج. $x^2-1=15$ ح. $2x^2-1=17$

خ. $(x-6)^2=0$ د. $(x-5)^2=9$ ذ. $(x+4)^2=16$

مجموعة مهامّ

1. سجّلوا كفرق بين مربّعين.

أ. $(x+4)(x-4)$ ب. $(x-7)(x+7)$ ت. $(a-10)(a+10)$ ث. $(a-5)(a+5)$

2. سجّلوا كفرق بين مربّعين.

أ. $(5x+3)(5x-3)$ ت. $(a-3b)(a+3b)$

ب. $(3-5x)(3+5x)$ ث. $(2a-5)(2a+5)$

3. سجّلوا كفرق بين مربّعين.

أ. $(2x+3)(3-2x)$ ت. $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)$

ب. $(x-0.5)(x+0.5)$ ث. $(a^2-3)(a^2+3)$

4. بيّنوا، في كلّ بند، كيف يمكن أن نحسب حاصل الضرب بمساعدة قوانين الضرب المختصرة، واحسبوا.

أ. $18\cdot 22$ ت. $25\cdot 35$ ج. 21^2 خ. 45^2

ب. $16\cdot 24$ ث. $32\cdot 28$ ح. 19^2 د. 33^2

5. بسّطوا قدر الإمكان، انتبهوا إلى ترتيب العمليّات الحسابيّة.

أ. $(a+5)(a-5)$ ت. $(a+5)a-5$ ج. $(a-8)(a+8)$ خ. $(a-8)a+8$

ب. $a+5(a-5)$ ث $a+5a-5$ ح. $a-8(a+8)$ د. $a-8a+8$

6. بسّطوا قدر الإمكان.

أ. $(a-a)(a+a)$ ت. $(a-a)a+a$ ج. $(a-b)(a+b)$ خ. $(a-b)a+b$

ب. $a-a(a+a)$ ث. $a-a\cdot a+a$ ح. $a-b(a+b)$ د. $a-b\cdot a+b$

7. حدّدوا، في كلّ بند، التعابير التي تساوي التعبير المعطى في الإطار.

أ. $(3x-9)(3x+9)$

$3x^2-9$ $9x^2-81$ $(9-3x)(9+3x)$ $9x^2-36x+81$ $81-9x^2$

ب. $(-x-6)^2$

$(x+6)^2$ x^2+36 $x^2+12x+36$ $x^2-12x+36$ $(6-x)^2$

ت. $(2x+5)^2$

$2x^2+25$ $(5+2x)^2$ $2x^2+20x+25$ $4x^2+20x+25$ $4x^2+25$

ث. $(2x-3)^2$

$(3-2x)^2$ $(-3+2x)^2$ $4x^2-12x+9$ $4x^2+9$ $2x^2-9$

8. بيّنوا، في كلّ بند، أنّ النتيجة تساوي 5.

أ. $(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)$ ت. $(2+\sqrt{3})^2-(4\cdot\sqrt{3}+2)$

ب. $(\sqrt{8}-\sqrt{3})(\sqrt{8}+\sqrt{3})$ ث. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2+2\cdot\sqrt{6}$

9. حلّلوا إلى عوامل (اكتبوا كحاصل ضرب).

أ. x^2-4 ت. x^2-9 ج. x^2-100 خ. $2x^2-18$

ب. x^2-36 ث. $9-x^2$ ح. $100-x^2$ د. $18-2x^2$

10. حلّلوا إلى عوامل (اكتبوا كحاصل ضرب).

أ. $x^2 - 25$ ت. $4x^2 - 9$ ج. $9x^2 - 4$ خ. $3x^2 - 75$

ب. $x^2 - 1$ ث. $9 - 4x^2$ ح. $4 - 9x^2$ د. $75x^2 - 3$

11. حلّلوا إلى عوامل (اكتبوا كحاصل ضرب).

أ. $16x^2 - 9$ ت. $16x^2 - \frac{1}{9}$ ج. $\frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{9}$ خ. $\frac{9}{16}x^2 - 1$

ب. $9 - 16x^2$ ث. $9x^2 - \frac{1}{16}$ ح. $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{16}$ د. $x^2 - \frac{9}{16}$

12. حدّدوا بماذا يجب أن نضرب التعبير $(x - 2)$ للحصول على كلّ تعبير مِنَ التعابير الآتية.

أ. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 5x - 10$ ث. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 3x^2 - 6x$

ب. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= 2 - x$ ج. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 4$

ت. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 2x$ ح. $(x - 2) \cdot$ ☐ $= x^2 - 4x + 4$

13. حدّدوا بماذا يجب أن نضرب التعبير $(x - 3)$ للحصول على كلّ تعبير مِنَ التعابير الآتية.

أ. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= 4x - 12$ ث. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= x^2 - 9$

ب. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= 6 - 2x$ ج. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= 9 - x^2$

ت. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= 2x^2 - 6x$ ح. $(x - 3) \cdot$ ☐ $= x^2 - 6x + 9$

14. حدّدوا بماذا يجب أن نضرب التعبير $(x - 4)$ للحصول على كلّ تعبير مِنَ التعابير الآتية.

أ. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= 12 - 3x$ ث. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= x^2 + 8x - 48$

ب. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= 12x - 3x^2$ ج. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= x^2 - 6x + 8$

ت. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= 2x^2 - 32$ ح. $(x - 4) \cdot$ ☐ $= x^2 - 8x + 16$

15. حلّوا المعادلات.

أ. $12 - 3x = 0$ ث. $x^2 - 16 = 0$ ح. $(x - 5)(x + 5) = 0$

ب. $2x^2 - 8x = 0$ ج. $x^2 - 100 = 0$ خ. $(x - 5)^2 = 0$

ت. $x^2 + 4x = 0$ ح. $2x^2 - 50 = 0$ د. $(x + 5)^2 = 0$

16. حلّوا المعادلات.

أ. $x^2 - 6x + 9 = 0$ ث. $(x + 10)(x - 10) = 0$

ب. $x^2 - 8x + 16 = 0$ ج. $(x - 10)(x + 10) + 20 = 1$

ت. $(2x + 3)^2 = 0$ ح. $(x - 3)(x + 3) = (x - 2)(x + 4)$

17. حلّوا المعادلات.

أ. $x(x - 4) = (x - 4)(x + 4)$ ث. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

ب. $(x - 4)^2 = (x + 4)^2$ ج. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

ت. $(x - 4)^2 = (x - 4)(x + 4)$ ح. $(2x - 3)(2x + 3) = 16$

18. طلبت المعلّمة مِنَ التلاميذ أن يكتبوا التعبير $x^4 - 16$ كحاصل ضرب. نتجت الإجابات الآتية.

رائد: $(x^2 + 4)^2$ **رنا:** $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$

أمين: $(x^2 - 4)^2$ **أسد:** $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

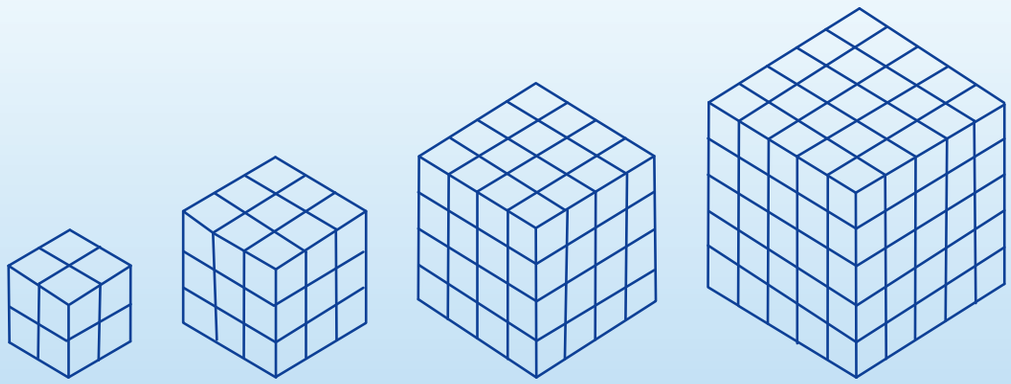
مريم: $x^2\left(x^2 - \frac{16}{x^2}\right)$ **جاد:** $(x - 2)^2(x + 2)^2$

سميرة: $x^2(x^2 - 16)$ **نور:** $(x - 2)^2 + (x + 2)^2$

سجّل ثلاثة تلاميذ إجابات صحيحة. مَن هم هؤلاء التلاميذ؟

الدرس الخامس: مكعّبات وحواصل ضرب

أمامكم أربعة مكعّبات. المكعّب ◻ هو وحدة واحدة مِنَ الحجم.



ما حجم كلّ مكعّب؟

نحسب أحجام المكعّبات ونتعرّف على قوانين ضرب مختصرة إضافيّة.

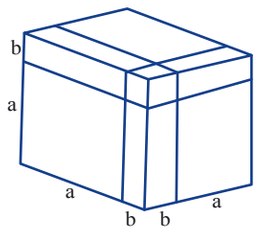
$(a + b)^3$

1. أ. ما حجم المكعّب الذي طول ضلعه 8 سم؟ 10 سم؟ 12.5 سم؟

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لحجم المكعّب الذي طول ضلعه a سم $(a > 0)$.

ت. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لحجم المكعّب الذي طول ضلعه $(a + 1)$ سم $(a > -1)$.

2. أمامكم مكعّب طول ضلعه $a + b$ سم.
$(a > 0 , b > 0)$.

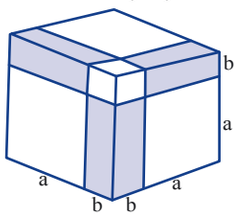


أ. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لحجم المكعّب الكبير.

ب. قال **يوسف**: مساحة قاعدة المكعّب هي $(a + b)^2$ سنتمتر مربّع، ارتفاع المكعّب $(a + b)$ سم، لذا، حجم المكعّب هو:

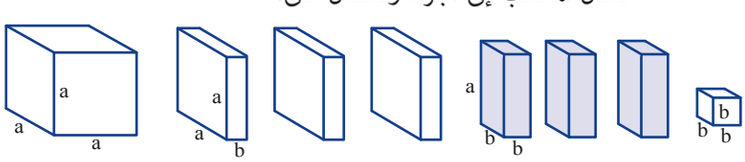
$(a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b)$ سنتمتر مكعّب،

انسخوا، اضربوا وجدوا حجم المكعّب.



ت. قالت **مريم**: يمكن أن ننظر إلى المكعّب كالتالي:

نحلّل المكعّب إلى أجزاء ونحصل على:



لذلك حجم المكعّب هو مجموع أحجام جميع الأجزاء التي تكوّنه.

هل قول **مريم** صحيح؟ اشرحوا.

عبّروا عن حجم المكعّب الكبير كمجموع الأحجام التي تكوّنه.

برهنا بطريقة جبريّة وبطريقة هندسيّة أنّه تتحقّق المساواة التالية:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

هذه المساواة هي **قاعدة الضرب المختصرة للقانون** $(a + b)^3$.

مثال: $(a + 2)^3 = a^3 + 3a^2 \cdot 2 + 3a \cdot 2^2 + 2^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

3. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(x + 1)^3$ ب. $(x + 4)^3$ ت. $(2x + 1)^3$ ث. $(3x + 2)^3$

4. اكتبوا "صحيح" أو "غير صحيح".

أ. $(a + 5)^3 = a^3 + 5^3$ ث. $(2x + 3)^3 = 2x^3 + 27$

ب. $(a + 5)^3 = a^3 + 15a^2 + 15a + 15$ ج. $(2x + 3)^3 = 8x^3 + 27$

ت. $(a + 5)^3 = a^3 + 15a^2 + 75a + 125$ ح. $(2x + 3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

$(a - b)^3$

5. أ. خمّنوا: أيّ تعبير مِنَ التعابير الآتية يساوي التعبير $(a - b)^3$؟

$a^3 - b^3$ $a^3 - 3a^2b - 3ab^2 + b^3$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

ب. انسخوا وأكملوا.

$$(a - b)^3 = (a - b)^2 \cdot (a - b) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

6. قال **راني**: أستطيع أن أحسب $(a - b)^3$ بمساعدة القانون $(a + b)^3$ كالتالي:

$$(a - b)^3 = (a + (-b))^3 = a^3 + 3a^2 \cdot (-b) + 3a \cdot (-b)^2 + (-b)^3$$

لذا: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

هل قول **راني** صحيح؟ اشرحوا.

بناءً على قانون الضرب المختصر $(a + b)^3$ يمكن أن نستنتج أنّ: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

مثال: $(a - 10)^3 = a^3 - 30a^2 + 300a - 1000$

7. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(x - 2)^3$ ب. $(2 - x)^3$ ت. $(2x - 1)^3$ ث. $(1 + 2x)^3$

8. رأينا أنّ $(x - y)^2 = (y - x)^2$ لكلّ قيمة x ولكلّ قيمة y.

هل تتحقّق المساواة: $(x - y)^3 = (y - x)^3$ لكلّ قيمة x ولكلّ قيمة y؟ اشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. انسخوا وأكملوا.

	المجموع	حاصل الضرب	القوّة
أ.			$(x + 5)^3$
ب.			$(x - 5)^3$
ت.		$(x + 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 1)$	
ث.	$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$		
ج.		$(x - 10) \cdot (x - 10) \cdot (x - 10)$	

2. انسخوا وأكملوا أعدادًا وتعابير ناقصة.

أ. $(a + 10)^3 = \square + \square + \square + \square$ ث. $(x + \square)^3 = \square + \square + \square + 8b^3$

ب. $(a + \square)^3 = a^3 + \square + \square + 8$ ج. $(2x + \square)^3 = 8x^3 + \square + \square + b^3$

ت. $(a - 4)^3 = \square - \square + \square - 64$ ح. $(x - \square)^3 = \square - \square + \square - 8b^3$

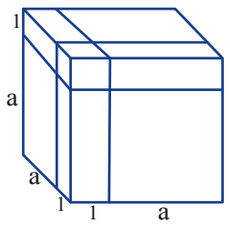
3. حدّدوا، بناء على اعتبارات، التعابير التي تساوي 0 (لا توجد حاجة للتبسيط).

أ. $(a-b)-(b-a)$ ت. $(a-b)^2-(b-a)^2$ ج. $(a-b)^3-(b-a)^3$

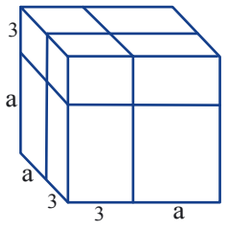
ب. $(a-b)+(b-a)$ ث. $(a-b)^2+(b-a)^2$ ح. $(a-b)^3+(b-a)^3$

4. معطى، في كلّ بند، مكعّب.
($a > 0$ ، أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).
سجّلوا، في كلّ بند، تعبيرين يصفان حجم المكعّب.

أ.



ب.



5. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(x+2)^3$ ب. $(1-x)^3$ ت. $(x-4)^3$ ث. $(4+x)^3$

6. معطى: $a+b=5$, $ab=2$
جدوا قيمة كلّ تعبير دون أن تجدوا قيمتيْ a وَb.

أ. $3a+3b$ ب. a^2b+ab^2 ت. a^3+b^3

7. أ. جدوا بطريقة قصيرة قيمة التعبير x^3+3x^2+3x+1 عندما يكون $x=-2$.

ب. جدوا بطريقة قصيرة قيمة التعبير x^3-3x^2+3x-1 عندما يكون $x=2$.