الوحدة الأولى: القوى

1.1 كأنه امتحان

طُلب من **أيمن** أن يجد تعبيرًا يساوي التعبير $\frac{a^{50}}{b^{50}}$.

سجّل **أيمن**: $\frac{a^{50}}{b^{50}} = \frac{a}{b}$.

حاولوا أن تشرحوا طريقة تفكير أيمن.

إذا كانت إجابة أيمن غير صحيحة، فما هي الإجابة الصحيحة؟ كيف تقنعونه بأنّ إجابته غير صحيحة؟

نتناول المساواة بين تعابير مع قوى.

1. أ. سجّلوا، إذا كان الأمر ممكنًا، كلّ تعبير كقوّة مع معامل عدديّ أو كعدد.

$a^x + a^y$	$a^x + a^x$	$a^x a^y$	$a^x a^x$
$a^x - a^y$	$a^x - a^x$	$\frac{a^x}{a^y}$	$\frac{a^x}{a^x}$
$a^x + b^y$	$a^x + b^x$	$a^x b^y$	$a^x b^x$
$a^x - b^y$	$a^x - b^x$	$\frac{a^x}{b^y}$	$\frac{a^x}{b^x}$

ب. حدّدوا، في كلّ بند، صحيح/غير صحيح.

إذا كانت الإجابة صحيحة، استمرّوا مرحلة إضافيّة في التبسيط. إذا كانت الإجابة غير صحيحة، أعطوا مثالًا مضادًّا في الأعداد.

$a^x \cdot a^x = (a+a)^x$ $\quad$ $a^x \cdot a^x = a^{x \cdot x}$ $\quad$ $a^x \cdot a^x = (a \cdot a)^x$ $\quad$ $a^x \cdot a^x = a^{x+x}$

ت. حدّدوا، في كلّ بند، صحيح/غير صحيح.

إذا كانت الإجابة صحيحة، استمرّوا مرحلة إضافيّة في التبسيط. إذا كانت الإجابة غير صحيحة، أعطوا مثالًا مضادًّا في الأعداد.

$2^y + 2^y = 2 \cdot 2^y$ $\quad$ $2^y + 2^y = (2 \cdot 2)^y$ $\quad$ $2^y + 2^y = (2)^{y+y}$ $\quad$ $2^y + 2^y = (2+2)^y$

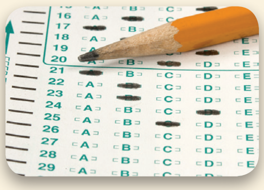
هل تعلمون؟

نموذج الأسئلة المتعدّد الإجابات هو امتحان يجب على الممتحن أن يختار فيه الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) من بين عدّة إمكانيّات. لا يتمّ اختيار الإجابات غير الصحيحة بطريقة عشوائيّة، بل يتمّ اختيارها لأنّها تمثّل أخطاء شائعة في سياق السؤال المطروح، لذا يمكن أن يقع الممتحن في خطأ. لهذا السبب نسمّي الإجابات غير الصحيحة "إجابات تُشتّت الانتباه". تمثّل إجابات التشتُّت غير الناجحة أخطاء غير منطقية بشكل واضح، وهكذا تُتيح للممتحن اختيار إجابات صحيحة دون أن يكون متمكّن في الموضوع.

2. أمامكم نموذج أسئلة.

- حلّوا الأسئلة.
- قارنوا إجاباتكم مع إجابات زملائكم.
- اختاروا قسمًا من الإجابات غير الصحيحة (الإجابات التي تُشتّت الانتباه)، وتناقشوا لماذا تظهر في هذا السياق، في نموذج الأسئلة؟ وهذا يعني أن نعرف الأخطاء التّي تمثلها.

نموذج الأسئلة



سجّلوا، في دفاتركم، دليل الإجابات لنموذج الأسئلة.

انتبهوا، هنالك أكثر من إجابة واحدة صحيحة في معظم البنود.

أ. $(ab)^4$

a) ab^4 b) $a^4 + b^4$ c) $(a^2b^2)^2$ d) a^4b^4

ب. $\left(\frac{10}{5}\right)^4$

a) 2^4 b) $10^4 - 5^4$ c) $\left(10 \cdot \frac{1}{5}\right)^4$ d) $10^4 \cdot 5^{-4}$

ت. $\frac{a^{20}}{b^{-20}}$

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^0$ b) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ c) $(ab)^{20}$ d) $\left(\frac{a^2}{b^{-2}}\right)^{10}$

ث. $a^{30} + (-a)^{30}$

a) a^{60} b) 0 c) $2a^{60}$ d) $2a^{30}$

ج. $a^{31} + (-a)^{31}$

a) a^{62} b) 0 c) $2a^{62}$ d) $2a^{31}$

ح. $\frac{a^{20}}{a^{40}}$

a) $\frac{1}{a^2}$ b) a^{-2} c) a^{-20} d) $a^{20} \cdot a^{-40}$

خ. $2^{50} + 2^{50}$

a) 2^{100} b) $2 \cdot 2^{50}$ c) 4^{50} d) 2^{51}

د. $\frac{10^{10}}{-2^2}$

a) -5^5 b) $-25 \cdot 10^8$ c) -5^8 d) $10^{10} \cdot (-2)^{-2}$

3. جدوا، في كلّ بند، إمكانيّتين مختلفتين لكتابة التعبير 2^{50}.

أ. كحاصل ضرب تعبيرين.

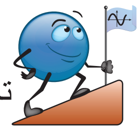
ب. كخارج قسمة تعبيرين.

ت. كحاصل جمع تعبيرين.

ث. كفرق بين تعبيرين.

ج. كجذر تربيعيّ لتعبير.

ح. كقوّة قوّة تعبير.



تحدٍّ

خ. كجذر تربيعيّ للجذر التربيعيّ لتعبير.

4. تنافسوا في تقدير النتيجة الحسابيّة.

سجّلوا نتائج تقريبيّة للتعابير العدديّة التالية خلال 3 دقائق، دون استعمال الآلة الحاسبة.

يحصل التلميذ على نقطة إذا كانت نتيجته هي الأقرب لكلّ تعبير عدديّ.

يحصل التلميذ على نقطتين إذا كانت إجابته دقيقة.

أ. $10^4 \cdot 3^{-2}$

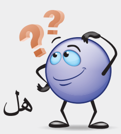
ت. 9^{2^3}

ج. $9^3 \cdot (\frac{1}{2})^3$

ب. $6^4 + (-6)^4$

ث. 9^6

ح. $\frac{6^8}{3^6}$



هل تعلمون؟

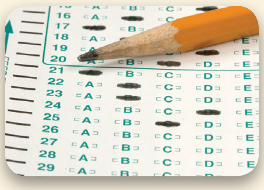
نشر الرياضيّان ادوارد كاسنر (Edward Kasner) وجيمس نيومن (James R. Newman) سنة 1940 كتاب "الرياضيّات والخيال". يشرح هذا الكتاب بشكل واضح مبادئ الرياضيّات الّتي تبدو معقدة، لكنها ليست كذلك بالفعل. احتاج ادوار وجيمس إلى مثال لعدد كبير جدًّا كي يشرحا المصطلح لا نهائيّ، وكي يبيّن أنّ العدد الكبير جدًّا جدًّا ليس عددًا لا نهائيًّا. قرّرا أن يختارا العدد 1 مع 100 صفر بعده، هذا يعني أنّ العدد هو 10^{100}. هذا العدد اسمه طويل وغير مريح، وهو 10 دوئوتريجينتيليون، أو عشرة آلاف سكسدسيليون، وذلك متعلّق بالدولة الّتي نكون فيها؛ لذا فقد اخترعا اسمًا جديدًا للعدد. وقد سمياه "جوجول" (Googol). وقد قالا أنّ ابن أخ كاسنر هو الّذي اخترع هذا الاسم.

بحث مخترعو محرك البحث google عن اسم يؤدّي للناس أن تفكر في كمّيّات هائلة من المعلومات، لذا طُرحت الفكرة أن يُسمى الموقع على اسم عدد كبير جدًّا. وقد سجّلوا اسم الموقع خطأً (Google بدلًا من Googol). وهكذا بقي هذا الاسم.

5. انسخوا في الورقة، وأكملوا إجابات من عندكم. اعملوا بأزواج.

- اكتبوا، في كلّ بند، أربعة تعابير (قسم منها تساوي التعبير المسجّل في التربيعة، وقسم منها تُشتّت الانتباه، هذا يعني أنّ الإجابات غير صحيحة، وتؤدّي إلى خطأ يعتمد على أخطاء شائعة).
- بدّلوا نموذج الأسئلة الّذي بنيتموه مع زوج آخر من التلاميذ، وأجيبوا عن نموذج الأسئلة الّذي بنيتموه.
- بدّلوا مرّة أخرى، وافحصوا إجابات زملائكم لنموذج الأسئلة الأصليّ الّذي بنيتموه.

نموذج الأسئلة



أحيطوا، في كلّ بند، جميع التعابير الّتي تساوي التعبير الموجود في الإطار.

أ. $(\frac{a}{b})^7$

d) c) b) a)

ب. $(\frac{a}{3a})^4$

d) c) b) a)

ت. $-50^{50} + (-5)^{50}$

d) c) b) a)

ث. $\frac{b^{10}}{b^{-5}}$

d) c) b) a)

ج. $(3 \cdot 4)^5$

d) c) b) a)

ح. $10^4 \cdot 10^{-4}$

d) c) b) a)

خ. $-3^{15} + (-3)^{15}$

d) c) b) a)

6. أ. ابنوا لعبة دومينو القوى.

- سجلوا لكلّ عدد من الأعداد، 0 حتى 6، ستة تعابير عدديّة مع قوى.
  يجب على التعابير أن تكون بسيطة كي لا تؤثّر على مجرى اللعبة.
- لكتابة التعابير استعملوا الأعداد 0, 1, 2, 3, 4, 6 وَ 12 ومضادّاتها فقط.

زاوية الحاسوب

- افحصوا التعابير العدديّة الّتي سجّلتموها بواسطة الحاسوب أو الآلة الحاسبة.
- اكتبوا التعابير المختلفة على 28 بطاقة تشبه حجر الدومينو (انظروا الرسمة).

0	2		0	1		0	0

مثال: تحتوي هذه البطاقة على العددين 3 وَ 4

$3^{-3}\cdot 3^{4}$	$(\frac{12}{6})^{2}$

ب. العبوا بلعبة الدومينو التي بنيتموها.

أحجية

مجموع مربّع عددين زوجيين هو 340.

ما هما العددان؟

إرشاد: ارمزوا إلى الأعداد بـ 2n وبـ 2k.

هل يمكنكم إيجاد إجابة إضافيّة؟