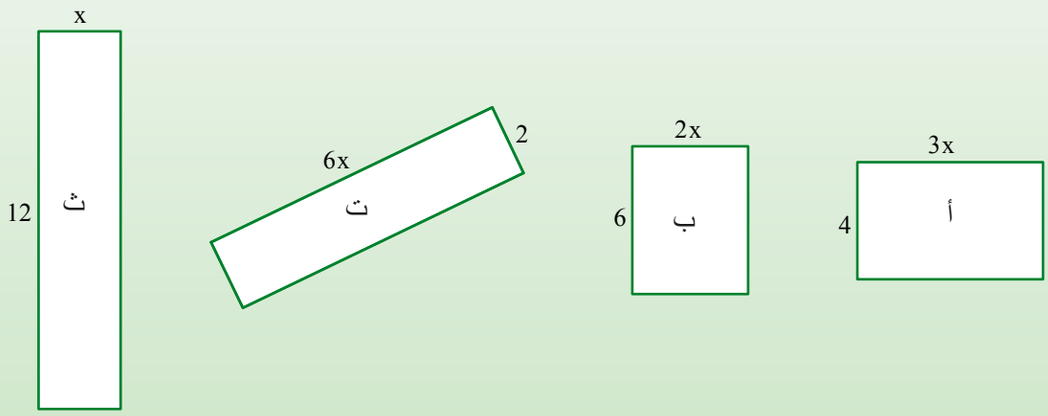
الوحدة عشرون: قانون التوزيع الموسّع

الدرس الأوّل: قانون التوزيع

معطاة مستطيلات.
(الرسومات معطاة للتوضيح، تمثّل الأعداد والتعابير أطوال الأضلاع بالسم، $x > 0$).

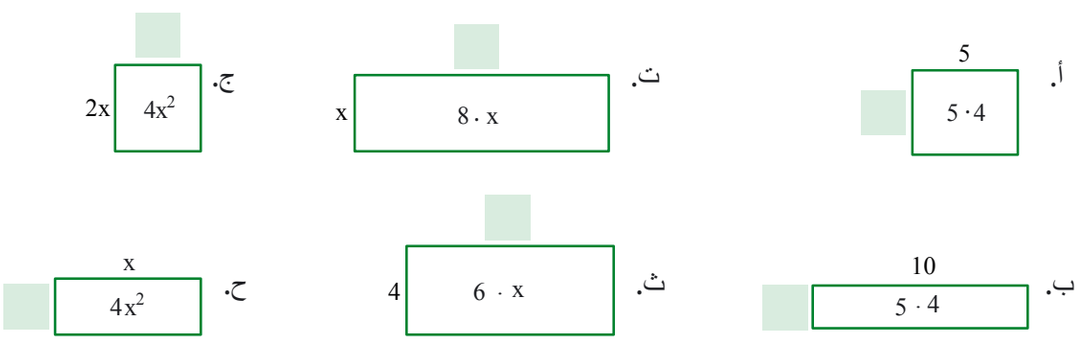


جِدُوا تعابير جبريّة لمساحات المستطيلات (بالسنتمتر المربّع).

نضرب تعابير.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة..
جِدُوا أطوال أضلاع مستطيل إضافيّ له نفس المساحة.

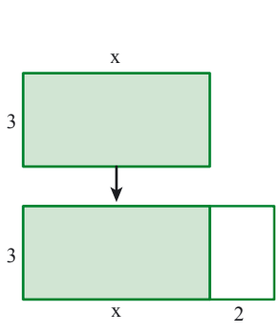
2. سُجِّل، في كلّ بند، طول الضلع على أحد أضلاع المستطيل (بقياسات الطول، $x > 0$)، وسُجّلت مساحة المستطيل داخله بوحدات قياس المساحة (أُعدت الرسومات للتوضيح).
جِدُوا طول الضلع الآخر.



3. أكملوا الناقص في كلّ بند.

أ. $3x \cdot ____ = 9x$ ت. $3x \cdot ____ = -6x$ ج. $3x \cdot ____ = 6x^2$

ب. $3x \cdot ____ = 18x$ ث. $3x \cdot ____ = 3x^2$ ح. $3x \cdot ____ = -6x^2$



4. معطى مستطيل أطوال أضلاعه x سم وَ 3 سم $(x > 0)$.
كبّرنا طول الضلع الّذي طوله x بـ 2 سم، وحصلنا على مستطيل جديد (أُنظروا الرسمة التوضيحيّة).

أ. ما هي مساحة المستطيل الجديد؟

ب. أمامكم إجابات تلاميذ (بالسنتمتر مربّع).

عماد: $3(x + 2)$ **يوسف:** $3x + 3 \cdot 2$ **نسيم:** $3x + 2$ **نور:** $3x + 6$

أخطأ أحد التلاميذ، من هو؟ اِشرحوا.

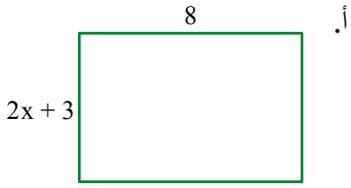
للتذكير

قانون التوزيع: $a(b + c) = ab + bc$

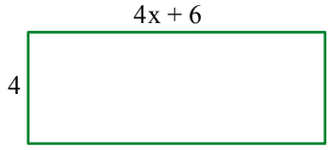
مثال: $5(2x + 3) = 10x + 15$

5. أمامكم مستطيلان. (أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم، x عدد موجب.)
سجّلوا تعبيراً جبريًّا لمساحة كلّ مستطيل وبسّطوا. ماذا وجدتم؟

أ.



ب.



6. اِضربوا.

أمثلة : $4(x - 3) = 4x - 12$ $x(x - 2) = x^2 - 2x$ $-5(x - 8) = -5x + 40$

أ. $3(x + 5) = 3x +$ _____

ب. $7(x - 2) =$ _____ $- 14$

ت. $8(3 - x) =$ _____

ث. $-2(3 - x) =$ _____ $+ 2x$

ج. $x(x + 6) =$ _____

ح. $x(x - 3) =$ _____

7. حلّوا.

مثال: المعادلة $2(x + 3) - 4 = 16$

نبسّط ونحصل على: $2x + 6 - 4 = 16$

$2x + 2 = 16 \ / -2$

$2x = 14 \ / :2$

الحل: $x = 7$

أ. $3(x - 2) + 5 = 17$

ب. $5(x + 1) - 4 = 26$

ت. $3(x + 2) + 5 = 20$

ث. $3(x + 7) - 3x = x + 4$

ج. $2(x + 1) - 2x = 3x - 4$

ح. $5x + 5(2 - x) = 2x - 6$

اِستعنا حتى الآن بقانون التوزيع $a(b + c) = ab + ac$ بالأساس كي "نفتح أقواسًا"، هذا يعني أنْ نحوّل تعبير ضرب إلى تعبير جمع.

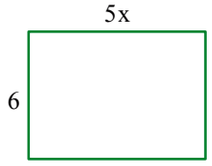
نتناول فيما بعد الاتجاه العكسيّ، هذا يعني أنْ نحوّل تعبير جمع من نوع $ab + ac$ إلى تعبير ضرب $a(b + c)$.

مجموعة مهامّ

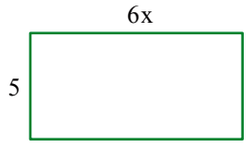
أُعِدّت الرسومات 1 - 3 للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. سجّلوا داخل كلّ مستطيل مساحته بالسنتمتر المربّع $(x > 0)$.

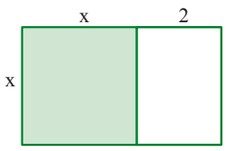
أ.



ب.



2. معطى مربّع طول ضلعه x $(x > 0)$.
كُبِّر ضلعان متقابلان في المربّع بـ 2 سم ونَتَج مستطيل (اُنظروا الرسمة).

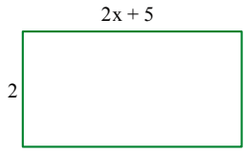


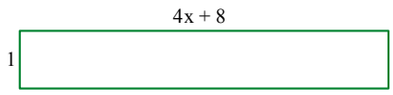
أ. أمامكم تعابير جبريّة، أيّ تعابير تمثِّل مساحة المستطيل بالسنتمرات المربّعة؟

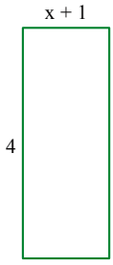
$x(x + 2)$	$(x + 2)x$	$2(x + x)$
$x^2 + 2$	$x^2 + 2x$	$2x \cdot x$

ب. أكملوا: $x(x + 2) =$ ☐ + ☐

3. معطى أطوال الأضلاع في المستطيلات الآتية $(x > 0)$.
جِدُوا، في كلّ بند، مساحة المستطيل (بوحدات المساحة)، وحدّدوا أكبر مستطيل في المساحة وأصغر مستطيل في المساحة.

أ.


ب.


ت.


4. اِضربوا.

أ. $3(x + 2) =$ _____ ث. $a(b - c) =$ _____

ب. $2(x + y) =$ _____ ج. $2(x - y) =$ _____

ت. $a(b + c) =$ _____ ح. $3(x + 7) =$ _____

5. اِضربوا.

أ. $5(x + 3) =$ _____ ج. $x(x + 9) =$ _____

ب. $4(x - 5) =$ _____ ح. $x(x + 2) =$ _____

ت. $-3(5 + x) =$ _____ خ. $x(3x + 2) =$ _____

ث. $9(4 - x) =$ _____ د. $x(2x - 3) =$ _____

6. حلّوا.

أ. $2(x + 1) = 8$

ب. $2(x - 1) = 8$

ت. $2(x + 1) + 4 = 8$

ث. $5(x - 2) + 7 = 12$

ج. $5(x + 2) - 7 = 13$

ح. $7 = 5(x + 2) + 12$

7. حلّوا.

أ. $3(x - 1) = 18$

ب. $x(x + 1) = x^2 + 10$

ت. $x(x + 2) = x^2 + 10$

ث. $2(x - 3) + x^2 = x(x + 1)$

ج. $x(x + 4) - 2x = x^2 - 10$

ح. $x(x + 4) + 2x^2 = 3x^2 + 12$

8. مدّوا خطًّا بين التعابير الجبريّة المتساوية.

$4x^2 + 12x$	$4 \cdot (x + 3)$
$4x + 12$	$4x(x + 3)$
$12 + 16x$	$4x(3 + 4x)$
$24x + 4x^2$	$4x \cdot (6 + x)$
$12x + 16x^2$	$4(3 + 4x)$

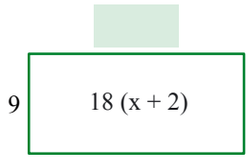
9. معطى مساحات مضلّعات (x بالسم، $x > 0$).

أ. أُكتبوا قياسات (تعابير أو أعداد) أطوال أضلاع مستطيل مساحته $x(1 + 6x)$ بالسنتمتر المربّع.

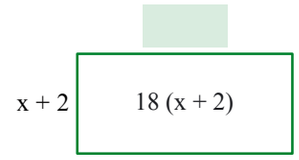
ب. أُكتبوا قياسات (تعابير أو أعداد) طولَيْ قائمَيْ مثلّث قائم الزاوية مساحته $x(1 + 6x)$ بالسنتمتر المربّع.

10. معطى، في كلّ بند، مستطيل مساحته $18(x + 2)$ (بوحدات مساحة، أُعِدّت الرسومات للتوضيح).
أكملوا قياسات ممكنة لأطوال الأضلاع الأخرى (بوحدات الطول، $x > 0$).

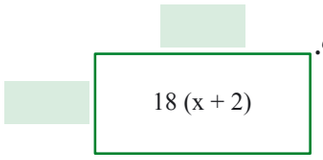
أ.



ب.



ت.



الدرس الثاني: التحليل إلى عوامل

التعبير $12x + 24$ يمثّل مساحة مستطيل (بوحدات مساحة، x وحدات طول، $x > 0$).
أمامكم اقتراحات تلاميذ الصفّ لأطوال أضلاع ممكنة (بوحدات الطول).

تمام: $x + 2$, 12 **ضياء:** $6x + 12$, 2 **سماهر:** $4x + 8$, 3

افحصوا الاقتراحات.
اكتبوا تعابير جبريّة لمساحة كلّ مستطيل بواسطة تعبير ضرب (بوحدات المساحة).
هل جميع التعابير متساوية؟ اشرحوا.
اكتبوا تعابير جبريّة لمحيط كلّ مستطيل (بوحدات الطول).
هل جميع التعابير متساوية؟ اشرحوا.

نحلّل إلى عوامل، هذا يعني أنْ نستعمل قانون التوزيع كي نحوّل تعبير جمع إلى تعبير ضرب.

1. أُكتبوا مساحة المستطيل، الذي ورد في مهمّة الافتتاحيّة، بواسطة تعبير ضرب بطرق مختلفة.

أ. تمام (☐ + ☐) 12 = 12x + 24

ب. ضياء (☐ + ☐) ☐ = 12x + 24

ت. نور (☐ + ☐) ☐ = 12x + 24

عندما **نحلّل إلى عوامل** نحوّل تعبير **جمع** مضافات إلى تعبير **ضرب** عوامل.
نستعمل أحيانًا قانون التوزيع لتحليل العوامل ونحلّ حسب المراحل الآتية:

- نفحص هل هنالك عامل مشترك لجميع المضافات ونسجّله خارج الأقواس.
- نسجّل تعبير جمع مناسب داخل الأقواس.
- إذا ضربنا تعبير الجمع الموجود داخل الأقواس في العامل الموجود خارج الأقواس فنحصل على التعبير الأصليّ.

مثال: في تعبير الجمع: $24x + 36$

هنالك عدّة عوامل مشتركة للمضافين: 2, 3, 4, 6, وغير ذلك.

إذا اخترنا العدد 3 كعامل مشترك فنسجل تعبير الضرب $3(8x + 12)$.

إذا اخترنا العدد 12 كعامل مشترك فنسجل تعبير الضرب $12(2x + 3)$.

2. أكملوا.

أ. $36x - 12 = 3 \cdot (\quad - \quad)$ ت. $36x - 12 = 2 \cdot (\quad - \quad)$

ب. $36x - 12 = 6 \cdot (\quad - \quad)$ ث. $36x - 12 = 12 \cdot (\quad - \quad)$

3. أكملوا.

أ. $4x^2 + 12x = 2 \cdot (\quad - \quad)$ ت. $4x^2 + 12x = 4 \cdot (\quad + \quad)$

ب. $4x^2 + 12x = 2x \cdot (\quad - \quad)$ ث. $4x^2 + 12x = 4x \cdot (\quad + \quad)$

4. حلّلوا إلى عوامل (اُكتبوا تعبير ضرب).

أمثلة: $3a - 12 = 3(a - 4)$ $7x^2 - 14x = 7x(x - 2)$

أ. $6x - 24 =$ ث. $3x + 6 =$ خ. $5x + 5 =$

ب. $6 - 24x =$ ج. $3 + 6x =$ د. $-5x - 5 =$

ت. $6x^2 - 24x =$ ح. $3x^2 + 6x =$ ذ. $5x^2 - 5x =$

5. أمامكم رسمة مستطيل (أُعِدّت الرسمة للتوضيح)، الضلع الطويل أكبر بـ 5 سم من الضلع القصير الّذي طوله x سم ($x > 0$).

أ. اُكتبوا تعبيرًا لطول الضلع الطويل بالسم.

ب. أمامكم تعابير، أي منها تصف محيط المستطيل (بالسم)؟

$2(2x + 5)$	$2(x + x + 5)$	$2x + 10$
$4x + 10$	$x + x + x + 5 + x + 5$	$4x + 20$

ت. أكملوا: $2x + 10 = (\quad + \quad) \quad$

مجموعة مهامّ

1. حلّلوا إلى عوامل (اُكتبوا تعبير ضرب).

أ. $15 - 3x =$ ت. $3 + 15x =$ ج. $24 - 6x =$ خ. $6 - 24x =$

ب. $15x - 3 =$ ث. $3x + 15 =$ ح. $24x - 6 =$ د. $6x - 24 =$

2. حلّلوا إلى عوامل (اُكتبوا تعبير ضرب).

أ. $ax + 3a =$ ت. $ax + 3x =$ ج. $15x - 3xy =$ خ. $5x + xy =$

ب. $6ax + 3a =$ ث. $6x^2 + 3a =$ ح. $15x - 5xy =$ د. $5x + 15 =$

3. أكملوا.

أ. $2 \cdot (\square + \square) = 10a + 20$ ث. $\square \cdot (3 + b) = 18 + 6b$

ب. $5 \cdot (\square + \square) = 10a + 20$ ج. $\square \cdot (3 + b) = 12 + 4b$

ت. $10 \cdot (\square + \square) = 10a + 20$ ح. $\square \cdot (3 + b) = 27 + 9b$

4. أكملوا.

أ. $2 \cdot (\square + \square) = 12a + 30$ ج. $\square \cdot (3 - 4b) = 15 - 20b$

ب. $6 \cdot (\square + \square) = 12a + 30$ ح. $\square \cdot (3 - 4b) = 9 - 12b$

ت. $12 \cdot (\square + \square) = 12a + 30$ خ. $\square \cdot (3 - 4b) = 30 - 40b$

ث. $1.5 \cdot (\square + \square) = 12a + 30$ د. $\square \cdot (3 - 4b) = -30 + 40b$

5. أكملوا.

أ. $(\square \bigcirc \square) \; 3 = 6a + 24ab$ ت. $(\square \bigcirc \square) \; 3a = 3a - 24ab$

ب. $(\square \bigcirc \square) \; a = 6a + 24ab$ ث. $(\square \bigcirc \square) \; 4a = 4a - 12ab$

6. أكملوا.

أ. $(\square \bigcirc \square) \; 5 = 15a - 30a^2$ ت. $(\square \bigcirc \square) \; 3a = 15a + 30a^2$

ب. $(\square \bigcirc \square) \; 15 = 15a - 30a^2$ ث. $(\square \bigcirc \square) \; 15a = 15a - 30a^2$

7. أكملوا الجدول للمضلّعات المنتظمة.

(في المضلّع المنتظم جميع الأضلاع متساوية في الطول، وجميع الزوايا متساوية في المقدار).

مثال:

المضلع المنتظم	عدد الأضلاع	طول ضلع واحد	المحيط بتعبير ضرب	المحيط بتعبير جمع
مثلّث	3	x + 4	3(x + 4)	3x + 12
مربّع		8 + 4x		
مخمّس				30x + 25
مسدّس				30x + 6

8. هنالك تعبير واحد، في كلّ بند، لا يساوي التعابير الأخرى. من هو؟

أ. $2(9x + 12)$ $18x + 24$ $6(4 + 3x)$ $6(3 + 4x)$

ب. $x\,(x + 3)$ $3x + x^2$ $3(x + 1)$ $(3 + x) \cdot x$

9. سجّلوا، في كلّ بند، العمليّات الحسابيّة الناقصة في الدوائر، وأضيفوا أقواسًا إذا احتجتم بحيث تحصلون على تعابير متساوية.

أ. $5 + x \bigcirc 3 = 2 \bigcirc x \bigcirc 2$

ب. $6x \bigcirc 3 = 2 \bigcirc x \bigcirc 2$

10. سجّلوا، في كلّ بند، العمليّات الحسابيّة الناقصة في الدوائر، وأضيفوا أقواسًا إذا احتجتم بحيث تحصلون على تعابير متساوية.

أ. $3x + 6 \bigcirc 3 \bigcirc x \bigcirc 2$

ب. $2x + 6 \bigcirc 3 \bigcirc x \bigcirc 2$

11. سجّلوا، في كلّ بند، العمليّات الحسابيّة الناقصة في الدوائر، وأضيفوا أقواسًا إذا احتجتم بحيث تحصلون على تعابير متساوية.

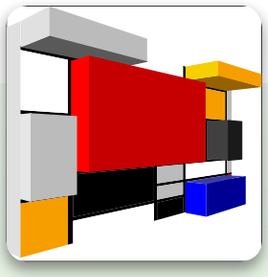
أ. $3x + 6 \bigcirc 3 \bigcirc x \bigcirc 2 \bigcirc 4$

ب. $6x + 1 \bigcirc 1 \bigcirc x \bigcirc 2 \bigcirc 4$

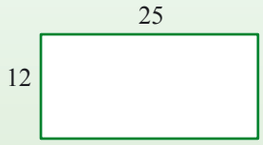
ت. $2x + 6 \bigcirc 1 \bigcirc x \bigcirc 2 \bigcirc 4$

ث. $4 + 2x \bigcirc 1 \bigcirc x \bigcirc 2 \bigcirc 4$

الدرس الثالث: قانون التوزيع الموسَّع

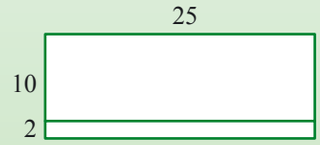


معطى مستطيل (أُعِدّت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).

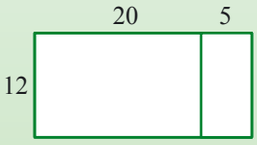


أمامكم اقتراحات لحساب مساحة المستطيل دون الاستعانة بالآلة الحاسبة.

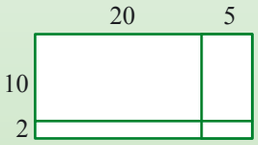
اِقتراح عماد



اِقتراح مرام



اِقتراح سائد



أُكتبوا تمارين مناسبة لحساب تعبير الضرب حسب كلّ اقتراح.

نحسب مساحات المستطيلات بطرق مختلفة ونتعرّف على قانون التوزيع الموسّع.

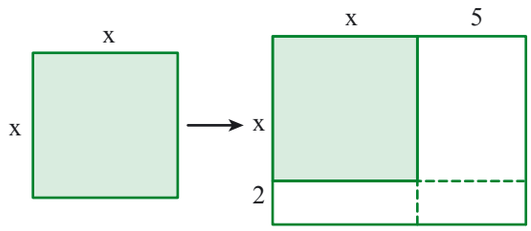
1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.
اِحسبوا مساحة المستطيل.

أ. حسب اقتراح **عماد** _____

ب. حسب اقتراح **مرام** _____

ت. حسب اقتراح **سائد** _____

2. معطى مربّع طول ضلعه x سم $(x > 0)$.
نكبّر أحد أضلاع المربّع بـ 5 سم، ونكبّر الضلع الثاني بـ 2 سم.
نحصل على مستطيل (اُنظروا الرسمة التوضيحيّة).



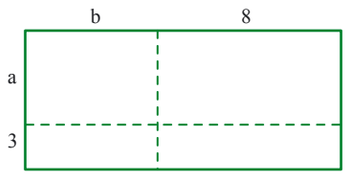
أ. أشيروا إلى التعابير الجبريّة التي تمثِّل مساحة المستطيل الّذي نتج (بالسنتمتر المربّع).

$x^2 + 5x + 2x + 10$ $\quad (x + 2)(x + 5)$ $\quad x^2 + 5x + 2x$ $\quad (x + 5)(x + 2)$

ب. هل يمثل التعبير $x(x + 2) + 5(x + 2)$ مساحة المستطيل أيضًا؟ اِشرحوا.

3. أمامكم تعابير جبريّة، أيّ منها تصف مساحة المستطيل الذي يظهر في الرسمة (بوحدات المساحة)؟

(أُعِدّت الرسمة للتوضيح، a وَ b بوحدات الطول، $b > 0, a > 0$.)



أ. $(a + 3)(b + 8)$ ت. $ab + 3a + 8b + 3 \cdot 8$

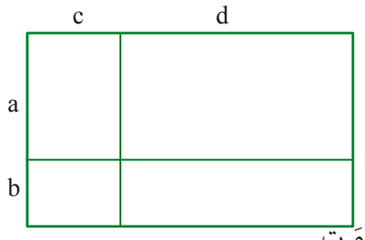
ب. $(a + 8)(b + 3)$ ث. $ab + 8a + 3b + 3 \cdot 8$

4. أمامكم رسمة مستطيل مقسّمة إلى أربعة مستطيلات

(أُعِدّت الرسمة للتوضيح، a, b, c, d أطوال القطع؛ لذا فالأعداد موجبة).

أ. حدّدوا ماذا يصف كلّ تعبير، واكتبوا كلّ تعبير في المكان المناسب في الرسمة.

ac bc ad bd $c + d$ $a + b$



ب. أُكتبوا تعبيرًا جبريًّا في الضرب لمساحة المستطيل الكبير.

ت. أُكتبوا، في كلّ مستطيل صغير، تعبيرًا جبريًّا يصف المساحة.

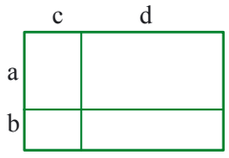
أُكتبوا مساحة المستطيل كمجموع مساحات المستطيلات الصغيرة.

ث. قارنوا بين التعابير الجبريّة لمساحة المستطيل التي سجّلتموها في البندين ب وَ ت.

بيّنا بمساعدة حساب مساحة المستطيل بطرق مختلفة أنّ هنالك قانون التوزيع الموسّع

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

(a , b , c وَ d تمثّل قيم موجبة).



كما هو الأمر في قانون التوزيع، فإنّ قانون التوزيع الموسّع يتحقّق مع عمليّات الطرح أيضًا.

$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$

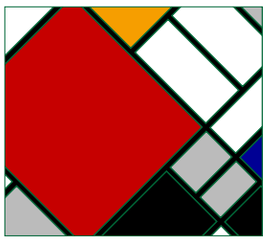
$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$

أمثلة:

$(x + 3)(y - 5) = xy - 5x + 3y - 15$

$(x - 3)(y - 5) = xy - 5x - 3y + 15$

5. أكملوا بمساعدة قانون التوزيع الموسّع.



أ. _____ = (a + 4)(b + 5)

ب. _____ = (a + 6)(b + 2)

ت. _____ = (a – 3)(b + 5)

6. اضربوا وبسّطوا.

أ. _____ = (a + b)(m + x)

ب. _____ = (a + 3)(x – b)

ت. _____ = (x – 1)(x + 4)

ث. _____ = (x – 3)(x – 8)

مجموعة مهامّ

1. اضربوا.

أ. (a + 5)(b + 3) =

ب. (2 + a)(b + 5) =

ت. (5 + a)(2 + b) =

ث. (x + a)(y + 4) =

ج. (7 + x)(a + b) =

ح. (7 – x)(a + b) =

2. اضربوا.

أ. (a + 4)(b + 6) =

ب. (3 + a)(b – 5) =

ت. (5 – a)(2 + b) =

ث. (2 – a)(b + 4) =

ج. (7 – x)(a – b) =

ح. (a – 5)(b – 3) =

3. صِلوا بين تعابير متساوية.

$(a+2)(a+6)$	$(a-2)(a+6)$	$(a+2)(a-6)$	$(a-2)(a-6)$
$a^2-4a-12$	$a^2+8a+12$	$a^2+4a-12$	$a^2-8a+12$

4. حدّدوا، في كلّ بند، هل المساواة صحيحة؟ إذا كانت الإجابة لا فصحّحوا الخطأ.

أ. $(a+5)(a+2)=a^2+7a+10$

ب. $(a+4)(a+3)=a^2+12a+12$

ت. $(a+5)(a+1)=a^2+6a+6$

ث. $(a-5)(a+2)=a^2+7a-10$

ج. $(a-5)(a+2)=a^2-3a-10$

ح. $(a+5)(a-2)=a^2+3a-10$

5. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(x+7)(x+8)-x^2=$

ب. $(x+1)(x+2)-3x+2=$

ت. $(x+5)(x-2)+3x=$

ث. $(x+1)(x+2)-x^2=$

6. اضربوا وبسّطوا.

أ. $(x+5)(x+6)-x^2+2x=$

ب. $(x+2)(x+5)-7x-2=$

ت. $(x-5)(x-2)+7x=$

ث. $(x-1)(x+4)-x^2-3x=$

7. جِدُوا العدد الناقص، في كلّ بند، أكملوا وافحصوا.

أ. $(x+5)(x+\quad)=x^2+8x+15$

ب. $(x-2)(x+\quad)=x^2+5x-14$

ت. $(x+5)(x+\quad)=x^2+6x+5$

ث. $(x-4)(x-\quad)=x^2-6x+8$

الدرس الرابع: نحلّ معادلات ومتباينات

أمامكم مستطيلان.
(أُعِدّت الرسمتان للتوضيح. تصف التعابير الجبريّة المسجّلة على الأضلاع أطوال الأضلاع بوحدات الطول، $x > 1$.)

هل المساحتان متساويتان؟
هل مساحة المستطيل **أ** أكبر؟
هل مساحة المستطيل **ب** أكبر؟
عوّضوا $x = 3$ أيّ مستطيل مساحته أكبر؟
عوّضوا $x = 12$ أيّ مستطيل مساحته أكبر؟

نحلّ معادلات بمساعدة قانون التوزيع الموسّع.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. أُكتبوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة كلّ مستطيل. مساحة المستطيل أ _____ مساحة المستطيل ب _____

ب. جِدُوا قيمة مناسبة لـ x بحيث تكون مساحة المستطيلين متساويتين.
سجّلوا معادلة مناسبة وحلّوها.
ما هي أطوال أضلاع كلّ مستطيل؟
أيهما محيطه أكبر؟ وبكم؟

مساحة المستطيل أ = مساحة المستطيل ب

ت. جِدُوا قيمة مناسبة لـ x بحيث تكون مساحة المستطيل **ب** أكبر بـ 6 سنتمترات مربّعة من مساحة المستطيل **أ**.
سجّلوا معادلة، حلّوها وجدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.
أيُّهما محيطه أكبر؟ وبكم؟

مساحة المستطيل أ + 5 = مساحة المستطيل ب

2. حلّوا.

أ. $x^2 + 6 = x(x + 2)$

ب. $x(x + 5) = 7 + x^2 + 3$

ت. $(x - 3)(x + 7) = x^2 - 21$

ث. $(x + 2)(x + 4) = x^2 + 20$

ج. $(x + 1)(x - 2) = x^2 - 2$

ح. $(x - 1)(x + 2) = x^2 - 3$

3. أمامكم مستطيلان.

(أُعِدّت الرسمتان للتوضيح. أطوال الأضلاع معطاة بالسم، وقد وُصفت بواسطة تعابير جبريّة، $0 < x < 6$.)

مجموع مساحتي المستطيلين هو 30 سنتمترًا مربّعًا.

سجّلوا معادلة، حلّوا وجِدُوا أطوال أضلاع المستطيلات.

4. معطى عددان: أحدهما أكبر بـ 10 من الآخر، وحاصل ضربهما صفر.

أ. جِدُوا العددين.

ب. قالتْ **سامية:** العدد الصغير هو 0 لذا العدد الكبير 10.

لأنّه إذا كان حاصل الضرب يساوي صفرًا فإن أحد العددين هو صفر.

هل قول سامية صحيح؟

ت. قالتْ **خولة:** هنالك حلّ إضافيّ. في هذا الحلّ العدد الصغير سالب.

ما هو حلّ **خولة**؟

5. حلّوا المعادلات.

أمثلة:

$x(x - 2) = 0$

$x = 0$ أو $x - 2 = 0$

$x = 0$ أو $x = 2$

الحلول: 0 أو 2

$(x + 3)(x - 7) = 0$

$x - 7 = 0$ أو $x + 3 = 0$

$x = 7$ أو $x = -3$

الحلول: 7 أو (−3)

أ. $x(x - 7) = 0$

ب. $x(x + 2) = 0$

ت. $(x + 2)(x - 4) = 0$

ث. $(x - 3)(x + 5) = 0$

ج. $3(x - 5) = 0$

ح. $(x + 2)(x + 5) = 0$

1. حلّوا.

أ. $x(x + 5) = x^2 + 20$

ب. $x(x - 5) = x^2 + 20$

ت. $x(x - 5) = x^2 - 20$

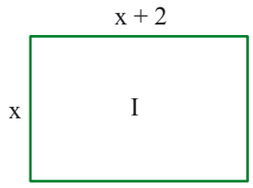
ث. $(x - 4)(x + 5) = x^2$

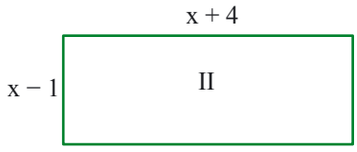
ج. $(x + 4)(x + 5) = x^2 + 38$

ح. $(x - 4)(x - 5) = x^2 - 10x$

أُعِدّت الرسومات في المهام 2 - 4 للتوضيح. أطوال الأضلاع معطاة بالسم، وقد وُصفت بواسطة تعابير جبريّة.

2. أمامكم مستطيلان ($x > 1$).





أ. سجّلوا تعبيرًا لمساحة المستطيل I _____

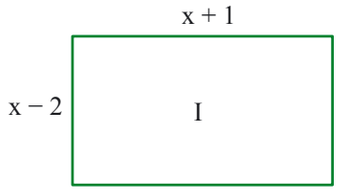
سجّلوا تعبيرًا لمساحة المستطيل II _____

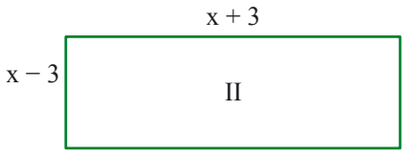
ب. مساحة المستطيل I تساوي مساحة المستطيل II.

سجّلوا معادلة مناسبة.

حلّوا المعادلة وجدوا أطوال أضلاع المستطيلين.

3. أمامكم مستطيلان ($x > 3$).





أ. سجّلوا تعبيرًا لمساحة المستطيل I _____

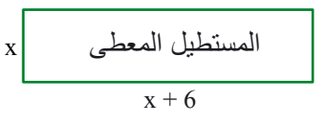
سجّلوا تعبيرًا لمساحة المستطيل II _____

ب. مساحة المستطيل I تساوي مساحة المستطيل II.

سجّلوا معادلة مناسبة.

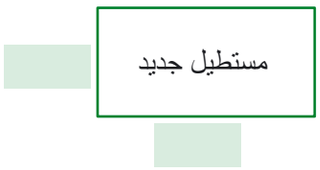
حلّوا المعادلة وجدوا أطوال أضلاع المستطيلين.

4. أمامكم مستطيل $(x > 0)$.



قصّرنا طول الضلع الطويل للمستطيل المعطى بـ 2 سم،

وطوّلنا طول الضلع القصير بـ1 سم. نتج مستطيل جديد.



أ. سجّلوا تعابير جبريّة لأطوال أضلاع المستطيل الجديد.

ب. سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المستطيل **المعطى** _____

سجّلوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المستطيل **الجديد** _____

ت. إذا كانت مساحتا المستطيلين متساويتين فسجّلوا معادلة، حلّوا وجدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.

ث. أيُّهما مساحته أكبر إذا كان $x = 2$؟

أيُّهما مساحته أكبر إذا كان $x = 5$؟ اشرحوا.

5. حلّوا المعادلات وافحصوا (بواسطة التعويض).

مثال:

$(x + 5)(x - 7) = 0$

$x - 7 = 0$ أو $x + 5 = 0$

$x = 7$ أو $x = -5$

الحلّان 7 أو -5

الفحص:

نعوّض $x = 7$ في المعادلة $(7 + 5)(7 - 7) = 0$ نحصل على $12 \cdot 0 = 0$ هذا يعني

نعوّض $x = -5$ في المعادلة $(-5 + 5)(-5 - 7) = 0$ نحصل على $0 \cdot (-12) = 0$ هذا يعني

أ. $x(x - 10) = 0$ ت. $(x - 2)(x - 4) = 0$ ج. $8(x - 2) = 0$

ب. $x(x + 3) = 0$ ث. $(x - 3)(x + 6) = 0$ ح. $(x + 1)(x + 7) = 0$

6. أرادت **عائدة** أن تحلّ المعادلة $(2x - 6)(x + 5) = 0$.

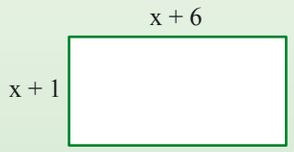
أ. هل من الأفضل أن تضرب وتحصل على $2x^2 + 4x - 30 = 0$؟ اشرحوا.

ب. جدوا حلّ المعادلة.

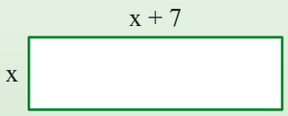
الدرس الخامس: نقارن بين تعابير جبريّة

أمامكم مستطيلان. نقارن بين مساحتيهما.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح. أطوال الأضلاع معطاة بوحدات طول، وقد وُصفت بواسطة تعابير جبريّة, $x > 0$.)

أ.



ب.



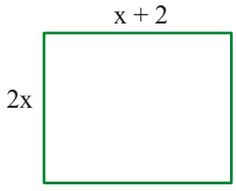
خمّنوا أيّ مستطيل مساحته أكبر؟
افحصوا فرضيتكم وجدوا بكم المساحة أكبر؟
عوّضوا: $x = 2$ $x = 100$ ماذا وجدتم؟
اِفحصوا فرضيتكم بمساعدة قانون التوزيع، وجدوا بكم المساحة أكبر (لكل $x > 0$)؟

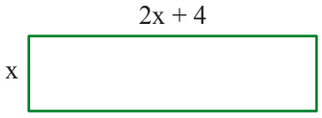
نستعمل قانون التوزيع الموسّع للمقارنة بين التعابير الجبريّة.

أُعِدّت الرسومات في مهامّ افتتاحيّة الدرس وفي مجموعة المهام للتوضيح، أطوال الأضلاع معطاة بوحدات طول، وقد وُصفتْ بواسطة تعابير جبريّة.

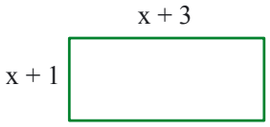
1. سجّلوا، في كلّ بند، تعبيرًا جبريًّا لمساحة كلّ مستطيل ($x > 0$).
إذا كانت مساحة أحد المستطيلين أكبر دائمًا فاذكروا المستطيل وبكم المساحة أكبر؟
إذا كانت المساحات متساوية دائمًا ففصّلوا كيف حدّدتم ذلك. إذا لم تستطيعوا أن تحدّدوا ذلك فاشرحوا.

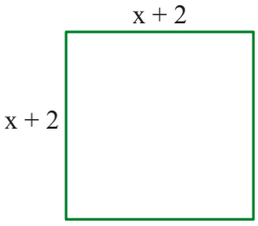
أ.



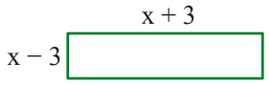


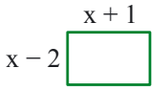
ب.



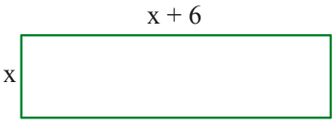


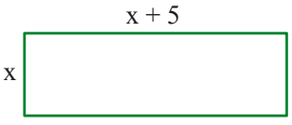
ت.





ث.





يمكن أحيانًا أنْ نقارن بين مساحات المستطيلات حسب تعابير جبريّة تصف أطوال الأضلاع.
في المهمّة 1، معطى في كلّ بند مستطيلان، وقد تمّ تمثيل أطوال الأضلاع بواسطة تعابير.
يمكن أنْ نقارن بين مساحات المستطيلات بواسطة **حساب حاصل الضرب** للتعابير المعطاة.
يُتيح حاصل الضرب أن نرى:

- مساحات مستطيلات متساوية لكلّ قيمة x.

مثال: في المهمّة 1 بند أ، نحصل بعد عمليّة الضرب أنّ مساحة كلّ مستطيل هي $2x^2 + 4x$.

- مساحة أحد المستطيلين أكبر من مساحة المستطيل الثاني لكلّ قيمة x.

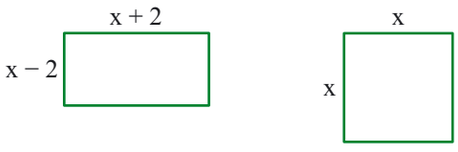
مثال: في المهمّة 1 بند أ، مساحة أحد المستطيلين: $x^2 + 4x + 3$ ومساحة المستطيل الثاني $x^2 + 4x + 4$
التعبير الأيسر أكبر بـ 1 من التعبير الأيمن لكلّ قيمة x في المجال.
لذا مساحة المستطيل الأيسر أكبر بوحدة مساحة واحدة من مساحة المستطيل الأيمن.

- عندما نعوّض أعدادًا مختلفة نحصل على ترتيب آخر لمساحات المستطيلات.

مثال: في المهمة 1 بند ت،
مساحة أحد المستطيلين هي $(x + 1)(x - 2)$ ومساحة المستطيل الثاني $(x + 3)(x - 3)$.
إذا كان $x = 7$ $\quad 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$
إذا كان $x = 5$ $\quad 2 \cdot 8 < 3 \cdot 6$
إذا كان $x = 10$ $\quad 7 \cdot 13 > 8 \cdot 11$

يمكن أحيانًا أنْ نقارن بين مساحات المستطيلات دون أنْ نحسب مساحاتها لكلّ x في مجال التعريف.
مثال: في المهمّة 1 بند ث، معطى نفس طول الضلع للمستطيلين، وطول الضلع المجاور في أحد المستطيلين أصغر، لذا مساحة هذا المستطيل أصغر.
مساحة أحد المستطيلين هي $x(x + 5)$ ومساحة المستطيل الثاني هي $x(x + 6)$ $\quad x(x + 6) > x(x + 5)$

2. أمامكم رسمتان: مستطيل ومربّع. (أطوال الأضلاع معطاة بالسم، $x > 2$).



أ. هل يمكن أنْ يكون طول ضلع المربّع 3 سم؟
هل يمكن أنْ يكون طول ضلع المربّع 1 سم؟
هل يمكن أنْ يكون طول ضلع المربّع $6\frac{1}{2}$ سم؟
اشرحوا.

ب. أيّ شكل رباعيّ مساحته أكبر؟

ت. هل يمكن أنْ تكون مساحة المربّع أصغر من مساحة المستطيل؟ اِشرحوا.

3. بسّطوا، في كلّ بند، التعابير في كِلا طرفي الدائرة. سجّلوا <, >, أو = بحيث تكون الإجابة صحيحة.
إذا لم تستطيعون أن تحدّدوا الإجابة فاذكروا ذلك.

أمثلة:

$a(a+6) \bigcirc (a-1)(a+7)$

$a^2+6a \bigcirc a^2+6a-7$

التعبير الأيسر أصغر بـ 7 من التعبير الأيمن.

لذا: $a^2+6a-7 < a^2+6a$

$(a+2)(a+3) \bigcirc (a-3)(a+3)$

$a^2+5a+6 \bigcirc a^2-9$

إذا كان $a=2$ $\quad -5 < 20$

إذا كان $a=-3$ $\quad 0=0$

نحصل على ترتيب آخر عندما نعوض قيمًا مختلفة، لذا لا نستطيع تحديد الترتيب.

أ. $a(a+5) \bigcirc (a+3)(a+2)$ $\quad$ ج. $a(a-1)-6 \bigcirc (a-3)(a+2)$

ب. $a(a+1) \bigcirc (a-1)(a+2)$ $\quad$ ح. $a^2-(6-a) \bigcirc (a-2)(a+3)$

ت. $a^2 \bigcirc (a-2)(a+2)$ $\quad$ خ. $(a-2)(a+3) \bigcirc (a-1)(a+2)$

ث. $a^2-5a \bigcirc (a-3)(a-2)$ $\quad$ د. $(a+2)(a+3) \bigcirc (a-1)(a+1)$

1. بسّطوا، في كلّ بند، التعابير، وحدّدوا أيُّهما أكبر؟ وبكم؟

أ. $(a+3)(a+2)$ $\quad a(a+5)$

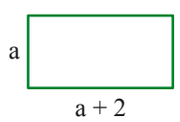
ب. $(a+3)(a-2)$ $\quad a(a+1)$

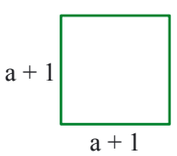
ت. $(a-3)(a-2)$ $\quad a(a-5)$

ث. $(a+2)(a-3)$ $\quad a(a-1)$

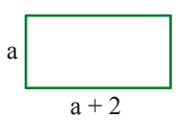
2. أشيروا، في كلّ بند، إلى المضلّع الذي مساحته أكبر $(a>0)$.اشرحوا.

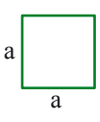
أ.





ب.





3. حلّوا.

أ. $(x + 2)(x + 3) - x^2 = 16$

ب. $(x + 4)(x + 3) - x^2 = 12$

ت. $(x + 5)(x + 2) - x^2 = 31$

ث. $(x + 5)(x - 3) - x^2 = 5$

ج. $(x + 3)(x - 1) - x^2 = 7$

ح. $(x - 5)(x + 7) - x^2 = 1$

4. حلّوا.

أ. $(x - 2)(x - 3) - x^2 = 16$

ب. $(x + 10)(x + 8) - x^2 = 62$

ت. $(x + 5)(x + 6) - x^2 + 3 = 0$

ث. $(x + 6)(x - 5) = x^2 + 6$

ج. $4x + (x - 1)(x + 2) = x^2 + 18$

ح. $(x + 5)(x - 2) = 8 + x^2$

5. أ. معطى محيط مربّع $8x$ سم.

سجِّلوا تعبيرًا لطول ضلع المربّع.

سجِّلوا تعبيرًا لمساحة المربّع.

ب. نطوِّل أحد أضلاع المربّع بـ 5 سم، ونقصِّر طول الضلع الآخر بـ 5 سم.

نتج مستطيل.

هل محيط المستطيل الذي نتج **أكبر** من محيط المربع المعطى؟

هل محيط المستطيل الذي نتج **أصغر** من محيط المربع المعطى؟

هل محيط المستطيل الذي نتج **يساوي** محيط المربع المعطى؟

هل مساحة المستطيل التي نتجت **أكبر** من مساحة المربع المعطى؟

هل مساحة المستطيل التي نتجت **أصغر** من مساحة المربع المعطى؟

هل مساحة المستطيل التي نتجت **تساوي** مساحة المربع المعطى؟

نحافظ على لياقة رياضيّة

حلّ معادلات

1. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كان حلّ المعادلة أكبر من 1، أصغر من 1 أو يساوي 1، واشرحوا اعتباراتكم.

أ. $2x = 8$ ت. $2x = 2$ ج. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$

ب. $8x = 2$ ث. $\frac{1}{2}x = 2$ ح. $2x = \frac{1}{2}$

اِفحصوا إجاباتكم.

2. جِدُوا، في كلّ بند، المعادلات التي لها نفس حلّ المعادلة في الإطار.

I $7x - 4 = 3$

أ. $7x = 7$

ب. $x = 1$

ت. $7x = 1$

ث. $3 = 7x - 4$

II $4x - 10 = 2x$

أ. $2x - 5 = x$

ب. $x = 5$

ت. $4x = 2x - 10$

ث. $2x - 10 = 0$

III $4x = x$

أ. $3x = 0$

ب. $x = 1$

ت. $3x = 1$

ث. $x = 0$

IV $5x - 6 = 3x + 7$

أ. $2x = 1$

ب. $5x = 3x + 13$

ت. $2x - 6 = 7$

ث. $5x - 13 = 3x$

3. بسّطوا وحلّوا.

أ. $5(x + 2) - 4x - 10 = 2(x + 7) - 2x$

ب. $7x + 4x = 3(2x + 1) + 17$

ت. $4x + 5 = 3(5 + x)$

ث. $7 + 3(x + 1) - 3x = x + 1$

4. حلول المعادلات الآتية هي: $0.5,\ 2,\ -2,\ -0.5$

لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب لها.

أ. $5(x - 4) = 3(x - 5) - 1$

ب. $3(1 - 2x) = 25 + 5x$

ت. $2(x - 2) = 6(x - 1)$

ث. $2(x + 1) = 4x + 3$