الوحدة التاسعة: الاحتمال

الدرس الأوّل: نتذكّر الاحتمال

يلعب **أمين** و**نعيم** "بالساعات".
يُدير كلّ واحد منهم عقرب أحد "الساعات" حسب اختياره.
إذا وقف العقرب عند المساحة المسجّل عليها اسم التلميذ فهو الفائز.

أيّ "ساعة" مِنَ الأفضل أن يختار كلّ واحد من المشتركين؟
يُدير كلّ تلميذ "الساعة" التي اختارها 120 مرّة.
خمّنوا: كم مرّة، تقريبًا، مِنَ المتوقع أن يقف العقرب عند كلّ اسم في كلّ "ساعة"؟

نتذكر الاحتمال ونحسب الاحتمالات.

1. أ. أيّ "ساعة" نزيهة؟

ب. يريد كلّ مِن **أمين** و**نعيم** أن يُدير عقرب "الساعة" I مرّة واحدة.
هل نستطيع أن نعرف الفائز مسبقًا؟ اشرحوا.

للتذكير

يتناول موضوع الاحتمال تنبؤ النتائج بواسطة إيجاد الاحتمالات.
لا نستطيع أن نتنبأ مسبقًا نتيجة تجربة وحيدة.
إذا نفّذنا تجارب كثيرة فيمكن أن نتنبأ نتائج باحتمال كبير (لكن ليس بطريقة مؤكّدة).

- التكراريّة النسبيّة هي الجزء الذي يشكّل تكراريّة نتيجة معيّنة مِن مجموعة التجارب.

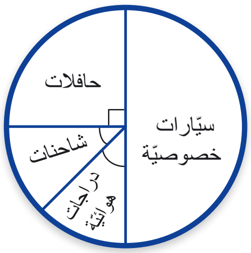
$$\text{التكراريّة النسبيّة} = \frac{\text{تكراريّة نتيجة}}{\text{مجموعة التجارب}}$$

- **احتمال** الحدث هو عدد تقترب منه **التكراريّة النسبيّة** لنفس الحدث عندما يكبر عدد التجارب أكثر وأكثر.

مثال: إذا أدرنا، في مهمّة الافتتاحيّة، 120 مرّة عقرب "الساعة" I فمن الممكن أن نفرض أنّ عقرب الساعة قد وقف عند اسم **نعيم** في $\frac{1}{3}$ مِنَ الحالات تقريبًا. هذا يعني أن يقف 40 مرّة **تقريبًا**.

2. راقب أخوان حركة المركّبات بالقرب مِن بيتهم،
بين الساعات 8:00-9:00 صباحًا.
أمامكم رسم تخطيطيّ يعرض نتائج المشاهدة في اليوم الأوّل.
عدّ أحدهما في اليوم الثاني 18 حافلة (انظروا الجدول).
خمّنوا بناء على الرسم التخطيطي لليوم الأوّل، كم مركَبة، تقريبًا، مِن كلّ نوع مِنَ المتوقّع أن تمرّ بالقرب مِن بيتهم بين الساعات 8:00-9:00 صباحًا؟
انسخوا وأكملوا الأعداد في جدول:

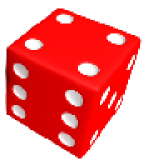
في اليوم الأوّل



في اليوم الثاني

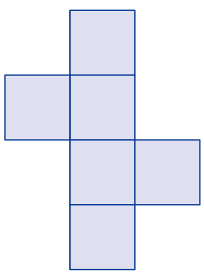
نوع المرْكَبة	عدد المرْكّبات
سيّارات خصوصيّة	
حافلات	18
شاحنات	
درّاجات هوائيّة	

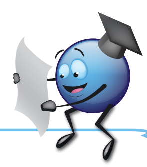
3. يرمي **ضياء** و**رامي** مكعّبًا عاديًّا للعب.
يفوز **ضياء** بنقطة واحدة إذا ظَهَر على المكعّب عدد أصغر من 5.
يفوز **رامي** بنقطة واحدة إذا ظَهَر على المكعّب عدد أكبر من 4.
هل اللعبة نزيهة؟
إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا.
إذا كانت الإجابة لا فاقترحوا تغيُّرات كي تتحوّل اللعبة إلى لعبة نزيهة.



مِنَ الاحتمال إلى المعطيات

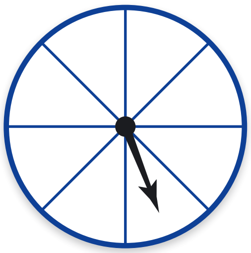
4. سُجّلت الأعداد 1, 2, 3 على سطوح مكعّب، نرمي المكعّب 600 مرّة.
النتيجة 3 نتجت 206 مرّات، النتيجة 1 نتجت 107 مرات.
على كم سطح من الممكن أنْ يكون قد سُجِّل عليه الرقم 1؟
على كم سطح من الممكن أنْ يكون قد سُجِّل عليه الرقم 2؟
على كم سطح من الممكن أنْ يكون قد سُجِّل عليه الرقم 3؟ اشرحوا.





مثال: في المهمّة 4، النتيجة 3 نتجت 206 مرّات من 600 مرّة؛ لذا فالتكراريّة النسبيّة حوالي $\frac{1}{3}$ $\left(\frac{206}{600} \approx \frac{2}{6}\right)$. من هنا استنتجنا أنّه مِنَ المعقول الافتراض أنّ العدد 3 سُجّل على سطحين من 6 سطوح المكعّب.

5. أمامكم ساعة مقسّمة إلى 8 قطاعات متساوية.
كلّ قطاع ملوّن بأحد الألوان التالية: **أزرق**، **أحمر** أو **أخضر**.
أدار **جواد** العقرب 1,000 مرّة.
سجّل لون القطاع الذي وقف عنده العقرب في كلّ مرّة، وركّز المعطيات في جدول.

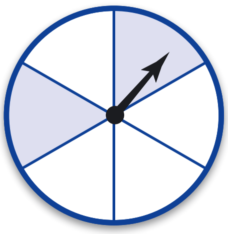


اللون	عدد المرّات
أزرق	121
أحمر	630
أخضر	249

على كم قطاع مِنَ "الساعة" مِنَ المتوقّع أن يظهر كلّ لون؟ اشرحوا كيف حدّدتم؟

نفكّر بـ ...

6. أمامكم ساعة مقسّمة إلى 6 قطاعات متساوية. نُدير عقرب "الساعة".



أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملوّن **بالأزرق**؟
ب. نُدير العقرب 120 مرّة. هل يمكن أن تحدُث الإمكانيّات التالية:
- يقف العقرب 120 مرّة عند الجزء الملوّن **بالأزرق**.
- لا يقف العقرب بتاتًا عند الجزء الملوّن **بالأزرق**.

ت. كم مرّة مِنَ المعقول الافتراض أن يقف العقرب عند الجزء الملوّن **بالأزرق**؟

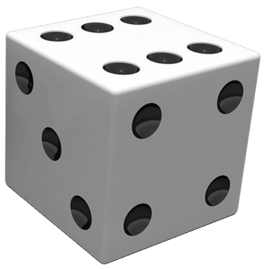
في أعقاب...

7. نُدير عقرب "ساعة" ملوّنة بأربعة ألوان: **بنفسجيّ**، **أحمر**، **أزرق** و**أخضر**.
احتمال الوقوف عند اللون **البنفسجيّ** يساوي احتمال الوقوف عند اللون **الأخضر**.
احتمال الوقوف عند اللون **الأزرق** ضعفا احتمال الوقوف عند اللون **الأخضر**.
احتمال الوقوف عند اللون **الأحمر** هو $\frac{1}{3}$.
جدوا احتمال الوقوف عند كلّ لون.

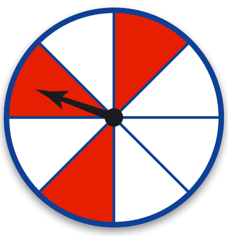
عاش كاردنو (Girolamo Cardano) في إيطاليا في القرن الساس عشر، وقد طوّر أُسس نظريّة الاحتمال(Probability) ، لأنّه أراد أن يفهم الأسس المتعلّقة بألعاب الحظّ.
بدأ الرياضيان بلاز باسكال (Blaise Pascal) وبيير دي فيرماة (Pierre de Fermat)، في القرن السابع عشر، في بحث احتمالات الفوز في ألعاب الحظّ بطريقة رياضيّة. طورا نظريّة الاحتمال التي عرّفت بشكل دقيق جميع النتائج الممكنة للتجربة، والاحتمال المعيّن لكلّ نتيجة.
تشكّل مبادئ الاحتمال اليوم قاعدة أساسيّة في مجالات مختلفة ومتنوّعة في العلم، مثل: الفيزياء (ميكانيكا إحصائيّة، الديناميكا الحراريّة، نظريّة الكم)، الاقتصاد (إدارة أموال، إدارة أخطار) وفي الطبّ (تحديد أخطار، تشخيص).

مجموعة مهامّ

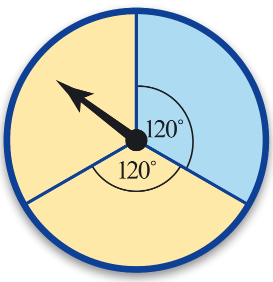
1. نرمي مكعّبًا عاديًّا للعب.
تفوز **مريم** بنقطة إذا ظَهَر على المكعّب عدد زوجيّ أصغر من 3.
تفوز **حنان** بنقطة إذا ظَهَر على المكعّب عدد فرديّ أكبر من 4.
تفوز **عناية** بنقطة إذا ظَهَر على المكعّب عدد زوجيّ أكبر من 3.
تفوز **سميرة** بنقطة إذا ظَهَر على المكعّب عدد فرديّ أصغر من 4.
هل اللعبة نزيهة؟
إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا.
إذا كانت الإجابة لا فبدل مَن تختارون أن تلعبوا؟



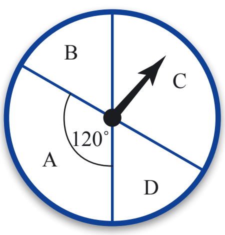
2. أمامكم "ساعة" مقسّمة إلى 8 قطاعات متساوية. نُدير عقرب "الساعة".
أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند الجزء الملوّن **بالأحمر**؟
ب. نُدير العقرب 160 مرّة.
كم مرّة، تقريبًا، مِنَ المتوقّع أن يقف العقرب عند الجزء الملوّن **بالأحمر**؟



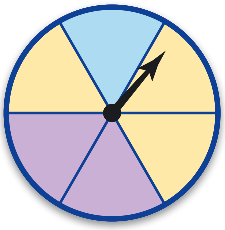
3. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة.
أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة الملوّنة بالأصفر؟
ب. أدارت **سماح** العقرب 180 مرّة.
كم مرّة، تقريبًا، مِنَ المتوقّع أن يقف العقرب عند الجزء الملوّن بالأزرق؟
ت. إذا وقف العقرب عند المساحة الزرقاء فنحصل على 10 نقاط.
إذا وقف العقرب عند المساحة بالأصفر فنخسر 3 نقاط.
كم نقطة، تقريبًا، مِنَ المتوقّع أن تحصل **سماح** إذا أدارت العقرب 90 مرّة؟



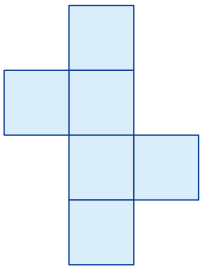
4. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة.
أ. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة A؟
ب. ما احتمال أن يقف العقرب عند المساحة B أو C؟
ت. ما احتمال أن لا يقف العقرب عند المساحة D؟
ث. إذا وقف العقرب عند المساحة A أو B أو D فنحصل على 10 نقاط.
إذا وقف العقرب عند المساحة D فنخسر 20 نقطة.
كم نقطة تتوقّعون أن تحصل **يارة** إذا أدارت العقرب 90 مرّة؟



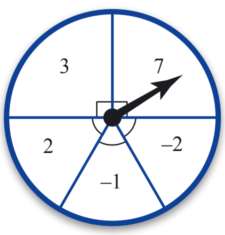
5. أمامكم "ساعة" مقسّمة إلى 6 قطاعات متساوية.
أدرنا العقرب عدّة مرّات.
وجدت **غادة** أنّ العقرب وقف 66 مرّة عند اللون الأصفر.
أ. كم مرّة، تقريبًا، مِنَ المعقول الافتراض أنّ العقرب وقف عند المساحة الزرقاء؟
ب. كم مرّة، تقريبًا، مِنَ المعقول الافتراض أنّ العقرب وقف عند المساحة البنفسجيّة؟



6. سُجّل العددان 1 وَ 2 على مكعّب للعب.
رمينا المكعّب 100 مرّة.
العدد 1 نتج 63 مرّة، والعدد
2 نتج 37 مرّة.
على كم سطح مِن سطوح المكعّب مِنَ المعقول الافتراض أنّ العدد 1سُجّل عليه؟
على كم سطح مِن سطوح المكعّب مِنَ المعقول الافتراض أنّ العدد 2 سُجّل عليه؟

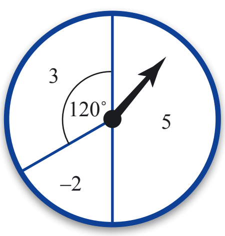


7. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة 300 مرّة.
نحصل على عدد النقاط حسب العدد المسجّل في المساحة التي يقف عندها العقرب.
مثال: إذا وقف العقرب عند المساحة المسجّل عليها العدد 7 فنحصل على 7 نقاط.
أ. احسبوا احتمال الحصول على كلّ عدد مِن أعداد "الساعة".
ب. كم مرّة، تقريبًا، مِن المتوقع أن يظهر كلّ عدد إذا أدرنا العقرب 300 مرّة؟
ت. احسبوا كم نقطة تتوقّعون أن تحصلوا؟



8. قسّموا لوحة "ساعة" إلى قطاعات ولوّنوها بحيث يكون احتمال الحصول على كلّ لون كالتالي:
أصفر: $\frac{2}{5}$، أحمر: $\frac{1}{10}$، أخضر: $\frac{1}{5}$، أزرق $\frac{3}{10}$.

9. نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة.
نحصل على عدد النقاط حسب العدد المسجّل في المساحة التي يقف عندها العقرب.
أدارت **علياء** العقرب وحصلت على 209 نقاط.
كم مرّة مِنَ المعقول الافتراض أنّ **علياء** أدارت العقرب؟



الدرس الثاني: مِنَ الجدول إلى الاحتمال

يلعب **سليم** و**سامي** لعبة "زوجيّ أو فرديّ".
يُظهِر كلّ واحد منهما، مرّة واحدة، عدد معيّن مِن أصابع يده اليمنى.
يفوز **سليم** إذا كان مجموع أصابعيهما عددًا زوجيًّا.
يفوز **سامي** إذا كان مجموع أصابعيهما عددًا فرديًّا.
هل تبدو لكم اللّعبة نزيهة؟
إذا كانت الإجابة نعم فعلّلوا، وإذا كانت الإجابة لا فبدل مَن تختارون أن تلعبوا؟

سنتعلّم كيفيّة حساب احتمالات مِن جدول نتائج.

1. استصعب تلاميذ الصفّ في أن يحدّدوا ما إذا كانت اللّعبة نزيهة؛ لذا اقترح **جواد** أن تُسجّل جميع نتائج مجموع الأصابع في جدول.

أ. انسخوا الجدول وسجّلوا فيه جميع النتائج الممكنة للحصول على مجموع الأصابع.

ب. ما احتمال أن يفوز **سليم**؟
ما احتمال أن يفوز **سامي**؟
اشرحوا كيف وجدتم؟

ت. قال **جواد**: يوجد في الجدول 25 نتيجة.
مِنَ الواضح أنّ اللّعبة غير نزيهة.
ماذا يقصد **جواد**؟

سليم / سامي	1	2	3	4	5
1					
2				6	
3		5			
4					
5					

للتذكير
اللعبة النزيهة هي اللّعبة التي يوجد فيها لكلّ مشترك نفس احتمال الفوز.

نفكّر بـ ...

2. يرمي **عمر** و**إياد** مكعّبين عاديّين للعب ويجمعان العددين اللذين يظهران عليهما.
يفوز **عمر** إذا كان المجموع زوجيًّا. يفوز **إياد** إذا كان المجموع فرديًّا.

أ. هل اللّعبة نزيهة؟
إذا كانت الإجابة نعم فعلّلوا. إذا كانت الإجابة لا فَمَن يوجد له احتمال أفضل أن يفوز؟

ب. أي مجموع يوجد له احتمال أكبر بالفوز: مجموع 5 أم مجموع 8؟

ت. انسخوا الجدول وأكملوا فيه النتائج.
هل اللّعبة نزيهة؟ اشرحوا.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

للتذكير

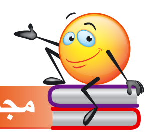
حدث مؤكّد هو حدث يجب أن يحدُث (مثلًا: الحصول على عدد موجب عندما نرمي مكعّبًا عاديًّا).
حدث مستحيل هو حدث لا يمكن أن يحدُث (مثلًا: الحصول على العدد 8 عندما نرمي مكعّبًا عاديًّا).
حدث ممكن هو حدث يمكن أن يحدُث (مثلًا: الحصول على عدد أكبر من 2 عندما نرمي مكعّبًا عاديًّا).

.3 نرمي مكعّبين عاديّين للعب، أحدهما أبيض والآخر أسود.
نطرح العدد الذي يظهر على المكعّب الأبيض مِنَ العدد الذي يظهر على المكعّب الأسود.

أ. حضّروا جدولاً مناسبًا لتسجيل جميع النتائج الممكنة.
ب. احسبوا احتمالات الأحداث التالية، واذكروا هل الأحداث ممكنة، مستحيلة أم مؤكّدة؟

- الحصول على عدد موجب
- الحصول على فرق يساوي 0
- الحصول على عدد سالب
- الحصول على فرق أصغر من 4
- الحصول على الفرق 7
- الحصول على فرق أكبر من 2
- الحصول على الفرق 5
- الحصول على فرق أصغر من 10

ت. سجّلوا مثالاً لحدثين لهما نفس الاحتمال.



مجموعة مهام

.1 نرمي مكعّبين عاديّين للعب، ونسجّل حاصل ضرب العددين اللذين يظهران عليهما.
أ. انسخوا الجدول وأكملوا فيه النتائج.
ب. جدوا احتمالات الأحداث التالية:

- حاصل الضرب يساوي 6
- حاصل الضرب عدد زوجيّ
- حاصل الضرب يساوي 12
- حاصل الضرب عدد فرديّ
- حاصل الضرب أكبر من 36
- حاصل الضرب عدد موجب

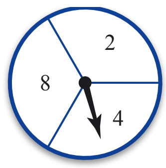
×	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

.2 نرمي مكعّبين عاديّين للعب، ونسجّل العدد الأكبر من بين العددين اللذين يظهران عليهما.
إذا حصلنا على نفس العدد على اثنيهما فنسجّل هذا العدد.
أ. حضّروا جدولًا مناسبًا، وسجّلوا جميع النتائج الممكنة.
ب. جدوا احتمالات الأحداث التالية:

- الحصول على العدد 6
- الحصول على عدد زوجيّ
- الحصول على عدد أكبر من 3
- الحصول على العدد 1
- الحصول على عدد فرديّ
- الحصول على عدد أصغر من 5

.3 كلّ "ساعة" في الرسمة مقسّمة إلى 3 قطاعات متساوية.
نُدير عقربي "الساعتين" ونحسب مجموع الأعداد الناتجة.

ساعة I



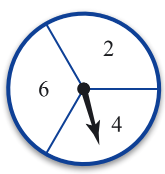
ساعة II

أ. انسخوا الجدول وأكملوا فيه النتائج.
ب. ما احتمال الحصول على المجموع 5؟
ت. ما احتمال الحصول على المجموع 11؟
ث. ما احتمال الحصول على مجموع زوجيّ؟
ج. ما احتمال الحصول على مجموع فرديّ؟
ح. ما احتمال الحصول على مجموع أصغر من 10؟

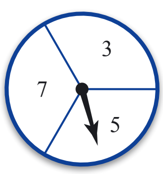
+	3	7	9
2			
4			
8			

.4 قُسّمت كلّ ساعة إلى 3 قطاعات متساوية.
نُدير العقربين في "الساعتين" ونحسب مجموع وحاصل ضرب العددين اللذين يُشيرإليهما العقربين.

ساعة I



ساعة II



أ. انسخوا الجدولين.
وأكملوا فيهما النتائج الممكنة.

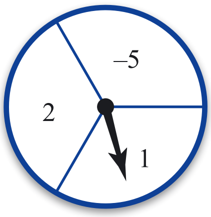
+	3	5	7
2			
4			
6			

×	3	5	7
2			
4			
6			

ب. احسبوا احتمالات الأحداث التالية:

- مجموع العددين زوجيّ.
- مجموع العددين 13
- مجموع العددين فرديّ.
- حاصل ضرب العددين 13
- حاصل ضرب العددين زوجي
- حاصل ضرب العددين يقسم على 3

.5 نُدير عقرب "الساعة" الذي يظهر في الرسمة مرّتين ونضرب العددين اللذين يظهران في المجال الذي يقف عنده العقرب ("الساعة" مقسّمة إلى ثلاثة قطاعات متساوية).



أ. انسخوا الجدول وأكملوا فيه النتائج.
كم نتيجة موجبة ممكنة وكم نتيجة سالبة ممكنة؟

x	2	–5	1
2			
–5			
1			

ب. احسبوا احتمال كلّ حدث مِنَ الأحداث التالية::

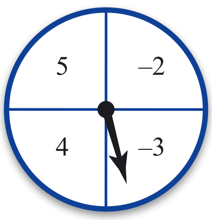
- الحصول على حاصل ضرب موجب
- الحصول على حاصل ضرب أصغر من 20
- الحصول على حاصل ضرب سالب
- الحصول على حاصل ضرب بين (30–) إلى 30

ت. رتّبت **نعيمة** الجدول كالتالي:
أيّ احتمالات مِنَ الأسهل حسابها بمساعدة جدول **نعيمة**؟ اشرحوا.

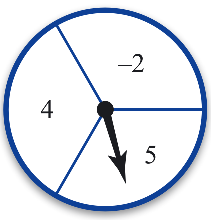
x	1	2	–5
1			
2			
–5			

.6 نُدير عقربي "الساعتين" اللذين يظهران في الرسمة.
تفوز **غزالة** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين موجبًا.
تفوز **وردة** إذا كان حاصل الضرب سالبًا.

ساعة I



ساعة II



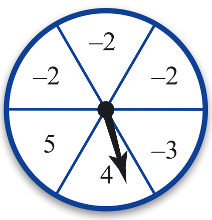
أ. هل تبدو لكم اللعبة نزيهة؟

ب. حضّروا جدولًا مناسبًا لتسجيل جميع النتائج الممكنة وأكملوه.

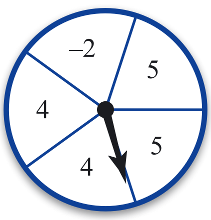
ت. احسبوا احتمال فوز **غزالة** واحتمال فوز **وردة**.
هل اللعبة نزيهة؟

.7 نُدير عقربي "الساعتين" اللذين يظهران في الرسمة
(كلّ "ساعة" مقسّمة إلى قطاعات متساوية).
تفوز **سلمى** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين موجبًا.
تفوز **سلوى** إذا كان حاصل الضرب سالبًا.

ساعة I



ساعة II



أ. احسبوا احتمال فوز **سلمى** واحتمال فوز **سلوى**.

ب. هل اللعبة نزيهة؟

ت. حسبت **مريم** الاحتمالات بمساعدة جدول.
هل تستطيع **مريم** أن تحسب احتمالات الفوز لكلّ واحدة منهما؟
إذا كانت الإجابة لا فعلّلوا. إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا كيف؟

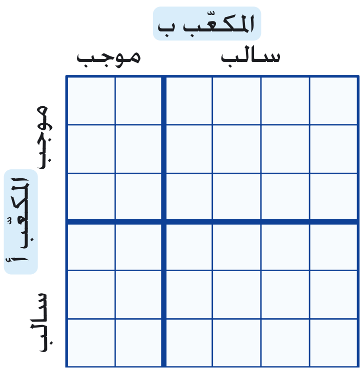
ساعة II \ ساعة I	موجب	موجب	سالب	سالب	سالب	سالب
موجب						
موجب						
موجب						
موجب						
سالب						

الدرس الثالث: تحسين نجاعة جدول الاحتمالات

لدى **عامر** و**إياد** مكعّبان خاصّان للعب. يرمي كلّ واحد منهما المكعّبين.
سُجّلت الأعداد 6 ,4 ,1 ,2−, 3−, 5− على سطوح المكعّب أ.
سُجّلت الأعداد 5 ,3 ,2−, 3−, 4−, 5− على سطوح المكعّب ب.
يفوز **عامر** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين موجبًا.
يفوز **إياد** إذا كان حاصل ضرب العددين الناتجين سالبًا.
هل اللّعبة نزيهة؟
اقترحوا كيف يمكن تحضير جدول نتائج دون أن نذكر الأعداد بوضوح بحيث نستطيع أن نحدّد بدل أي تلميذ مِنَ الأفضل أن نلعب؟
نتعلّم كيفيّة تحسين نجاعة جدول الاحتمالات.

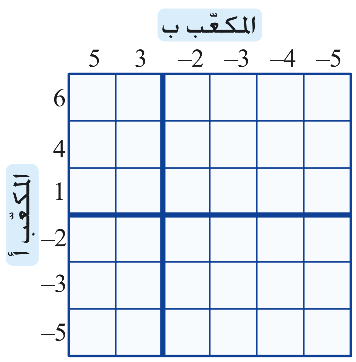
1. أ. ابنوا جدولًا للنتائج وحدّدوا ما احتمال كلّ واحد منهم بالفوز؟

ب. قال **أمين**: يمكن أن نبني جدولاً وأن نلوّن المساحات التي يوجد فيها حاصل ضرب موجب.
وهكذا يمكن أن نحدّد بسهولة ما إذا كانت اللعبة نزيهة.
نقسّم الجدول إلى "موجب" وَ "سالب" حسب الأعداد التي تظهر على المكعّبين.
انسخوا الجدول ولوّنوا جميع التربيعات التي تظهر فيها نتائج موجبة.
ما احتمال الحصول على نتيجة موجبة؟



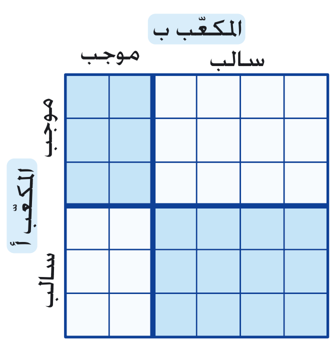
ت. مَن منهما يوجد له احتمال أكبر بالفوز؟ اشرحوا كيف حدّدتم ذلك؟

- إذا نتجت نتائج التجربة بمرحلتين فيمكن أن نعرض جميع النتائج الممكنة في جدول.
  للحصول على احتمال حدث معيّن بطريقة سهلة يمكن أن نرتّب النتائج الممكنة في كلّ مرحلة بطريقة مركّزة.

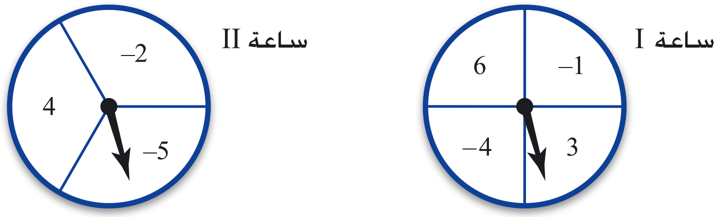


- يمكن أن نحسب احتمالات في الحالات التي لا نسجّل فيها النتائج بوضوح، بل نمثّل كلّ نوع مِنَ النتائج حسب عدد المرّات التي تظهر فيها فقط.
  نسمي هذا الجدول "رسم تخطيطيّ مساحة".

مثال: قسّمنا الرسم التخطيطيّ للمساحة إلى مناطق تظهر فيها نتائج موجبة وإلى مناطق تظهر فيها نتائج سالبة، ولُوّنت المساحات التي تظهر فيها نتائج موجبة. وهكذا مِنَ الأسهل أن نرى مساحات متساوية؛ لذا فاللعبة نزيهة.



2. تُدير **دلال** و**رائدة** عقربي "الساعتين" المرسومتين (قُسّمت كلّ "ساعة" إلى قطاعات متساوية).



تفوز **دلال** إذا كان حاصل ضرب العددين اللذين يُشير إليهما العقربين موجبًا.
تفوز **رائدة** إذا كان حاصل الضرب سالبًا.

أ. هل اللعبة نزيهة؟

ب. انسخوا الرسم التخطيطيّ للمساحة ولوّنوا المساحات المناسبة لفوز **دلال**.

ت. احسبوا احتمال فوز كلّ واحدة منهما.

ساعة I

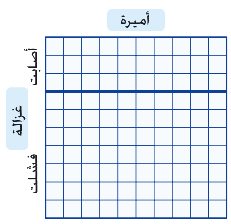
ساعة II	×	موجب	سالب
	موجب		
	سالب		

3. ترمي كلّ من **غزالة** و**أميرة** سهمًا لإصابة هدف معيّن.
الاحتمال أنّ تصيب **غزالة** الهدف هو $\frac{3}{10}$، الاحتمال أن تصيب **أميرة** الهدف هو $\frac{4}{10}$.

أ. ما الاحتمال أن لا تصيب **غزالة** الهدف؟

ما الاحتمال أن لا تصيب **أميرة** الهدف؟

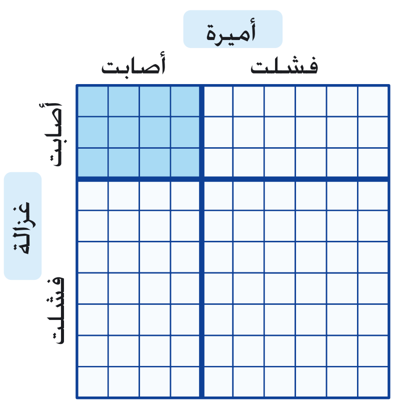
ب. قسّمنا المربع (10x10 تربيعات) لنتائج **غزالة** بخطّ أفقيّ إلى "تنجح بإصابة الهدف" وَ "تفشل بإصابة الهدف".
انسخوا الرسم التخطيطيّ للمساحة وقسّموا المربّع قسمة إضافيّة بخطّ عموديّ لنتائج **أميرة**.



ت. ما الاحتمال أن تُصيب كلتيها الهدف معًا؟

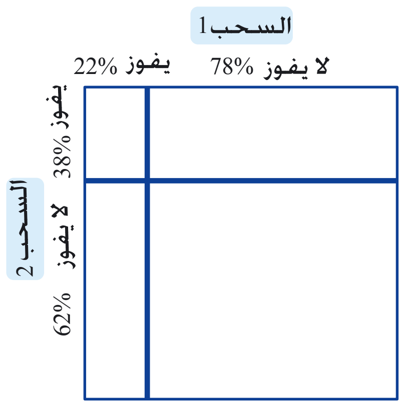
ث. ما الاحتمال أن تُصيب **غزالة** الهدف وأن لا تُصيب **أميرة** الهدف؟

نقسّم الرسم التخطيطيّ للمساحة عموديًا وأُفقيًا حسب الاحتمالات المعطاة.
يمكن أن نحسب في مربّع مقسّم إلى تربيعات احتمال حدوث حدث بواسطة عدّ التربيعات المناسبة للحدث وحساب الجزء النسبيّ الذي يشكله هذا العدد من جميع التربيعات.



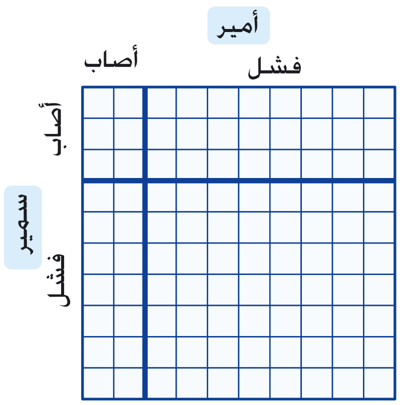
مثال: في المهمّة 3، لحساب الاحتمال أن **غزالة** و**أميرة** أصابتا الهدف، نلوّن المساحة المناسبة للحدث.
لُوّنت 12 تربيعة من 100. هذا يعني أنّ الاحتمال هو: $\frac{12}{100}$
بدل من أن نعدّ التَربيعات يمكن أن نحسب مساحة الجزء الملوّن مِنَ المَساحة الكليّة كالتالي: $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{100}$
نَرى مِن هنا أنّ احتمال حدوث الحدثين (تُصيب كلتيها الهدف معًا) هو حاصِل ضرب الاحتمالات المنفردة.

4. أُجري سحبان لليانصيب في حملة تبرّعات، احتمال الفوز في السحب الأوّل هو 22%.
احتمال الفوزِ في السحب الثاني هو 38%.
نختار مشتركًا واحدًا في الحملة بطريقة عشوائيّة.
احسبوا احتمال فوز الشخص الذي أُختير في السحبين.

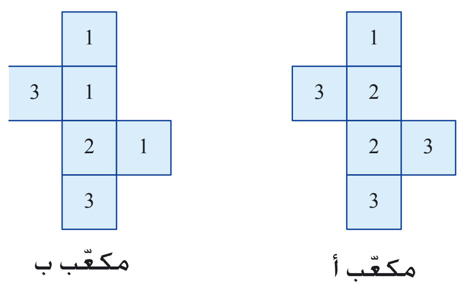


مجموعة مهامّ

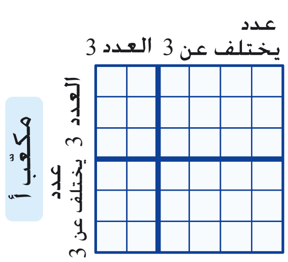
1. يتمرّن **أمير** و**سمير** في لعبة إحراز الكرة في السلّة.
نجح **أمير** في إحراز الكرة في السلّة في $\frac{2}{10}$ مِنَ الحالات،
أمّا **سمير** فقد نجح في إحراز الكرة في السلّة في $\frac{3}{10}$ الحالات.
احسبوا احتمالات الأحداث التالية.
أ. نجح اثناهما في إحراز الكرة في السلّة.
ب. لم ينجح اثناهما في إحراز الكرة في السلّة.
ت. نجح **أمير** في إحراز الكرة في السلّة ولم ينجح **سمير** في ذلك.



2. أمامكم فرش مكعّبان.
نرمي المكعّبين.



قُسّم الرسم التخطيطيّ حسب احتمال كلّ مكعّب في الحصول أو عدم الحصول على العدد 3.
أ. ما احتمال أن يظهر العدد 3 على المكعّبين؟ اشرحوا كيف وجدتم؟
ب. حدّدوا أيّ حدث له الاحتمال الأكبر؟ اشرحوا.
يظهر العدد 3 على المكعّبين **أو** يظهر عدد يختلف عن العدد 3 على المكعّبين.



3. نرمي مكعّبين.
المكعّب أ هو مكعّب عاديّ وفي المكعّب ب يظهر العدد 3 مرّتين.
أ. ارسموا رسمًا تخطيطيًّا للمساحة.
قسّموا المساحة حسب احتمال المكعّب أ في"الحصول على العدد 3" أو "عدم الحصول على العدد 3"، وحسب احتمال المكعّب ب في "الحصول على العدد 3" أو "عدم الحصول على العدد 3" عندما نرمي المكعّبين.
ب. ما احتمال أن يظهر العدد 3 على المكعّبين في الوقت نفسه؟
ت. ما احتمال أن يظهر العدد 3 على مكعّب واحد فقط (هذا يعني أن يظهر العدد 3 على المكعّب أ فقط وليس على المكعّب ب وبالعكس)؟

4. يوجد في علبة 7 كرات: كرتان **حمراء** وَ 5 كرات **زرقاء**. نُخرج كرة واحدة مِنَ العلبة ونسجّل لونها. نُعيد الكرة للعلبة. نُخرج كرة مرّة أخرى ونسجّل لونها.
ارسموا رسمًا تخطيطيًّا مناسبًا للمساحة بحيث يشمل خطوط التقسيم واحسبوا احتمال إخراج:
أ. كرتين **زرقاء**. ب. كرتين **حمراء**. ت. كرتين بلونين مختلفين.

5. أُجري سحبان لليانصيب في احتفال نهاية السنة. أُجري سحب اليانصيب في بداية الاحتفال وقد فاز شخصًا واحدًا من كلّ 10 مشتركين في الاحتفال.
أُجري سحب اليانصيب في نهاية الاحتفال وقد فاز 20% من جميع المشتركين في الاحتفال.
(اشترك كلّ شخص في السحبين، بما في ذلك الأشخاص الذين فازوا في السحب الأوّل).

(i) ارسموا رسمًا تخطيطيًّا مناسبًا للمساحة بحيث يشمل خطوط التقسيم للحدثين "يفوز" وَ "لا يفوز" في كلّ سحب.
(ii) نختار مشتركًا واحدًا في الاحتفال بطريقة عشوائيّة. احسبوا الاحتمالات الآتية:
أ. يفوز في السحبين. ب. لا يفوز بتاتًا. ت. يفوز في السحب الأوّل ولا يفوز في السحب الثاني.

6. في دكّان مجوهرات هنالك آليتان للإنذار ضد السرقات. معلوم أنّ أحدهما يعمل في 98% من السرقات، والثاني يعمل في 97% مِنَ الحالات. ما احتمال أن ينجح لص في سرقة الدكّان دون أن يعمل جهاز الإنذار في كلّ حالة مِنَ الحالات التالية:

أ. إذا شغّل صاحب الدكّان آلية الإنذار الأولى فقط.
ب. إذا شغّل صاحب الدكّان آلية الإنذار الثانية فقط.
ت. إذا شغّل صاحب الدكّان آليتي الإنذار.

7. تُدير كلّ مِن **وردة** و**علياء** عقربي "الساعتين" (كلّ "ساعة" مقسمة إلى أقسام متساوية).
تفوز **علياء** إذا كان حاصل ضرب العددين موجبًا.
تفوز **وردة** إذا كان حاصل ضرب العددين سالبًا.
أكملوا أعدادًا على "الساعة" I للحصول على الاحتمالات التالية:
أ. احتمال فوز **علياء** أكبر.
ب. احتمال فوز **وردة** أكبر.