

الوحدة الحادية عشرة: أحداث متعلقة ببعضها واحتمال مشروط

الدرس الأول: احتمال أحداث متعلقة ببعضها



يوجد في صندوق مبيعات حملة التخفيض 60% قميص أزرق وسائر القمصان بيضاء. 20% من القمصان الزرقاء فيها ضرر معين، و 30% من القمصان البيضاء فيها ضرر معين. اختارت **نعمية** قميصاً من الصندوق بطريقة عشوائية. ما احتمال أن تختار قميصاً سليماً؟

نتعلم كيفية حساب أحداث متعلقة ببعضها.



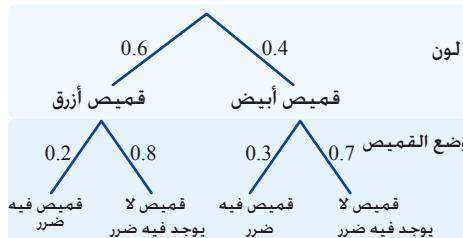
1. أ. أمامكم رسم تخطيطي "مساحة" مقسم حسب احتمال اختيار قميص أبيض أو قميص أزرق.

انسخوا الرسم التخطيطي.

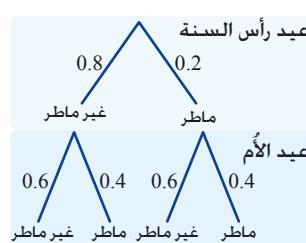
ارسموا خطأ أفقياً في كل مستطيل حسب احتمال اختيار قميص سليم (لا يوجد فيه ضرر) أو فيه ضرر.

- ب. ما احتمال أن تختار **نعمية**، بطريقة عشوائية، قميصاً سليماً؟

اشرحوا.



ت. رسم **عادل** رسم تخطيطي "شجرة". احسبوا بمساعدة الرسم التخطيطي "شجرة" احتمال أن تختار **نعمية**، بطريقة عشوائية، قميصاً سليماً. هل حصلتم على النتيجة نفسها؟



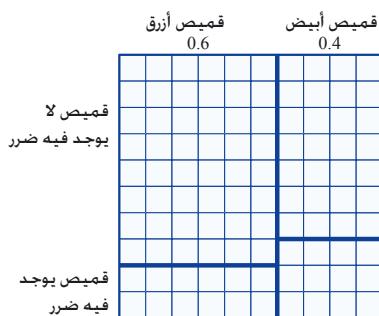
ث. قال **باسل**: بنينا في الوحدة السابقة الرسم التخطيطي "شجرة". مثلاً: بنينا الرسم التخطيطي "ماتر في عيد رأس السنة وفي عيد الأم". ما الفرق بين الرسومات التخطيطية "شجرة" السابقة والرسم التخطيطي "شجرة" في بند ث؟ ما الجديد؟



هناك تجارب يتغير فيها الاحتمال في المرحلة الثانية حسب النتائج الناتجة في المرحلة الأولى. في هذه الحالات:

- **نقسم في الرسم التخطيطي "مساحة"** كل مستطيل من المستطيلات الناتجة في المرحلة الأولى بطريقة مختلفة.
- **في الرسم التخطيطي "شجرة"** تتغير، في المرحلة الثانية، الاحتمالات المسجلة على الفروع التي تخرج من نفس التفرع، وذلك حسب النتائج التي نتجت في المرحلة الأولى.

مثال: في المهمة 1

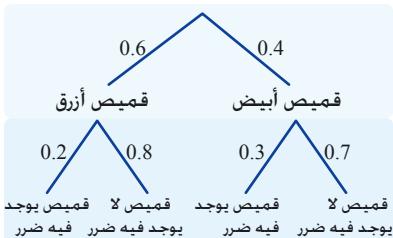


- **في الرسم التخطيطي "مساحة"** نقسم في **المرحلة الأولى** مساحة المربع إلى مستطيلين حسب لون القميص.

نقسام في **المرحلة الثانية** المستطيلات الناتجة **بطريقة مختلفة**، لأن احتمال اختيار قميص فيه ضرر أو قميص سليم **متعلق** بلون القميص الذي تم اختياره في المرحلة الأولى.

تم التقسيم في مستطيل القميص **الأزرق** حسب الاحتمال 0.2 (ضرر)، 0.8 (دون ضرر أو سليم).

أما في مستطيل القميص **الأبيض** فقد تم التقسيم حسب الاحتمال 0.3 (ضرر)، 0.7 (دون ضرر أو سليم).



- **في الرسم التخطيطي "شجرة"**

تنفرع الفروع في **المرحلة الأولى** حسب لون القميص.

تنفرع الفروع في **المرحلة الثانية** حسب الاحتمالات المختلفة: 0.3 و 0.7 للقميص **الأبيض**، 0.8 و 0.2 للقميص **الأزرق**.

للذكر

في الرسم التخطيطي "شجرة"، مجموع الاحتمالات في كل نقطة تفرع هو 1.

2. يشتراك **سائد** في لعبة إطلاق النار.

الاحتمال أن يُصبِّي الهدف في اطلاق النار الأول هو 0.4

إذا أصاب **سائد** الهدف في اطلاق النار الأول فاحتمال أن يُصبِّي الهدف في اطلاق النار الثاني هو 0.7

إذا لم يُصب **سائد** الهدف في اطلاق النار الأول فاحتمال أن يُصبِّي الهدف في اطلاق النار الثاني هو 0.45.

أ. ما احتمال أن لا يُصبِّي **سائد** الهدف بتاتاً؟

ب. ما احتمال أن يُصبِّي **سائد** الهدف مرة واحدة على الأقل؟



3. الاحتمال أن نلتقي، بطريقة عشوائية، بشخص طوله أكثر من 1.80 م هو 0.2، والاحتمال أن نلتقي بلاعب كرة سلة هو 0.05.

هل من المعقول الافتراض أنه إذا التقينا بلاعب كرة سلة فاحتمال أن يكون طوله أكثر من 1.80 هو 0.05 أيضاً؟ اشرعوا.

مجموعة مهام



1. يتمرن يوسف على احراز الكرة في السلة. يرمي الكرة نحو السلة مرتين. احتمال أن يُحرز الكرة في المرة الأولى هو 0.3

إذا أحرز يوسف الكرة في المرة الأولى فاحتمال أن يُحرز الكرة في المرة الثانية أيضاً هو 0.6.

إذا لم يُحرز يوسف الكرة في المرة الأولى فاحتمال أن يُحرز الكرة في المرة الثانية هو 0.35.

أ. ما احتمال أن لا يُحرز يوسف الكرة بتاتاً؟

ب. ما احتمال أن يُحرز يوسف الكرة مرتين؟



2. احتمال ولادة بنت، في مدينة السلام، يساوي احتمال ولادة ولد.

وُجد في الاستطلاع الذي أجري في المدينة أن 40% من البنات شعرها فاتح و 30% من الأولاد شعرهم فاتح.

نختار طفلاً بطريقة عشوائية (ولد أو بنت) من بين أطفال المدينة.

ما احتمال أن نختار بنت شعرها غامق؟



3. احتمال ولادة طفل شعره فاتح، في دولة بولندا، هو $\frac{1}{5}$.

$\frac{2}{3}$ الأطفال الذين شعرهم فاتح عيونهم زرقاء و $\frac{1}{6}$ الأطفال الذين شعرهم قاتم عيونهم زرقاء. أي حدث احتمال حدوثه أكبر:

أن نلتقي بشخص شعره فاتح وعيونه زرقاء أم نلتقي بشخص شعره غامق وعيونه زرقاء؟



4. هناك مجموعة أشخاص تحافظ على الوزن السليم، 65% من أعضاء المجموعة

هم نساء وسائر أعضاء المجموعة هم رجال.

بعد مرور شهر على الحفاظ على الوزن، انخفض وزن 60% من النساء و 30% من الرجال.

نختار من المجموعة شخصاً (رجل أو امرأة) بطريقة عشوائية.

ما احتمال أن لا ينزل في الوزن؟



5. يريد ثلاثة نقاد أن يكتبوا انتقاداً على كتاب جديد.

يكتب الأول، عادةً، انتقاداً إيجابياً على ثلث الكتب.

يقرأ الثاني، عادةً، انتقاد الأول ويكتب عن ثلثي الكتب العكس.

يقرأ الثالث انتقاداً الأول والثاني. إذا اتفق الأول والثاني على انتقاد معين فهو يكتب عكسهما.

إذا كان الأمر غير ذلك فإنه يكتب نقداً إيجابياً عن نصف الكتب ويكتب نقداً سلبياً عن النصف الآخر.

نختار كتاباً، بطريقة عشوائية، تم فحصه بواسطة النقاد الثلاثة.

أ. ما احتمال أن ينال الكتاب الذي تم اختياره على انتقاد إيجابي واحد؟ اشرحوا.

ب. ما احتمال أن لا ينال الكتاب الذي تم اختياره على انتقاد إيجابي؟ اشرحوا.



الدرس الثاني: أحداث تنتهي براحل مختلفة

المرحلة النهائية في مباريات كرة السلة في الـ NBA مكونة من سلسلة مباريات. الفريق الأول الذي يفوز في أربع مباريات هو بطل الدوري.

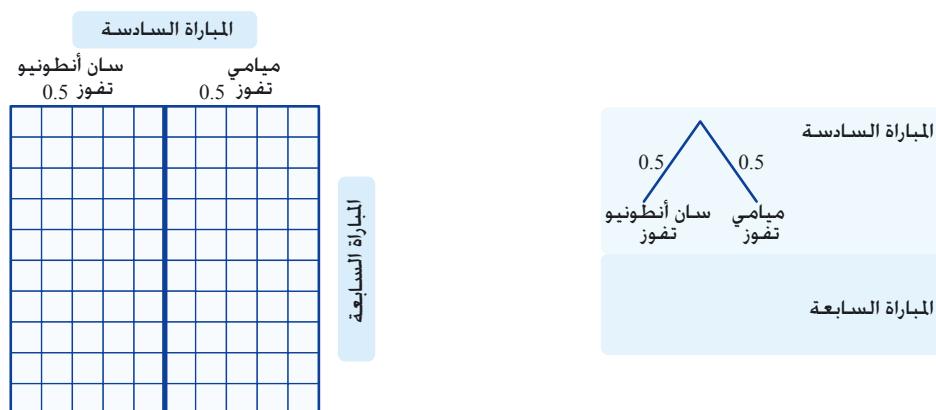
وصل الفريقان ميامي هيت (Miami Heat) وسان انطونيو سفرس

يعد خمس ألعاب، فاز فريق سان أنطونيو سافرس بثلاث مباريات وفاز فريق ميامي هيتارتين. سنة 2013، اللعبة النهائية في دوري الـNBA (San Antonio Spurs).

نفترض أن الفريقين متكافئان، هذا يعني أنه في كل لعبه منفردة هنالك نفس احتمال الفوز للفريقين ($\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$)
ما احتمال كل فريق أن يفوز بالبطولة في السنة نفسها؟
نخمنوا أي فريق فاز بالبطولة؟

نَتَعَلَّمُ عَنْ كِيفيَّةِ حِسابِ الْاحْتِمَالِ عِنْدَمَا تَنْتَهِيُ الْأَحْدَاثُ فِي مَرَاحِلٍ مُخْتَلِفَةٍ.

١٠. أمامكم رسم تخطيطي "شجرة" ورسم تخطيطي "مساحة"، وهما يصفان احتمال كل فريق بالفوز في المباراة.



أ. انسخوا الرسمين التخطيطيين وأكملوا حسب احتمالات كل فريق الفوز في المباراة السابعة.

حقّ فريق سان أنطونيو، سنة 2013، نسخة 3: ضد فريق ميامي، لكن فاز فريق ميامي

البطولة نتائج 3:4

وفي سنة 2012 أيضاً، فاز فريق ميامي بالبطولة بنتيجة 4:1 ضد فريق أكلاهوما.





في المهمة 1، هنالك نتيجتان ممكنتان في المباراة السادسة: يفوز فريق سان أنطونيو أو يفوز فريق ميامي.

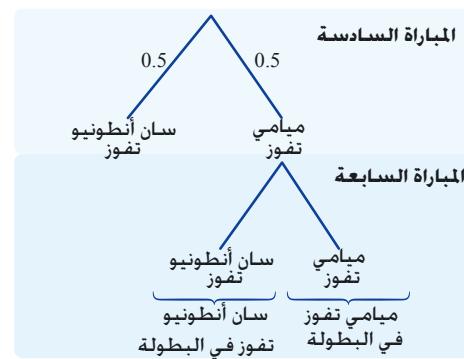
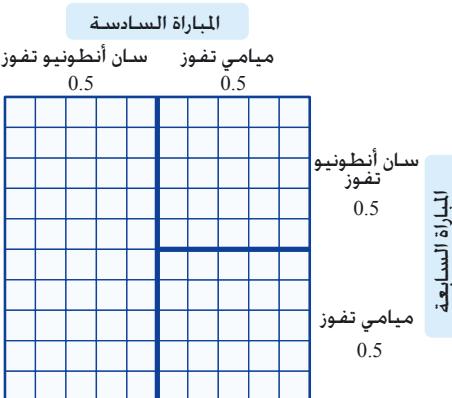
• إذا فاز فريق سان أنطونيو فهو يفوز في البطولة؛ لذا لا تكون مباراة إضافية. في هذه الحالة:

لا يكون تفرع إضافي من هذا الفرع في الرسم التخطيطي "شجرة".

ولا يكون تقسيم إضافي لهذا المستطيل في الرسم التخطيطي "مساحة".

• إذا فاز فريق ميامي ينتج تعادل (3:3) وستجري مباراة إضافية. في هذه الحالة:

نُفرع الفرع "يفوز فريق ميامي" إلى فرعين إضافيين في الرسم التخطيطي "شجرة"، ونقسم في الرسم التخطيطي "مساحة" المستطيل "يفوز فريق ميامي" إلى مستطيلين: "يفوز فريق سان أنطونيو" أو "يفوز فريق ميامي".



لذا احتمال فوز سان أنطونيو في البطولة هو $0.5 + 0.25 = 0.75$
واحتمال فوز فريق ميامي في البطولة هو 0.25

2. ينجح 0.3 من الذين يتعلمون سياقة السيارة، في الامتحان، في المرة الأولى.

ينجح 0.6 من الذين فشلوا، في المرة الأولى، في المرة الثانية.

أ. جدوا احتمال أن يحتاج تلميذ/ة يتعلم السياقة أن يُتحسن في المرة الثالثة.

استعينوا برسم تخطيطي "شجرة" أو برسم تخطيطي مساحة.



ب. ينجح 0.8 من الذين فشلوا في امتحان السياقة، في المرة الثانية، في المرة الثالثة.
جدوا احتمال أن يحتاج تلميذ/ة يتعلم السياقة أن يُتحسن في المرة الرابعة.



مجموعة مهام



1. يلعب تامر وسمير في الاستراحة لعبة رمي القطعة النقدية المعدنية.

يفوز تامر بنقطة إذا ظهر "العدد".

يفوز سمير بنقطة إذا ظهرت "الشجرة".

التلميذ الأول الذي يجمع 10 نقاط هو الفائز.

حصل تامر خلال اللعبة على 8 نقاط وحصل سمير على 9 نقاط، وقد أوقفا اللعبة في هذه المرحلة.

قال سمير: احتمال أن أفوز في اللعبة أفضل من احتمال فوز تامر. قال تامر: هذا غير صحيح.

أ. كم مرة، على الأكثر، يجب عليهما أن يرميا القطعة النقدية المعدنية حتى يحصل أحدهما على 10 نقاط؟

ب. ما احتمال أن يفوز تامر في اللعبة؟



2. يلعب ضرار في آلة حظ فيها احتمال الفوز باللعبة هو 0.35.

إذا فاز في اللعبة الأولى فهو يستحق أن يلعب مرة إضافية.

إذا فاز في اللعبة الثانية أيضاً فيفوز ضرار بجائزة.

يلعب ضرار لعبتين.

أ. أماكم المرحلة الأولى (اللعبة الأولى) في الرسم التخطيطي "شجرة".

انسخوا الرسم التخطيطي وأضيفوا المرحلة الثانية (اللعبة الثانية).

ب. ما احتمال أن يفوز ضرار بجائزة؟

ت. ما احتمال أن لا يفوز ضرار بجائزة؟



4. تُستعمل مادة لإبادة الآفات الزراعية في حقل بندورة.

احتمال أن ينجح رش هذه المادة هو 70%.

إذا لم ينجح الرش (هذا يعني أنه بقيت آفات زراعية في الحقل) فتُستعمل مادة تُبيد الآفات الزراعية بنسبة 85% من الحالات.

أ. ما احتمال أن تكون عملية الرش غير ناجحة في المرتين؟

ب. ما احتمال أن تكون معالجة الآفات الزراعية ناجحة؟





5. 0.3 من سكان مدينة معينة هم قادمون جدد.

0.6 من القادمين الجدد في المدينة يتعلّمون اللغة العربية في معهد اللغة العربية.

أ. احتمال أن نلتقي بمواطن في المدينة، بطريقة عشوائية، يتعلّم في معهد اللغة العربية؟

أ. احتمال أن نلتقي بمواطن في المدينة، بطريقة عشوائية، لا يتعلّم في معهد اللغة العربية؟



6. تتأخر 12% من طائرات شركة "بساط الريح" في الوصول إلى المكان المطلوب.

تتأخر 35% من الطائرات المتأخرة أكثر من ساعة.

ما هو احتمال أن تصلك المكان المطلوب بتأخير مقداره أكثر من ساعة واحدة؟



7. أرادت **ميريم** أن تُشعل شموعاً في ليلة الاحتفال. احتمال أن تجد شموعاً في بيتها هو 0.8.

إذا لم تجد شموعاً في البيت فإنها تشتري من الدكان.

احتمال أن تجد دكاناً مفتوحاً هو 0.9، واحتمال أن تجد في الدكان شموع هو 0.6.

ما احتمال أن تُشعل **ميريم** الشموع في ليلة الاحتفال؟



8. تبحث **نعيمة** عن معلومات لوظيفة موضوع التاريخ في موقع الإنترت.

احتمال أن تجد معلومات للوظيفة في الموقع الأول هو 0.9.

إذا لم تجد **نعيمة** معلومات للوظيفة في الموقع الأول فإنها تبحث في الموقع الثاني.

احتمال أن تجد معلومات للوظيفة في الموقع الثاني هو 0.8.

إذا لم تجد **نعيمة** معلومات للوظيفة في الموقع الثاني فإنها تبحث في الموقع الثالث.

احتمال أن تجد معلومات للوظيفة في الموقع الثالث هو 0.7.

إذا لم تجد **نعيمة** معلومات للوظيفة في الموقع الثالث فإنها لا تحضر الوظيفة بواسطة الإنترت.

ما هو احتمال أن تحضر **نعيمة** الوظيفة في موضوع التاريخ بواسطة المعلومات التي وجدتها في الإنترت؟



9. تختار المعلمة تلميذًا أو تلميذة بالسحب يانصيب كالتالي:

يرمي كل تلميذ مكعبًا حسب الدور.

الللميد الأول الذي يحصل على العدد 6 هو الذي تختاره المعلمة.

باسل هو التلميذ العاشر في الدور. ما احتمال أن يختار؟



10. توقفت سيارة في جانب الطريق بسبب خلل.

مئذن نصف الأشخاص الذين يمررون في الشارع السيارة.

نصف الأشخاص الذين ميزوا السيارة هم أشخاص مهتمون يقفون إلى جانب السيارة.

يميل نصف الأشخاص الذين يقفون إلى جانب السيارة معلومات فنية للكشف عن الخلل.

ما احتمال أن يكون الشخص الذي يمر في الشارع هو شخص مهم وimmelk المعلومات الفنية

التي تُنقد السيارة؟

الدرس الثالث: إخراج دون إعادة احتمال أحداث فيها كميات متغيرة



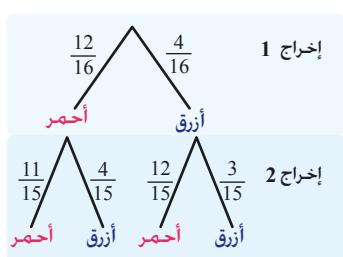
يوجد في جرة 16 كرة: 4 زرقاء و 12 حمراء.
أخرج **باسل** كرتين من الجرة، الواحدة تلو الأخرى (دون إعادة).
احسبوا احتمال إخراج كرتين **زرقاء**.
احسبوا احتمال إخراج كرتين **حمراء**.

نتعلم كيفية حساب احتمال أحداث فيها الكمية العامة متغيرة.

1. يوجد داخل كيس 40 قميصاً. 15 قميصاً باللون **الأحمر** وسائر القمصان باللون **الأخضر**.
أخرجت **سامية** قميصين من الكيس، بطريقة عشوائية، الواحد تلو الآخر.
أ. ارسموا الرسم التخطيطي "شجرة".
ب. احسبوا احتمال إخراج قميصين لونهما مختلف.



هناك أحداث مكونة من مرحلتين، نصف فيها إخراج عشوائيٍّ من كمية معطاة دون إعادة، تتغير الكمية الكلية بعد الإخراج الأول، ويتغير في أعقابها أيضاً احتمال النتائج في المرحلة الثانية.
مثال: أخرجت كرة واحدة في المرحلة الأولى في مهمة الافتتاحية؛ لذا بقيت في الجرة 15 كرة.
احتمال إخراج كرة في المرحلة الثانية متعلق بلون الكرة التي أخرجت في المرحلة الأولى.

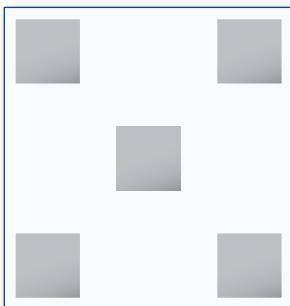


إذا أخرجت كرة **زرقاء** في المرحلة الأولى فتبقى في الجرة 3 كرات **زرقاء** و 12 كرتاً **حمراء**. لذا، احتمال إخراج كرة **زرقاء** في هذه الحالة هو $\frac{3}{15}$ واحتمال إخراج كرة **حمراء** هو $\frac{12}{15}$.

إذا أخرجت كرة **حمراء** في المرحلة الأولى فتبقى في الجرة 4 كرات **زرقاء** و 11 كرتاً **حمراء**. لذا، احتمال إخراج كرة **زرقاء** في هذه الحالة هو $\frac{4}{15}$ واحتمال إخراج كرة **حمراء** هو $\frac{11}{15}$.
احتمال إخراج كرتين **زرقاء** هو $\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$



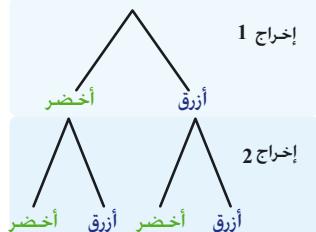
2. يوجد في كيس 100 حبة حلوي بطعم مختلف.
20 حبة حلوي بطعم الليمون، 50 حبة حلوي بطعم التوت و 30 حبة حلوي بطعم الكرز.
أخرجت **سلوى** حبتين حلوي من الكيس، بطريقة عشوائية، الواحدة تلو الأخرى.
أ. ارسموا الرسم التخطيطي "شجرة".
ب. احسبوا احتمال إخراج حبتين حلوي لهما الطعم نفسه.



3. يحصل كل مشتري في مطعم بيتسا على بطاقة حظ فيها 5 مربعات. سُجل "كأس عصير" تحت مربعين. نُزيل مربعين فقط. إذا ظهر تحتهما "كأس عصير" فيحصل المشتري على كأس عصير مجاناً. ما احتمال الفوز بكأس عصير مجاناً؟



4. يشترك في لعبة 4 أشخاص. لتحديد اللاعب الذي يفتح اللعبة، وضع أربعة أقلام من النوع نفسه في كأس، قلم واحد منها مبriٰ فقط. يختار أحد المشتركين قلماً بطريقة عشوائية. إذا اختار القلم المبriٰ فيكون اللاعب الأول. إذا لم ينجح في ذلك فيختار المشترك الثاني قلماً. إذا اختار القلم المبriٰ فيكون اللاعب الذي يفتح اللعبة، وهكذا دواليك (لا نعيد الأقلام التي تم اختيارها إلى الكأس). عندما يختار أحد المشتركين القلم المبriٰ تتوقف عملية الاختيار.
- ما احتمال أن يختار اللاعب الأول القلم المبriٰ؟
 - ما احتمال أن يختار اللاعب الثاني القلم المبriٰ؟ وما احتمال أن يختار اللاعب الثالث القلم المبriٰ؟
 - هل هذه اللعبة نزيهة لاختيار اللاعب الذي يفتح اللعبة؟ اشرحوا.



1. يوجد في جرة 20 كرة: 8 كرات زرقاء و 12 كرة خضراء. أخرجت **عدن** كرتين من الجرة، الواحدة تلو الأخرى، بطريقة عشوائية، ودون إعادة.
- انسخوا الرسم التخطيطي "شجرة" وأكملاوا الاحتمالات المناسبة.
 - احسبوا احتمال إخراج:
 (i) كرتين **زرقاء**.
 (ii) كرتين **خضراء**.



2. يوجد في جرة 13 كرة: 7 كرات زرقاء و 6 كرات حمراء. أخرج **عادل** كرتين من الجرة، الواحدة تلو الأخرى، بطريقة عشوائية، ودون إعادة.
- احسبوا احتمال إخراج **كرتين زرقاء**.
 - احسبوا احتمال إخراج **كرتين لونهما مختلف**.



3. يوجد في جرة 15 كرة: 6 **زرقاء** 4 **حمراء** و 5 **خضراء**.

أخرج **عادل** كرتين من الجرة، الواحدة تلو الأخرى، بطريقة عشوائية، دون إعادة.

أ. احسبوا احتمال إخراج كرتين **زرقاء**.

ب. احسبوا احتمال إخراج كرتين لونهما مختلف.



4. يوجد في علبة 12 بطاقة. سُجل على كل بطاقة عدد صحيح واحد من 1 حتى 12.

أ. اختارت **نعيمة** بطاقة (لا تعيدها إلى العلبة). ما احتمال أن تختر العدد 5؟

ب. اختارت **نعيمة** بطاقة إضافية. ما هو احتمال أن تختر، في المرة الثانية، العدد 5؟



5. اشتراك 20 تلميذاً في المخيم الصيفي. أُجري سحبان لليانصيب خلال المخيم. يمكن الفوز بجائزة واحدة فقط.

فاز في السحب الأول أحد التلاميذ بتذكرة دخول إلى متنزه الألعاب (اللونا بارك).

فاز في السحب الثاني 3 أطفال بتذكرة دخول إلى السينما.

نختار تلميذاً واحداً من تلاميذ المخيم بطريقة عشوائية.

أ. ما احتمال الفوز بتذكرة دخول إلى السينما؟

ب. ما احتمال أن لا نفوز بتاتاً؟



6. يوجد في كيس 25 قطعة شوكولاتة:

8 قطع شوكولاتة مُرّة، 5 قطع شوكولاتة بيضاء وسائر قطع الحلوي بطعم الحليب.

أخرجت **نعيمة** قطعتين من الشوكولاتة من الكيس، الواحدة تلو الأخرى (دون إعادة).

أ. ما احتمال أن تُخرج **نعيمة** قطعتين من الشوكولاتة من النوع نفسه؟

ب. ما احتمال أن تُخرج **نعيمة** قطعة شوكولاتة بيضاء واحدة، على الأقل؟



7. أقفلت **ميريم** دراجتها الهوائية بقفل شفرته مكونة من 4 أقلام.

تدَّرَّكت **ميريم** أنها استعملت الأرقام 7 ، 5 ، 3 ، 1 لكنها لم تتدَّرَّكْ ترتيب الأرقام.

أ. كم إمكانية توجد لترتيب الأرقام الأربع في الشيفرة؟

ب. ما احتمال أن تنجح **ميريم** في فتح القفل في المحاولة الثالثة؟



الدرس الرابع: احتمال مشروط

نختار في فحوصات الخدمة العسكرية عينة مكونة من 1,000 ذكر و 1,000 أنثى.



وُجد أن 30 من كل 1,000 ذكر يعانون من عمى الألوان.
وبنت واحدة من كل 1,000 بنت تعاني من عمى الألوان.
نختار أسماءً بطريقة عشوائية من قائمة المجندين إلى الخدمة العسكرية.
خمنوا: ما احتمال أن نختار شخصاً يعاني من عمى الألوان؟
سنتناول الاحتمال المشروط.

١. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.
أ. انسخوا الجدول وأكملوا التكرارية المناسبة في المكان المناسب.

	يعانون من عمى الألوان	لا يعانون من عمى الألوان	المجموع
بنون			
بنات			
المجموع			2000

- ب. نختار أسماءً بطريقة عشوائية من قائمة الذكور المجندين. ما احتمال أن لا نختار ذكر يعاني من عمى الألوان؟
ت. نختار أسماءً بطريقة عشوائية من قائمة الإناث المجنديات. ما احتمال أن لا نختار بنت تعاني من عمى الألوان؟
ث. ما احتمال أن نختار اسم ذكر من قائمة الذين يعانون من عمى الألوان؟



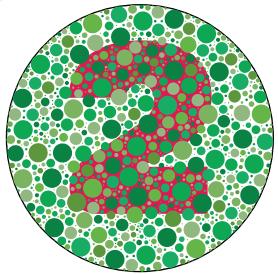
نسمي احتمال حدث معين بافتراض أن حدثاً آخر يحدث "احتمال مشروط".

مثال: وجدنا في مهمة 1 احتمال مشروط. نتمعن في جدول التكرارية.

	يعانون من عمى الألوان	لا يعانون من عمى الألوان	المجموع
بنون	30	970	1000
بنات	1	999	1000
المجموع	31	1969	2000

نرى في جدول التكرارية:

- في العينة المكونة من 1,000 ذكر متعدد. يعانون 30 منهم من عمى الألوان. لإيجاد احتمال اختيار اسم ذكر لا يعاني من عمى الألوان نحسب كالتالي: $\frac{970}{1000} = 0.97$ (بند ب).
- في العينة المكونة من 1,000 بنت مجندة. تعاني بنت واحدة منها من عمى الألوان. لإيجاد احتمال اختيار اسم بنت لا تعاني من عمى الألوان نحسب كالتالي: $\frac{999}{1000} = 0.999$ (بند ت).
- يوجد في العينة 30 ذكراً يعانون من عمى الألوان من مجموع 31 شخصاً يعانون من عمى الألوان. لإيجاد احتمال اختيار اسم ذكر من قائمة الأشخاص الذين يعانون من عمى الألوان نحسب كالتالي: $\frac{30}{31} = 0.97$ (بند ث).



مثال لامتحان إيشيهارا (Ishihara): الشخص الذي لا يميز بين الأحمر والأخضر لا يستطيع أن يقرأ العدد الذي يظهر في الصورة.

هناك أنواع مختلفة من **عمى الألوان** ومستويات مختلفة، ابتداءً من عدم تمييز لون واحد حتى عمي الألوان الكامل. 8% من الرجال وحوالي 0.5% من النساء في المجتمع يعانون من عمي الألوان.



في معظم الحالات مصدر عمي الألوان هو خلل وراثي ينتقل بالوراثة بواسطة جين متعدد موجود في كروموسوم X، لذا يحدث الخلل فقط إذا كان مقابله كروموسوم آخر يحمل الخلل نفسه.

لا يميز معظم الذين يعانون من عمي الألوان بين اللونين الأخضر والأحمر، وفي حالات خطيرة يرى الأشخاص الذين يعانون من عمي الألوان العالم باللونين الأسود والأبيض وباللون الرمادي.

يوجد عند الرجل (XY) كروموسوم X واحد فقط، لذا يؤدي كل خلل في الجين إلى حدوث عمي الألوان. يوجد عند المرأة (XX) كروموسومان X. إذا كان خلل في كروموسوم X واحد فقط فإن الكروموسوم الآخر يمنع من حدوث عمي الألوان، لذا يحدث عمي الألوان إذا كان الكروموسومان فيما خلل.

2. يوجد في مدرسة "هواة الدورات" دورتان بعد الظهر، دورة رياضيات ودورة كرة سلة.
يشترك في دورة الرياضيات 70 ولداً و 50 بنتاً. يشترك في دورة كرة السلة 130 ولداً و 50 بنتاً.
أ. انسخوا الجدول وأكملوا التكرارية المناسبة في المكان المناسب.

رياضيات	كرة سلة	المجموع
بنون		
بنات		
المجموع		

- ب. نختار اسمًا، بطريقة عشوائية، من قائمة البنون الذين يشتركون في الدورات.
ما احتمال أن نختار ولداً يشترك في دورة الرياضيات؟
ت. نختار اسمًا، بطريقة عشوائية، من قائمة البنات التي تشترك في الدورات.
ما احتمال أن نختار بنتًا تشترك في دورة كرة السلة؟
ث. ما احتمال أن نختار اسم بنت من قائمة جميع المشتركين في دورة الرياضيات؟
ج. معلوم أن الاختيار وقع على مشترك/ة في دورة كرة السلة. ما احتمال أن يكون هذا المشترك بنتاً؟
ح. ما احتمال أن نختار اسم ولد من قائمة جميع المشتركين؟
ما احتمال أن نختار مشترك/ة في دورة الرياضيات من قائمة جميع المشتركين؟





3. يوجد في جارور دفاتر رقيقة ودفاتر سميكة، قسم منها دفاتر سطور وقسم منها دفاتر تربيعات. أمامكم جدول تكرارية مناسب.

	دفاتر رقيقة	دفاتر سميكة	المجموع
دفاتر سطور	18	30	
دفاتر تربيعات	6	6	
المجموع			

أ. انسخوا الجدول وأكملوا سطر عمود المجموع.
ب. كم دفترًا يوجد في الجارور؟

ت. نختار دفترًا واحدًا من الجارور بطريقة عشوائية. ما احتمال أن نختار دفترًا رقيقاً؟

ث. نختار دفترًا واحدًا من الجارور بطريقة عشوائية. ما احتمال أن نختار دفتر تربيعات؟

ج. معلوم أنه اختير دفتر رقيق. ما احتمال أن يكون دفتر تربيعات؟

ح. معلوم أنه اختير دفتر تربيعات. ما احتمال أن يكون الدفتر سميكة؟

خ. معلوم أنه اختير دفتر سميك. ما احتمال أن يكون دفتر تربيعات؟

د. معلوم أنه اختير دفتر سطور. ما احتمال أن يكون الدفتر رقيقاً؟

ذ. معلوم أنه اختير دفتر سطور. ما احتمال أن يكون الدفتر سميكة؟



حسبنا، في المهمة 3، في البنود ج - د "احتمال مشروط". ننفذ الحسابات كالتالي:

مجموع الدفاتر هو 24 دفترًا رقيقاً. 6 منها دفاتر تربيعات.

لذا، إذا كان معلوماً أننا اختربنا دفترًا رقيقاً فاحتمال أن يكون الدفتر تربيعات هو $\frac{6}{24} = 0.25$ (بند ج).

إذا كان معلوماً أننا اختربنا دفتر سطور فاحتمال أن يكون الدفتر رقيقاً هو $\frac{18}{48} = 0.375$ (بند خ).

إذا كان معلوماً أننا اختربنا دفتر سطور فاحتمال أن يكون الدفتر سميكة هو $\frac{30}{48} = 0.625$ (بند ذ).

انتبهوا! مجموع الاحتمالات في البندين د و ذ هو 1، لأنّه في الحالتين أختير دفتر سطور، وهذه هي جميع الإمكانيّات لاختيار دفتر سطور.





4. تابعوا 2,000 شخص أعمارهم أكثر من 65 سنة لفحص نجاعة تطعيم ضد مرض الإنفلونزا.

تم تطعيم 1,200 شخص.

حصل 120 شخصاً على التطعيم وأصيبوا بمرض الإنفلونزا.

لم يحصل 240 شخصاً على التطعيم وأصيبوا بمرض الإنفلونزا.

أ. انسخوا الجدول وأكملوا التكرارية المناسبة في المكان المناسب.

	حصلوا على تطعيم	لم يحصلوا على تطعيم	المجموع
أصيبوا بالإنفلونزا			
لم يرضوا بالإنفلونزا			
المجموع			2000

ب. نختار شخصاً بطريقة عشوائية. ما احتمال أن يكون من الذين حصلوا على تطعيم وأصيبوا بالإنفلونزا؟

ت. معلوم أن سائد لم يحصل على تطعيم. ما احتمال أن يُصاب بمرض الإنفلونزا؟

ث. نختار شخصاً، بطريقة عشوائية، من قائمة الذين مرضوا بالإنفلونزا. ما احتمال أنه حصل على تطعيم؟



1. فُحصت عينة من الرجال والنساء.
أمامكم جدول تكراريّة مناسب.

	يملكون رخصة سياقة	لا يملكون رخصة سياقة	المجموع
نساء	36	24	
رجال	28	12	
المجموع			

أ. انسخوا الجدول وأكملوا سطر وعمود المجموع.

ب. كم شخصاً (رجال ونساء) كان في العينة؟

ت. نختار مفهوماً/ة بطريقة عشوائية. ما احتمال اختيار امرأة تملك رخصة سياقة؟

ث. إذا اختربنا امرأة فيما احتمال أنها تملك رخصة سياقة؟

ج. معلوم أن الذي اختير يملك رخصة سياقة. ما احتمال اختيار امرأة؟

ح. معلوم أن الذي اختير لا يملك رخصة سياقة. ما احتمال اختيار رجل؟



2. سألوا 60 تلميذاً من شريحة الصفوف التاسعة: أين يفضلون الرحلة، في البحر الميت أم في الجليل؟
يُفضل 18 تلميذاً من الصفّ التاسع أ أن يسافروا إلى الجليل وَ 12 تلميذاً إلى البحر الميت.
يُفضل 15 تلميذاً من الصفّ التاسع ب أن يسافروا إلى الجليل، أمّا سائر التلاميذ فيفضلون السفر إلى البحر الميت.
أ. انسخوا الجدول وأكملوا التكرارية المناسبة في المكان المناسب.

	الجليل	البحر الميت	المجموع
التاسع أ			
التاسع ب			
المجموع			

- ب. نختار اسمَاً منَ الصفَّ التاسع أ بطريقة عشوائية. ما احتمال اختيار تلميذ/ة يُفضل السفر إلى الجليل؟
ت. معلوم أنَّ الذي اختير/ت يُفضل السفر إلى البحر الميت. ما احتمال أنه/ ها منَ الصف التاسع أ؟
ث. معلوم أنَّ الذي اختير/ت منَ الصف التاسع ب. ما احتمال أنه/ ها يُفضل السفر إلى البحر الميت؟
ج. نختار اسم تلميذ/ة، بطريقة عشوائية، منِ شريحة الصفوف التاسعة. ما احتمال أنه/ ها يُفضل السفر إلى الجليل؟



3. يتعلّم في شريحة الصفوف التاسعة، في مدرسة العلوم، 60 تلميذاً وَ 80 تلميذة.
يتعلّم 40 تلميذاً موضوع الحاسوب وتتعلّم 50 تلميذة موضوع الحاسوب.
أ. انسخوا الجدول وأكملوا التكرارية المناسبة في المكان المناسب.

	يتعلّمون حاسوب	لا يتعلّمون حاسوب	المجموع
تلاميذ			
تلميذات			
المجموع			

- ب. نختار اسمَاً من قائمة جميع تلاميذ شريحة الصفوف التاسعة بطريقة عشوائية. ما احتمال أن يكون الشخص الذي اختير/ت يتعلّم موضوع الحاسوب؟
ت. نختار اسم تلميذ بطريقة عشوائية. ما احتمال أنه يتعلّم موضوع الحاسوب؟
ث. نختار اسم تلميذة بطريقة عشوائية. ما احتمال أنها لا تتعلّم موضوع الحاسوب؟
ج. إذا كان معلوماً أنَّ الذي اختير/ت يتعلّم موضوع الحاسوب فما احتمال أن يكون تلميذاً؟





4. بعد أن أُجري امتحان في موضوع الرياضيات، سألوا 200 تلميذ هل استعدّوا للامتحان؟
أمامكم جدول تكراريّة فيه معطيات عن نجاح التلاميذ في الامتحان.

	نجحوا في الامتحان	فشلوا في الامتحان	المجموع
استعدّوا للامتحان	112	28	
لم يستعدّوا للامتحان	18	42	
المجموع			

- أ. انسخوا الجدول وأكملوا سطر وعمود المجموع.
 ب. نجح **زاهر** في الامتحان. ما احتمال أنه استعدّ للامتحان؟
 ت. لم يستعدّ **ماهر** للامتحان. ما احتمال أن ينجح في الامتحان؟
 ث. قالت **ماهرة**: إذا استعدّ التلاميذ للامتحان فهم ينجحون فيه. هل قول **ماهرة** صحيح؟ اشرحوا.



5. يوجد في شريحة الصفوف التاسعة 36 بنتاً و 24 ولداً.
 تطوع كلّ تلميذ وتلميذة في المساعدة في صفوف البساتين أو بمساعدة التلاميذ في تحضير الوظائف البيئية.
 طوّعت 30 بنتاً في تحضير الوظائف البيئية، أمّا سائر البنات فتطوّعت في مساعدة صفوف البساتين.
 طوّع 10 تلاميذ في تحضير الوظائف البيئية، أمّا سائر التلاميذ فتطوّعوا في مساعدة صفوف البساتين.
 نختار تلميذ/ة، بطريقة عشوائيةٍ من شريحة الصفوف التاسعة:
 أ. ما احتمال أن نختار تلميذ؟
 ب. ما احتمال أن نختار تلميذة؟
 ت. ما احتمال أن نختار تلميذاً تطوع في مساعدة صفوف البساتين؟
 ث. إذا كان معلوماً أنَّ الذي اختير/ت تطوع في مساعدة صفوف البساتين. فما احتمال أن يكون تلميذاً؟
 ج. إذا كان معلوماً أنَّ الذي اختير/ت تطوع في مساعدة تحضير الوظائف البيئية. فما احتمال أن تكون تلميذة؟



6. تطّرقوا إلى المهمة 5 وحلّوا بمساعد الرسم التخطيطي "شجرة".



الدرس الخامس: مهام إضافية



تعلمنا كيفية حساب احتمالات أحداث مختلفة.

نستمر، في هذا الدرس، في حساب الاحتمالات.

أمامكم امتحان **سامي**.
حدّدوا ما إذا كانت كل إجابة صحيحة أو غير صحيحة. اقتربوا تصحيحاً للإجابات غير الصحيحة.

امتحان في الاحتمال

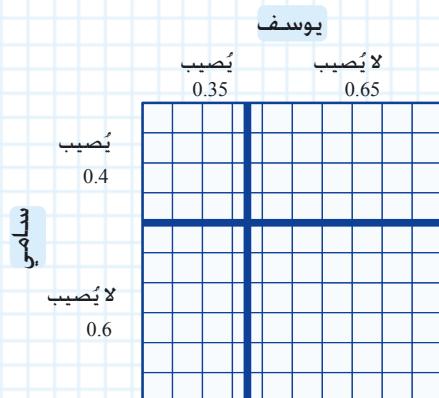
1. يرمي كل من **يوسف** و**سامي** سهماً نحو الهدف.

احتمال أن يُصيّب **يوسف** الهدف هو 0.35. واحتمال أن يُصيّب **سامي** الهدف هو 0.4.

أ. ما احتمال أن يُصيّب كلاهما الهدف معاً؟

ارسموا الرسم التخطيطي "مساحة" أو الرسم التخطيطي "شجرة".

ب. ما احتمال أن يُصيّب **يوسف** الهدف، وأن لا يُصيّب **سامي** الهدف؟



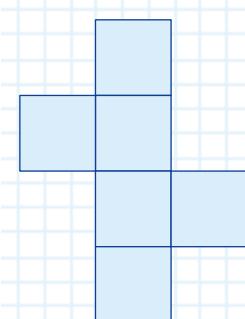
الحل

أ. الاحتمال أن لا يُصيّب كلاهما الهدف هو:

$$0.35 \cdot 0.4 = 0.14$$

ب. الاحتمال أن يُصيّب **يوسف** الهدف، وأن لا يُصيّب **سامي**

$$\text{الهدف هو: } 0.35 \cdot 0.65 = 0.2275$$



2. يظهر عدآن فقط على مكعب للعب وهما: 1 و 2.
رموا المكعب 120 مرة.

العدد 1 نتج 97 مرة، والعدد 2 نتج 23 مرة.

على كم سطح من سطوح المكعب من الممكن أن يُسجل العدد 1؟ وعلى كم سطح من سطوح المكعب من الممكن أن يُسجل العدد 2؟ اشرحوا.

الحل

التكرارية النسبية للعدد 1 هي

$$\frac{97}{120} \cdot \frac{100}{120} \cdot \frac{5}{6}$$

لذا، العدد 1 يظهر 5 مرات، والعدد 2 يظهر مرة واحدة.

3. يوجد في سلة 9 كرات: 3 كرات حمراء و 6 كرات خضراء.

أ. نُخرج كرة واحدة من السلة ونسجل لونها.

نُعيد الكرة إلى السلة. نُخرج كرة أخرى ونسجّل لونها.

ما احتمال إخراج كرتين لهما لون مختلف؟

بـ. نخرج كرتين من السلة، بطريقة عشوائية، الواحدة تلو الأخرى، دون أن نُعيدهما.

ما احتمال إخراج كرتين لهما لون مختلف؟

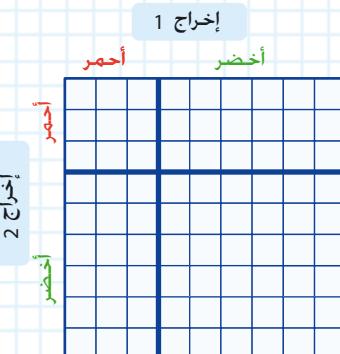
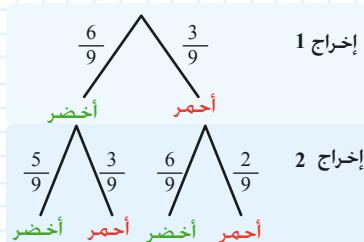
الحل

أ. احتمال إخراج كرتين لهما لون مختلف،

إخراج دون إعادة

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{36}{81}$$

$$\frac{6 \cdot 3}{100} + \frac{3 \cdot 6}{100} = \frac{36}{100}$$



4. احتمال وصول الحقيقة، في شركة طيران "أركيع"، في الوقت المطلوب في المكان المناسب هو 0.96.

احتمال أن تتضرر الحقيقة خلال الطيران هو 0.1.

سافر نعيم مع شركة "أركيغ" إلى لندن.

إذا سافر **نعم** مع شركة "أركيغ" إلى لندن فما احتمال أن يحصل على حقيبته سليمة وفي الوقت؟



٣

احتمال أن يحصل نعم على حقيقته سلامة وفي الوقت هو:

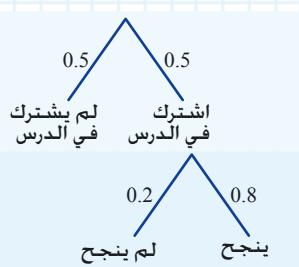
$$0.96 \cdot 0.1 = 0.096$$

٥. اشتراك نصف الممتحنين في دروس المراجعة.

نجح 0.8 من المشتركين في دروس المراجعة في الامتحان.

نحو 0.3 من التلاميذ الذين لم يشتراكوا في دروس المراجعة في الامتحان.

إذا اختربنا ممتحنًا بطريقة عشوائيةً فما احتمال أن ينجح في الامتحان؟



٣

الاحتمال أن ينحى ممتحن في الامتحان هو:

$$0.5 \cdot 0.8 = 0.4$$

6. "التدخين ضار للصحة و يؤدي إلى أمراض القلب".
لفحص هذا الادعاء تابعوا تطور الأمراض عند المدخنين وغير المدخنين.
يصف جدول التكرارية الآتي نتائج المتابعة.

	مدخنين	غير مدخنين	المجموع
مرضى في القلب	400	600	
غير مرضى في القلب	800	200	
المجموع			

- أ. انسخوا الجدول وأكملوا سطر وعمود المجموع.
ب. ما مجموع الأشخاص الذين فُحصوا؟
ت. نختار، بطريقة عشوائية، أحد/ إحدى المفحوصين/ المفحوصات. ما احتمال أن يكون/ تكون مدخن/ة ومريض/ة في القلب؟
ث. معلوم أن الشخص الذي أُختير/ت هو/هي مريض/ة في القلب. ما احتمال أن يكون/ تكون مدخن/ة؟
ج. معلوم أن الشخص الذي أُختير/ت غير مدخن/ة. ما هو احتمال أن يكون/ تكون مريض/ة في القلب؟

الحل
أ.

	مدخنين	غير مدخنين	المجموع
مرضى في القلب	400	600	1000
غير مرضى في القلب	800	200	1000
المجموع	1200	800	2000

$$\text{ج. } \frac{400}{2000} = 0.75 \quad \text{ث. } \frac{400}{1000} = 0.4 \quad \text{ت. } \frac{400}{2000} = 0.2 \quad \text{ب. } 2,000$$



1. نرمي مكعباً عاديًّا للعب. معلوم أنه نَتَجَ عدداً أكبر من 3. ما احتمال أن يكون العدد زوجيًّا؟



2. نرمي مكعبين. معلوم أن مجموع العددين على المكعبين أكبر من 8.
ما احتمال أن يكون المجموع زوجيًّا؟ (استعينوا بجدولاً بحيث تُسجّل فيه جميع المجاميع الممكنة).



3. أ. سجّلوا الإمكانيات الثمانية لترتيب الأطفال في عائلة مكونة من ثلاثة أطفال.
ب. نختار عائلة، بطريقة عشوائية، مكونة من ثلاثة أطفال. معلوم أن البكر بنت.
- ما احتمال أن يكون في العائلة ثلات بنات؟
- ما احتمال أن يكون في العائلة بنتين؟
- ما احتمال أن يكون في العائلة أكثر من بنت واحدة؟



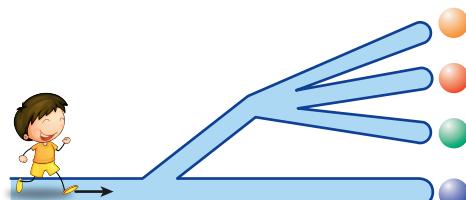
4. يلعب **معين** و**ضرار** لعبة "السلام والجبال". يرمي كل واحد منهما مكعبين ويتقدم عدد خطوات حسب مجموع العددين اللذين يظهران على المكعبين. الفائز هو اللاعب الذي يصل أولاً إلى التبعة 100. من منهما له الاحتمال الأكبر أن يفوز في الخطوة القادمة؟



5. يوجد في الكيس 7 قطع حلوي بطعم التوت و 5 قطع حلوي بطعم الليمون. تخرج **مريم** جبتي من الكيس، بطريقة عشوائية، وتأكلهما. كانت الحبتان اللتان أخرجتهما بطعم التوت. أخرجت بعد ذلك حبة ثالثة بطريقة عشوائية. ماذا يمكن القول عن الطعم الممكن لهذه الحبة:
- من المعقول الافتراض أكثر أن تكون بطعم التوت وليس بطعم الليمون.
 - من المعقول الافتراض أكثر أن تكون بطعم الليمون وليس بطعم التوت.
 - احتمال أن تكون بطعم التوت يساوي احتمال أن تكون بطعم الليمون.
 - لا يمكن أن نعرف الطعم الذي له الاحتمال الأكبر.



6. احتمال النجاح في التجربة، في المرة الأولى، هو 60%. إذا لم تنجح التجربة فتنفذ مرة أخرى. احتمال النجاح في التجربة، في المرة الثانية، هو 75%.
 أ. ما احتمال أن لا تنجح التجربتين?
 ب. ما احتمال أن تنجح إحدى التجربتين?



7. يقف **عماد** في بداية مسار يؤدي إلى أربع كرات. يختار طريقه في كل مفترق بطريقة عشوائية. أي كرة لها الاحتمال الأكبر أن تختار؟ احسبوه.



8. احتمال أن يُحرز لاعب كرة سلة كرة منفردة هو 0.65.
يرمي اللاعب الكرة نحو السلة مرتين.
ما احتمال أن يُحرز الكرة مرتين واحدة على الأقل؟



9. تلعب **هدي** لعبة حاسوب مرتين.
احتمال الفوز في المرة الأولى هو 0.04.
أ. ما احتمال الفوز بلعبة واحدة؟
أ. ما احتمال أن تفوز **هدي** بلعبة واحدة على الأكثر؟



10. فُحصت في مجموعة تلاميذ، من الصفوف التاسعة في المدرسة، العلاقة بين انتماء التلاميذ إلى مجموعة القادمين الجدد وكونهم رياضيون .
أمّاكم جدول تكراري مناسب.

	رياضيون	غير رياضيين	المجموع
قادمون جدد	20		
غير قادمين جدد	20	50	
المجموع			100

- أ. انسخوا الجدول وأكملوه.
ب. كم تلميذاً من تلاميذ الصفوف التاسعة هم قادمون جدد؟
ت. نختار تلميذ/ة، بطريقة عشوائية، من تلاميذ الصفوف التاسعة. ما احتمال اختيار رياضي/ة؟
ث. نختار تلميذ/ة، بطريقة عشوائية، من تلاميذ الصفوف التاسعة. ما احتمال اختيار تلميذ/ة ليس من القادمين الجدد؟
ج. معلوم أنه تم اختيار رياضي/ة. ما احتمال أنه/ا ليس من القادمين الجدد؟
ح. معلوم أنه تم اختيار تلميذ/ة غير رياضي/ة. ما احتمال أنه/ا ليس من القادمين الجدد؟
خ. معلوم أنه تم اختيار تلميذ/ة غير رياضي/ة. ما احتمال أنه/ا من القادمين الجدد؟
د. معلوم أنه تم اختيار تلميذ/ة من القادمين الجدد. ما احتمال أنه/ا رياضي/ة؟



- ١١.** يوجد في جرة 12 كرة: قسم منها **أزرق** والقسم الآخر **أحمر**.
 نخرج كرة واحدة من الجرة ونسجل لونها. نعيد الكرة إلى الجرة.
 نخرج كرة مرة أخرى من الجرة ونسجل لونها. احتمال إخراج كرتين **زرقاء** هو $\frac{4}{9}$.
 أ. كم كرة من كل لون يوجد في الجرة؟
 ب. احسبوا احتمال إخراج:
 (i) كرتين لونهما مختلف.
 (ii) كرتين **حمراة**.



- ١٢.** حضر التلاميذ شطائيرًا ممزوجة في سلال لوجبة الصباح في الرحلة السنوية.
 يوجد في كل سلة 15 شطيرة: 4 شطائر جبنة، 5 شطائر تونا و 6 شطائر شوكولاتة.
 يختار كل تلميذ شطيرتين بطريقة عشوائية.
 تحب **سميرة دعاء** شطائر الشوكولاتة بشكل كبير جداً.
 قررت **سميرة** أن تُخرج الشطيرتين من سلطين مختلفتين كي يكون احتمال الحصول على شطيرة شوكولاتة واحدة، على الأقل، عال.
 قررت **دعاء** أن تُخرج الشطيرتين من نفس السلة كي يكون احتمال الحصول على شطيرة شوكولاتة واحدة، على الأقل، عال.
 أ. **خمنوا:** أي قرار أفضل؟
 ب. ما احتمال أن تُخرج **سميرة** شطيرة واحدة من الشوكولاتة، على الأقل؟
 ت. ما احتمال أن تُخرج **دعاء** شطيرة واحدة من الشوكولاتة، على الأقل؟
 ث. أي بنت لها احتمال أكبر أن تحصل على شطيرة من الشوكولاتة؟

