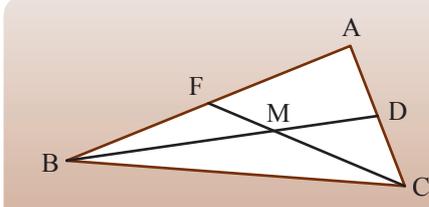
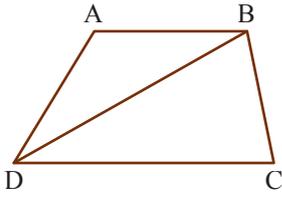


6.3 نسب بين مساحات



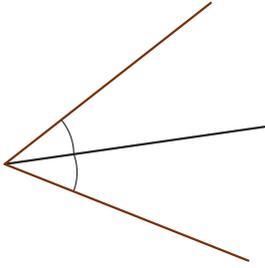
رُسم في المثلث ABC متوسّطان للضلعين AB و AC ، يتقاطعان المتوسّطان في النقطة M. (انظروا الرسمة).

خَمّنوا: كم ضعفاً طول القطعة BM أطول من القطعة DM؟



أعدت الرسومات، في هذه الفعاليّة، للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. برهنوا أنّ قطر شبه المنحرف يقسّم شبه المنحرف إلى مثلثين النسبة بين مساحتيهما تساوي النسبة بين طولي قاعدتي شبه المنحرف.



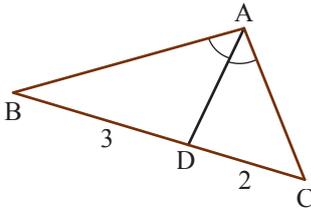
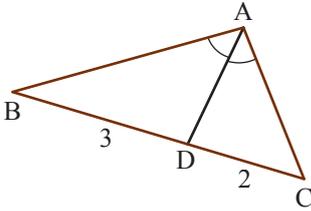
منصف الزاوية في المثلث

2. برهنوا أنّ كلّ نقطة، على منصف الزاوية، تبعد البعد نفسه عن ساقي الزاويتين. (اختراروا نقطة على منصف الزاوية، ارسموا بُعديها عن ساقي الزاوية، وبرهنوا).

3. معطى: AD ينصف $\angle BAC$.

$$BD = 3 \text{ سم} , CD = 2 \text{ سم}$$

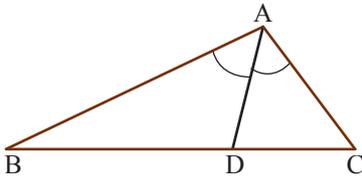
أ. ارسموا ارتفاعاً من A إلى BC، واحسبوا النسبة بين المساحتين: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}}$ بواسطة الضلعين BD و CD المعطيين.



ب. ارسموا عمودين من D إلى الضلعين AB و AC ، وعبروا عن النسبة بين

المساحتين: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}}$ بواسطة AB و AC.

ت. جدوا النسبة $\frac{AB}{AC}$.



4. معطى: AD ينصف $\angle BAC$ في المثلث ABC.

عبروا عن النسبة بين المساحتين: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}}$ بطريقتين.

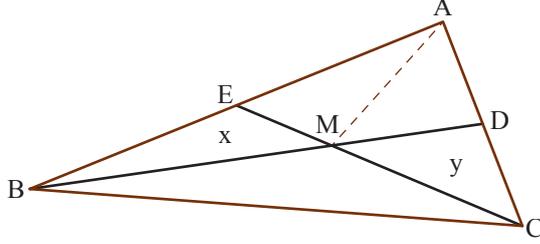
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

برهنتم النظرية:

يقسّم منصف الزاوية في المثلث الضلع المقابل للزاوية بنسبة تساوي النسبة بين الضلعين اللذين يحصران الزاوية.

نبحث، في هذه المهمة، عن النسبة التي تقسم فيها النقطة
M كل متوسّط من المتوسّطين في المثلث.

5. النقطة M هي نقطة التقاء المتوسّطين BD و CE في المثلث ABC. اقرأوا وأكملوا.



أ. نرسم القطعة AM. نرسم إلى مساحة المثلث BME بالحرف x. ونرسم إلى مساحة المثلث CMD بالحرف y. (انظروا الرسمة).

برهنوا أنّ $S_{\triangle AMD} = y$ و $S_{\triangle EMA} = x$. سجّلوا في الرسمة.

ب. بينوا أنّ $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACE}$.

ت. عبّروا عن $S_{\triangle ACE}$ و $S_{\triangle ABD}$ بواسطة x و y، وبرهنوا أنّ $x = y$.

ث. استنتاج: $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ADM}} = \frac{2}{1}$. علّوا.

ج. استنتاج: $\frac{BM}{MD} = \frac{2}{1}$. علّوا.



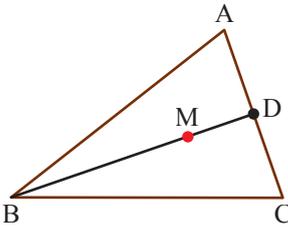
برهننا النظرية:

تقسم نقطة التقاء متوسّطين في المثلث كل متوسّط بنسبة 2:1. قسم كل متوسّط الأقرب إلى الرأس هو الأكبر من بين الإثنين.

6. استنتاج: تلتقي المتوسّطات الثلاثة في المثلث في نقطة واحدة.

برهان: M نقطة على المتوسّط BD في المثلث ABC، بحيث أنّ $\frac{BM}{MD} = \frac{2}{1}$.

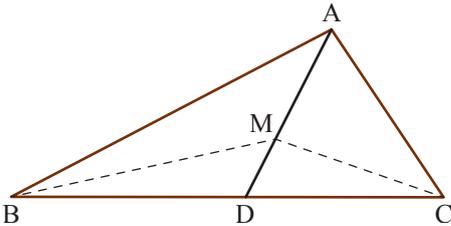
اشرحوا لماذا يجب على المتوسّطين الآخرين في المثلث أن يمرّا عبر النقطة M؟



7. معطى: AD متوسّط للضلع BC في المثلث ABC.

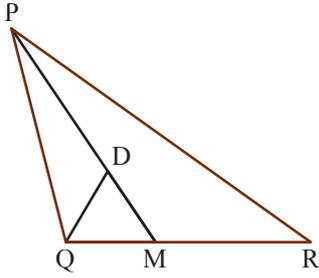
M نقطة التقاء المتوسّطات في المثلث.

برهنوا: $\frac{S_{\triangle BMC}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{1}{3}$.





نحافظ على لياقة رياضية



1. معطى: PM ينصف الزاوية QPR و QD ينصف الزاوية PQM .

$$PQ = 4 \text{ سم} , PR = 6 \text{ سم} , RM = 3$$

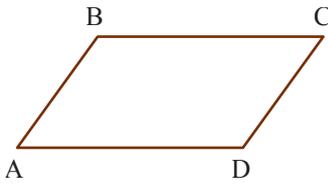
احسبوا النسبة: $\frac{PD}{DM}$.

2. معطى متوازي الأضلاع ABCD.

نفتش عن النقطة E على BC وعن النقطة K على AD، بحيث تقسم القطعة EK متوازي الأضلاع إلى قسمين متساويين في المساحة.

أ. ارسموا ثلاث إمكانيات مناسبة.

ب. عبر أي نقطة تمر جميع القطع EK التي تحقق المطلوب؟

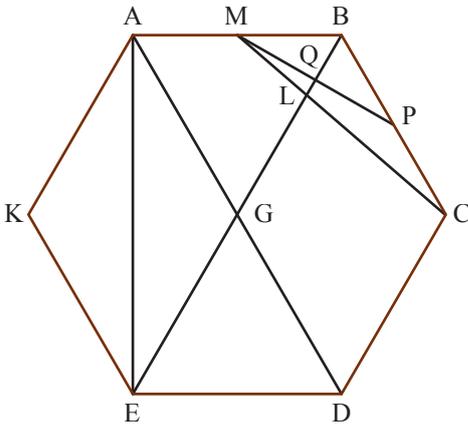


3. المضلع ABCDEK هو مسدس منتظم.

M منتصف AB و P منتصف BC.

احسبوا النسب التالية، وعللوا إجاباتكم.

أ. $\frac{MQ}{QP}$ ب. $\frac{ML}{LC}$ ت. $\frac{ED}{AD}$ ث. $\frac{GD}{AB}$

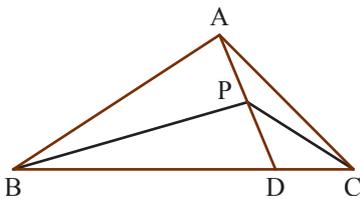


4. D نقطة على الضلع BC في المثلث ABC.

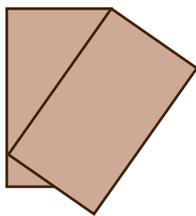
P نقطة على AD.

$$\frac{S_{\Delta APB}}{S_{\Delta APC}} = \frac{BD}{DC}$$

برهنوا:



أحجية



وُضعت ورقة مستطيلة الشكل (ليست مربعًا) على ورقة أخرى مطابقة لها، كما يظهر في الصورة. أي قسم من الورقة السفلية أكبر: القسم المكشوف أم القسم المغطى؟