

2.3 ألعاب احتمال

ستلعبون، في هذه الفعاليّة، ألعاب احتمال بأزواج، وستحلّونها.

ملاحظة: يجب أن يكون معكم في هذه الفعاليّة زوج من مكعبات اللّعب (حجارة التّرد). يمكنكم أيضاً أن تتوجّهوا إلى مواقع تقوم بمحاكاة رمي مكعبات اللّعب. لهذا الغرض ابحثوا في الإنترنت بمساعدة الكلمات "virtual dice".
مثلاً الموقع الآتي: http://www.unpracticalmath.com/applets/virtual_dice.html



اللّعبة الأولى: أقراص ساخنة (لمشركين)

تحضير اللّعبة:

نحضّر نسخة من لوحة اللّعب (تجدونها في نهاية الفعاليّة) و 36 قرصاً للّعب (أو قطع من الورق).

تعليمات اللّعبة:

- يختار كل لاعب طرفاً واحداً من طرفي اللّعبة.
 - يضع كل لاعب 18 قرصاً في طرفه بجانب أعداد مختلفة حسب اختياره واعتباراته (يمكن أن نضع أكثر من قرص واحد إلى جانب نفس العدد).
 - نرمي المكعبين في كلّ دورة، ونحسب مجموع العددين الذي نحصل عليه.
 - يأخذ اللاعب قرصاً واحداً فقط من طرفه (إن وُجد) بحيث يكون مجاوراً لحاصل الجمع الذي حصل عليه.
- الفائز:** أوّل لاعب يأخذ جميع أقراصه.

1. العبوا لعبة الأقراص الساخنة عدّة مرّات.

2. صفوا الاعتبارات التي اعتمدتم عليها عند توزيع الأقراص على اللّوحة في بداية اللّعبة.

تحليل اللّعبة

3. أ. إنسخوا جدول الجمع الذي يظهر على يساركم، وأكملوه.

ب. احسبوا احتمال الحصول على كلّ حاصل جمع من حواصل الجمع الناتجة عند رمي مكعبين (بين 2 إلى 12).

ت. صفوا الطريقة التي توزعون بها الأقراص بين حواصل الجمع من 2 حتى 12 في لعبة خياليّة يحصل فيها كلّ لاعب على 100 قرص.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



اللّعبة الثانية: حاصل ضرب زوجي أو فردي (لمشركين)

تعليمات اللّعبة:

- تحديد الأسماء: نسمي أحد اللاعبين "اللاعب الزوجي" والثاني "اللاعب الفردي" (يمكن أن نحدّد الأسماء بواسطة اليانصيب (القرعة)).
 - نرمي المكعبين في كلّ دورة، ونحسب حاصل ضرب العددين الذي نحصل عليه: إذا كانت نتيجة حاصل الضرب زوجية فإنّ اللاعب الزوجي يحصل على نقطة واحدة، وإذا كانت نتيجة حاصل الضرب فردية فإنّ اللاعب الفردي يحصل على نقطة واحدة.
 - يحسب كلّ لاعب مجموع النقاط التي جمعها خلال اللّعبة في نهاية 15 رمية.
- الفائز:** اللاعب الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط.



4. العبوا لعبة حاصل ضرب زوجي أو فردي عدّة مرّات.
أكملوا جدول اللّعبة خلال كلّ لعبة، كما يظهر في الجدول الآتي:

حاصل الضرب	نقاط اللاعب الزوجي	نقاط اللاعب الفردي
$2 \times 4 = 8$	1	0
$3 \times 3 = 9$	0	1
عدد النقاط النهائي		

مثال

5. خمنوا: هل من الأفضل أن تكون لاعباً زوجياً أم لاعباً فردياً؟ اشرحوا اعتباراتكم.

تحليل اللّعبة

•	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

6. أ. انسخوا جدول الضرب الذي يظهر على يساركم. سجّلوا (ز) في كلّ مربع إذا كان حاصل الضرب زوجياً، وسجلوا (ف) إذا كان حاصل الضرب فردياً.

ب. ما هو احتمال

- أن نحصل على حاصل ضرب زوجي عند رمي المكعبين؟

- أن نحصل على حاصل ضرب فردي عند رمي المكعبين؟

ت. هل اللّعبة - حسب رأيكم - نزيهة؟ اشرحوا.

قارنوا بين استنتاجكم وفرضيتكم في مهمّة 6.



زاوية الحاسوب

7. يمكنكم إيجاد التطبيق المحوسب "حاصل ضرب زوجي أو فردي" في موقع الرياضيات المدمجة (في قسم تفوق رحوبوت). يمكنكم أن تلعبوا هذه اللّعبة بواسطة مكعبات، وأن تحدّدوا عدد السّطوح في كلّ "مكعب" والأعداد المسجّلة عليها. أ. ابنوا "مكعبات" بواسطة التطبيق، ثم العبوا بها لعبة الضرب، وحلّلوا الألعاب التي لعبتموها.



تحديّ

ب. ابنوا "مكعبات" بواسطة التطبيق بحيث تكون لعبة الزوجي أو الفردي نزيهة.



لعبة

اللّعبة الثالثة: مجموع أو ضعفان (لمشركين)

تعليمات اللّعبة:



- تحديد الأسماء: نسمّي أحد اللاعبين "لاعب المجموع" والثاني "لاعب الضعفين" (يمكن أن نحدّد الأسماء بواسطة اليانصيب (القرعة)).
- في كلّ دورة:
يرمي لاعب الجمع المكعبين، ويحسب حاصل جمع العددين الذي حصل عليه، يرمي لاعب الضرب مكعباً واحداً، ويضرب العدد الذي يحصل عليه في 2.
- اللاعب الذي نتيجته أكبر يفوز بنقطة واحدة.
إذا حصل تعادل فلا يفوز أحد بنقطة في تلك الدّورة.
- يحسب كلّ لاعب مجموع النقاط التي جمعها خلال اللّعبة في نهاية 15 رمية.
الفائز: اللاعب الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط.

8. العبوا لعبة المجموع أو الضعفين عدّة مرّات.
أكملوا جدول اللّعبة خلال كلّ لعبة، كما يظهر في الجدول الآتي:

المجموع	ضرب 2	نقاط لاعب المجموع	نقاط لاعب الضعفين
$3 + 4 = 7$	$1 \times 2 = 2$	1	0
$3 + 1 = 4$	$4 \times 2 = 8$	0	1
$1 + 5 = 6$	$3 \times 2 = 6$	0	0
عدد النقاط النهائيّ			

مثال

الفائز: _____

9. خمنوا: هل من الأفضل أن تكون لاعب المجموع أم لاعب الضعفين؟ اشرحوا اعتباراتكم.

تحليل اللّعبة

10. أ. انسخوا جدوليّ اللاعبين، وأكملوهما.

لاعب المجموع							لاعب الضعفين	
+	1	2	3	4	5	6	العدد	الضرب في 2
1							1	
2							2	
3							3	
4							4	
5							5	
6							6	

ب. انسخوا الجدول الآتي، وأكملوه.

افحصوا، في كلّ سطر، ما إذا كان مجموع الإمكانيّات 36.
لخصّوا جميع الإمكانيّات في السطر الأخير في الجدول:

نتائج ممكنة للاعب الضعفين	عدد إمكانيّات فوز لاعب المجموع	عدد إمكانيّات فوز لاعب الضعفين	عدد إمكانيّات التعادل
$1 \times 2 = 2$	35	0	1
$2 \times 2 = 4$			
$3 \times 2 = 6$			
$4 \times 2 = 8$			
$5 \times 2 = 10$			
$6 \times 2 = 12$			
المجموع			

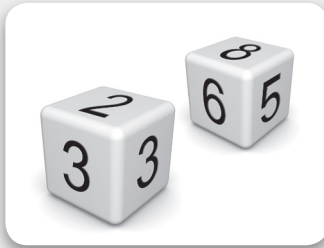
عدد الإمكانيّات

يشمل: _____

11. أ. ما هو عدد الإمكانيات التي يفوز فيها لاعب المجموع بنقطة واحدة؟
ما هو عدد الإمكانيات التي يفوز فيها لاعب الضعفين بنقطة واحدة؟

ب. ما هو احتمال فوز لاعب المجموع بنقطة واحدة؟
ما هو احتمال فوز لاعب الضعفين بنقطة واحدة؟

ت. هل اللعبة - حسب رأيكم - نزيهة؟ اشرحوا.
قارنوا بين استنتاجكم وفرضيتكم في مهمة 9.



تابعنا، في هذه الفعاليّة، مجموع عددين أو ضعفي عددين يظهران على مكعبين بعد رميهما. تعتمد ألعاب كثيرة على حواصل الجمع (من 2 حتى 12) الناتجة من العددين اللذين يظهران على مكعبيّ لعب (عاديّين) بعد رميهما. نشر مارتن جرنند (Martin Gardner) سنة 1974 مقالاً في الدورية العلميّة الأميركيّة (*Scientific American*)، وقد تطرّق مارتن المشهور في بناء

ألعاب وأحجيات رياضيّة إلى اكتشافات الأميركيّ جورج سيسرمن (George Sicherman). اكتشف سيسرمن أنّه يمكن الحصول على حواصل جمع من رمي مكعبين عاديّين بنفس التوزيع والاحتمال إذا رمينا مكعباً عليه الأعداد 1, 2, 2, 3, 3, 4 ومكعباً آخر عليه الأعداد 1, 3, 4, 5, 6, 8.

ابنوا لوحيّ جمع:

- لوحاً مناسباً لحواصل الجمع الناتجة من مكعبيّ لعب عاديّين.
 - لوحاً مناسباً لحواصل الجمع الناتجة من مكعبيّ سيسرمن.
- تأكّدوا من وجود نفس الاحتمال لكلّ حاصل جمع من 2 حتّى 12 في الحالتين.



نحافظ على لياقة رياضية

1. سُجِّلت الكسور $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{7}$ على كلِّ مكعب من المكعبين.

نرمي المكعبين، ونجمع العددين اللذين يظهران عليهما.

إذا كان المجموع أكبر من $\frac{1}{2}$ فستحصل اللاعبة (أ) على نقطة واحدة.

إذا كان المجموع أصغر من $\frac{1}{2}$ فستحصل اللاعبة (ب) على نقطة واحدة.

إذا كان المجموع $\frac{1}{2}$ فلا تحصل أيُّ لاعبة على نقطة.

أ. ابنوا جدولاً من الجمع يشبه الجدول الآتي. سجّلوا (ك) في كلِّ

مربع إذا كان المجموع أكبر من $\frac{1}{2}$ ، وسجّلوا (ص) إذا كان المجموع

أصغر من $\frac{1}{2}$ ، وسجّلوا $\frac{1}{2}$ إذا كان المجموع يساوي $\frac{1}{2}$.

من الأفضل أن تستعملوا التقدير والاعتبارات الرياضية، ولا توجد حاجة إلى إجراء حسابات دقيقة.

ب. هل اللعبة نزيهة؟

+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{3}$						
$\frac{1}{4}$						
$\frac{1}{5}$						
$\frac{1}{6}$						
$\frac{1}{7}$						

2. سُجِّلت الكسور $1\frac{3}{4}$ ، $1\frac{2}{3}$ ، $1\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ على كلِّ مكعب من المكعبين.

نرمي المكعبين، ونضرب العددين اللذين يظهران عليهما.

إذا كان حاصل الضرب أكبر من 1 فستحصل اللاعبة (أ) على نقطة واحدة.

إذا كان حاصل الضرب أصغر من 1 فستحصل اللاعبة (ب) على نقطة واحدة.

إذا كان حاصل الضرب 1 فلا تحصل أيُّ لاعبة على نقطة.

أ. ابنوا جدولاً من الضرب يشبه الجدول الآتي:

سجّلوا (ك) في كلِّ مربع إذا كان حاصل الضرب

أكبر من 1.

سجّلوا (ص) إذا كان حاصل الضرب

أصغر من 1.

وسجّلوا 1 إذا كان حاصل الضرب يساوي 1.

من الأفضل أن تستعملوا التقدير والاعتبارات الرياضية، ولا توجد

حاجة إلى إجراء حسابات دقيقة.

·	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{3}$						
$\frac{1}{4}$						
$1\frac{1}{2}$						
$1\frac{2}{3}$						
$1\frac{3}{4}$						

ب. هل اللعبة نزيهة؟

لعبة الأقراص الساخنة — لوحة اللعبة

	2	2	
	3	3	
	4	4	
	5	5	
	6	9	
	7	7	
	8	8	
	9	6	
	10	10	
	11	11	
	12	12	