

5.2 متعة الامتحانات



حضرت معلّمة هيام سلسلة امتحانات لصفها بالطريقة الآتية:

- يحتوي الامتحان على 50 سؤالاً.
- يستحق الطالب نقطة واحدة على كلّ إجابة صحيحة.
- يخسر الطالب $\frac{1}{4}$ نقطة على كلّ إجابة غير صحيحة.
- إذا لم يجب الطالب عن سؤال معيّن فإنّه لا يخسر ولا يحصل على نقاط.
- لا يمكن أن تكون هناك علامة سالبة (العلامة الصغرى الممكنة هي 0 نقاط).

1. أ. ما هي العلامة الكبرى الممكنة في الامتحان المبني بهذه الطريقة؟
- ب. ما هي علامات التلاميذ الذين أجابوا إجابات صحيحة عن 30 سؤالاً، أخطأوا في 12 سؤالاً، ولم يجيبوا عن 8 أسئلة؟

الامتحان الأوّل

2. كانت النسبة في هذا الامتحان بين الإجابات الصحيحة والإجابات غير الصحيحة والأسئلة دون إجابات كالتالي:
8 : 12 : 8. على كم نقطة تحصل هيام في هذا الامتحان؟



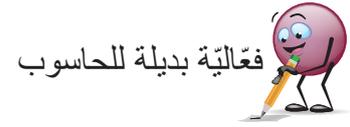
الامتحان الثاني

3. أ. العلامة 30 أو أكثر في هذا الامتحان هي علامة نجاح.
كم إجابة صحيحة، كم إجابة غير صحيحة، وكم سؤالاً دون إجابة تُتيح لهيام الحصول على علامة 30 بالضبط؟
استعملوا جدولاً إلكترونيّاً (مثلاً: Excel) كي تجدوا جميع الإمكانيات.

	A	B	C
1	مسفر التשובות הנקנות	מספר התשובות השגויות	ניקוד במבחן
2			
3			
4			
5			

- حضّروا الجدول الذي يقع على يساركم.
- أكملوا الصيغة المناسبة لعلامة الامتحان (في العمود C).
- أكتبوا أعداداً صحيحة موجبة (لا يزيد مجموعها عن 50)،
وتابعوا العلامات الناتجة.

- جدوا أزواجاً من الأعداد المناسبة لعدد الإجابات الصحيحة، والإجابات غير الصحيحة التي تعطينا علامة 30.
هل يمكنكم إيجاد طريقة منهجية لاستخلاص جميع الإمكانيات؟
- ب. استعملوا جدولاً إلكترونيّاً كي تجدوا جميع الإمكانيات للحصول على علامة 20 بالضبط.
كم إمكانيّة وجدتم؟



الامتحان الثاني

4. العلامة 30 أو أكثر في هذا الامتحان هي علامة نجاح.
كم إجابة صحيحة، وكم إجابة غير صحيحة، وكم سؤالاً دون إجابة تُتيح لهيام الحصول على علامة 30 بالضبط؟
جدوا جميع الإمكانات.
هل يمكنكم إيجاد طريقة منهجية لاستخلاص جميع الإمكانات؟

الامتحان الثالث

5. غيّرت المعلمة في هذا الامتحان طريقة تحديد العلامة العادية مرة أخرى. يحتوي هذا الامتحان على 50 سؤالاً أيضاً.
إن لم يجب الطالب عن سؤال معيّن فإنه لا يخسر نقاطاً ولا يحصل على نقاط جديدة.
أمامكم جدول يعرض تحصيل هيام وعماد في هذا الامتحان:

مجموع العلامات	عدد الإجابات غير الصحيحة	عدد الإجابات الصحيحة	
56	20	30	هيام
23	35	15	عماد

على كم نقطة يحصل الطالب إذا كانت الإجابة صحيحة؟ وكم نقطة يخسر الطالب إذا كانت الإجابة غير صحيحة في هذا الامتحان؟

الامتحان الثالث

6. أمامكم جدول يعرض علامات تلاميذ صفّ هيام في هذا الامتحان.

العلامة (عدد النقاط)	50	45	40	35	30	25
عدد التلاميذ	2	4	5	6	?	6

معدل علامات الصفّ في هذا الامتحان هو 35 نقطة.
إنّبه التلاميذ إلى أنّ أحد الأعداد غير موجود في الجدول.
كم تلميذاً يوجد في هذا الصفّ؟
(أرمزوا إلى العدد الناقص بـ x ، أكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها).



هل تعلمون؟

المعادلة الديوفانتية هي المعادلة التي تكون حلولها أعداداً صحيحة فقط. سُميت المعادلة بالديوفانتية على اسم ديوفانتوس (Diophantus)، وهو عالم رياضيات يوناني عاش في القرن الثالث الميلادي، وقد بحث في معادلات من هذا النوع.

المعادلة الديوفانتية (الخطية) بمتغيرين هي معادلة صورتها: $ax + by = c$ (أعداد صحيحة) أو أي معادلة يمكن كتابتها بهذه الصورة.

عرض عالم الرياضيات الهندي برهام جوفته (Brahmagupta) طريقة منهجية (خوارزميات) لحل معادلات من هذا النوع قبل حوالي 1400 سنة.

تعمق علماء الرياضيات في القرن الـ 20 في بحث مجال المعادلات الديوفانتية، وتوصلوا إلى إنجازات كبيرة. أحد الإنجازات المعروفة هو برهان النظرية الأخيرة لفيرمييه، وهو عالم رياضيات فرنسي عاش في القرن السابع عشر. حدت هذه النظرية أنه ليس للمعادلة الديوفانتية $x^n + y^n = z^n$ حلول بأعداد صحيحة لكل $n > 2$ (عندما يكون $x, y, z, \neq 0$). سجّل فيرميه هذه النظرية قبل حوالي 370 سنة كملاحظة في هوامش كتاب ديوفانتوس، وقد ادعى أنه وجد برهاناً عجيباً لها، لكن هوامش الكتاب كانت ضيقة ولم يكن هناك مكان كافٍ لكتابتها. استمرّ البحث عن برهان هذه النظرية منذ القدم، لكن قبل حوالي 20 سنة فقط، نجح عالم الرياضيات الإنجليزي أندرو وويلس (Andrew Wiles) في إيجاد برهان مناسب.

بحثنا في المهمتين 3-4 (في هذه الفعالية) المعادلة الديوفانتية $x - \frac{1}{4}y = 30$ ، هذا يعني $4x - y = 120$ (x, y أعداد صحيحة غير سالبة $x + y \leq 50$).

شيء للتفكير: اشرحوا لماذا لا يوجد حل للمعادلة الديوفانتية $3x + 3y = 10$ (بأعداد صحيحة).



نحافظ على لياقة رياضية

1. معطاة 4 معادلات:

$$3x + 2y = 20$$

$$3x + 2y = 30$$

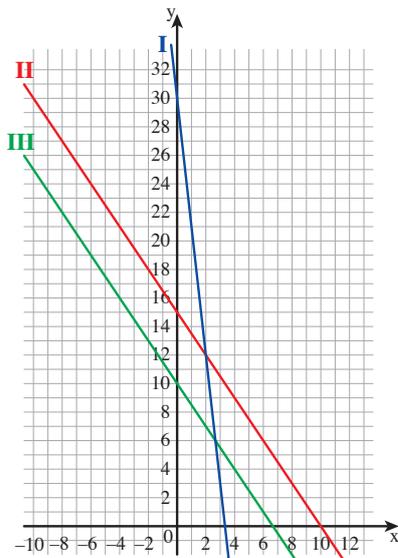
$$9x + y = 30$$

$$6x + 4y = 60$$

أ. جدوا لكل معادلة أزواجاً من الأعداد الصحيحة غير السالبة بحيث تكون حلاً لها.

ب. لأموا لكل معادلة أحد الخطوط البيانية المرسومة في الطرف الأيسر.

ت. اختاروا ثلاثة أزواج من المعادلات، ثم ابنوا هيئة معادلات، وحلّوها.



2. إبنوا في كل بند، معادلة مكوّنة من متغيّرين، بحيث تحقّق المطلوب.
جدوا إمكانيّتين في كل بند.
أ. $(6, 6)$ هو حلّ المعادلة.
ب. $(7, 7)$ هو حلّ المعادلة. .
ت. $(6, 6)$, $(7, 7)$ هما حلّان للمعادلة.



أحجية من تأليف لويس كارول (مؤلف كتاب أليس في بلاد العجائب).
تقبض ست قطعة على ستة فئران خلال ست دقائق.
كم قطعة نحتاج كي تقبض على 100 فأر خلال 50 دقيقة؟

* أخذت من "פורום חידות סקובידו", מדור "המעגל המתמטי" באתר דוידסון און-ליין.

<http://davidson.weizmann.ac.il/online/mathcircle/puzzles>