الوحدة الأولى: قوانين القوى

الدرس الأوّل: نتذكّر القوى

تعريف القوّة

أمامكم عدّة متواليات أعداد.

أ. $2\ ,\ 2^2\ ,\ 2^3\ ,\ 2^4\ ,\ 2^5\ ,\ 2^6,\ldots$

ب. $(-2)\ ,\ (-2)^2\ ,\ (-2)^3\ ,\ (-2)^4\ ,\ (-2)^5\ ,\ (-2)^6,\ldots$

ت. $\frac{1}{2}\ ,\ \left(\frac{1}{2}\right)^2\ ,\ \left(\frac{1}{2}\right)^3\ ,\ \left(\frac{1}{2}\right)^4\ ,\ \left(\frac{1}{2}\right)^5\ ,\ \left(\frac{1}{2}\right)^6,\ldots$

ث. $\left(-\frac{1}{2}\right)\ ,\ \left(-\frac{1}{2}\right)^2\ ,\ \left(-\frac{1}{2}\right)^3\ ,\ \left(-\frac{1}{2}\right)^4\ ,\ \left(-\frac{1}{2}\right)^5\ ,\ \left(-\frac{1}{2}\right)^6,\ldots$

افحصوا في كلّ متوالية هل الأعداد مرتّبة تصاعديًّا؟ اشرحوا.

نتذكر القوى ونحلّ تمارين مع قوى.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة. جدوا متواليات لها صفات متشابهة.

للتذكير

- القوّة هي كتابة مختصرة لتمرين ضرب يظهر فيه نفس العامل عدّة مرات.

  نكتب قوة بمساعدة تعبير جبريّ كالتالي: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ عوامل}}$ (n عدد طبيعيّ).

  نسمّي a **أساس القوّة** وَ n **أُسّ القوة**.

  مثال: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ نقرأ: خمسة قوّة ثلاثة أو خمسة أُسّ ثلاثة.

  5 هو أساس القوّة، 3 هو أُسّ القوّة.

- يمكن أن نكتب كلّ عدد كقوّة ذات أُسّ 1 $a^1 = a$ لكلّ $a \neq 0$.

  مثال: $8^1 = 8$ 8 هو أساس القوّة، 1 أُس القوّة.

- كلّ قوّة 0 (أسها عدد طبيعيّ) هي 0: $0^n = 0$، لأنّ $0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot \ldots \cdot 0}_{n \text{ عوامل}} = 0$

- إذا كان أساس القوّة موجبًا فنحصل على عدد موجب. **مثال:** $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 > 0$

- إذا كان أساس القوّة سالبًا وأُس القوّة زوجيّ فنحصل على عدد موجب.

  مثال: $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) > 0$

- إذا كان أساس القوّة سالبًا وأُس القوّة عدد فرديّ فنحصل على عدد سالب.

  مثال: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) < 0$

2. حدّدوا، في كلّ بند، أسًّا مناسبًا إذا كان الأمر ممكنًا. إذا لم تتمكّنوا فاشرحوا.

أ. $2^{\square} = 2$ ب. $2^{\square} = 8$ ت. $(-2)^{\square} = 16$ ث. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{\square} = \frac{1}{4}$ ج. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{\square} = -\frac{1}{4}$

3. حدّدوا، في كلّ بند، أسًّا مناسبًا.

أ. $4^{\square} = 64$ ب. $2^{\square} = 32$ ت. $(-2)^{\square} = -8$ ث. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\square} = \frac{1}{8}$ ج. $7^{\square} = 49$ ح. $(-3)^{\square} = 81$ خ. $10^{\square} = 1{,}000{,}000$ د. $0^{\square} = 0$

4. اكتبوا الأعداد الآتية بكتابة القوى. (اكتبوا إمكانيّات مختلفة إذا كان الأمر ممكنًا).

أ. 16 ب. 81 ت. 121 ث. 144 ج. 729 ح. 125 خ. 100 د. 10,000

5. عندما سألوا **سامي** عن عمره، أجاب: يمكن أن تسجّلوا عمري كقوّة أساسها موجب بأربع طرق مختلفة.
ما عُمر **سامي** ؟

ترتيب العمليّات الحسابيّة مع قوى

6. اكتبوا كتمرين ضرب وحدّدوا هل النتيجة عدد موجب أم عدد سالب؟

أ. $(-3)^4$ ب. $(-3)^7$ ت. $(-4)^5$ ث. $(-5)^6$ ج. $(-4)^3$ ح. -4^3 خ. $(-6)^4$ د. -6^4

7. أمامكم تمارين: $2^3 \cdot 2^4$ $2^3 + 2^4$ $2^3 - 2^4$ $2^3 : 2^4$

قال **يوسف**: هنالك نتائج متساوية لتمرينين. .
قال **وسيم**: نتيجة أحد التمارين هي كسر.
قال **أمير**: نتيجة أحد التمارين هي سالبة.
مَن منهم صادق؟ مَن منهم أخطأ؟ أيّ تمارين قصدها كلّ واحد منهم؟

8. احسبوا.

أ. $3^3 + 2^2$ ب. $3^3 \cdot 2^2$ ت. $3^3 - 2^2$ ث. $3^3 : 2^2$ ج. $3 + 2^2$ ح. $(3 + 2)^3$

- الإشارة (–) قبل القوّة تعني مضادّ القوّة.

أمثلة: -3^4 هو المضادّ للقوّة 3^4 ومعناه: $-3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$

-3^3 هو المضادّ للقوّة 3^3 ومعناه: $-3^3 = -(3 \cdot 3 \cdot 3) = -27$

- عمليّة القوّة تسبق العمليّات الحسابيّة الأربع. الأقواس تسبق جميع العمليّات الحسابيّة.

مثال: نحسب $3 + 2^4$ كالتالي: $3 + 2^4 = 3 + 16 = 19$

أمّا $(3 + 2)^4$ فنحسبه كالتالي: $(3 + 2)^4 = 5^4 = 625$

9. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة عدد موجب أم عدد سالب؟ اشرحوا.

أ. $(-2)^4$ ب. -2^4 ت. $(-2)^3$ ث. -2^3 ج. $\frac{-2^4}{-2}$ ح. $\frac{(-2)^4}{-2}$

10. أ. جدوا عددًا مناسبًا بحيث يتحقّق ما يلي: $\square^2 = 16$. كم عددًا كهذا يوجد؟

ب. هل يمكن أن نجد عددًا مناسبًا بحيث يتحقّق ما يلي: $\square^2 = -16$ ؟ اشرحوا.

ت. جدوا عددًا مناسبًا بحيث ينتج ما يلي: $\square^3 = 8$. كم عددًا كهذا يوجد؟

ث. هل يمكن أن نجد عددًا مناسبًا بحيث يتحقّق ما يلي: $\square^3 = -8$ ؟

11. أ. اكتبوا العدد 1,000 كقوّة.

ب. اكتبوا العدد 1,000 كخارج قسمة بين قوّتين بثلاث إمكانيّات مختلفة.

12. معطى: $0 < t < 1$ ، $-1 < m < 0$

حدّدوا، في كلّ بند، التعبير الأصغر. اشرحوا.

أ. t^3 ، t^2 ، m^3 ، m^2

ب. $m \cdot t$ ، $m^2 \cdot t^2$ ، $m^3 \cdot t^3$

مجموعة مهامّ

1. معطى،في كلّ بند، متوالية قوى. جدوا العدد السادس في المتوالية.

أ. $2, 4, 8, \ldots$ ب. $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \ldots$ ت. $\frac{8}{27}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}, \ldots$

2. جدوا، في كلّ بند، أساس القوّة.

أ. $\square^3 = 8$ ب. $\square^3 = 125$ ت. $\square^3 = 1{,}000$ ث. $\square^3 = -1{,}000$

3. جدوا، في كلّ بند، أُسّ القوّة.

أ. $2^{\square} = 64$ ب. $(-2)^{\square} = -32$ ت. $4^{\square} = 64$ ث. $(-4)^{\square} = -64$

4. جدوا، في كلّ بند، أصغر عدد طبيعيّ ممكن.

أ. $2^{\square} > 1{,}000$ ب. $3^{\square} > 1{,}000$ ت. $5^{\square} > 1{,}000$

5. أ. اكتبوا العدد 1,000,000 كقوّة.

ب. اكتبوا العدد 1,000,000 كحاصل ضرب قوى بثلاث إمكانيّات مختلفة.

6. احسبوا ورتّبوا التمارين حسب النتيجة (من النتيجة الأصغر إلى النتيجة الأكبر).

أ. $12 : 2^2$ ب. $12 - 2^2$ ت. $(12 - 2)^2$ ث. $(12 : 2)^2$ ج. $12 + 2^2$

7. احسبوا ورتّبوا التمارين حسب النتيجة (من النتيجة الأصغر إلى النتيجة الأكبر).

أ. $3^2 - 2 \cdot 2^2$ ت. $3^2 - 2 : 2^2$ ج. $3^2 - 2 - 2^2$

ب. $(3^2 - 2) \cdot 2^2$ ث. $(3^2 - 2) : 2^2$ ح. $(3^2 + 2) : 2^2$

8. احسبوا ورتّبوا التمارين حسب النتيجة (من النتيجة الأصغر إلى النتيجة الأكبر)..

أ. $10 - 5 - 3^2$ ت. $10 : 5 \cdot 3^2$ ج. $10 : 5 : 3^2$

ب. $10 - 5 \cdot 3^2$ ث. $10 : \frac{1}{5} \cdot 3^2$ ج. $10 + 5 \cdot 3^2$

9. أضيفوا، في كلّ بند، أقواسًا بحيث تنتج النتيجة المسجّلة.

أ. $1 + 2 \cdot 3^2 = 27$ ب. $1 + 2 \cdot 3^2 = 37$ ت. $1 + 2 \cdot 3^2 = 49$

10. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة عدد موجب أم عدد سالب؟

أ. $(-1)^7$ ت. $(-1)^8$

ب. -1^7 ث. -1^8

11. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة عدد موجب أم عدد سالب؟

أ. $5^3 \cdot 2^4$ ب. $-5^3 \cdot (-2)^4$ ت. $5^3 \cdot (-2)^4$ ث. $(-5)^3 \cdot (-2)^4$

12. حدّدوا، في كلّ بند، $>$, $<$ أو $=$.

أ. $-2^3 \bigcirc (-2)^3$ ث. $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 \bigcirc \left(-\frac{1}{4}\right)^2$

ب. $-\frac{1}{2}^4 \bigcirc \left(-\frac{1}{2}\right)^4$ ج. $\frac{1}{3}^2 \bigcirc \left(\frac{1}{3}\right)^2$

ت. $5^2 \bigcirc (-5)^2$ ح. $-1^{10} \bigcirc (-1)^{100}$

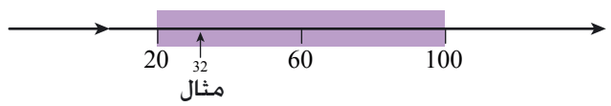
13. حدّدوا "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا.

أ. $(8 + 2)^2 = 8^2 + 2^2$ ت. $(8 - 2)^2 = 8^2 - 2^2$

ب. $(8 \cdot 2)^2 = 8^2 \cdot 2^2$ ث. $(8 : 2)^2 = 8^2 : 2^2$

14. قدّروا النتائج وحدّدوا النتائج التي تقع في المجال المشدد على مستقيم الأعداد.

أ. $2 \cdot 3.8^2$ ب. $2 \cdot 6.3^2$ ت. $2 \cdot 10.4^2$



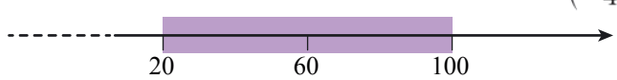
مثال

مثال: $2 \cdot 4.3^2 \square 2 \cdot 4^2$

$2 \cdot 16 = 32$

15. أ. قدّروا النتائج وحدّدوا النتائج التي تقع في المجال المشدد على مستقيم الأعداد.

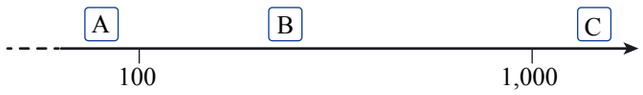
3.1^3 2.4^3 $\left(3\frac{3}{4}\right)^3$ $\left(4\frac{7}{9}\right)^3$



ب. انسخوا محور الأعداد وأشيروا عليه العدد الذي اخترتموه في بند أ.

ت. جدوا أساس القوّة $\square^3$ بحيث تقع النتيجة في المجال البارز. كم عددًا كهذا وجدتم؟ اشرحوا.

16. A , B وَ C هي ثلاثة مجالات أعداد على محور الأعداد. (A جميع الأعداد الأصغر من 100، B جميع الأعداد الأكبر من 100 وأصغر من 1000، C جميع الأعداد الأكبر من 1000). قدّروا النتائج وحدّدوا المكان المناسب، هل هو A , B أم C؟



6.3^4

3.2^5

8.7^2

17. أمامكم تمارين، أيّ منها تساوي 1000؟

أ. $10^2 + 10$ ب. $10^2 \cdot 10$ ت. $30^2 + 10^2$ ث. $(30 + 10)^2$ ج. 500^2

18. هل يمكن؟ اشرحوا أو أعطوا مثالًا.

أ. العدد ومربّعه متساويان.

ب. العدد يساوي نِصف مربّعه.

ت. مربّع العدد يساوي نِصف العدد.

ث. هنالك عدد بحيث إنّ $a^n < 1$ لكلّ n طبيعيّ.

19. أ. ما رقم الآحاد في العدد 5^{79}؟ علّلوا إجاباتكم.

ب. ما رقم الآحاد في العدد 6^{102}؟ علّلوا إجاباتكم. إرشاد: جدوا القوى الأولى لكلّ عدد واكتشفوا القانونيّة.

الدرس الثاني: نضرب ونقسّم

قوانين القوى: ضرب وقسمة قوى لها الأساس نفسه

حلّ تلاميذ الصفّ الثامن التمرين التالي: $2^3 \cdot 2^4$

قالت **سميرة:** النتيجة هي 2^7

لأنّ $2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3\text{ عوامل}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4\text{ عوامل}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{7\text{ عوامل}} = 2^7$

قالت **غزالة:** $2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$ لأنّ العمليّة ضرب وَ $3 \cdot 4 = 12$

مَن منهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

نضرب ونقسّم قوى لها الأساس نفسه.

1. اختاروا، في كلّ بند، الإجابة المناسبة للتمرين المعطى في الإطار.

أ. $2^3 \cdot 2^2$ 2^6 2^5 ت. $a^3 \cdot a^5$ a^8 a^{15}

ب. $3^4 \cdot 3^2$ 3^6 3^8 ث. $a^n \cdot a^k$ $a^{n \cdot k}$ a^{n+k} (n وَ k طبيعيّان)

2. اكتبوا النتيجة، في كلّ بند، بكتابة القوى.

أ. $4^3 \cdot 4^2$ ت. $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ج. $5^{2x} \cdot 5^x$ (x عدد طبيعيّ) خ. $a^n \cdot a$ (n عدد طبيعيّ)

ب. $5^4 \cdot 5^2$ ث. $(-8)^2 \cdot (-8)^3$ ح. $5^x \cdot 5^{x+1}$ (x عدد طبيعيّ) د. $a^n \cdot a^3$ (n عدد طبيعيّ)

3. ما حلّ التمرين $\frac{5^6}{5^2}$؟

قال **أيوب:** 5^4 لأنّ $\frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{5}} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

قال **سامر:** 5^3 لأنّ العمليّة قسمة، ولأنّ $6 : 2 = 3$

أيُّهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

4. اختاروا، في كلّ بند، الإجابة المناسبة للتمرين المعطى في الإطار.

أ. $\frac{2^8}{2^2}$ 2^4 2^6 ت. $\frac{4^{10}}{4^5}$ 4^2 4^5

ب. $\frac{5^6}{5^3}$ 5^2 5^3 ث. $\frac{a^n}{a^k}$ a^{n-k} a^{n+k}
(n وَ k طبيعيّان $a \neq 0,\ n > k$)

- إذا ضربنا قوى لها أساسات متساوية فإنّ أُسّ حاصل الضرب يساوي مجموع الأُسس.

  نسجِّل بكتابة القوى: $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$, n وَ k عدان طبيعيّان.

  مثال: $a^3 \cdot a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^8$

- إذا قسّمنا قوى لها أساسات متساوية فإنّ أُسّ خارج القسمة يساوي الفرق بين الأُسين.

  نسجِّل بكتابة القوى: $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$, $a \neq 0$, $n > k$ n وَ k عدان طبيعيّان.

  مثال: $\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a^{5-2} = a^3$

ملاحظة: نتناول في هذه المرحلة حالات فيها $n > k$ فقط. نتناول فيما بعد حالات أخرى.

5. احسبوا وسجّلوا النتيجة بكتابة القوى.

أ. $\frac{2^5}{2^4}$ ب. $\frac{3^6}{3^4}$ ت. $\frac{4^5}{4}$ ث. $\frac{a^7}{a^3}$ $(a \neq 0)$ ج. $\frac{a^{10}}{a}$ $(a \neq 0)$

6. بسّطوا وسجّلوا النتيجة بكتابة القوى.

أمثلة: $a^3 \cdot a^4 \cdot a^6 \cdot a^2 = a^{15}$ $\frac{a^3 \cdot a^5 \cdot a}{a^2 \cdot a^4} = \frac{a^9}{a^6} = a^3$ $(a \neq 0)$

أ. $a^2 \cdot a$ ب. $a \cdot a^4$ ت. $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5$ ث. $\frac{a^4}{a}$ $(a \neq 0)$

ج. $\frac{a^7}{a^4}$ $(a \neq 0)$ ح. $\frac{a^4}{a^3}$ $(a \neq 0)$ خ. $\frac{a^7 \cdot a^3}{a^4}$ $(a \neq 0)$

د. $\frac{a^{12}}{a^3 \cdot a^2}$ $(a \neq 0)$

7. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة أكبر من 1، تساوي 1 أم أصغر من 1؟ اشرحوا.

أ. $\frac{5^7 \cdot 7^2}{5^6}$ ب. $\frac{7^6 \cdot 5^3}{5^7 \cdot 7^2}$ ت. $\frac{5^6 \cdot 7^2}{5^9}$ ث. $\frac{5^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2}{5^7 \cdot 7^2}$ ج. $\frac{7^4}{5^7 \cdot 7^2}$

8. بسّطوا واكتبوا بكتابة القوى.

مثال: $2a^5 \cdot 4a^2 = 2 \cdot a^5 \cdot 4 \cdot a^2 = 8a^7$

أ. $4a^4 \cdot 5a^5$ ب. $7a^6 \cdot 8a^3$ ت. $7a^9 \cdot 9a^7$ ث. $\frac{1}{2}a^7 \cdot 10a^7$

الأُس صفر

9. نحسب في الصفّ $\frac{3^6}{3^6}$.

سجّل **جلال**: $\frac{3^6}{3^6}=1$ سجّل **سلام**: $\frac{3^6}{3^6}=3^{6-6}=3^0$

اشرحوا اعتبارات **جلال** واعتبارات **سلام**.

- نعرّف القوّة التي أُسها 0 كالتالي $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$.

هذا التعريف هو توسيع للقوّة $\frac{a^n}{a^k}=a^{n-k} \quad (a\neq 0)$ لكلّ $n = k$ أيضًا، وهو يُتيح الحفاظ لكلّ $n \geq k$.

ينتج من توسُّع القانون أنّ $\frac{a^n}{a^n}=a^{n-n}=a^0 \quad (a\neq 0)$ ومن ناحية ثانية يتحقّق أنّ $\frac{a^n}{a^n}=1 \quad (a\neq 0)$.

لذا نعرّف بطريقة عامّة: $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

- 0^0 **غير معرّف** لأنّه ينتج من القسمة $\frac{0^n}{0^n}$ وهذا هو تعبير مقامه 0.

ملاحظة: التعريف $a^0 = 1 \quad (a \neq n)$ هو توسُّع لمصطلح القوّة.

لا نستطيع في هذه الحالة وفي حالات أخرى فيما بعد أن نفسّر مصطلح القوّة كضرب متكرر.

10. أ. كم ضعفًا 7^{42} أكبر من 7^{41}؟ 7^{12} أكبر من 7^8؟ 7^{10} أكبر من 7؟

ب. جدوا لكلّ $a > 1$ وَ n عدد طبيعيّ، كم ضعفًا

a^{n+1} أكبر مِن a^n؟ كم ضعفًا a^{n+2} أكبر من a^n؟ كم ضعفًا a^{n+3} أكبر من a^n؟

مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، = أو ≠.

أ. 5^{35} ◯ $5^{20} \cdot 5^{15}$ ت. $5^{10} \cdot 5^7$ ◯ $5^7 \cdot 5^{10}$ ح. 5^2 ◯ $\frac{5^6}{5^3}$

ب. 25^{10} ◯ $5^{10} \cdot 5$ ث. 5^{70} ◯ $5^{10} \cdot 5^7$ خ. 5 ◯ $\frac{5^7}{5^6}$

2. حدّدوا = أو ≠.

أ. $3^{17} \cdot 3^{19} \bigcirc 3^{17 \cdot 19}$ ت. $(a > 0)\ a^5 \cdot a^3 \bigcirc a^{15}$ ج. $(a \neq 0)\ \frac{a^6}{a^3} \bigcirc a^2$

ب. $3^{17} \cdot 3^{19} \bigcirc 3^{17\ +\ 19}$ ث. $a^5 \cdot a^3 \bigcirc a^8$ ح. $(a \neq 0)\ \frac{a^8}{a^7} \bigcirc a$

3. حدّدوا < . > أو ≠.

أ. $\left(\frac{10}{2}\right)^3 \bigcirc \frac{10^3}{2}$ ت. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \bigcirc \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ج. $(0 < a < 1)\ a^6 \cdot a^2 \bigcirc a^{12}$

ب. $\frac{1}{8^2} \bigcirc \frac{1}{2^6}$ ث. $\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 \bigcirc \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ح. $(0 < a < 1)\ a^6 : a^2 \bigcirc a^3$

4. حدّدوا = أو ≠.

أ. $15^0 \bigcirc 0$ ت. $(-3)^0 \bigcirc 1$ ج. $2^0 \bigcirc 3^0$ خ. $(-2)^0 \bigcirc 3^0$

ب. $15^0 \bigcirc 1$ ث. $(-3)^0 \bigcirc 0$ ح. $-2^0 \bigcirc 3^0$ د. $(-2)^0 \bigcirc (-3)^0$

5. انسخوا وأكملوا أُسسًا مناسبة.

أ. $72 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$ ت. $225 = 3^{\square} \cdot 5^{\square}$ ج. $2{,}025 = 3^{\square} \cdot 5^{\square}$

ب. $432 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$ ث. $5{,}000 = 2^{\square} \cdot 5^{\square}$ ح. $2{,}700 = 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 5^{\square}$

6. احسبوا وسجّلوا النتيجة بكتابة القوى.

أ. $5^2 \cdot 5^4$ ت. $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^7$ ج. $\frac{3^8}{3^2}$ خ. $\frac{5^7}{5}$

ب. $7 \cdot 7^3$ ث. $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^2$ ح. $\frac{2^7}{2^4}$ د. $\frac{8^3 \cdot 8^2}{8^4}$

7. اكتبوا، في كلّ بند، تعبيرًا يساوي التعبير المعطى.

أ. $a^2 \cdot a^7$ ت. $b^3 \cdot b \cdot b^7$ ج. $(a \neq 0)\ \frac{a^2}{a}$ خ. $(a \neq 0)\ \frac{a^3 \cdot a^2}{a^4}$

ب. $a \cdot a^3 \cdot a^5$ ث. $(a \neq 0)\ \frac{a^6}{a^4}$ ح. $(a \neq 0)\ \frac{a^6}{a}$ د. $(a \neq 0)\ \frac{a^{10}}{a^4 \cdot a^4}$

8. سجّلوا النتيجة بكتابة القوى.

أ. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 10^7$ ت. $\frac{5^2 \cdot a^3}{5 \cdot a}$ $(a \neq 0)$ ج. $\frac{3 \cdot 5 \cdot 5^6}{3 \cdot 5^2}$

ب. $c^3 \cdot d^2 \cdot d^5 \cdot c^6$ ث. $\frac{3^4 \cdot 8^7}{3^4 \cdot 8^5}$ ح. $\frac{a \cdot b^4 \cdot a^2 \cdot b}{a \cdot b^2}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0)$

9. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة أكبر مِن 1، تساوي 1 أم أصغر مِن 1؟ اشرحوا.

أ. $\frac{3^5}{3^4}$ ب. $\frac{3^4}{3^5}$ ت. $\frac{5^4}{5^2}$ ث. $\frac{4^7}{4^7}$ ج. $\frac{5^2}{5^4}$

10. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة أكبر مِن 1، تساوي 1 أم أصغر مِن 1؟ اشرحوا.

أ. 5^0 ت. $8^3 - 8^3$ ج. $\frac{4^4 \cdot 4^3}{4^5}$ خ. $\frac{5^0 \cdot 5^8}{5^2}$

ب. $\frac{6^3}{6^3}$ ث. $3^4 - 3^3$ ح. $\frac{7^0}{7}$ د. $\frac{5^{10}}{5^2 \cdot 5^8 \cdot 5^0}$

11. حدّدوا، في كلّ بند، هل النتيجة أكبر مِن 1، تساوي 1 أم أصغر مِن 1؟ اشرحوا.

أ. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{2^6}$ ت. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{3^6 \cdot 2^3}$ ج. $\frac{3^4}{2^7 \cdot 3^5}$ خ. $\frac{5^0 \cdot 3^8}{3^2 \cdot 5^5}$

ب. $\frac{2^5 \cdot 3^2}{2^9}$ ث. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{3^2 \cdot 2^7}$ ح. $\frac{3^6 \cdot 2^3}{2^7 \cdot 3^2}$ د. $\frac{2^4 \cdot 5^{10}}{5^2 \cdot 5^8 \cdot 5^0 \cdot 4^2}$

12. أ. كم ضعفًا 3^{12} أكبر مِن 3^{11}؟

ب. كم ضعفًا 4^{17} أكبر مِن 4^{16}؟

ت. كم ضعفًا 5^{24} أكبر مِن 5^{20}؟

ث. كم ضعفًا 8^{105} أكبر مِن 8^{100}؟

13. أ. احسبوا القوى الـ 10 الأولى للعدد 2.

ب. حدّدوا، حسب النتائج التي حصلتم عليها، رقم آحاد القوّة 2^{13}، القوّة 2^{20}، القوّة 2^{55}. اشرحوا.

14. أ. جدوا ثلاثة أعداد متتالية بحيث ينتهي حاصل ضربها في 3 أصفار.

ب. ما ثلاثيّة الأعداد الصغرى التي تحقّق الشرط في بند أ؟ اشرحوا.

الدرس الثالث: نتمرّن على القوى

رأينا في الدروس السابقة أنّ القوّة هي كتابة مختصرة لعمليّة ضرب متكرّرة، تعلّمنا كيفيّة ضرب وقسمة قوى، وعرّفنا قوّة أُسّها 0.

تمارين ضرب	بكتابة القوى
$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ عوامل}}$	a^n n عدد طبيعيّ
$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ عوامل}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{k \text{ عوامل}}$	$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ n وَ k عددان طبيعيّان
$\frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ عوامل}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{k \text{ عوامل}}}$	$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ $a \neq 0, n \geq k$ n وَ k عددان طبيعيّان
$\frac{a^n}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ عوامل}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ عوامل}}} = 1$ $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$	n عدد طبيعيّ $a^0 = 1$ $a \neq 0$

نحلّ تمارين مع قوى ومع عمليّات حسابيّة إضافيّة.

1. اكتبوا مثالًا عدديًّا لكلّ قانون يظهر في جدول افتتاحيّة الدرس.

2. حدّدوا في كلّ بند = أو ≠.

أ. $(-3)^4 \bigcirc -3^4$ ب. $(-2)^3 \bigcirc -2^3$ ت. $(-1)^{10} \bigcirc -1^{10}$ ث. $(-2)^6 \bigcirc 2^6$

3. أمامكم تمارين، في أيّ منها النتيجة 10^4؟ اشرحوا.

أ. $10^5 - 10$ ت. $10^3 \cdot 10$ ج. $10^3(2^3 + 2)$

ب. $10^5 : 10$ ث. $10 + 10^3$ ح. 10000

4. احسبوا.

أ. $3^2 - 2 \cdot 2^2$ ت. $10^2 + (7^2 - 1) : 2^3$ ج. $3^4 - 1 - 4^2 - 2^6$

ب. $(11^2 - 3 \cdot 7) : 5$ ث. $5^3 - 3 \cdot 2^2 : 2^2$ ح. $(3^3 - 2) : 5^2$

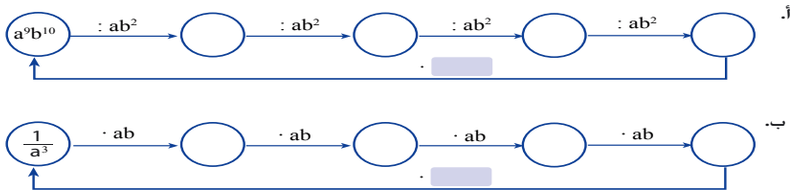
5. بسّطوا واكتبوا بكتابة القوى (x عدد طبيعيّ).

أ. $3^{2x} \cdot 3^{x}$ ب. $3^{2x} \cdot 3^{x+1}$ ت. $3^{x} \cdot 3$ ث. $\frac{3^{2x}}{3^{x}}$ ج. $\frac{3^{2x}}{3}$

6. حدّدوا "صحيح" أو "غير صحيح" (x عدد طبيعيّ).

أ. $5^{2+x} = 5^{2} \cdot 5^{x}$ ب. $5^{2+x} = 5^{2} + 5^{x}$ ت. $5^{x} + 5^{x} = 5^{2x}$ ث. $5^{x} \cdot 5^{x} = 5^{2x}$

7. انسخوا وأكملوا تعابير مناسبة في الدوائر والمستطيلات ($a \neq 0$, $b \neq 0$).



8. حدّدوا الناقص ($a \neq 0$, $b \neq 0$).

أ. $a \cdot \square = ab$ ب. $a^2 \cdot \square = ab$ ت. $2a^2b \cdot \square = ab$ ث. $\frac{2a^2b}{\square} = ab$ ج. $\frac{a^3b^5}{\square} = ab$ ح. $\frac{\square}{a^3b^5} = ab$

9. حلّلوا إلى عوامل أوّلية وسجّلوا بكتابة القوى.

أمثلة: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$ $\qquad \frac{250}{144} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{5^3}{2^3 \cdot 3^2}$

أ. 200 ب. 375 ت. 648 ث. 1,800 ج. $64 \cdot 48$ ح. $\frac{640}{24}$

10. أمامكم متوالية مع قانونية ضرب . . . 3 , 6 , 12 , 24

أ. ما قانونية المتوالية؟

ب. ما الحد الخامس في المتوالية؟

ت. اعرضوا الحد العاشر كتمرين ضرب قوى عواملها أوّلية.

ث. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا يعبر عن قيمةالحد الذي يقع في المكان n (n عدد طبيعيّ).

11. جدوا، في كلّ بند، رقم الآحاد.

أ. 3^{33} ب. $3^{33} + 3^{91}$

12. حدّدوا أيُّهما أكبر. اشرحوا.

أ. $102^{12} + 102^{12}$ أو 102^{24}؟ ت. 3^{52} أو $3^{50} \cdot 10$؟

ب. $5^{20} + 5^{20}$ أو 5^{40}؟ ث. 10^{30} أو $10^{28} \cdot 97$؟

مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، هل التعبيران متساويان؟

أ. $(3a)^4$; $3 \cdot a^4$ ب. $(3x)^2$; $9x^2$ ت. $\left(\frac{a}{3}\right)^2$; $\frac{a^2}{9}$ ث. $\left(\frac{b}{5}\right)^2$; $\frac{b^2}{5}$

2. حدّدوا، في كلّ بند، التعابير التي تساوي التعبير المعطى في الإطار $(x \neq 0)$.

أ.	$x^3 \cdot x^4$	x^7	$x^{3 \cdot 4}$	x^{3+4}	$\frac{x^{14}}{x^2}$
ب.	$\frac{x^{12}}{x^2}$	1^6	x^6	x^{12-2}	$x^{12} - x^2$
ت.	x^0	x^{7-7}	0	$x - x$	1
ث.	$x^3 + x^3$	x^6	x^9	$2x^3$	$\frac{2x^5}{x^2}$

3. حدّدوا هل النتيجة هي $3b$, b^6 أم $3b^6$ $(b \neq 0)$؟

أ. $\frac{12b^5}{4b^4}$ ث. $b \cdot b^2 \cdot b^3$ خ. $\frac{b^7}{b}$ ر. $\frac{3b^{12}}{b^6}$

ب. $b + b + b$ ج. $5b^6 - 2b^6$ د. $3b^3 \cdot b^3$ ز. $\frac{3b^8}{3b^2}$

ت. $6b - b - 2b$ ح. $b^2 \cdot b^2 \cdot b^2$ ذ. $b \cdot b^5$ س. $4b - b$

4. احسبوا واختزلوا قدر الإمكان ($a \neq 0$, n عدد طبيعيّ).

أ. $\frac{a^7}{a}$ ب. $\frac{a}{a^7}$ ت. $\frac{a^7}{a^7}$ ث. $\frac{a^{n+1}}{a^n}$ ج. $\frac{a^{n+1}}{a}$

5. بسّطوا واكتبوا بكتابة القوى (n عدد طبيعيّ).

أ. $3^n \cdot 3^n$ ب. $3^n \cdot 3^{n+1}$ ت. $3^{n+1} \cdot 3^{2n}$ ث. $\frac{3^{n+5}}{3^n}$ ج. $\frac{3^{5n}}{3^n}$ ح. $\frac{3^{n+1}}{3^{n+1}}$

6. احسبوا.

أ. $3 + 2^3$ ب. $5 + 3^3$ ت. $48 : 4^2$ ث. $100 - 5^2$ ج. $4 \cdot 8^2$

7. احسبوا.

أ. $75 + 5^2$ ب. $4 \cdot 5^2$ ت. $4^2 - 6$ ث. $6^2 + 8^2$ ج. $12^2 - 2^3 - 6^2$

8. حدّدوا "صحيح" أو "غير صحيح" دون أن تحسبوا.

أ. $2^5 + 2^5 = 4^5$ ت. $6^3 - 7^3 > 0$ ج. $5^8 - 5^4 > 100$

ب. $3^9 - 9^3 > 0$ ث. $3^{10} - 10^3 > 0$ ح. $2.7^3 + 1.2^3 < 20$

9. حدّدوا، في كلّ بند، أُسًّا مناسبًا.

أ. $10 \cdot 2^{\square} + 20 = 100$ ت. $3 \cdot 2^{\square} - 16 = 80$

ب. $2 \cdot 3^{\square} + 32 = 50$ ث. $5 \cdot 3^{\square} - 5 = 40$

10. جدوا، في كلّ بند، رقم الآحاد.

أ. 3^{48} ب. $3^{48} + 3^{57}$

11. انسخوا لوحة التربيعات. حلّوا وسجّلوا كلّ إجابة في التربيعة المناسبة.

أ. $3^3 - 21$ ب. $(1 - 3^2) : 2$ ت. $1 + 3^2$

ث. 2^3 ج. $8^2 - 60$ ح. $4^3 - 64$

خ. $30 - 2^5$ د. $3^4 - 69$ ذ. $10^2 : 50$

أ.	ب.	ت.
ث.	ج.	ح.
خ.	د.	ذ.

إذا كان حلّكم صحيحًا فستحصلون على مربّع سحريّ فيه المجموع نفسه في كلّ عمود، في كلّ سطر وفي كلّ قُطر.

12. انسخوا وأكملوا بحيث تحصلون على نفس حاصل الضرب في كلّ سطر، في كلّ عمود وفي كل قُطر.

a		b
	ab	
a^2b		

13. انسخوا وأكملوا بحيث يساوي حاصل الضرب في كلّ قُطر، في كلّ سطر وفي كلّ عمود a^6b^6.

a^4b		ab^4
	a^2b^2	

14. حدّدوا، في كلّ بند، القيم المناسبة لـ a بحيث يتحقّق الشرط المسجّل.

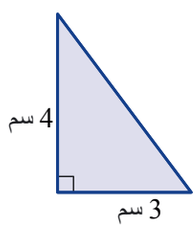
أ. $a^5 < a^6$ ب. $a^5 = a^6$ ت. $a^5 > a^6$ ث. $a^6 < a^7$

15. قال **سامي**: $3^2 + 4^2 = 7^2$

قال **سامر**: $3^2 + 4^2 = 5^2$

أيُهما قوله صحيح؟

اشرحوا إجاباتكم. استعينوا بالرسمة.



الدرس الرابع: القوى والدوال

الأميبا هو كائن حيّ أحاديّ الخليّة ينقسم إلى قسمين كلّ مدّة زمنيّة ثابتة.
نضع خليّة واحدة من الأميبا في صحن واحد، تنقسم كلّ خليّة إلى خليتين كلّ ساعة. هذا يعني أنّه بعد ساعة نحصل على خليتين.
كم خليّة من الأميبا تكون في الصحن:
بعد مرور ساعتين؟ بعد مرور 5 ساعات؟ بعد مرور 10 ساعات؟
بعد كم ساعة يصبح في الصحن أكثر من 500 خليّة من الأميبا؟ اشرحوا.

نَصف عمليّات التكاثر بواسطة تمثيلات مختلفة.

نتطرّق في المهامّ 1 - 3 إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. حدّدوا المتواليات التي تصف عمليّة انقسام الأميبا خلال الوقت. اشرحوا.

أ. متوالية أ ..., 10 , 8 , 6 , 4 , 2 , 1

ب. متوالية ب ... , 32 , 16 , 8 , 4 , 2 , 1

ت. متوالية ت ... , 2^4 , 2^3 , 2^2 , 2^1 , 2^0

ث. متوالية ث ... , 9 , 7 , 5 , 3 , 1

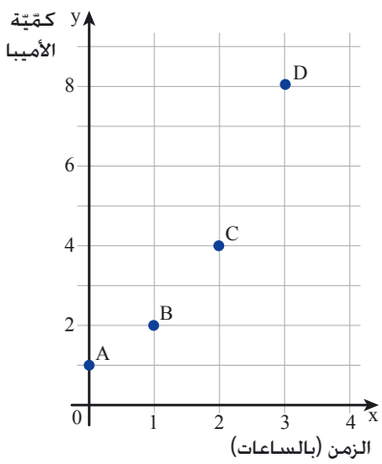
2. أ. انسخوا وأكملوا الجدول.

x الزمن (بالساعات)	0	1	2	3	4	5
y كمّيّة الأميبا	1					

ب. اختاروا تمثيلًا جبريًّا للدّالّة التي تناظر بين الزمن x بالساعات ($x \geq 0$, x عدد صحيح) وكمّيّة الأميبا y في الصحن.

$y = 2x$ $y = 2^x$ $y = 2 + x$

ت. عُيّنت، في هيئة المحاور، أربع نقاط مناسبة للجدول. ما معنى إحداثيات النقاط A, B, C, D في قصّة انقسام خلايا الأميبا في الصحن؟



ث. حدّدوا "صحيح" أو "غير صحيح".

- بعد مرور ساعتين يصبح عدد خلايا الأميبا ضعفي عددها الابتدائيّ.
- بعد مرور 3 ساعات يصبح عدد خلايا الأميبا 3 أضعاف عددها الابتدائيّ.
- بعد مرور 3 ساعات يصبح عدد خلايا الأميبا 8 أضعاف عددها الابتدائيّ.
- بعد مرور 5 ساعات يصبح عدد خلايا الأميبا 2^5 من عددها الابتدائيّ.

3. أ. بعد مرور كم ساعة يصبح في الصحن أكثر مِن 1,000 خليّة أميبا؟ اشرحوا.

ب. بعد مرور كم ساعة يصبح في الصحن أكثر مِن 2,000 خليّة أميبا؟ اشرحوا.

ت. بعد مرور كم ساعة يصبح في الصحن أكثر مِن 4,000 خليّة أميبا؟ اشرحوا.

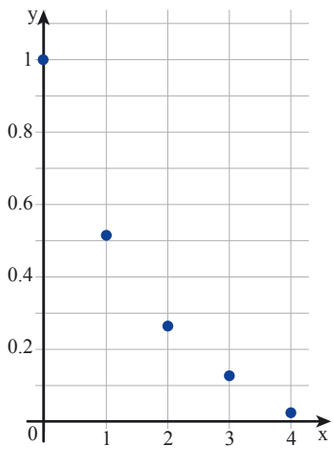
نسمّي الدّالّة الجبريّة التي تمثيلها $y = a^x$ $(a > 0, x \geq 0$,x عدد صحيح) **دالّة أُسيّة**.
مثال: الدّالّة $y = 2^x$ $(x \geq 0$,x عدد صحيح) التي ظهرت في مهمّة الافتتاحيّة هي دالّة أُسيّة.

4. أ. انسخوا الجدول وأكملوا.

x	0	1	2	3	4	5
$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	1					

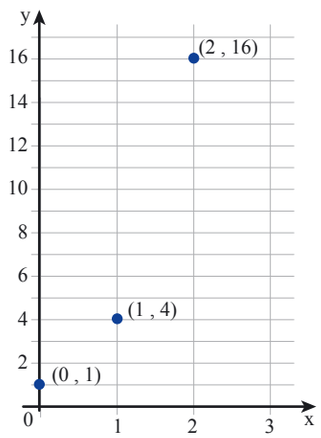
ب. قارنوا بين قيم هذا الجدول وقيم الجدول الذي ظهر في مهمّة 2. بماذا يتشابهان؟ وبماذا يختلفان؟

ت. يظهر في الرسمةالخطّ البيانيّ للدّالّة $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $(x \geq 0$,x عدد صحيح).



هل الدّالّة تصاعديّة أم تناليّة؟ اشرحوا.
هل يوجد نقطة مشتركة بين الخطّ البيانيّ للدالّة ومحور x؟ اشرحوا.

5. عُيّنت، في هيئة المحاور، ثلاث نقاط.



أ. اختاروا تمثيلًا جبريًّا للدالّة الأسيّة المناسبة لإحداثيّات النقاط $(x \geq 0$,x عدد صحيح).

$y = 2^x$, $y = 4^x$, $y = 8^x$

ب. هل يوجد نقطة مشتركة بين الخطّ البيانيّ للدالّة ومحور x؟ اشرحوا.

ت. هل يمكن أن تحصل الدالّة على قيمة سالبة؟ اشرحوا.

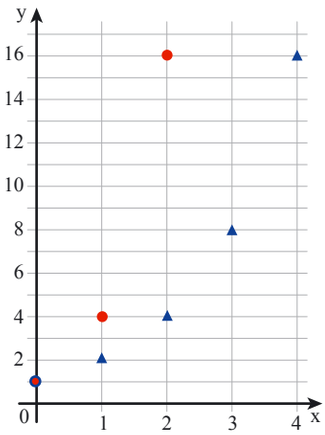
ث. هل الدالّة تصاعديّة أم تنازليّة في كلّ المجال؟ اشرحوا.

6. معطى في هيئة المحاور خطّان بيانيّان للدالّتين $y = 2^x$ وَ $y = 4^x$ ($x \geq 0$, x عدد صحيح).

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. أين يقع الخطّ البيانيّ للدالّة $y = 3^x$؟ اشرحوا.

ت. أين يقع الخطّ البيانيّ للدالّة $y = 5^x$؟ اشرحوا.



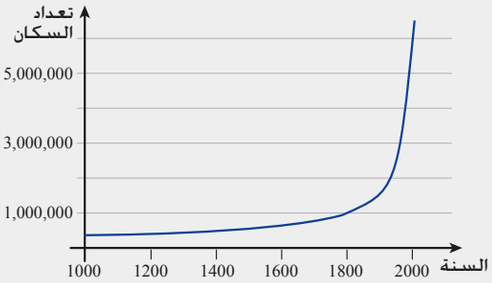
7. أمامكم دوال أُسيّة ($x \geq 0$, x عدد صحيح).

$y = 2^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = 3^x$, $y = 4^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

أيّ منها دوال تصاعديّة؟ وأيّ منها دوال تنازليّة؟

تصف الدالّة التي رأيناها في هذا الدرس تغيّرات كالتالي: الكمّيّة التي تتغيّر في كلّ مرحلة تساوي ضعفي الكمّيّة في المرحلة السابقة. مثلًا: في كلّ مرحلة مقدار تغيّر الكمّيّة حسب الدالّة $f(x) = 2^x$ ($x \geq 0$, x عدد صحيح) هو ضعفين مقارنة بكمّيّة المرحلة السابقة.

نسمّي الدالّة التي تصف تغيّرات من هذا النوع "**دالّة أُسيّة**".



مثلًا: يرتفع تعداد سكّان العالم كلّ سنة حوالي 2%.
يكبر تعداد سكّان العالم حسب هذا الافتراض 1.02* أضعاف مقارنة بتعداد السكّان في السنة الماضية.
يصف الخطّ البيانيّ ازدياد تعداد السكّان على سطح الكرة الأرضيّة منذ سنة 1000. بودنا أن نذكر في هذا السياق أنّه في السنوات الأخيرة حدث تباطؤ في وتيرة ازدياد تعداد السكّان بشكل ملحوظ، ويتوقّع المختصون أن يكون تباطؤ ملحوظ فيما بعد أيضًا.

انتبهوا، رُسم الخطّ البيانيّ كخطّ متواصل على الرغم مِن أنّه خطّ مِنَ النقاط (حسب مجال الدالّة). رُسمت الرسمة هكذا بسبب كثافة النقاط ولإبراز التوجّه.

* معنى ازدياد كمّيّة k بنسبة 2% هي $k + k \cdot \frac{2}{100} = k + 0.02k = 1.02k$

8. نسبة الإزدياد الطبيعيّ في دولة معيّنة هي 15%.
يوجد اليوم في هذه الدولة 3,200,000 مواطن.

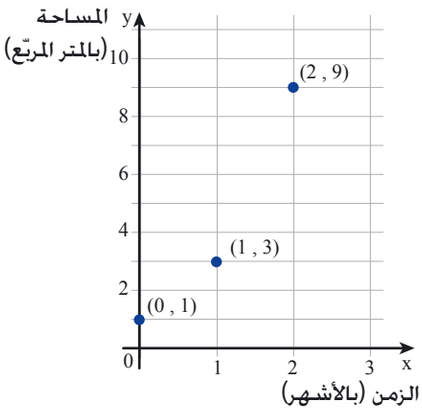
أ. كم ضعفًا يزداد تعداد السكان كلّ سنة؟

ب. ما عدد السكّان المتوقّع بعد مرور سنة، بعد مرور سنتين، بعد مرور 5 سنوات؟

ت. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للدالّة التي تناظر بين عدد السنوات (n) وعدد السكّان في هذه الدولة.

مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسم بيانيّ يصف عمليّة نموّ فطر في المختبر.
تكبر مساحة الفطر كلّ شهر 3 أضعاف الشهر السابق.



أ. انسخوا الجدول وأكملوه.

x	0	1	2	3	4	5
y	1					

ب. سجّلوا تمثيلًا جبريًّا للدالّة التي تناظر بين الزمن x
بالأشهر ($x \geq 0$, x عدد صحيح) ومساحة الفطر y بالمتر المربّع.

ت. هل الدالّة تصاعديّة أم تنازليّة في كلّ المجال؟

ث. حدّدوا "صحيح" أو "غير صحيح".

- بعد مرور شهر تصبح مساحة الفطر 3 أضعاف مساحته الابتدائيّة.
- بعد مرور شهرين تصبح مساحة الفطر 6 أضعاف مساحته الابتدائيّة.
- بعد مرور 3 أشهر تصبح مساحة الفطر 27 ضعفًا من مساحته الابتدائيّة.
- بعد مرور 8 أشهر تصبح مساحة الفطر 3^8 من مساحته الابتدائيّة.

2. انسخوا وأكملوا **بطاقة هُويّة** للدالّة.

تمثيل جبريّ للدالّة	$y = 2^x$	$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
تمثيل بيانيّ (رسمة تقريبيّة)		
مجال الدالّة	$x \geq 0$, x عدد صحيح	$x \geq 0$, x عدد صحيح
إحداثيّات نقاط التقاطع مع محور y $(x = 0)$		
إحداثيّات نقاط التقاطع مع محور x $(y = 0)$		
الدالّة تصاعديّة، تنازليّة، أو ثابتة.		
المجال الموجب للدالّة $(y > 0)$		

3. نسبة الإزدياد الطبيعيّ في دولة معيّنة هي 10%.
يوجد اليوم في هذه الدولة 5,000,000 مواطن.

أ. كم ضعفًا يزداد تعداد السكان كلّ سنة؟

ب. ما عدد السكّان المتوقّع بعد مرور سنة، بعد مرور سنتين، بعد مرور 7 سنوات؟