الوحدة السادسة والعشرون: هيئة معادلات

الدرس الأوّل: من مسألة إلى معادلة بمتغيّرين

اِستعدّ **عامر** للاحتفال مع أصدقائه بمناسبة عيد ميلاده.
اِشترى رزمة بطاقات دعوة للاحتفال ورزمة بالونات ودفع 12 شاقلا.
ما هو سعر رزمة بطاقات الدعوة للاحتفال؟
ما هو سعر رزمة البالونات؟

نتعرّف على معادلات بمتغيِّرين.

نتطرّق في المهامّ 1 – 4 إلى المعطيات الّتي وردتْ في مهمّة الافتتاحيّة..

1. أ. هل يمكن أنْ يكون سعر رزمة بطاقات الدعوة 4 شواقل؟ إذا كانت الإجابة نعم فما هو سعر رزمة البالونات؟
ب. هل يمكن أنْ يكون سعر رزمة بطاقات الدعوة 5.5 شواقل؟ إذا كانت الإجابة نعم فما هو سعر رزمة البالونات؟
ت. هل يمكن أنْ يكون سعر رزمة البالونات 11 شاقلًا؟ إذا كانت الإجابة نعم فما هو سعر رزمة بطاقات الدعوة؟
ث. هل يمكن أنْ يكون سعر رزمة البالونات 13 شاقلًا؟ اشرحوا.

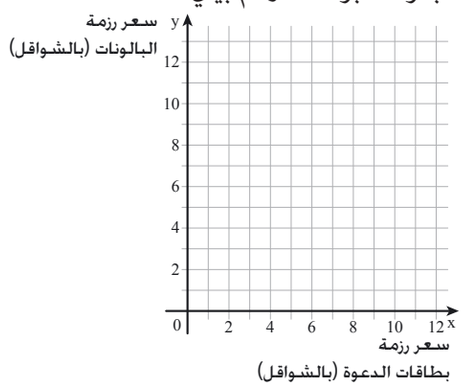
2. نرمُز بـ x إلى سعر رزمة بطاقات الدعوة (بالشواقل) $(0 \le x \le 12)$.
نرمُز بـ y إلى سعر رزمة البالونات (بالشواقل) $(0 \le y \le 12)$.
أكملوا الجدول.

x سعر رزمة بطاقات الدعوة (بالشواقل)	5	6.5		2	
y سعر رزمة البالونات (بالشواقل)			8		9

3. يمكن أنْ نجد إمكانيّات مختلفة لأسعار رزمة بطاقات الدعوة ورزمة البالونات بواسطة رسم بيانيّ.

أ. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.

ب. جِدُوا، بمساعدة الرسم البيانيّ، إمكانيّات مختلفة لسعر رزمة بطاقات الدعوة ولسعر رزمة البالونات.



يمكن أنْ نمثِّل، أحيانًا، مسألة بواسطة معادلة بمتغيِّرين.
في هذه الحالة، هنالك إمكانيّات كثيرة مناسبة لحلّ المسألة.

4. أ. أمامكم ثلاث معادلات. اختاروا معادلة مناسبة للمعطيات في المهامّ السابقة.

$12 + x = y$ $\quad x + y = 12$ $\quad x - y = 12$

ب. هل الزوج المرتّب (3, 9) هو حلّ المعادلة التي اخترتموها؟

إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة في قصّة عيد الميلاد؟

ت. هل الزوج المرتّب (5, 6) هو حلّ المعادلة التي اخترتموها؟

افحصوا هل تقع النقطة على المستقيم الذي رسمتموه؟

ث. اختاروا نقطتين على المستقيم، وافحصوا هل هما حلّ للمعادلة التي اخترتموها؟

5. أ. عوّضوا إحداثيي النقطة $\left(3\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}\right)$ في المعادلة $x + y = 12$.

هل تمثّل النقطة حلّ المعادلة؟

هل تقع النقطة على المستقيم المناسب؟

هل يمكن أن يكون الزوج المرتّب $\left(3\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}\right)$ حلًّا للمسألة في مهمّة الافتتاحيّة؟

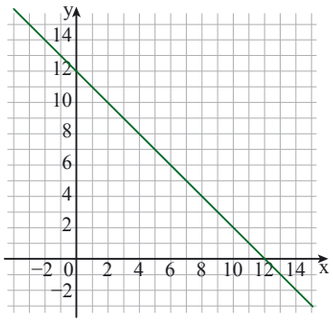
ب. عوّضوا إحداثيي النقطة (14 ,2−) في المعادلة $x + y = 12$.

هل تمثّل النقطة حلّ المعادلة؟

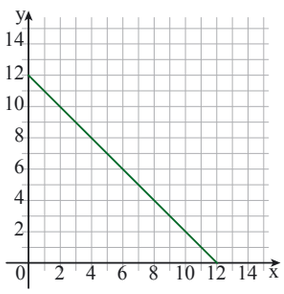
هل تقع النقطة على المستقيم المناسب؟

هل يمكن أن يكون الزوج المرتّب (14 ,2−) حلًّا للمسألة في مهمّة الافتتاحيّة؟

- نفتش، في المهمّة 5، عن حلول للمعادلة $x + y = 12$.
  هنالك عدد لا نهائيّ من الحلول لهذه المعادلة.
  يمكن أن نجدها بواسطة تعويض أعداد في المعادلة، أو بواسطة إيجاد إحداثيّات نقاط على الخطّ البيانيّ.



- تمثّل المعادلة $x + y = 12$، في المهام 1 - 4، **المسألة**.
  يمثّل المتغيّران x وَ y الأسعار، ويمكن أن تكون قيمها موجبة فقط، لذا يقع الخطّ البيانيّ المناسب **للمسألة** في الرُّبع الأوّل.



مجموعة مهامّ

1. اِشترتْ **رواء** 11 كغم من التفاح والموز.

أ. أكملوا، حسب كلّ شراء، إمكانيّة لوزن التفاح أو لوزن الموز.

- اِشترتْ **رواء** 4 كغم تفاح وَ _____ كغم موز.
- اِشترتْ **رواء** 6 كغم تفاح وَ _____ كغم موز.
- اِشترتْ **رواء** 8 كغم موز وَ _____ كغم تفاح.

ب. نرمُز بـ x إلى وزن التفاح بالكغم $(0 \le x \le 11)$.

نرمُز بـ y إلى وزن الموز بالكغم $(0 \le y \le 11)$.

أكملوا الجدول.

x وزن التفاح (بالكغم)	3	5		6.5	
y وزن الموز (بالكغم)			7		6.5

ت. أُكتبوا معادلة مناسبة للقصة.

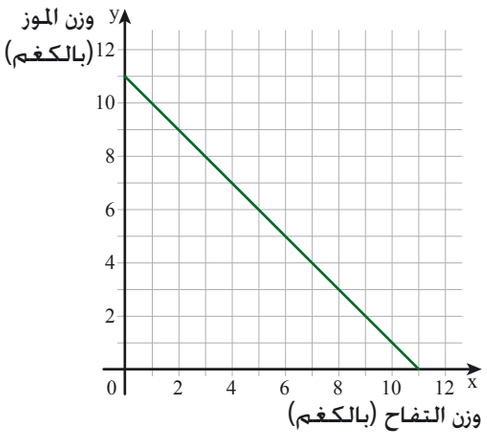
_____ = _____ + _____

وزن الفواكه وزن الموز وزن التفاح

ث. رسمتْ **رانية** رسمًا بيانيًّا مناسبًا للمسألة.

هل تقع النقطة (2, 9) على المستقيم؟

إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة؟



ج. عوّضوا إحداثيّا النقطة (15, −4) في المعادلة.

هل تمثّل النقطة حلّ المعادلة؟

هل يمكن أن يكون الزوج المرتّب (15, −4) حلًّا للمسألة؟

اشرحوا.

2. معطاة معادلة بمتغيّرين $x + 2y = 2$.

أ. أمامكم نقاط، أي منها تمثّل حلول المعادلة؟

(−2, 5) (−4, 3) (2, 0) (−1, 2) (0, 1)

ب. جِدُوا زوجًا إضافيًّا بحيث يكون حلًّا للمعادلة.

3. سعر **علبة** الدهان ضعفا سعر **فرشاة** الدهان.

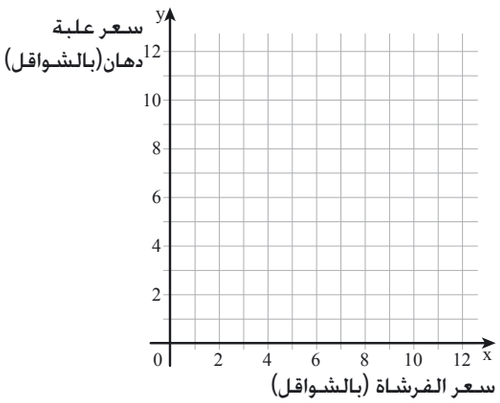
أ. إذا كان سعر الفرشاة 10 شواقل فما هو سعر علبة الدهان؟

ب. إذا كان سعر علبة الدهان 10 شواقل فما هو سعر الفرشاة؟

ت. نرمُز بـ x إلى سعر **فرشاة** الدهان بالشواقل ($x \geq 0$).
نرمُز بـ y إلى سعر **علبة** الدهان بالشواقل ($y \geq 0$).
أكملوا الجدول.

x سعر فرشاة الدهان (بالشواقل)	2	3		
y سعر علبة الدهان (بالشواقل)			10	12

ث. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول،
وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ج. اكتبوا معادلة مناسبة.
y = _____

ح. النقطة (8, 4) هي حلّ المعادلة.
اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟
هل تقع النقطة (4, 8)على المستقيم؟
اِفحصوا هل النقطة هي حلّ المعادلة؟

4. عدد البنات، في دورة الشطرنج، أكبر بـ 2 من عدد البنون.

أ. نرمُز بـ x إلى عدد البنين (x عدد طبيعيّ أو صفر).
نرمُز بـ y إلى عدد البنات ($y \geq 2$, y عدد طبيعيّ).
أكملوا الجدول.

x عدد البنون	3		8	
y عدد البنات		7		9

ب. أكتبوا معادلة مناسبة للقصة _____ = y

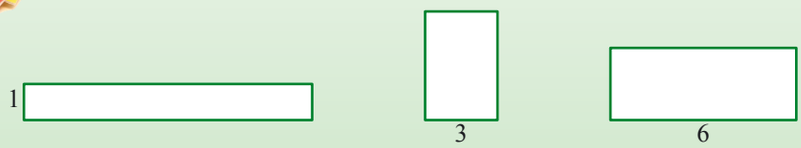
ت. هل يمكن أن يكون عدد المشتركين في الدورة بنت واحدة فقط؟

ث. هل يمثّل الزوج المرتّب (10, 12) حلًّا للمعادلة؟
إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة؟

ج. هل يمثّل الزوج المرتّب $\left(3\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}\right)$ حلًّا للمعادلة؟

الدرس الثاني: الرسم البيانيّ لمعادلة بمتغيّرين

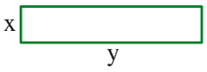
أمامكم ثلاثة مستطيلات. محيط كلّ مستطيل هو 16 سم.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).



جِدُوا، في كلّ مستطيل، طول الضلع الآخر.

نرسم رسومًا بيانيّة لمعادلات بمتغيّرين.

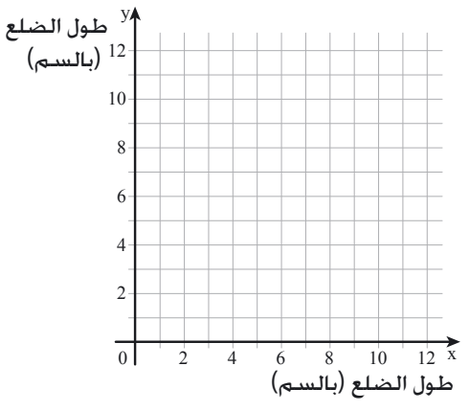
1. نتطرّق في المهمّة 1 إلى المعطيات الّتي وردتْ في مهمّة الافتتاحيّة.



أ. نرمُز بـ x إلى طول أحد أضلاع المستطيل بالسم $(0 < x < 8)$.
نرمُز بـ y إلى طول ضلع المستطيل الثاني بالسم $(0 < y < 8)$.
أكملوا الجدول.

x طول أحد الأضلاع (بالسم)	1			6
y طول الضلع الثاني (بالسم)		3	6	

ب. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول،
وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ت. اِختاروا معادلة مناسبة لمحيط المستطيل.

$x + y = 16$

$2x + 2y = 16$

$x \cdot y = 16$

ث. أحيطوا أزواجًا من الأعداد بحيث تكون حلًّا للمعادلة التي اخترتموها.

(4, 4)	(6, 10)	(7, 1)	(1, 9)	(3, 7)	(2, 6)
(7.5, 0.5)	(2, 8)	$\left(2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}\right)$	(5, 3)	(3, 5)

ج. اِفحصوا هل تقع النقاط الّتي أحطتموها على المستقيم؟

ح. اِستعينوا بالرسم البيانيّ وجدوا أطوال أضلاع مستطيل إضافيّ محيطه 16 سم.
اِفحصوا هل قياسات المستطيل الّتي اقترحتموها هي حلول المعادلة؟

2. معطاة المعادلة $2x + 3y = 12$.

أ. عوّضوا $x = 0$ وجدوا y. عوّضوا $y = 0$ وجدوا x.

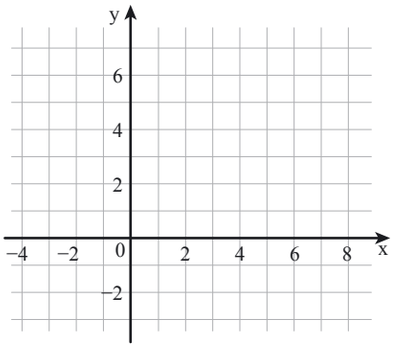
عوّضوا $x = -3$ وجدوا y. عوّضوا $y = 3$ وجدوا x.

عوّضوا $x = 4.5$ وجدوا y. عوّضوا $y = -2$ وجدوا x.

ب. أكملوا الجدول.

x	0	3			
y			0	6	1

ت. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط الّتي وجدتموها في البندين أ وَ ب، وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ث. هل تقع النقطة $(-3, 6)$ على المستقيم؟

هل يمثّل الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة؟

ج. هل يمثّل الزوج المرتّب $(3, 2)$ حلًّا للمعادلة؟

اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

ح. هل يمثّل الزوج المرتّب $(2, 4)$ حلًّا للمعادلة؟

اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

3. طلبت المعلمة من التلاميذ أنْ يرسُموا الخطّ البيانيّ للمعادلة $x + 2y = 8$.

بنى 4 تلاميذ جداول القيم الآتية.

أميرة

x	y
0	4

أمير

x	y
0	4
8	0

راوية

x	y
0	4
8	0
4	2

راوي

x	y
6	1
4	2

أ. هل جميع النقاط الّتي اختارها التلاميذ هي حلول المعادلة؟

ب. أيّ جدول لا يكفي لرسم الرسم البيانيّ؟ اشرحوا.

ت. اِختاروا جدولًا وارسموا خطًّا بيانيًّا بناءً على النقاط المسجّلة فيه. اِشرحوا اختياركم.

- التمثيل البيانيّ للمعادلة بمتغيّرين(من الدرجة الأولى) هو خطّ مستقيم.
- يمرّ عبر نقطتين خطّ مستقيم واحد ووحيد. لذا لرسم المستقيم المناسب يكفي أنْ نجد زوجين من الأعداد إذا عوضناهما في المعادلة فنحصل على مساواة.

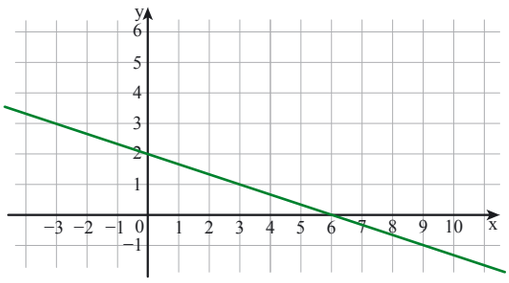
من الأفضل اختيار نقطة إضافيّة للفحص.

4. أشيروا إلى المعادلة المناسبة للخطّ البيانيّ.

أ. $2x + 3y = 6$

ب. $x + y = 3$

ت. $x + 3y = 6$



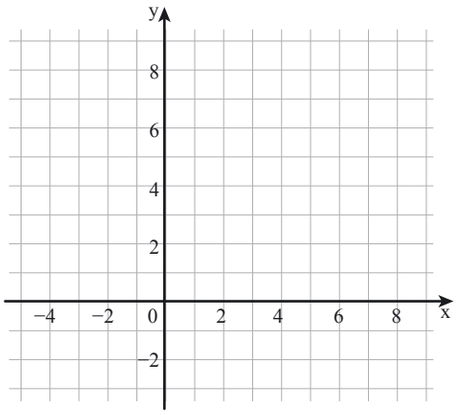
مجموعة مهامّ

1. معطاة المعادلة $x + 3y = 9$.

أ. أكملوا الجدول.

x	0			−3
y		0	1	

ب. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ت. هل يمثّل الزوج المرتّب (4 ,3−) حلًّا للمعادلة؟
اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

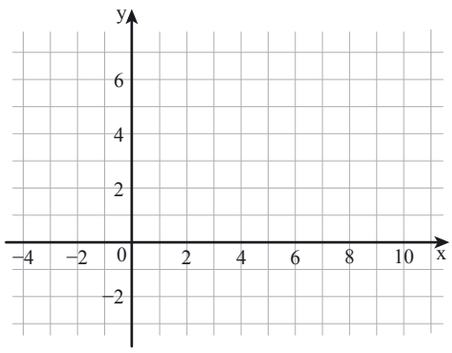
ث. هل تقع النقطة (2 ,5) على المستقيم؟
اِفحصوا هل يمثّل الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة؟

2. معطاة المعادلة $2x + 5y = 20$.

أ. أكملوا الجدول.

x	0		−5	
y		0		2

ب. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ت. هل يمثّل الزوج المرتّب (3 ,2) حلًّا للمعادلة؟
اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

ث. هل تقع النقطة (15 ,2−) على المستقيم؟
اِفحصوا هل يمثّل الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة؟

ج. هل يمثّل الزوج المرتّب (2− ,15) حلًّا للمعادلة؟
اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

3. اِشترى **عميد** شتلتين من الأفوكادو وشتلة واحدة من المانجو ودفع 18 شاقلا.

أ. إذا كان سعر شتلة الأفوكادو 8 شواقل فما هو سعر شتلة المانجو؟

إذا كان سعر شتلة المانجو 8 شواقل فما هو سعر شتلة الأفوكادو؟

إذا كان سعر شتلة الأفوكادو 7.5 شواقل فما هو سعر شتلة المانجو؟

ب. نرمُز بـ x إلى سعر شتلة الأفوكادو (بالشواقل) $(0 \le x \le 9)$.

نرمُز بـ y إلى سعر شتلة المانجو (بالشواقل) $(0 \le y \le 18)$.

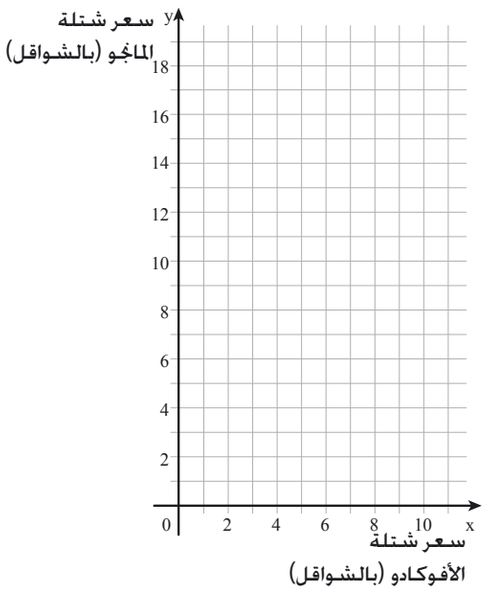
اِختاروا المعادلة المناسبة.

$2x + 2y = 18$ $\quad$ $x + y = 18$ $\quad$ $2x + y = 18$ $\quad$ $x + 2y = 18$

ت. أكملوا الجدول.

x سعر شتلة الأفوكادو (بالشواقل)	2	3		5	
y سعر شتلة المانجو (بالشواقل)			4		7

ث. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط الّتي سجّلتموها في الجدول،
وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



ج. هل تقع النقطة (4, 10) على المستقيم؟
إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة؟
اِفحصوا هل يمثّل الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة؟

ح. هل يمثّل الزوج المرتّب (8, 2) حلًّا للمعادلة؟
إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة؟
اِفحصوا هل تقع النقطة على المستقيم؟

خ. هل يمثّل الزوج المرتّب (2−, 10) حلًّا للمعادلة؟
هل يمكن أن يكون الزوج المرتّب (2−, 10) حلًّا للمسألة؟

د. هل يمثّل الزوج المرتّب (11, 3.5) حلًّا للمعادلة؟
هل يمكن أن يكون الزوج المرتّب (11, 3.5) حلًّا للمسألة؟
إذا كانت الإجابة نعم فما معنى إحداثيّا النقطة؟

4. معطاة المعادلة $3x + 4y = 30$

أ. هل يمثّل الزوج المرتّب (3, 6) حلًّا للمعادلة؟

ب. هل يمثّل الزوج المرتّب (6, 3) حلًّا للمعادلة؟

ت. أُكتبوا زوجًا مرتّبًا إضافيًّا يمثّل حلّ المعادلة المعطاة؟

5. أمامكم المعادلة $4x + y = 8$

اِختاروا جدولًا مناسبًا للمعادلة.

أ.

x	0	8	4
y	2	0	4

ب.

x	0	2	1
y	8	0	4

6. أمامكم المعادلة $5x - y = 10$

اِختاروا جدولًا مناسبًا للمعادلة.

أ.

x	0	−2	1
y	10	0	5

ب.

x	0	2	1
y	−10	0	−5

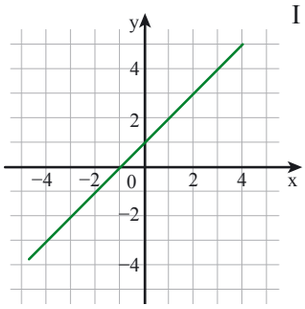
ت.

x	0	2	5
y	−10	0	5

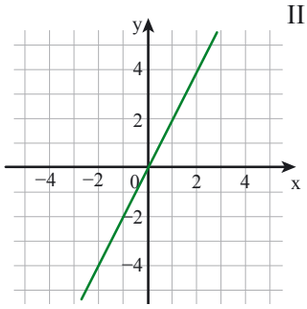
7. لائموا كلّ رسم بيانيّ للمعادلة المناسبة.

أ. $x + y = 3$ ب. $y = 2x$ ت. $y = x + 1$

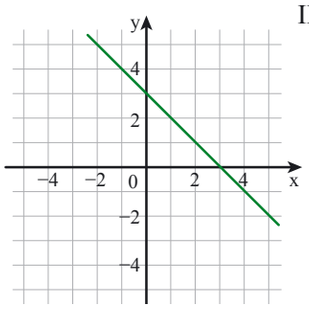
I



II



III



الدرس الثالث: لغز العددان

هيئة معادلات - حلّ بيانيّ

حاول المحقّق هولمس أنْ يحلّ لغزًا. يجب أنْ يجد العددين حسب معطيين (تلميحين).

المعطى (التلميح) 1: مجموع العددين هو 4.

المعطى (التلميح) 2: العدد الثاني أكبر من العدد الأول بـ 6.

هل يمكن حل اللغز؟

نتعرّف على هيئة معادلات بمتغيّرين ونجد حلًّا بمساعدة رسوم بيانيّة.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات الّتي وردتْ في مهمّة الافتتاحيّة.

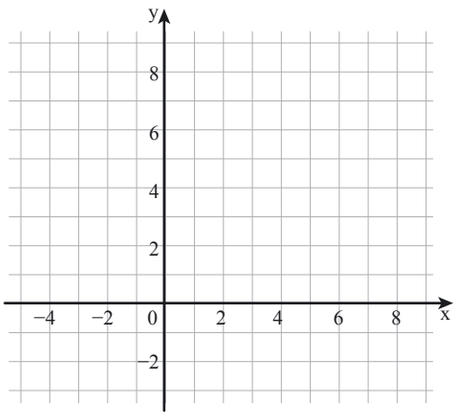
1. نرمز بـ x إلى العدد الأول وَ بـ y إلى العدد الثاني.

أ. أُكتبوا معادلة مناسبة للمعطى (التلميح) 1.

ب. اِختاروا أزواجًا من الأعداد المناسبة للمعطى (التلميح) 1، وسجّلوها في الجدول.

x العدد الأوّل					
y العدد الثاني					

ت. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها في الجدول،
وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.



2. أ. أُكتبوا معادلة مناسبة للتلميح 2. _____ = y

ب. اِختاروا أزواجًا من الأعداد المناسبة للمعطى (التلميح) 2، وسجّلوها في الجدول.

x العدد الأوّل					
y العدد الثاني					

ت. عيّنوا، في هيئة المحاور من المهمة 1، النقاط التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا الخطّ البيانيّ المناسب.

ث. هل يمكنكم حلّ اللغز؟ إذا كانت الإجابة نعم فحلّوا "لغز العددان".

حصلنا في مهمّة الافتتاحيّة على تلميحين للغز.

- لا يكفي كلّ تلميح بشكل منفرد لإيجاد حلّ اللغز.
  يمكن وصف كلّ تلميح بمساعدة معادلة بمتغيرين.
- نسمّي المعادلتين معًا هيئة معادلات بمتغيِّرين، أو باختصار: **هيئة معادلات.**
- يمكن أنْ نَصِف كلّ معادلة بواسطة مستقيم.
  لكلّ نقطة، على المستقيم، مناسب زوج واحد من الأعداد، وهو أحد حلول المعادلة المناسبة.

- يتقاطع المستقيمان في النقطة الوحيدة المشتركة لهما.
  تمثِّل هذه النقطة زوجًا من الأعداد وهما **الحلّ لهيئة المعادلات.**

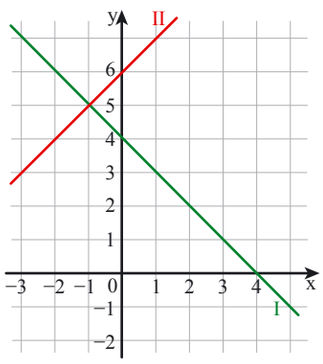
- لفحص ما إذا كان زوج الأعداد حلًّا لهيئة المعادلات نعوّض الأعداد في معادلتيِ الهيئة ونفحص هل نحصل على مساواة.

مثال:

تلميح 1: $x + y = 4$

تلميح 2: $y = x + 6$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$$



يصف المستقيم I المعادلة

$x + y = 4$

يصف المستقيم II المعادلة

$y = x + 6$

حلّ هيئة المعادلات:

$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$ هو $(-1, 5)$

هذه النقطة هي نقطة تقاطع المستقيمين.

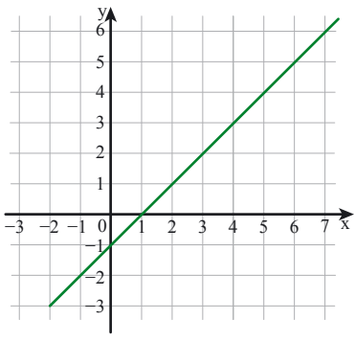
نعوّض $(-1, 5)$ في هيئة المعادلات

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$$

ونحصل على: $-1 + 5 = 4$ ✔

$5 = -1 + 6$ ✔

3. معطاة هيئة معادلات $\begin{cases} y + 1 = x \\ 2x + y = 5 \end{cases}$



أ. جِدُوا المعادلة المناسبة للخطّ البيانيّ الّذي يظهر في الرسمة. اِشرحوا.

ب. أكملوا جدولًا مناسبًا للمعادلة $2x + y = 5$.

x	1		0	
y		1		−1

ت. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي سجّلتموها، وارسموا الخطّ البيانيّ، وسجّلوا الحل.

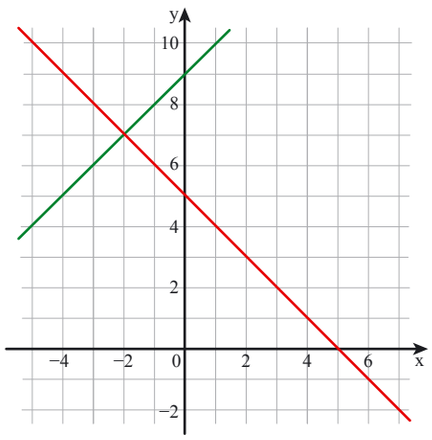
4. طلبت المعلمة من التلاميذ أنْ يجدوا عددين للغز الآتي.

تلميح 1: مجموع العددين هو 5.

تلميح 2: الفرق بين العدد الثاني (y) والعدد الأول (x) هو 9.

أ. قالت **مريم**: العددان هما 1 وَ 4. هل يمكن؟ كيف نفحص ذلك؟

ب. قالت **رنا**: سجّلت هيئة المعادلات $\begin{cases} x + y = 5 \\ y - x = 9 \end{cases}$



ماذا تمثّل كلّ معادلة في هيئة المعادلات؟

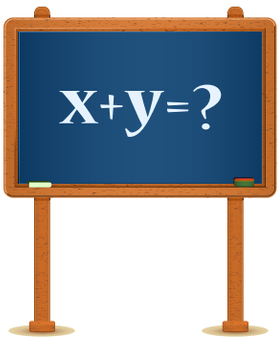
هل تستطيع **رنا** أن تجد حلًّا للغز؟

ت. رسم **رامز** الخطين البيانيين المناسبين للمعادلتين في هيئة معادلات **رنا**.

هل وجد حلّ اللغز؟ اِشرحوا.

إذا كانت الإجابة نعم فما هما العددان؟

شارلوك هولمس هو شخصيّة أدبيّة للمحقّق المشهور في كلّ العصور. كَتب طبيب العيون أرتور كونان دويل (Arthur Conan Doyle) 56 قصة تصف مغامرات هولمس وصديقه الطبيب ووطسون. نتفاجأ ونكتشف خلال قراءة القصص أنّ المحقق المشهور في العالم غير ناجح في اكتشاف الحالات الغامضة. ينجح شارلوك هولمس، في ثماني حالات، أنْ يحلّ اللغز لكنه لم يقبض على المتهمين. ينجح شارلوك هولمس، في ثلاث حالات، أنْ يقبض على المتهم، لكنه لم يُسلمه للعدالة، ويكتفي في تبرئة المتهمين غير المذنبين. يعرِّف شارلوك هولمس ذاته أنه إلى جانب القانون كما هو يفسره، فهو يسمح لذاته أنْ يكون المحقّق، المدعي العام، محامي الدفاع والحاكم معًا. اِشتهرتْ قصص شارلوك هولمس في إنكلترا في السنوات 1891 – 1893 وجُمعتْ فيما بعد في كُتب تُرجمت إلى لغات مختلفة.



مجموعة مهامّ

1. كتبتْ **سلمى** لغزًا من الأعداد. سجّلت تلميحين.

تلميح 1: مجموع عددين هو (4−).

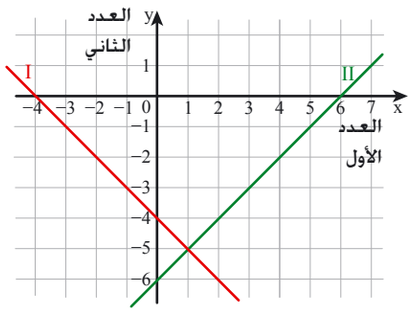
تلميح 2: العدد الأول (x) أكبر بـ 6 من العدد الثاني (y).

أ. أمامكم هيئة معادلات $\begin{cases} x + y = -4 \\ x = y + 6 \end{cases}$

لائموا كلّ تلميح للمعادلة المناسبة في هيئة المعادلات.

ب. أمامكم رسمة مستقيمان يصفان المعادلتين المناسبتين للتلميحين.

لائموا كلّ معادلة للمستقيم المناسب.



ت. سجّلوا إحداثيْ نقطة تقاطع المستقيمين، وجِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

ما هما العددان في لغز **سلمى**؟

2. أمامكم لغز أعداد. تلميح 1: مجموع عددين هو 7.

تلميح 2: الفرق بين العدد الأول (x) والعدد الثاني (y) هو 13.

أ. أُكتبوا هيئة معادلات مناسبة.

ب. جِدُوا زوجًا من الأعداد المناسبة لكلّ معادلة، وسجّلوها في الجدول (جدول لكلّ معادلة).

تلميح 1:

				x العدد الأول
				y العدد الثاني

تلميح 2:

				x العدد الأول
				y العدد الثاني

ت. أُرسموا مستقيمين في هيئة معادلات واحدة، وحلّوا اللغز.

3. حلّت **سوسن** لغزًا. سجّلت هيئة المعادلات الآتية: $\begin{cases} x + y = 12 \\ x = y \end{cases}$

أ. اِستعينوا بالمعادلتين، وسجّلوا التلميحين بالكلمات.

ب. أُرسموا الخطين البيانيين للمعادلتين، وحلّوا لغز **سوسن**.

4. اِشترى **سامر** 3 قطع من الحلوى على عصا وعلبة علكة واحدة ودفع 12 شاقلا.
سعر علبة العلكة أكبر بـ 4 شواقل من سعر قطعة الحلوى على عصا.

أ. أُرمزوا بـ x إلى سعر قطعة الحلوى على عصا (بالشواقل) $(0 < x < 4)$.
أُرمزوا بـ y إلى سعر علبة العلكة (بالشواقل) $(4 < y < 12)$.
أُكتبوا هيئة معادلات مناسبة للمسألة.

ب. أكملوا الجدولين.

$3x + y = 12$

x	0		2	
y		0		3

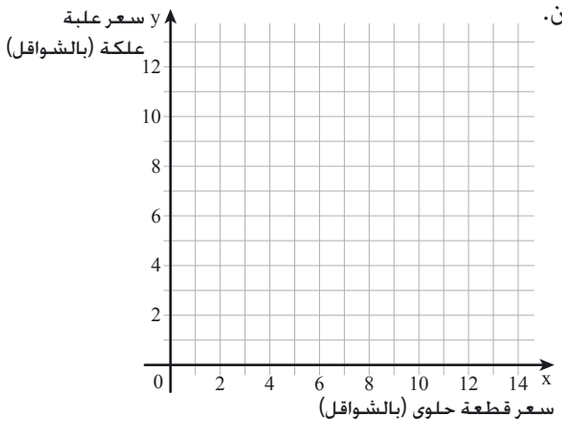
$y = x + 4$

x	0		2	
y		0		2

ت. أُرسموا، في هيئة المحاور، الخطّين البيانيين للمعادلتين.

ث. سجّلوا إحداثيْ نقطة تقاطع المستقيمين، وجِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات الّتي سجّلتموها.

ج. ما هو سعر قطعة الحلوى على عصا؟ وما هو سعر علبة العلكة؟



5. أمامكم هيئة معادلات.

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

أ. أُرسموا، في هيئة محاور واحدة، خطين بيانيين لمعادلتيْ هيئة المعادلات.

ب. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

6. أمامكم هيئة معادلات

$$\begin{cases} 2x - 5y = 10 \\ 3y - 4x = 8 \end{cases}$$

أ. أُرسموا، في هيئة محاور واحدة، خطين بيانيين لمعادلتيْ هيئة المعادلات.

ب. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

الدرس الرابع: معنى الحلّ

أمامكم أزواج مرتّبة.

(6, 4) (0, 4) (3, 1) (7, 5) (–1, 5)

أيّ أزواج هي حلول للمعادلة $x + y = 4$؟

أيّ أزواج هي حلول للمعادلة $x - y = 2$؟

أيّ أزواج هي حلول لهيئة المعادلات $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ ؟

نتناول معنى حلّ هيئة المعادلات، ونحلّ هيئة معادلات مع تبسيط.

معنى الحلّ

1. أمامكم هيئة معادلات $\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$

أ. أعطوا ثلاثة حلول لكلّ معادلة.

ب. ما هو حلّ هيئة المعادلات؟ اِشرحوا.

حلّ هيئة المعادلات هو الحلّ المناسب لكلّ معادلة من المعادلتين.

هذا يعني أنّه إذا عوضنا الحلّ في كلّ معادلة فنحصل على مساواة.

مثال: في مهمّة الافتتاحيّة،

الحلّ لهيئة المعادلات $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ هو (3, 1)

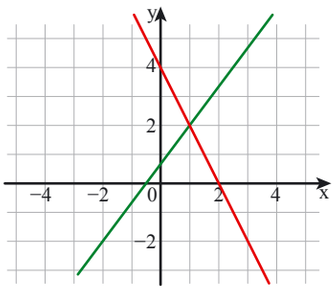
(3, 1) هذا هو الزوج المرتّب الوحيد الذي يعتبر حلًّا **للمعادلتين**.

$3 + 1 = 4$ √

$3 - 1 = 2$ √

2. أمامكم هيئة معادلات ملائمة للمستقيمين اللذين يظهران في الرسمة.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$$



أ. ما هو حلّ هيئة المعادلات؟

ب. هل هنالك زوج آخر من الأعداد الذي يعتبر حلًّا لهيئة المعادلات؟ اِشرحوا.

حلّ هيئة معادلات مع تبسيط

3. أمامكم هيئة معادلات.

$$\begin{cases} 2(x + 3) = y + 10 \\ 5x - 5y = 12 + x - 2y \end{cases}$$

أ. بسّطوا، في البداية، كلّ معادلة.

ب. سجّلوا هيئة المعادلات بعد التبسيط.

ت. أُرسموا الخطّيّن البيانيّين المناسبين لمعادلتيْ هيئة المعادلات في نفس هيئة المحاور.

ث. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

4. أ. بسّطوا المعادلات الآتية.

$-x + 3y = 6 + y - 3x$ $\quad 3(x - 1) - y = 2x$ $\quad 2(x + y) - 5 = y - 5$

ب. اِختاروا معادلتين وسجّلوا هيئة معادلات مناسبة.

ت. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات التي سجّلتموها.

1. أحد أزواج الأعداد الآتية هو حلّ هيئة المعادلات:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

(10, 2) (5, 15) (14, 6) (9, 1)

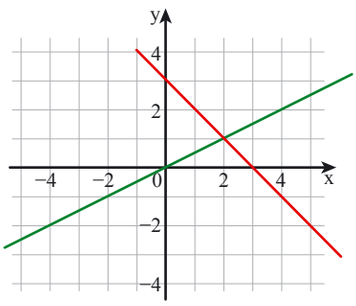
جدوه.

2. سُجّلت 4 أزواج من الأعداد المرتّبة بجانب كلّ هيئة معادلات.
زوج واحد فقط هو حلّ لهيئة المعادلات المعطاة. جدوه.

أ. $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + y = 0 \end{cases}$ (−4, 4) (1, 1) (2, −2) (0, 0)

ب. $\begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$ (2, 3) (−1, 0) (1, 0) (1, 2)

3. أ. ما هما إحداثيّا نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يظهران في الرسمة؟



ب. أيّ هيئة معادلات ملائمة للمستقيمين اللذين يظهران في الرسمة؟

I $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ II $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$

ت. ما هو حلّ هيئة المعادلات؟

4. أمامكم هيئة معادلات $\begin{cases} 2x - 3y = x + 13 - 4y - 2 \\ 3(x - 1) = y + 2x \end{cases}$

أ. بسّطوا كلّ معادلة.

ب. سجّلوا هيئة معادلات بعد التبسيط.

ت. أكملوا جدولًا لكلّ معادلة.

$x + y = 11$

x	0		3	
y		0		4

$x - y = 3$

x	0		7	
y		0		1

ث. أُرسموا الخطين البيانيين المناسبين للمعادلتين في نفس هيئة المحاور.

ج. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

5. أمامكم هيئة معادلات. $\begin{cases} x + 2(y - 1) = 2 \\ 3x + 2y = 2x + 2 + 4y \end{cases}$

أ. بسّطوا كلّ معادلة.

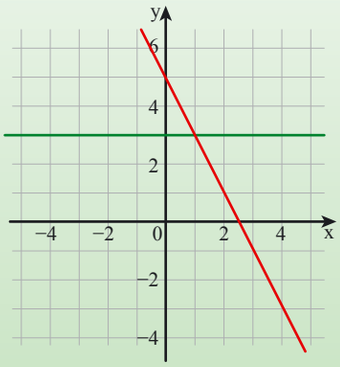
ب. سجّلوا هيئة معادلات بعد التبسيط.

ت. أُرسموا الخطّين البيانيّين المناسبين للمعادلتين في نفس هيئة المحاور.

ث. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

الدرس الخامس: حلّ هيئة معادلات بطريقة التعويض

حاول **عماد** و**أمين** أنْ يحلّا هيئة المعادلات الآتية: $\begin{cases} y + 2x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$



رسم **عماد** المستقيمين المناسبين للمعادلتين في هيئة المحاور.

قال **أمين:** يمكن حلّ هيئة المعادلات دون أنْ نرسُم الخطين البيانيين.

نعوّض $y = 3$ في المعادلة الأولى ونجد أنّ $x = 1$.

أيّ طريقة، حسب رأيكم، من الأسهل حلّها؟

ما هو حلّ هيئة المعادلات؟

نتعرّف على طريقة جبريّة لحلّ هيئة المعادلات.

1. حُلّوا هيئات المعادلات الآتية بطريقة **أمين**.

$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ x = 6 \end{cases}$

2. خرج تلاميذ الصفّ الثامن في رحلة سنويّة.

قطع التلاميذ في اليوم الثاني 4 كم أكثر من اليوم الأول.

قطع التلاميذ في اليومين 26 كم.

نرمُز بـ x إلى عدد الكيلومترات الّتي قطعها التلاميذ في اليوم الأول من الرحلة $(x > 0)$.

نرمُز بـ y إلى عدد الكيلومترات الّتي قطعها التلاميذ في اليوم الثاني من الرحلة $(y > 4)$.

هيئة المعادلات المناسبة للمسألة هي: $\begin{cases} y = x + 4 \\ x + y = 26 \end{cases}$

أ. قالت **أمينة:** يمكن أنْ نعوّض التعبير $x + 4$ ، من المعادلة الأولى، في المعادلة الثانية بدلًا من y.

حصلتْ على معادلة مع متغيّر واحد $x + x + 4 = 26$

هل قول **أمينة** صحيح؟ إذا كانت الإجابة نعم فحلّوا المعادلة.

ب. هل يمكن أنْ نجد حلًّا لهيئة المعادلات بطريقة **أمينة**؟

اِقترحتْ **أمينة**، في المهمّة 2، طريقة جبريّة لحلّ هيئة المعادلات.
نسمّي هذه الطريقة "**طريقة التعويض**".

مثال: في المهمّة 2،

- هيئة المعادلات الّتي تصف المسألة هي:

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ x + y = 26 \end{cases}$$

- نعوِّض التعبير $x + 4$ بدلًا من y في المعادلة الثانية ونحصل على معادلة واحدة بمتغيِّر واحد.
نبسّط المعادلة ونحلّها.

$$x + x + 4 = 26$$
$$2x + 4 = 26 \ / -4$$
$$2x = 22 \ / :2$$
$$x = 11$$

- نعوِّض في إحدى المعادلتين قيمة المتغيِّر الذي وجدناه كي نجد قيمة المتغيّر الآخر.

$$y = x + 4$$
$$y = 11 + 4$$
$$y = 15$$

- نسجِّل حلًّا، ونفحص الحلّ في المعادلتين بواسطة طريقة التعويض.

$$\boxed{(11, 15)}$$
$$\sqrt{\ } \ 11 + 15 = 26$$
$$\sqrt{\ } \ 15 = 11 + 4$$

3. حلّوا هيئات المعادلات الآتية بطريقة التعويض.

أ. $\begin{cases} 2y + x = 12 \\ x = y - 3 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = 20 - 7x \\ x = 2 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = 3 + x \end{cases}$

4. طلبت المعلمة من التلاميذ أنْ يحلوا هيئة المعادلات الآتية: $\begin{cases} x = 5y + 2 \\ 5y = 10 \end{cases}$

بدأ **يوسف** في حلّها كالتالي:

$$\begin{cases} x = 5y + 2 \\ 5y = 10 \ / :5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 5y + 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

بدأ **عماد** في حلّها كالتالي:

$$\begin{cases} x = 5y + 2 \\ 5y = 10 \end{cases}$$
$$x = 10 + 2$$
$$x = 12$$

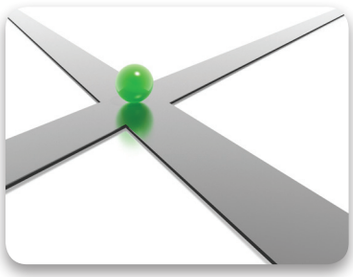
أ. أيّ طريقة، حسب رأيكم، أسهل؟

ب. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات.

في أعقاب...

5. حلّوا هيئة المعادلات الآتية بطريقة التعويض.

$$\begin{cases} 2(x+1) = y - 3 \\ x + 1 = y \end{cases}$$



مجموعة مهامّ

1. حلّوا هيئات المعادلات الآتية، وافحصوا إجاباتكم.

أ. $\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y - x = 2 \\ x = 7 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = x + 8 \\ x = -3 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} x = 5y + 1 \\ y = 2 \end{cases}$

2. حلّوا هيئات المعادلات الآتية، وافحصوا إجاباتكم.

أ. $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 6x = 24 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} 5y = x + 8 \\ x = -3 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} x - y = 10 \\ y = -3 \end{cases}$

3. حلّوا هيئة المعادلات الآتية. $\begin{cases} y + 8x = 7 \\ 8x = 2 \end{cases}$

4. أشيروا إلى هيئات المعادلات التي حلّها الزوج $(5, -2)$ وجِدُوا حلولًا لسائر هيئات المعادلات.

أ. $\begin{cases} x = -2 \\ 2y = 10 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y - x = 7 \\ 2x = -4 \end{cases}$ ج. $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 7 \end{cases}$

ب. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -7 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ ح. $\begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$

5. بسّطوا، في كلّ بند، المعادلات وجِدُوا حلّ الهيئة.

أ. $\begin{cases} 3x + 2(y - x) = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 4x + 3y = 3y - 8 \\ x + y - 3 = 11 \end{cases}$

6. بسّطوا، في كلّ بند، المعادلات وجِدُوا حلّ الهيئة.

أ. $\begin{cases} 5(x+y)=10 \\ 3x+2y=-9+2y \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 4x+2(y-x)=6 \\ 4x=-20 \end{cases}$

7. اِختاروا هيئتين من المعادلات اللتين من الأسهل حلّهما بطريقة التعويض، وحلّوهما.
حلّوا هيئة واحدة، من بين هيئات المعادلات الّتي بقيت، بمساعدة رسوم بيانيّة.

أ. $\begin{cases} x=2 \\ 3x+y=10 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 6x+y=2 \\ y=8 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y=5x-6 \\ 2x=y \end{cases}$ ث. $\begin{cases} y=2x+4 \\ x=y \end{cases}$

8. حُلّوا هيئات المعادلات الآتية بطريقة التعويض.

أ. $\begin{cases} y+4x=10 \\ y=x \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y=x-6 \\ y=2x+3 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} x+2y=-4 \\ x=2y \end{cases}$

9. اِختاروا، في كلّ بند، التعويض الأسهل وحلّوا. اِفحصوا إجاباتكم.

أ. $\begin{cases} 6x-y=8 \\ y=2x-4 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 6y=2x \\ x=6y+3 \end{cases}$

10. أمامكم أزواج من الأعداد.

(6, 4) (0, 7) (3, 1) (1, −1) (9, 7) (−1, 9)

أ. أيّ أزواج هي حلول المعادلة $2x+y=7$؟

ب. أيّ أزواج هي حلول المعادلة $x-y=2$؟

ت. جِدُوا حلًّا لهيئة المعادلات الآتية: $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=2 \end{cases}$

11. أ. سجّلوا هيئة معادلات حلّها (1, 5).

ب. سجّلوا هيئة معادلات أخرى حلّها (1, 5).

ت. كم هو عدد هيئات المعادلات الّتي حلّها (1, 5)؟

نحافظ على لياقة رياضيّة

تعابير ومعادلات

1. أشيروا، في كلّ بند، إلى التعبير الذي يساوي التعبير الموجود في الإطار.

أ.	5 + 3(x – 1)	8x – 8	2 + 3x	8x – 1
ب.	2(3x – 1) + 1	6x – 1	6x – 2	6x
ت.	1 – 8x – 10	6 – 8x	1 – 8x	–8x – 9
ث.	3(x – 2) + 7	3x + 1	3x + 5	3x – 13
ج.	3 – (x – 5)	8 – x	–3x – 15	–x + 2

2. لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب.

$4x = -8$ •	• $x = -32$
$4x = 8$ •	• $x = 2$
$\frac{1}{4}x = 8$ •	• $x = 32$
$\frac{1}{4}x = -8$ •	• $x = -2$

3. حلول المعادلات الثلاثة هي: $x = 2$, $x = -2$, $x = -3$
لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب.

أ. $7x + 3 = 12x + 18$ ب. $x + 2 = 20 - 8x$ ت. $10x + 20 = x + 2$

4. حلّوا المعادلات.

أ. $5x - 9 = 1$ ت. $7(x - 7) + 2x = 4$ ج. $15 = 2x + 3$

ب. $3(x - 2) = 0$ ث. $3x + 1 = 16$ ح. $12 = 7 - 8x + 9x$

5. بسّطوا.

أ. $2x - 7 + 3x + 18$ ت. $5x + 4(2x - 3)$ ج. $11 + 2(2x + 5)$

ب. $3 - 5x + 7 - 2x + 6$ ث. $3x + 4(2x - 1)$ ح. $2(x + 5) + 3(x + 2)$