

الوحدة السابعة عشرة: مستقيمت متوازية

الدرس الأول: هل المستقيمت متوازية؟

أرادت **دلال** أن تحضّر رسمًا تخطيطيًا دقيقًا لبناء شمعدان مكوّن من رباعيتين من القنوات (العلب الأسطوانية التي تظهر في الرسمة) المتوازية. كيف تستطيع **دلال** أن ترسم القنوات متوازية؟ سنتعلّم كيفية تمييز مستقيمت متوازية حسب الزوايا.



للتذكير

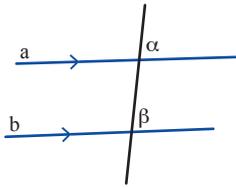
معطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

• إذا كان المستقيمان **متوازيين** فإنّ الزوايا **المتناظرة** متساوية.

مثال: المستقيمان a و b في الرسمة متوازيين؛ لذا α و β متساويتان.

هذا يعني أنّه: إذا كان $a \parallel b$

فإنّ $\alpha = \beta$

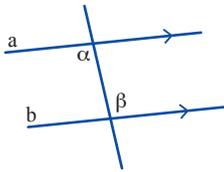


• إذا كان المستقيمان **متوازيين** فإنّ الزوايا **المتبادلة** متساوية.

مثال: المستقيمان a و b في الرسمة متوازيين؛ لذا α و β متساويتان.

هذا يعني أنّه: إذا كان $a \parallel b$

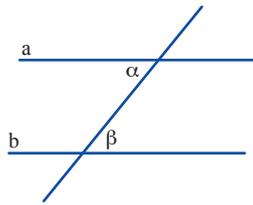
فإنّ $\alpha = \beta$



1. **نظرية عكسيّة:** معطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

إذا كان هنالك زوج من الزوايا المتبادلة المتساوية بالمقدار فإنّ المستقيمين متوازيان.

انسخوا وأكملوا البرهان.



معطى

المطلوب برهانه

برهان رأينا في الوحدة السابقة أنّه يمكن أن نرسم من النقطة

A القطعة AB بحيث تُعامد المستقيم b

_____ $\alpha = \beta$

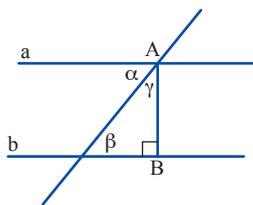
_____ $\beta + \gamma =$ _____

↓

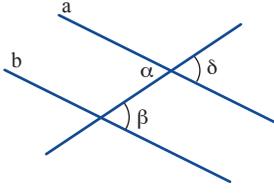
_____ $\alpha + \gamma =$ _____

↓

_____ $a \parallel b$



إذا كان المستقيم نفسه متعامدًا لمستقيمين فإنّ المستقيمين متوازيان.



2. معطى زوج من الزوايا المتناظرة المتساوية ($\beta = \delta$).
 أ. هل يمكن الاستنتاج أن المستقيمين متوازيان؟ برهنوا.
 ب. صوغوا النظرية التي برهنتموها.



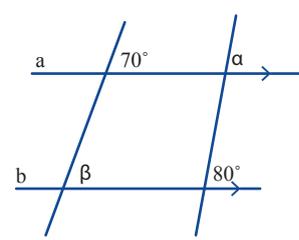
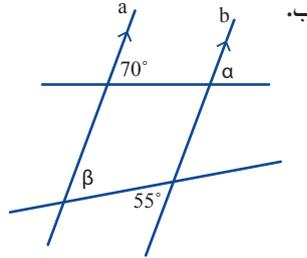
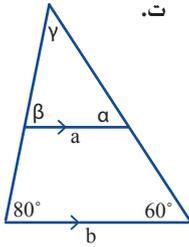
برهننا في المهمتين 1 و 2 أنه عندما يكون معطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما، إذا كان هناك زوج من الزوايا المتبادلة المتساوية أو زوج من الزوايا المتناظرة المتساوية فإن المستقيمين متوازيان.



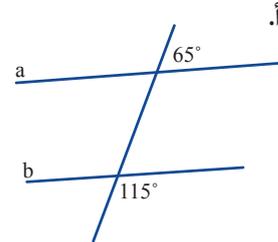
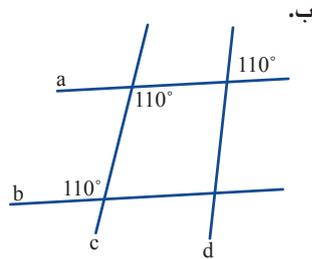
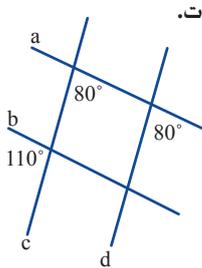
3. ارسما، بمساعدة مسطرة وفرجار، مستقيماً موازياً للمستقيم a ويمرّ عبر النقطة A.
 صفوا البناء. (استعينوا ببناء نسخ الزاوية).

4. معطى في كل بند أن: $a \parallel b$

احسبوا مقدار الزوايا α ، β و γ وسجلوا النظرية التي استعملتموها.

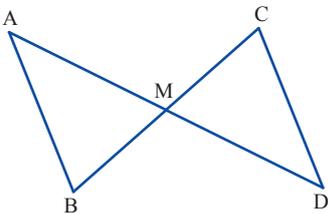


5. جدوا، في كل بند، أزواجاً من المستقيمت المتوازية، وسجلوا النظرية التي استعملتموها.

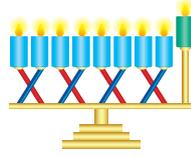


6. معطى النقطة M هي منتصف القطعة BC ومنتصف القطعة AD.

المطلوب برهانه $AB \parallel CD$



7. نعود إلى مهمة الافتتاحية.

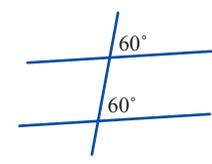
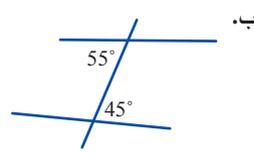
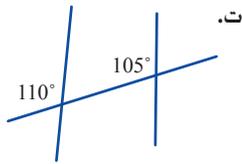
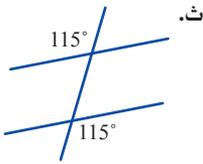


أ. انسخوا وأكملوا الرسم التخطيطي.
استعينوا بالمسطرة وبالمنقلة.
ب. كيف تعرفون أن القنوتات متوازية؟

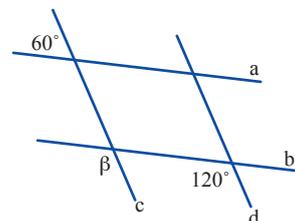
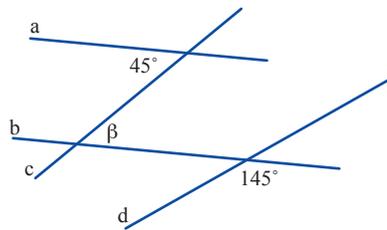
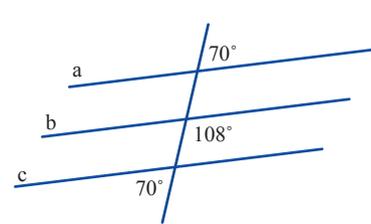
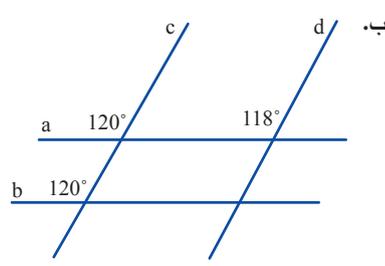
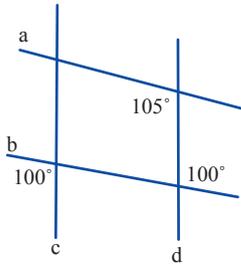


مجموعة مهام

1. حدّدوا، في كلّ بند، هل المستقيمات متوازية؟ سجّلوا النظرية التي استعملتموها.



2. جدوا، في كلّ بند، أزواجاً من المستقيمات المتوازية، وسجّلوا النظرية التي استعملتموها.



3. أ. معطى $a \parallel b$

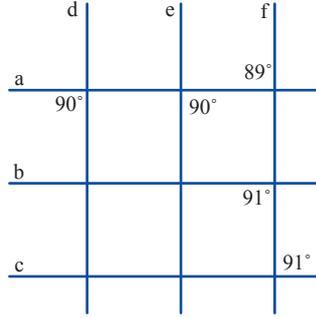
- احسبوا مقدار الزاوية β .
- هل $c \parallel d$ ؟ علّلوا.

ب. معطى $a \parallel b$

- احسبوا مقدار الزاوية β .
- هل $c \parallel d$ ؟ علّلوا.



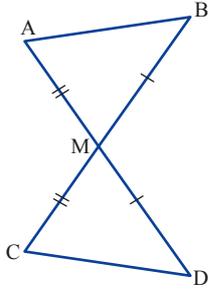
4. جدوا، في الرسمة، أزواجاً من المستقيمت المتوازية. اشرحوا.



5. ارسموا حسب المعطيات وجدوا أزواجاً من المستقيمت المتوازية.

أ. معطى $a \perp b$ $c \perp b$

ب. معطى $a \perp b$ $b \perp c$ $c \perp d$



6. معطى AD و BC مستقيمان متقاطعان.

أ. سجّلوا المعطيات المشار إليها بكتابة رياضية.

ب. هل يمكن الاستنتاج أن المثلثات متطابقة؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالاً مضاداً.

ت. هل يمكن الاستنتاج أن $AB \parallel CD$ ؟ اشرحوا.



7. معطى AD و BC مستقيمان متقاطعان.

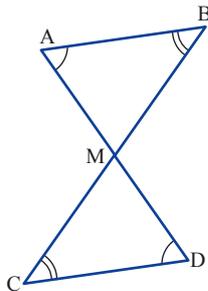
أ. سجّلوا المعطيات المشار إليها بكتابة رياضية.

ب. هل يمكن الاستنتاج أن المثلثات متطابقة؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالاً مضاداً.

ت. هل يمكن الاستنتاج أن $AB \parallel CD$ ؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالاً مضاداً.



8. معطى $AB = DC$

$AD = BC$

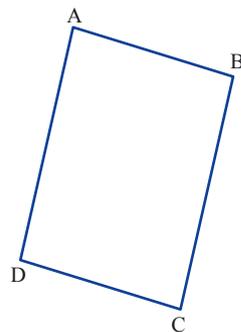
أ. المطلوب برهانه $AB \parallel DC$

$AD \parallel BC$

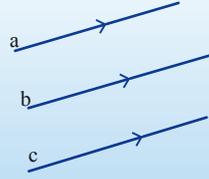
ب. صوغوا النظرية التي برهنتموها.

ت. بدّلوا المعطيات بالاستنتاجات المسجلة في بند أ وبرهنوا.

ث. صوغوا النظرية التي برهنتموها في بند ت.

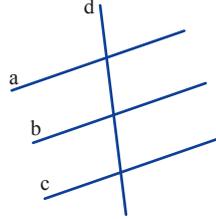


الدرس الثاني: هل المستقيمتان متوازيتان؟ (تكملة)

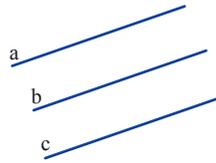


معطى في الرسم $a \parallel b$, $a \parallel c$. هل يوازي $b \parallel c$ ؟ اشرحوا.

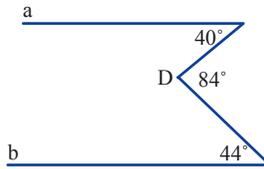
نصف هل المستقيمتان متوازيتان؟



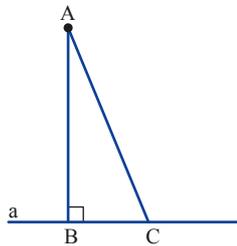
1. تطرّقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحية. يتقاطع المستقيم d ، في الرسم، مع المستقيمتان a و b و c . **برهنوا:** $b \parallel c$



برهننا أنه إذا كان مستقيمان متوازيين لمستقيم ثالث فإنها متوازيتان. إذا كان $a \parallel c$ وأيضًا $a \parallel b$ فإن $b \parallel c$

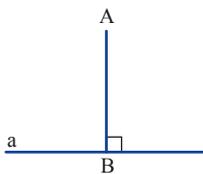


2. هل المستقيمان a و b متوازيان؟ اشرحوا. **(إرشاد:** ارسموا مستقيمًا يمرّ عبر النقطة D ويوازي المستقيم a).



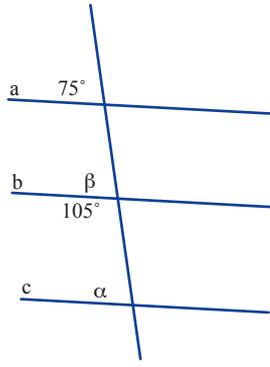
3. معطى مستقيم a والنقطة A خارج المستقيم. AB يعامد المستقيم a

نرسم قطعة إضافية تمرّ عبر النقطة A بحيث تقاطع مع المستقيم a في النقطة C . هل يمكن أن يكون AC معامد للمستقيم a أيضًا؟ اشرحوا.



برهننا في المهمة 3 أنه عبر نقطة خارج المستقيم يمكن أن نرسم عمودًا واحدًا ووحيدًا للمستقيم. نسمي طول القطعة العمودية بين النقطة خارج المستقيم ونقطة تقاطع العمود مع المستقيم "بُعد النقطة عن المستقيم".

مثال: القطعة AB في الرسم هي بُعد النقطة A عن المستقيم a .



4. معطى $a \parallel c$ ، أشرنا إلى مقدار الزوايا في الرسمة. جدوا، في الرسمة، جميع أزواج المستقيمات المتوازية. اشرحوا. انسخوا وأكملوا:

(معطى) $a \parallel c$

⇓

_____ $\alpha =$ _____
(زوايا متقابلة بالرأس) $\beta =$ _____

⇓

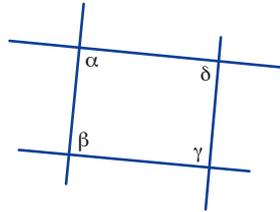
$\alpha = \beta$

⇓

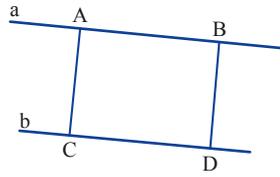
_____ $b \parallel c$

⇓

_____ $a \parallel b$



5. معطى في الرسمة: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ هل يجب أن تكون الزاوية δ قائمة أيضاً؟ اشرحوا.



6. معطى $a \parallel b$

$AC \perp a$

$BD \perp a$

أ. اشرحوا لماذا AC و BD متعامدان للمستقيم b أيضاً؟

ب. ارسموا قُطرًا في الشكل الرباعي $ABDC$.

برهنوا: $BD = AC$



برهننا في المهمة 6:

نظرية الأعمدة لمستقيمات متوازية متساوية في الطول.

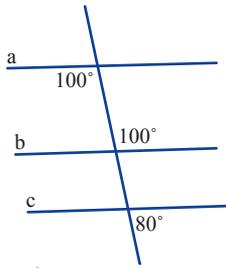


مجموعة مهام

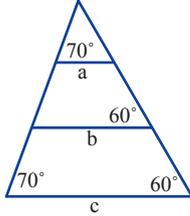


1. ارسموا حسب المعطيات وجدوا أزواجًا من المستقيمات المتوازية.

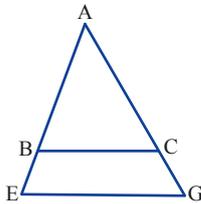
$d \perp e$ $c \perp d$ $b \perp c$ $a \perp b$



2. جدوا، في الرسمة، جميع أزواج المستقيمات المتوازية. اشرحوا.



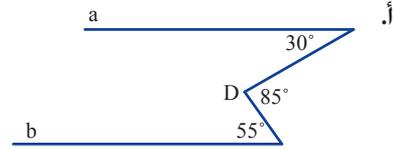
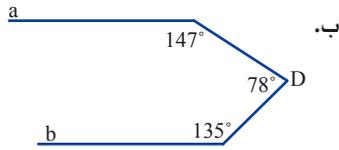
3. جدوا، في الرسمة، جميع أزواج المستقيمات المتوازية. اشرحوا.



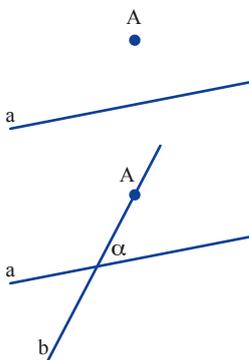
4. أ. معطى $\Delta AEG \sim \Delta ABC$. هل يمكن الاستنتاج أن $BC \parallel EG$ ؟ اشرحوا.

ب. معطى $\Delta AGE \sim \Delta ABC$. هل يمكن الاستنتاج أن $BC \parallel EG$ ؟ اشرحوا.

5. حدّدوا، في كلّ بند، هل المستقيمان a و b متوازيان؟



6. معطى زوج من الزوايا المتناظرة بين مستقيمين متوازيين ومستقيم قاطع. هل منصفَا الزاويتين متوازيين أيضاً؟ ارسما واشرحوا.



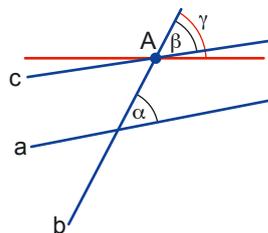
7. نظرتي يمرّ عبر نقطة خارج المستقيم خطّ واحد ووحيد يوازي المستقيم a. أ. سجّلوا المعطى والمطلوب برهانه.

ب. يمرّ المستقيم b عبر النقطة A ويتقاطع مع المستقيم a. ينتج المستقيم b زاوية a مع المستقيم a.

- ارسما مستقيم c بحيث يمرّ عبر النقطة A وينتج زاوية beta مع المستقيم b بحيث أن:

$$\alpha = \beta$$

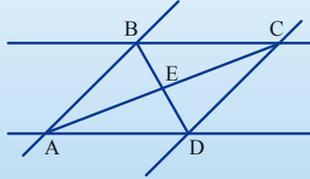
- هل $c \parallel a$ ؟ اشرحوا.



ت. اشرحوا لماذا لا يمكن أن نرسم مستقيمين يمرّان عبر النقطة A ومتوازيان للمستقيم a؟



الدرس الثالث: البرهان بمراحل



معطى $AB = BC$

∇ BD ينصف الزاوية ABC

∇ AC ينصف الزاوية DAB

هل يمكن أن نبرهن أن $BC \parallel AD$ ؟

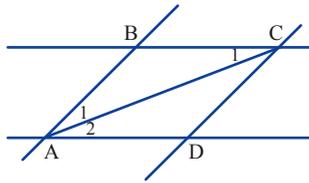
هل يمكن أن نبرهن أن $BA \parallel CD$ ؟

نتعلم كيفية بناء برهان مكون من عدة مراحل.

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

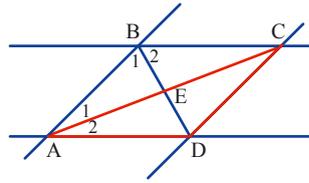
المرحلة أ

$BC \parallel AD$ المطلوب برهانه



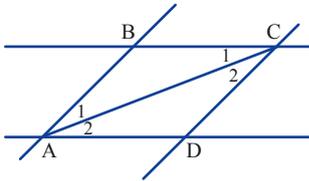
المرحلة ب

ΔACD متساوي الساقين. المطلوب برهانه



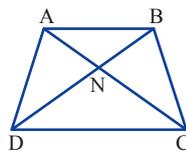
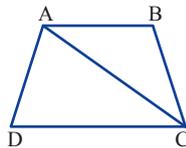
المرحلة ت

$BA \parallel CD$ المطلوب برهانه



للتذكير

نعتد في كل مرحلة، في البرهان المكون من عدة مراحل، على معطيات واستنتاجات المراحل السابقة.



2. معطى الشكل الرباعي ABCD.

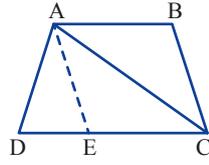
$DA = AB = BC$

∇ القطر AC ينصف الزاوية BCD

أ. $AB \parallel CD$ المطلوب برهانه

ب. ∇ القطر BD ينصف الزاوية ADC المطلوب برهانه

ت. $\Delta ANB \sim \Delta CND$ المطلوب برهانه



3. معطى الشكل الرباعي ABCD

$$DA = AB = BC$$

القطر AC ينصف الزاوية BCD

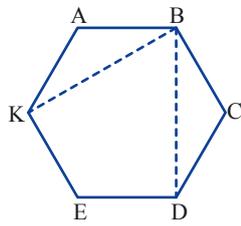
$$AE \parallel BC$$

أ. المطلوب برهانه ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

ب. المطلوب برهانه AC ينصف الزاوية BAE

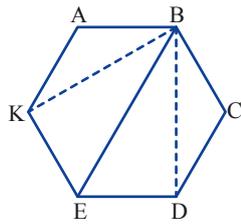
ت. المطلوب برهانه الشكل الرباعي ABCE هو معين.

ث. المطلوب برهانه $\triangle ADE$ هو مثلث متساوي الساقين.

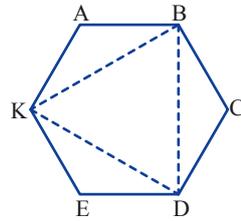


4. معطى شكل سداسي منتظم ABCDEK

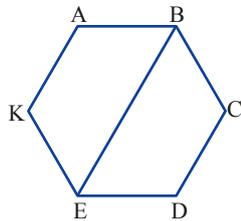
$$BK = BD$$



ب. المطلوب برهانه BE ينصف الزاوية KBD

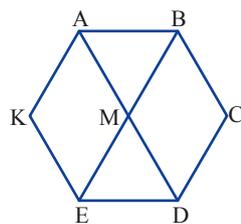


ت. المطلوب برهانه $\triangle KBD$ هو مثلث متساوي الأضلاع.



$$KA \parallel EB \parallel DC$$

ج. أي أضلاع توازي القطر AD؟ اشرحوا.



ح. المطلوب برهانه المثلثان AMB و DME متساويا الأضلاع متطابقان.

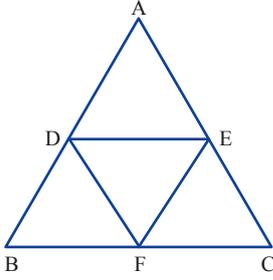


1. معطى $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

نسبة التشابه بين المثلثين هي 2:1 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

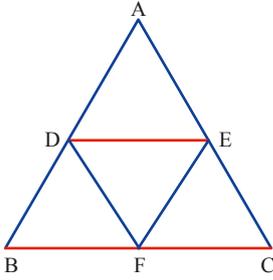
نسبة التشابه بين المثلثين هي 2:1 $\triangle ABC \sim \triangle EFC$

نسبة التشابه بين المثلثين هي 2:1 $\triangle ABC \sim \triangle DBF$



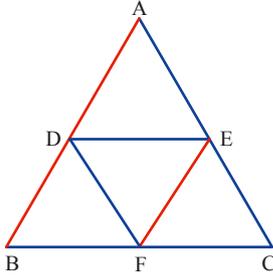
المرحلة أ

$BC \parallel DE$ المطلوب برهانه



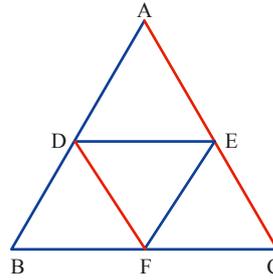
المرحلة ب

$AB \parallel EF$ المطلوب برهانه



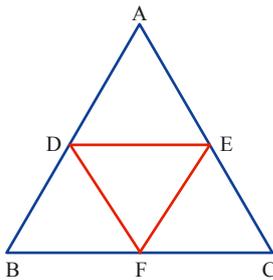
المرحلة ت

$AC \parallel DF$ المطلوب برهانه



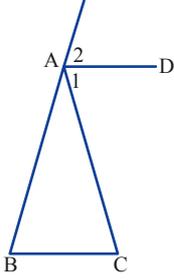
المرحلة ث

$\triangle DEF$ متساوي الأضلاع. المطلوب برهانه





2. معطى مثلث متساوي الساقين، رُسم منصف الزاوية الخارجيّة المكملّة لزاوية الرأس.
ادعاء: منصف الزاوية الخارجيّة يوازي قاعدة المثلث.
أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب وبرهانه.
ب. انسخوا الرسمه وارمزوا $\sphericalangle B = \alpha$
عبروا عن زوايا إضافيّة بمساعدة α وبرهنوا الادعاء.



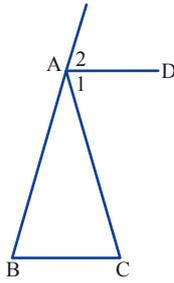
3. نبذل بين معطى واحد والمطلوب برهانه في النظرية التي برهنتموها في المهمة 2.

$$AB = AC \quad \text{معطى}$$

$$AD \parallel BC$$

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2 \quad \text{المطلوب برهانه} \quad \text{أ.}$$

ب. صوغوا النظرية التي برهنتموها.



4. نبذل بين معطى واحد والمطلوب برهانه في النظرية التي برهنتموها في المهمة 2.

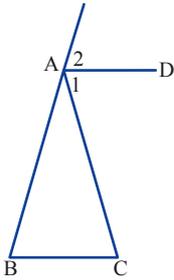
$$AD \parallel BC \quad \text{معطى}$$

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$$

$$AC = AB \quad \text{المطلوب برهانه} \quad \text{أ.}$$

ب. أكملوا صياغة النظرية التي برهنتموها.

إذا كان منصف الزاوية الخارجيّة للمثلث يوازي الضلع المقابل للزاوية فإنّ ____ .





نحافظ على لياقة رياضية

قانون التوزيع

1. جدوا أزواجًا من التعبيرات المتساوية.

- | | | | |
|---|---------------------|----|------------------|
| a | $ax + 2a$ | أ. | $2(x + y)$ |
| b | $2x + 2y$ | ب. | $m(x + y)$ |
| c | $bx + 2b$ | ت. | $(2 + m)(x + y)$ |
| d | $mx + my$ | ث. | $a(x + 2)$ |
| e | $2x + 2y + mx + my$ | ج. | $b(x + 2)$ |
| f | $ax + 2a + bx + 2b$ | ح. | $(a + b)(x + 2)$ |

2. اضربوا وبسطوا.

مثال: $(x - 2)(3 + y) = 3x + xy - 6 - 2y$

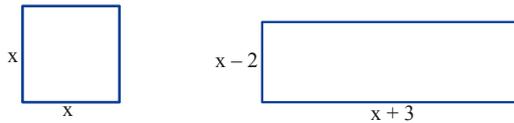
- أ. $(3 + a)(p + 5)$ ب. $(2 + t)(5 - a)$ ت. $(2 + a)(5 - a)$ ث. $(3 - p)(p - 5)$

3. حلّوا المعادلات.

- أ. $(x - 4)(x - 5) - (x + 5)(x + 4) = 36$
ب. $(x - 4)(x - 5) - (x - 5)(x + 4) = 64$
ت. $(x - 4)(x - 5) - (x + 5)(x - 4) = 80$

4. أمامكم مربع ومستطيل.

- (أعدت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم)
أ. اكتبوا تعابير جبرية لمساحة المستطيل ومساحة المربع.
ب. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب المعطيات؟ اشرحوا.
ت. مساحة المربع تساوي مساحة المستطيل.
جدوا أطوال أضلاع كلّ شكل رباعيّ.



5. حلّوا المتباينات.

- أ. $x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) > 0$
ب. $-4x + 2x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) > 0$
ت. $(x - 3)(x + 3) - (x - 2)(x + 2) < 0$