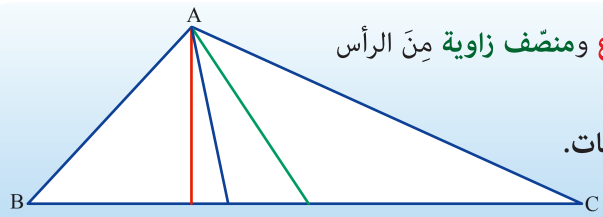
الوحدة الرابعة عشرة: مثلّث متساوي الساقين

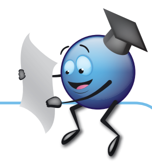
الدرس الأول: تمييز مثلّث متساوي الساقين

أمامكم رسمة المثلّث ΔABC ، رُسم فيه **متوسط**، **ارتفاع** و**منصّف زاوية** مِنَ الرأس A. في أيّ مثلّث تتحد هذه القطع الثلاث؟



نتعلّم كيفيّة تمييز مثلّثات متساوية الساقين حسب الصفات.

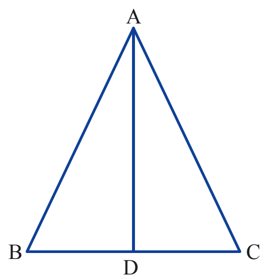
صفات مثلّث متساوي الساقين



للتذكير

برهنا في الماضي النظريّات التالية:

- زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين متساويتان.
- إذا كانت في مثلّث زاويتين متساويتين فإنّ المثلّث متساوي الساقين.
- يتّحد كلّ مِن منصّف زاوية الرأس، المتوسّط للقاعدة والارتفاع للقاعدة في مثلّث متساوي الساقين.



.1 أ. برهنا في الماضي النظريّة التالية:

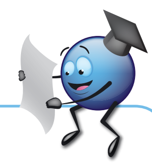
نظريّة منصّف زاوية الرأس في المثلّث المتساوي الساقين يقسّم المثلّث إلى مثلّثين متطابقين.

اكتبوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة وبرهنوا.

ب. علّلوا الاستنتاجات التالية: $BD = CD$

$AD \perp BC$

ت. اشرحوا النظريّة: يتّحد في المثلّث المتساوي الساقين كلّ مِن منصّف زاوية الرأس، الارتفاع للقاعدة والمتوسط للقاعدة.



نظريّات

نظريّة التطابق ض. ز. ض

يقسّم منصّف زاوية الرأس في المثلّث المتساوي الساقين المثلّث إلى مثلّثين متطابقين.

I. منصّف زاوية الرأس في مثلّث متساوي الساقين هو ارتفاع للقاعدة أيضًا.

II. منصّف زاوية الرأس في مثلّث متساوي الساقين هو متوسّط أيضًا.

III. الارتفاع للقاعدة في مثلّث متساوي الساقين هو متوسّط للقاعدة أيضًا.

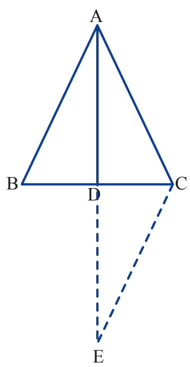
تمييز مثلّث متساوي الساقين حسب شروط كافية

نفكّر بـ ...

2. نبدّل بين المعطى والاستنتاج في كلّ نظريّة مِنَ النظريتين I وَ III اللتان تظهران في الإطار، ونحصل على شروط كافية لتمييز مثلّث متساوي الساقين.
ادّعاء عكسيّ للنظريّة I: إذا كان منصّف الزاوية، في مثلّث، ارتفاعًا للضلع المقابل فإنّ المثلّث متساوي الساقين.
ادّعاء عكسيّ للنظريّة III: إذا كان الارتفاع لأحد الأضلاع في مثلّث متوسّطًا لنفس الضلع فإنّ المثلّث متساوي الساقين.
اكتبوا المعطيات والمطلوب برهانه في كلّ ادّعاء وبرهنوها.

نفكّر بـ ...

3. نبدّل بين المعطى والاستنتاج في نظريّة II (في الإطار) ونحصل على شرط كافٍ إضافيّ لتمييز مثلّث متساوي الساقين.
ادّعاء عكسيّ للنظريّة نظريّة II: إذا كان منصّف الزاوية، في مثلّث، متوسّطًا للضلع المقابل فإنّ المثلّث متساوي الساقين.
أ. اكتبوا المعطيات والمطلوب برهانه في هذا الادّعاء.
ب. للبرهان ارسموا **بناء مساعد**: $AD = DE$ وارسموا EC (انظروا الرسمة).
برهنوا: $\Delta ABD \cong \Delta ECD$
برهنوا أنّ المثلّث ΔACE متساوي الساقين.
اشرحوا لماذا $AB = AC$؟



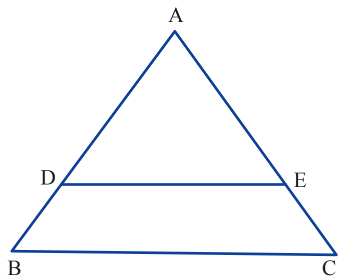
تعريف: نسمّي المثلّث الذي فيه ضلعان متساويان "مثلّث متساوي الساقين"

صفات مثلّث متساوي الساقين		شروط كافية لتمييز مثلّث متساوي الساقين
إذا كان المثلّث متساوي الساقين فإنّ **زاويتي القاعدة متساويتان.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كانت في مثلّث زاويتين متساويتين فإنّ **المثلث متساوي الساقين.**
إذا كان المثلّث متساوي الساقين فإنّ **منصّف زاوية الرأس هو ارتفاع أيضًا.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كان في مثلّث منصّف زاوية وهو ارتفاع أيضًا للضلع المقابل فإنّ **المثلث متساوي الساقين.**
إذا كان المثلّث متساوي الساقين فإنّ **منصّف زاوية الرأس هو متوسّط أيضًا.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كان في مثلّث منصّف زاوية وهو متوسّط أيضًا للضلع المقابل فإنّ **المثلث متساوي الساقين.**
إذا كان المثلّث متساوي الساقين فإنّ **الارتفاع للقاعدة هو متوسّط أيضًا.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كان في مثلّث ارتفاع للضلع وهو متوسّط أيضًا لنفس الضلع فإنّ **المثلّث متساوي الساقين.**

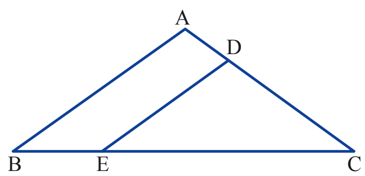
مجموعة مهامّ

ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فعّاليّات محوسبة "**פעילויות מחשב**"مهامّ بديلة لقسم مِنَ المهامّ في مجموعة المهامّ. سُجّل تحت المهمّة المشار إليها بـ * اسم المهمّة البديلة في الموقع.

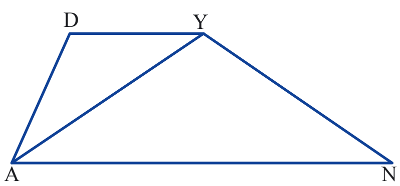
1. نظريّة **إذا** كان المثلّث ΔABC متساوي الساقين، والقطعة DE توازي القاعدة BC
فإنّ المثلّث ΔADE هو مثلّث متساوي الساقين أيضًا.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة وبرهنوا النظريّة.
(استعينوا بالرمز $\beta = \sphericalangle ABC$)



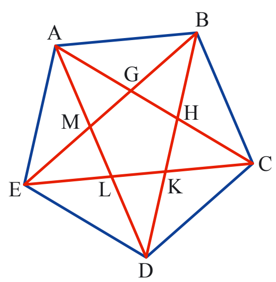
2. نظريّة **إذا** كان المثلّث ΔABC متساوي الساقين، والقطعة DE توازي الساق AB
فإنّ المثلث ΔDEC هو مثلّث متساوي الساقين أيضًا.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة وبرهنوا النظريّة.



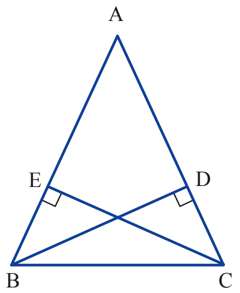
3. معطى في الشكل الرباعي $DANY$: $DY \parallel AN$، وَ AY ينصّف الزاوية $\sphericalangle A$.
جدوا في الرسمة مثلّث متساوي الساقين وبرهنوا.



4. أمامكم رسمة مخمّس منتظم وخمسة أقطاره.
أ. احسبوا مقدار الزوايا التي تظهر في الرسمة وميّزوا مثلّثات متساوية الساقين.
(**للتذكير**: مقدار كلّ زاوية في المخمّس المنتظم هو $108°$).
ب. كم مثلّثًا متساوي الساقين مختلفًا (غير متطابق) وجدتم؟
ت. كم مثلّثًا متساوي الساقين يوجد في الرسمة؟
ث. سجّلوا زوجين مختلفين مِنَ المثلّثات المتشابهة.

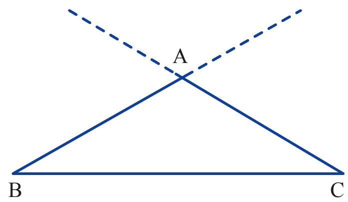


5. أ. نظريّة في المثلّث المتساوي الساقين الارتفاعان للساقين متساويان في الطول.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة وبرهنوا.

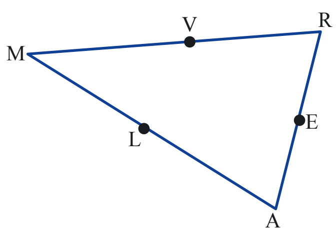


ب. في المثلّث المتساوي الساقين منفرج الزاوية يمرّ الارتفاعان للساقين خارج المثلّث.
ارسموا وافحصوا هل البرهان الذي سجّلتموه في بند أ مناسب لهذه الحالة أيضًا؟

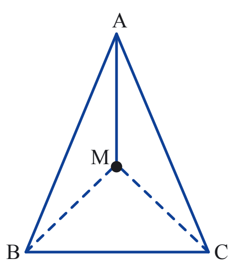
ت. نبدّل أحد المعطيات بالمطلوب برهانه:
إذا كان الارتفاعان لضلعين في مثلّث متساويين في الطول فإنّ المثلّث متساوي الساقين.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه وبرهنوا.



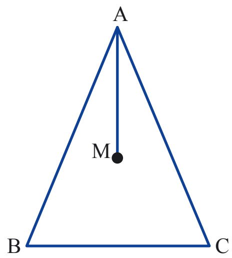
6. معطى مثلّث MAR هو مثلّث متساوي الساقين ($MA = MR$).
V, E, L هي منتصفات أضلاع المثلّث. برهنوا أنّ ΔLEV متساوي الساقين.



7. معطى مثلّث ABC هو مثلّث متساوي الساقين $AC = AB$.
M هي نقطة داخل المثلّث بحيث أنّ: $CM = BM$.
برهنوا: AM ينصّف الزاوية $\measuredangle BAC$.



.8 معطى مثلّث ABC هو مثلّث متساوي الساقين $AC = AB$.
M هي نقطة داخل المثلّث بحيث أنّ: $CM = BM$.

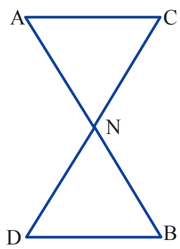


أ. **برهنوا:** AM ينصّف الزاوية $\measuredangle BAC$.

ب. D هي نقطة تقاطع امتداد AM وَ BC.

- ارسموا وبرهنوا: MD هو ارتفاع في المثلث ΔBMC.
- علّلوا لماذا MD هو متوسّط وهو منصّف الزاوية في المثلّث ΔBMC.

.9* معطى AB وَ CD هما مستقيمان متقاطعان.



$AC = DN = DB$

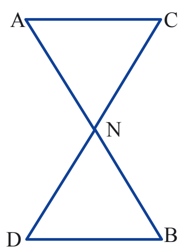
$\measuredangle CAN = \measuredangle DNB$

أ. هل يمكن الاستنتاج أنّ ΔANC هو مثلّث متساوي الساقين؟
إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

ب. هل يمكن الاستنتاج أنّ $DBDN \cong DACN$؟
إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "هل يمكن الاستنتاج 1؟" *"האם אפשר להסיק 1?"*

.10* معطى AB وَ CD هما مستقيمان متقاطعان.



$NB = AC = DN$

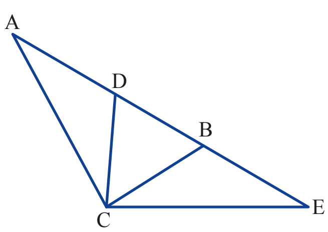
$\measuredangle ACN = \measuredangle BND$

أ. هل يمكن الاستنتاج أنّ ΔANC هو مثلّث متساوي الساقين؟
إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

ب. هل يمكن الاستنتاج أن $\Delta BDN \cong \Delta ACN$؟
إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "هل يمكن الاستنتاج 2؟" *"האם אפשר להסיק 2?"*

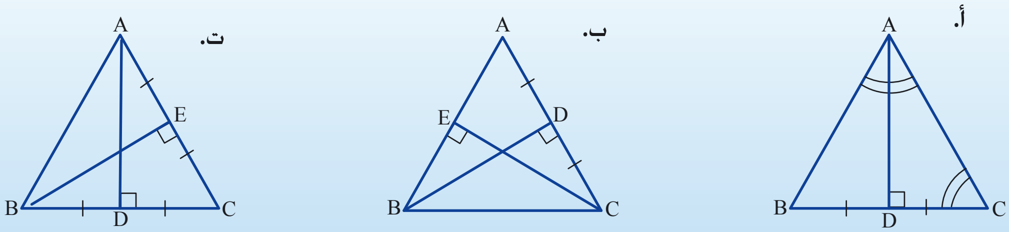
.11 معطى CD متوسّط في المثلّث ABC.
CB متوسّط في المثلّث CDE.
$\measuredangle ADC = \measuredangle EBC$



برهنوا: أ. ΔDCB متساوي الساقين.
ب. ΔACE متساوي الساقين.

الدرس الثاني: تمييز مثلّثات متساوية الأضلاع

هل يمكن بناءً على المعطيات المشار إليها أن نحدد أنّ المثلّث ΔABC متساوي الأضلاع؟



سنتعلّم عن نظريّات بواسطتها يمكن أن نميّز مثلّثات متساوية الأضلاع.

1. نظريّة إذا كان المثلّث متساوي الأضلاع فإنّ جميع زواياه متساوية بالمقدار.

أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه واشرحوا.

ب. صوغوا نظريّة عكسيّة للنظريّة المعطاة وبرهنوا.

2. اشرحوا لماذا كلّ استنتاج مِنَ الاستنتاجات التالية صحيح؟

أ. إذا كان مقدار زاوية الرأس، في مثلّث متساوي الساقين، 60° فإنّ المثلّث متساوي الأضلاع.

ب. إذا كان مقدار زاوية القاعدة، في مثلّث متساوي الساقين، 60° فإنّ المثلّث متساوي الأضلاع.

ت. إذا كان مقدار إحدى الزاوية، في مثلّث متساوي الساقين، 60° فإنّ المثلث متساوي الأضلاع.

ث. إذا كان مقدار زاويتين، في مثلّث متساوي الساقين، 60° فإنّ المثلّث متساوي الأضلاع.


نفكّر بـ ...

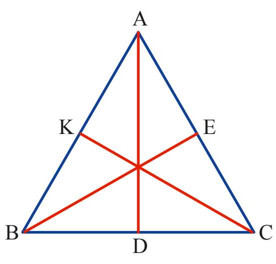
3. نظريّة في المثلّث متساوي الأضلاع يتّحد كلّ منصّف زاوية مع المتوسّط والارتفاع للضلع المقابل للزاوية.

أكملوا البرهان:

$AB = AC$. لذا؛ منصّف الزاوية AD هو متوسّط وارتفاع للضلع BC.

$AB = BC$. لذا؛ منصّف الزاوية BE ...

$BC = AC$. لذا...




في أعقاب...

4. صوغوا ادعاءً عكسيًّا للنظريّة التي وردت في المهمّة السابقة، واشرحوا لماذا الادّعاء صحيح؟

تعريف: نسمّي المثلّث الذي جميع أضلاع متساوية في الطول "مثلّث متساوي الأضلاع"

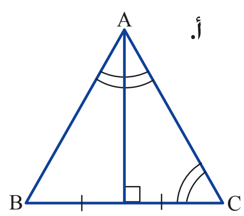
صفات مثلث متساوي الأضلاع | **شروط كافية لتمييز مثلّث متساوي الأضلاع**

عكسيّتان لبعضهما

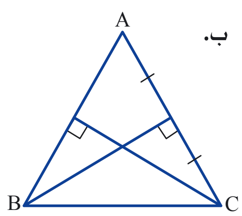
صفات مثلث متساوي الأضلاع	شروط كافية لتمييز مثلّث متساوي الأضلاع
إذا كان المثلّث متساوي الأضلاع **فإن جميع زواياه متساوية.**	إذا كانت في مثلّث جميع الزوايا متساوية فإنّ **المثلث متساوي الأضلاع.**
إذا كان المثلّث متساوي الأضلاع فإنّ **كلّ منصف زاوية يتحد مع المتوسط والارتفاع للضلع المقابل للزاوية.**	إذا اتّحد منصّفا زاويتين في مثلّث مع المتوسط والارتفاع المقابلة للزاوية فإنّ **المثلّث متساوي الأضلاع.**

5. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.
حدّدوا بناءً على المعطيات المشار إليها هل يمكن الاستنتاج أنّ المثلّث متساوي الأضلاع؟

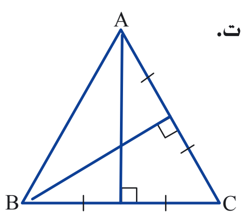
أ.



ب.

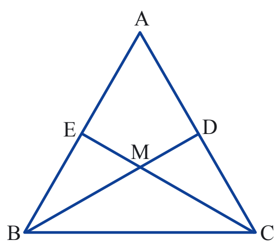


ت.

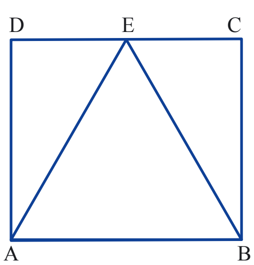


مجموعة مهامّ

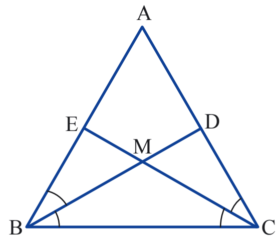
1. في المثلّث متساوي الأضلاع ABC ارسموا متوسّطين للضلعين BD وَ CE.
جدوا مقدار زوايا المثلث ΔBMC.



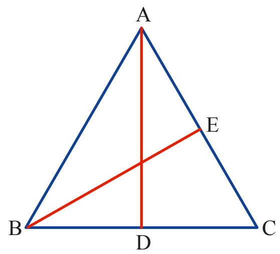
2. رُسم مثلّث متساوي الأضلاع AEB داخل المستطيل ABCD.
حدّدوا أيّ ادّعاء مِن بين الادّعاءات الآتية صحيح واشرحوا.
$AB < BC$,$AB > BC$,$AB = BC$.



3. رُسم منصّفا زاويتي القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABC.
هل يمكن أن يكون المثلّث ΔBMC متساوي الأضلاع؟ اشرحوا.



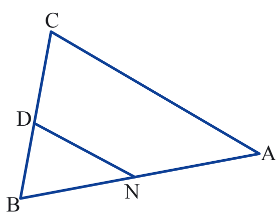
4. نظريّة إذا اتّحد في مثلّث منصّفا زاويتين مع ارتفاعين لضلعين مقابلين للزاويتين فإنّ المثلّث متساوي الأضلاع.
برهنوا النظريّة.



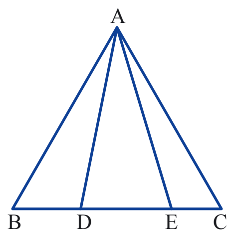
5. أ. نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ منتظمًا فإنّ زواياه متساوية بالمقدار.
أكملوا الادّعاء العكسيّ: إذا كانت الزوايا في الشكل الرباعيّ ......
هل الادّعاء الذي صغتموه صحيح؟
إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا، وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

ب. نظريّة إذا كان مثلّث منتظمًا فإنّ زواياه متساوية بالمقدار..
صوغوا ادّعاءً عكسيًّا.
هل الادّعاء الذي صغتموه صحيح؟.
إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا، وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

6. معطى $BN = DN$
$AC \parallel ND$
برهنوا: ΔABC متساوي الساقين.

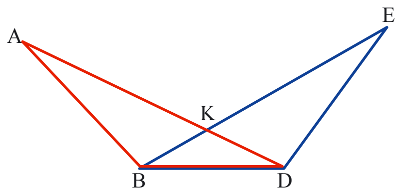


7. معطى مثلث ABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.
$BD = CE$
أ. **برهنوا:** ΔADE متساوي الساقين.
ب. هل يمكن أن يكون المثلّث ΔADE متساوي الأضلاع؟ **برهنوا.**



.8 معطى $EB = AD$

$\sphericalangle EBD = \sphericalangle ADB$



أ. **برهنوا:** $\Delta EBD \cong \Delta BKD$

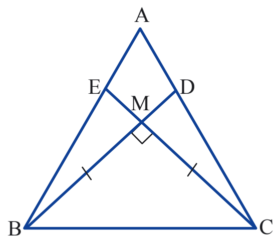
ب. **برهنوا:** ΔBKD متساوي الساقين.

ت. أشيروا إلى منتصف BD بالحرف C و**برهنوا:** $AC = EC$.

.9 المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الساقين $(AB = AC)$.

رُسمت قطعتان في المثلّث ونتج مثلّثًا قائم الزاوية متساوي الساقين ΔBMC.

افحصوا هل يمكن أن يتحقّق كل بند؟ إذا كانت الإجابة نعم فارسموا مثالًا، وإذا كانت الإجابة لا فعلّلوا. .



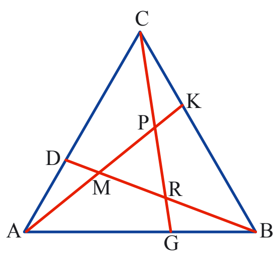
أ. CE وَ BD ارتفاعان في ΔABC.

ب. CE وَ BD متوسّطان في ΔABC.

ت. CE وَ BD منصّفا زاويتين في ΔABC.

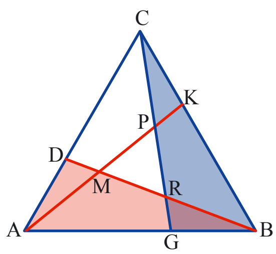
.10 معطى ΔABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.

$AD = BG = CK$

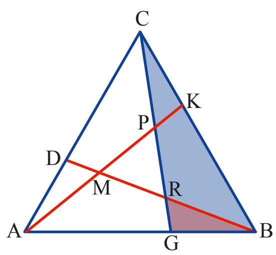


برهنوا: ΔMPR متساوي الأضلاع. **إرشاد:** البرهان بمراحل.

المرحلة أ. $\Delta CGB \cong \Delta BDA$.



المرحلة ب. $\Delta BGR \sim \Delta CGB$.

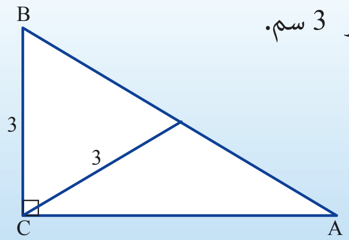


المرحلة ت. $\sphericalangle MRP = 60^\circ$

المرحلة ث. يوجد في المثلث ΔMRP زاوية إضافيّة مقدارها 60°.

الدرس الثالث: صفات مثلّث قائم الزاوية

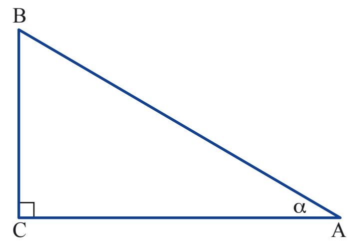
ΔABC هو مثلّث قائم الزاوية، طول القائم CB هو 3 سم، وطول المتوسّط للوتر 3 سم.
(أُعِدّت الرسمة للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).
هل يمكن أن نحسب أطوال الأضلاع ΔABC؟



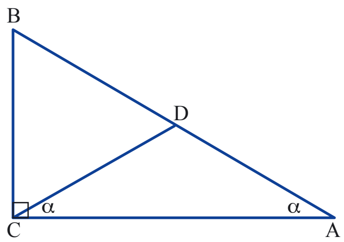
نبرهن نظريّات مثلّث قائم الزاوية بواسطة نظريّات مثلّث متساوي الساقين.

المتوسّط للوتر في مثلّث قائم الزاوية

.1 نظريّة في المثلّث القائم الزاوية طول المتوسّط للوتر يساوي نِصف طول الوتر.
ارسموا **بناء مساعد** لبرهان النظرية.
ارمزوا: $\measuredangle BAC = \alpha$



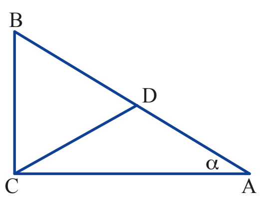
ارسموا قطعة CD بحيث أنّ: $\measuredangle DCA = \alpha$.



برهنوا: CD متوسّط وطوله يساوي نِصف طول الوتر AB.
(**إرشاد:** برهنوا أنّ المثلثين الناتجين هما متساويا الساقين).

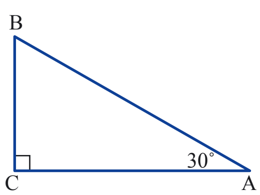
نفكّر بـ ...

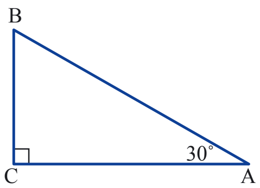
.2 نبدّل قسمًا مِنَ المعطيات في النظريّة التي برهنتموها، في مهمّة 1، بالاستنتاج:
نظريّة إذا كان طول المتوسّط لأحد الأضلاع في المثلث يساوي نِصف طول الضلع الذي ينصّفه فإنّ المثلّث قائم الزاوية.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه.
أشيروا إلى المعطيات في الرسمةوبرهنوا النظريّة.
(**إرشاد:** عبّروا عن مقدار الزوايا)



قائم مقابل زاوية مقدارها $30°$ في مثلّث قائم الزاوية

.3 نظريّة إذا كان مقدار إحدى الزوايا الحادّة، في مثلّث قائم الزاوية، هو $30°$ فإن طول القائم المقابل لهذه الزاوية يساوي نِصف طول الوتر.
برهنوا النظريّة.
(**بناء مساعد:** ارسموا متوسّطًا للوتر).

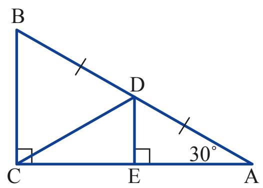




.4 نظريّة إذا كان مقدار إحدى الزوايا الحادّة في المثلّث القائم الزاوية $30°$ فإن طول القائم المقابل لهذه الزاوية يساوي نِصف طول الوتر.

برهنوا النظريّة بطريقة أخرى.

بناء مساعد: نرسم متوسطًا للوتر ونرمز إلى نقطة منتصف الوتر بالحرف D.
نرسم عمودًا مِنَ النقطة D إلى الضلع AC ونرمز بالحرف E إلى نقطة تقاطع العمود مع الضلع AC.



هنالك تشابه بين المثلّثين ΔAED وَ ΔACB. اشرحوا.

ما نسبة التشابه بين المثلّثين؟ اشرحوا.

ما نوع المثلّث DAC؟ اشرحوا.

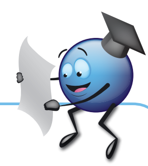
هل برهنا النظريّة؟ اشرحوا.

.5 نبدّل أحد المعطيات في نظريّة المهمّة 3 بالمطلوب برهانه:

نظريّة إذا كان أحد القائمين في مثلّث قائم الزاوية يساوي نِصف طول الوتر فإنّ مقدار الزاوية المقابلة لهذا الوتر هو $30°$.

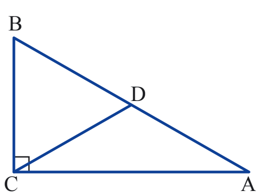
برهنوا النظريّة.

بناء مساعد: ارسموا المتوسّط للوتر.



برهنا في الدرس النظريّات التالية:

في المثلّث القائم الزاوية المتوسّط للوتر يساوي نِصف طول الوتر.	إذا كان المتوسّط لأحد أضلاع المثلث يساوي طول نِصف الضلع الذي ينصّفه فإنّ **المثلث قائم الزاوية**.
إذا كانت هنالك زاوية مقدارها $30°$ في مثلّث قائم الزاوية فإنّ **طول القائم المقابل لهذه الزاوية يساوي نِصف طول الوتر**.	إذا كان أحد القائمين في مثلث قائم الزاوية يساوي نِصف طول الوتر فإنّ مقدار **الزاوية المقابلة لهذا القائم هو** $30°$.



.6 نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.

معطى ΔABC هو مثلث قائم الزاوية ($\measuredangle BCA = 90°$).
طول القائم CB هو 3 سم، وطول المتوسّط للوتر هو 3 سم.

أ. احسبوا أطوال جميع الأضلاع في المثلّث ΔABC. علّلوا كلّ مرحلة
(استعينوا بنظريّة فيثاغوروس).

ب. احسبوا مقدار جميع زوايا المثلّث ΔABC.

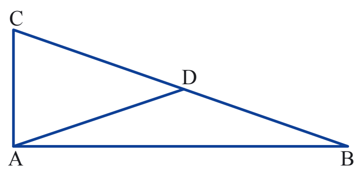
مجموعة مهامّ

ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فعّاليّات محوسبة "פעילויות מחשב"مهامّ بديلة لقسم من المهامّ في مجموعة المهامّ. سُجّل تحت المهمّة المشار إليها بـ * اسم المهمّة البديلة في الموقع.

أُعِدّت الرسومات في مجموعة المهامّ للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

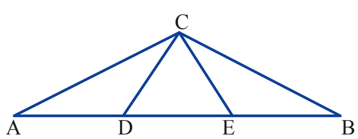
.1 معطى ΔABC قائم الزاوية $(\sphericalangle BAC = 90^\circ)$.
AD متوسّط للوتر.
AE ارتفاع للوتر.
$\sphericalangle ABC = 20^\circ$
احسبوا مقدار الزاويتين $\sphericalangle DAC$ وَ $\sphericalangle DAE$.

.2 معطى D منتصف CB
$\sphericalangle ADB = 150^\circ$
$AD = DB$
احسبوا $\sphericalangle C$



.3 معطى $CD \perp CB$
$CE \perp AC$
D منتصف AE وَ E منتصف BD.

أ. **برهنوا**: ΔDCE متساوي الأضلاع.
ب. احسبوا ΔACB.



***4.** ارسموا رسمًا بيانيًّا يصف طول المتوسّط للوتر في المثلّث القائم الزاوية كدالّة لطول الوتر.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "الرسم البيانيّ الذي يصف المتوسّط للوتر؟":*"גרף של התיכון ליתר".*

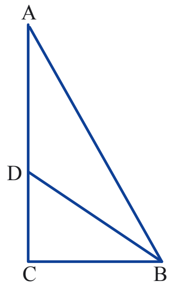
.5 معطى ΔABC قائم الزاوية.

$\sphericalangle A = 30^\circ$

CD متوسّط للوتر AB

ارسموا وبرهنوا: ΔDCB متساوي الأضلاع.

.6 معطى ΔABC قائم الزاوية $(\sphericalangle C = 90^\circ)$



$\sphericalangle BAC = 30^\circ$

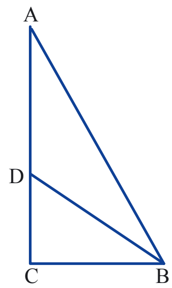
BD ينصّف الزاوية $\sphericalangle ABC$

$DB =$ 6 سم.

أ. احسبوا مقدار زوايا المثلّث ΔDCB ومقدار زوايا المثلّث ΔABD.

ب. احسبوا طول AC.

.7 معطى ΔABC قائم الزاوية.



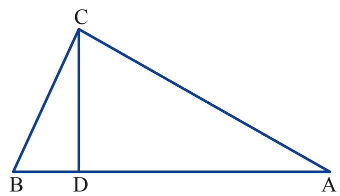
$\sphericalangle BAC = 30^\circ$

BD ينصّف الزاوية $\sphericalangle ABC$

$AB =$ 10 سم

احسبوا أطوال أضلاع المثلّث ΔADB.

.8 معطى ΔABC قائم الزاوية $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$.



$\sphericalangle BAC = 30^\circ$

$AB =$ 12 سم

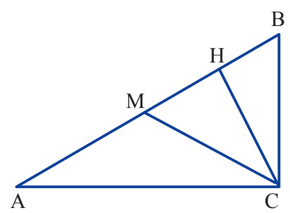
$CD \perp AB$.

أ. احسبوا مقدار زوايا المثلّث ΔABC ومقدار زوايا المثلّث ΔBCD.

ب. جدوا في الرسمة مثلّثات متشابهة وعلّلوا.

ت. احسبوا أطوال أضلاع المثلّث ΔABC وأطوال أضلاع المثلّث ΔBCD.

.9 معطى ΔABC قائم الزاوية $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$.



$\sphericalangle BAC = 30^\circ$

CM متوسّط للوتر AB

CH ارتفاع للوتر AB.

برهنوا: $\sphericalangle ACM = \sphericalangle MCH = \sphericalangle HCB$.

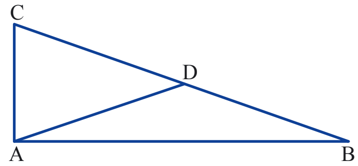
.10 معطى ΔABC.

$\measuredangle C = 60^\circ$

AD متوسّط للضلع BC.

$AC = \frac{1}{2} CB$

برهنوا: $\measuredangle CAB = 90^\circ$

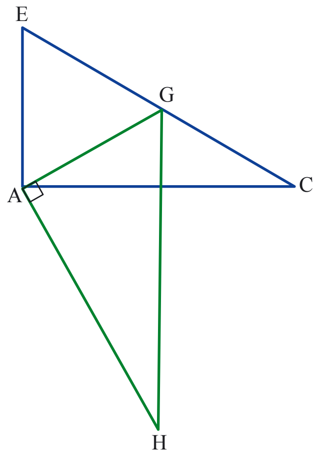


.11 يتطابق المثلّث **الأخضر** مع المثلّث **الأزرق** وكلاهما قائما الزاوية، في كلّ واحد منهما زاوية مقدارها 30°. (انظروا الرسمة).

أ. احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

ب. جدوا، في الرسمة، مثلّثًا متساوي الأضلاع وعلّلوا.

ت. جدوا، في الرسمة، أزواجًا مِنَ المثلّثات المتشابهة.



.12 معطى المثلّثان ABC وَ FBD هما مثلّثان متساويا الساقين متطابقين.

$\measuredangle FBD = \measuredangle ABC = 120^\circ$

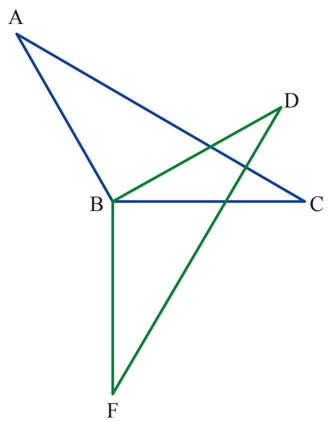
ضعوا المثلّث **الأخضر** على المثلّث **الأزرق**.

بحيث أن $\measuredangle ABD = 90^\circ$ (انظروا الرسمة).

أ. ارمزوا بحروف إلى نقاط تقاطع إضافيّة واحسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.

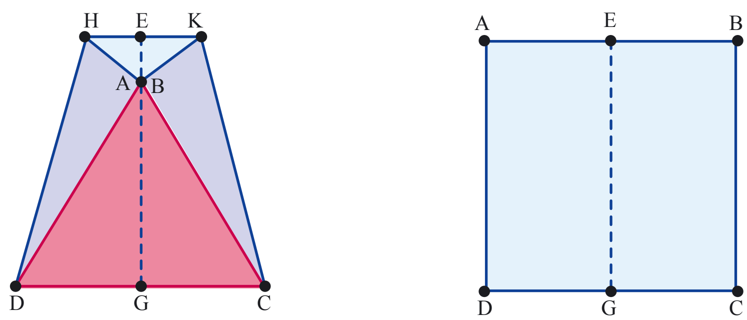
ب. سجّلوا أسماء جميع المثلّثات قائمة الزاوية التي تظهر في الرسمة.

ت. سجّلوا أسماء جميع المثلّثات المتساوية الساقين وعلّلوا.



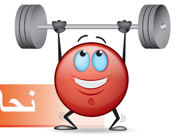
.13 أمامكم مربّع طول ضلعه 10 سم. E منتصف AB وَ G منتصف CD.

اطووا المربّع بحيث يلتقي B وَ A في نقطة واحدة على EG (انظروا الرسمة).



أ. ما نوع المثلّث **الأحمر** الذي نتج؟

ب. احسبوا على أيّ نقطة على EG يجب أن نطوي A وَ B.



نحافظ على لياقة رياضيّة

هيئة معادلات بمتغيّرين

1. معطاة هيئة معادلات: $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

ارسموا الخطّين البيانيّين للدالتين في هيئة محاور واحدة، وجدوا إحداثيّا نقطة تقاطعهما.

2. جدوا حلّ هيئات المعادلات التالية (جدوا قيمتيْ x وَ y).

أ. $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

ت. $\begin{cases} \frac{x}{2} - y = \frac{7}{2} - \frac{y}{2} \\ x + \frac{y}{2} = \frac{10 - y}{2} \end{cases}$

ب. $\begin{cases} x + y = \frac{5 - x}{2} \\ x + y = \frac{5 + x}{3} \end{cases}$

ث. $\begin{cases} (x + 1)(y - 1) = (x - 1)y \\ (x - 3)(y + 1) = (x + 3)(y - 2) \end{cases}$

3. معطى 4 معادلات بمتغيّرين:

$x + y = 7$ $\qquad$ $8x + 4y = 48$ $\qquad$ $y + 2x = 14$ $\qquad$ $2x + y = 12$

استعينوا بهذه المعادلات وابنوا هيئات معادلات حسب التعليمات التالية:

أ. اختاروا هيئة معادلات مكوّنة مِن معادلتين بحيث لا يكون لها حلًّا.

ب. اختاروا هيئة معادلات مكوّنة مِن معادلتين بحيث يكون حلّها عدد لا نهائيّ مِن أزواج الأعداد المرتّبة المناسبة للمستقيم.

ب. اختاروا هيئة معادلات مكوّنة مِن معادلتين بحيث يكون حلّها زوجًا واحدًا مرتّبًا مِنَ الأعداد. حلّوا هيئة المعادلات.

4. أراد **عدنان** أن يبني هيئة معادلات حلّها $(2, 1)$.

سجّل المعادلتين $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ لكنه وجد أنّ حلّ هيئة المعادلات ليس $(2, 1)$.

جدوا الخطأ وصحّحوه. اشرحوا.

5. معطاة هيئة معادلات: $\begin{cases} ax + y = 7 \\ x + by = 4 \end{cases}$

ماذا يجب أن يكون a وَ b إذا كان الزوج $(2, 3)$ هو حلّ للمعادلة؟ اشرحوا.