

## إجابات مختارة الوحدة الأولى: القوى

### 1.1 كانه امتحان

1. أ.

$a^{2x} = (a^x)^2 = (a^2)^x$	$a^{x+y}$	$2a^x$	لا يمكن
$a^{x-x} = a^0 = 1$	$a^{x-y}$	0	لا يمكن
$(ab)^x$	لا يمكن	لا يمكن	$a^x + b^y$ لا يمكن
$(\frac{a}{b})^x$	لا يمكن	لا يمكن	لا يمكن

ب.

صحيح $a^{2x}$	صحيح $(a^2)^x$	غير صحيح $2^3 \cdot 2^3 \neq 2^9$	غير صحيح $3^2 \cdot 3^2 \neq 6^2$
------------------	-------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

ت.

غير صحيح $2 \cdot 2^3 \neq 4^3$	غير صحيح $2^3 + 2^3 \neq 2^6$	غير صحيح $2 \cdot 2^3 \neq 4^3$	صحيح $2^{y+1}$
------------------------------------	----------------------------------	------------------------------------	-------------------

2. أ. c) , d)      ب. a) , c) , d)      ت. c) , d)      ث. d)  
ج. b)      ح. c) , d)      خ. b) , d)      د. b)

3. أمثلة:

أ.  $2^{50} = 2^{30} 2^{20} = 2^{10} 2^{40}$   
 ب.  $2^{50} = \frac{2^{70}}{2^{20}} = \frac{2^{10}}{2^{-40}}$   
 ت.  $2^{50} = 2^{49} + 2^{49} = 2^{48} + 2^{48} + 2^{48} + 2^{48}$   
 ج.  $2^{50} = \sqrt{2^{100}} = \sqrt{2^{60} \cdot 2^{40}}$   
 خ.  $2^{50} = \sqrt{\sqrt{2^{200}}} = \sqrt{\sqrt{2^{100}} \cdot 2^2}$

ث.  $2^{50} = 5 \cdot 2^{49} - 3 \cdot 2^{49} = 3 \cdot 2^{49} - 2^{49}$   
 ح.  $2^{50} = (2^{10})^5 = (2^2)^{25}$

أحجية: الأعداد هي: 18 و 4 أو 14 و 12

### 1.2 حواصل جمع

1. أ. 5050      ب.  $\frac{(n+1) \cdot n}{2}$       ت. 15      د.  $\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$   
 3. أ. 55      4. أ. 20 عددًا.      ب. 10 أعداد.

5. أ.  $\frac{3 \cdot 4 \cdot 3 \frac{1}{2}}{3} = 14$  ب.  $6 \times 7 \times 6 \frac{1}{2}$  ت.  $\frac{10 \cdot 11 \cdot 10 \frac{1}{2}}{3} = 385$  ث.  $\frac{n \cdot (n+1) \cdot (n + \frac{1}{2})}{3}$  ج. 1240

6. أ-ت.

الطريقة أ	الطريقة ب	
$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$	$(1 + 2 + 3)^2 = 36$	الشبكة 3
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$	$(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 100$	الشبكة 4
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = 441$	$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)^2 = 441$	الشبكة 6
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 10^3 = 3025$	$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 10)^2 = 3025$	الشبكة 10

ث.  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)^2$  ج. كل التعبيرات صحيحة.

ح. مثلاً:  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 20^3 = [\frac{(1+20) \cdot 20}{2}]^2 = 210^2 = 44,100$

خ. 14,400 هو مجموع قوى ثلاثيات الأعداد الطبيعية الـ 15 الأولى.

نحافظ على لياقة رياضية  
1. مثلاً:

$$[\frac{n^2 + n}{2}]^2, \frac{n^2 + 2n^3 + n^4}{4}, \frac{(1 + 2n + n^2) \cdot n^2}{2}, \frac{(1 + n)^2 \cdot n^2}{2}, [(n+1) \cdot \frac{n}{2}]^2, [\frac{(n+1) \cdot n}{2}]^2$$

أحجية: الرقمان الأخيران في المجموع هما 07

## الوحدة الثانية: الاحتمال

### 2.1 الحذر 7 في الطريق (لعبة لاثنتين حتى أربعة لاعبين)

1. ت. - إذا رمينا مكعباً واحداً، فإن معدل نقاط الرمية هو: 3.5.

- إذا رمينا مكعبين، فإن معدل نقاط الرمية هو: 5.83.

2. من الأفضل اختيار رمي مكعبين.

3. المعدل هو 6.125 4. من الأفضل اختيار رمي ثلاثة مكعبات.

نحافظ على لياقة رياضية  
1.

أ.	ب.	ت.	ث.	ج.	ح.
$x \neq 1, -2$	$x \neq 1, -2, 2$	$x \neq 1, -2$	$x \neq 1, -2, 2$	$x \neq 1, -1$	$x \neq 1, -1$
$\frac{x+1}{x+2}$	$\frac{x+1}{x-2}$	$(x+1)(x+2)$	$(x+1)(x-2)$	$x^2+1$	$x+1$

أحجية: رُبَّع الطول الأصلي للعصا.

## 2.2 الاحتمال والدوال

1. أ.  $a = 1$  ينتج مثلث متساوي الساقين. ب.  $a = 6$  ينتج المثلث الذي مساحته هي أصغر مساحة.

ت. الاحتمال هو 0. ث. الاحتمال هو  $\frac{1}{2}$ .

2. أ. يمكن أن تنتج 4 مستقيمتين. ب. مساحة الشكل 2 وحدات مساحة. ت. الاحتمال هو:  $\frac{1}{2}$ .

3. ب. احتمال أن يكون المستقيمان متوازيين هو  $\frac{1}{4}$ , احتمال أن يتَّحد المستقيمان هو  $\frac{1}{4}$ , احتمال أن يتقاطع المستقيمان هو  $\frac{1}{2}$ .

4. أ. الخطَّ البيانيّ الذي يمكن أن ينتج (iii). ب. التمثيل الجبري لهذه الدالة هو:  $y = x^2 + 4x + 3$ .

ت. الاحتمال هو  $\frac{1}{36}$ .

5. أ. احتمال الحصول على معادلة تربيعية:  $\frac{2}{3}$ . ب. احتمال الحصول على معادلة خطية:  $\frac{1}{3}$ .

ت. احتمال أن يمرّ الخطَّ البيانيّ عبر المحاور:  $\frac{1}{3}$ . ث. احتمال الحصول على قطع مكافئ له نقطة عظمى:  $\frac{1}{3}$ .

ج. احتمال الحصول على مستقيم يوازي محور  $x$  أو محور  $y$ :  $\frac{1}{9}$ .

نحافظ على لياقة رياضية

احتمال إخراج زوج من الجوارب لها اللون نفسه:  $\frac{7}{15}$ .

احتمال إخراج زوج من الجوارب لها اللون نفسه:  $\frac{31}{95}$ .

عدد البنائير الحمراء 4 وعدد البنائير الزرقاء 18.

أحجية: احتمال الحصول على وجبة مجاناً في مطعم "التسامح" أكبر.

## 2.3 احذروا: نستنج استنتاجات!

1. أ.  $\frac{3}{5}$  التلاميذ الذين نجحوا في الامتحان حضروا وظائف بيتية. ب.  $\frac{3}{5}$  التلاميذ الذين فشلوا في الامتحان حضروا وظائف بيتية.

3. استعمال الحاسوب لأغراض البحث ناجح، استعمال الحاسوب للتمرّن غير ناجح، نديم غير صادق.  
4. الادّعاء غير صحيح. 5. العنوان غير صحيح. 6. لا يمكن الاستنتاج من المعطيات.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. احتمال أن نخمّن الـ 14 نتيجة صحيحة هو:  $(\frac{1}{3})^{14}$   
ب. احتمال أن نخمّن الـ 13 نتيجة صحيحة هو:  $14 \cdot (\frac{1}{3})^{13} \cdot \frac{2}{3}$   
ت. احتمال أن نخمّن الـ 13 نتيجة صحيحة، على الأقل، هو:  $(\frac{1}{3})^{14} + 14 \cdot (\frac{1}{3})^{13} \cdot \frac{2}{3}$   
ث. احتمال أن نخمّن الـ 13 نتيجة صحيحة، على الأكثر، هو  $1 - (\frac{1}{3})^{14}$ .
2. أ. يجب أن يلعبوا، على الأكثر، 3 ألعاب إضافية كي يحصل أحدهم على 10 نقاط.  
ب. الاحتمال أن يفوز سامر هو  $\frac{1}{8}$ .
3. مساحة المنطقة الرابعة  $x = 27$ .
4. احتمال اختيار مواطن يرگب نظارات، بطريقة عشوائية، هو 0.2 أو 0.8.  
أحجية: لون القبعة على رأس الأول هو أبيض.

## الدرس الثالث: عمليات جبرية

### 3.1 فرق مربعات

1. أ.  $7 = 4^2 - 3^2$  ب.  $27 = 14^2 - 13^2$  ج.  $323 = 162^2 - 161^2$   
2. أ.  $23^2 - 22^2 = 45$  ب.  $23^2 - 21^2 = 88$  ج.  $23^2 - 20^2 = 129$  د.  $23^2 - 19^2 = 4 \cdot 42 = 168$   
5. أ. ب. ج. د. هـ.  $a^2 - b^2$

$a^2 - b^2$	زوجي	فردّي
فردّي	فردّي	زوجي
زوجي	زوجي	فردّي

7. الأعداد الزوجية التي لا تقسم على 4 لا يمكن كتابتها كفرق مربعات أعداد طبيعية.  
8. 26 و 50 لا يمكن كتابتهما كفرق مربعات أعداد طبيعية.  
9. يمكن أن نكتب عددًا أوليًا كحاصل ضرب عاملين طبيعيين إذا كان أحد العاملين هو 1 فقط. العامل 1 يمكن أن يكون الفرق فقط بين الأعداد؛ لذا الأعداد متتالية.  
10. أ. بأربع طرق ب. بأربع طرق ج. بأربع طرق د. بأربع طرق

## نحافظ على لياقة رياضية

1. يختزل أمير مضافات بدلاً من أن يختزل عوامل. حصل أمير على إجابات صحيحة في البندين أ وب.

2.

أ.	ب.	ت.	ث.	ج.	ح.
$x \neq -1$	$x \neq -1$	$x \neq 1$	$x \neq 0$	$x \neq 1$	$x \neq 0$
$x - 1$	لا يمكن الاختزال	$x$	$x - 1$	$x(x + 1)$	$x^2 - 1$

خ.	د.	ذ.	ر.	ز.	س.
$x \neq -1$	$x \neq \pm 1$	$x \neq 1$	$x \neq -1$	كلّ $x$	$x \neq 0, -1$
$x(x - 1)$	$x$	$x^2(x + 1)$	$x^2(x - 1)$	لا يمكن الاختزال	$x^2 - x$

## 3.2 معادلات تربيعية

1.  $x_1 = 3 \quad x_2 = -13$       3.  $x = 8$

4. أ.  $x_1 = 4 \quad x_2 = -2$       ب.  $x_1 = 4 \quad x_2 = -3$       ت.  $x = 4$   
 ث.  $x_1 = 9 \quad x_2 = 1$   
 ج.  $x_1 = 5 \quad x_2 = -1$       د.  $x_1 = 8 \quad x_2 = -4$       هـ.  $x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$   
 ز.  $x_1 = 2.5 \quad x_2 = -1$       ح.  $x_1 = \frac{1}{4} \quad x_2 = -\frac{1}{3}$       ط.  $x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{3}{4}$   
 ي.  $x = \frac{4}{3}$       ك.  $x = \pm 2$       ل.  $x = 1$   
 م.  $x = \frac{9}{8}$       ن.  $x_{1,2} = \pm 1 \quad x_{3,4} = \pm \frac{1}{3}$       س.  $x_1 = \frac{9}{4} \quad x_2 = -\frac{1}{4}$

5. أ.  $x_1 = 3 \quad x_2 = 2$       ب.  $x_1 = 25 \quad x_2 = -2$       ت.  $x_1 = 1 \quad x_2 = 9$   
 ث.  $x_1 = 7 \quad x_2 = -2$   
 ج.  $x_1 = \frac{4}{3} \quad x_2 = 1.5$       د.  $x_{1,2} = \pm 1 \quad x_3 = 0$       هـ.  $x_1 = 6 \quad x_2 = 4$   
 ز.  $x_1 = \frac{1}{25} \quad x_2 = -\frac{1}{2}$       ح.  $x_{1,2} = \pm \frac{1}{5}$       ط.  $x_{1,2} = \pm 5$   
 ي.  $x_{1,2} = \pm 1 \quad x_{3,4} = \pm \frac{1}{3}$       ك.  $x = 0$       ل.  $x_1 = \frac{1}{9} \quad x_2 = 1$   
 م.  $x_1 = 7 \quad x_2 = 4$       ن.  $x = \pm \sqrt{10} \quad x = \pm 1$       س.  $x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{2}{7}$

6. أ.  $x_{1,2} = \pm 5 \quad x_{3,4} = \pm 3$       ب.  $x_{1,2} = \pm 2 \quad x_3 = 0$

8. أ.  $x = 0$       ب.  $x_1 = -1 \quad x_2 = 3$       ت.  $x_1 = 2 \quad x_2 = 4$

III.  $x_1 = 9 + \sqrt{40} \quad x_2 = 9 - \sqrt{40}$

أحجية: عُمرِي هو 36.

### 3.3 نفكر قبل أن نحلّ

1. أ, ت, ث, ح, د, ذ. لا يوجد حلّ للمعادلة  
ب, خ.  $x \neq 2, -2$  ج.  $x = 0$
2. أ. -1 ب, ت. لا يوجد عدد كهذا  
ث. كلّ عدد باستثناء العدد -1
3. أ. لا يوجد عدد كهذا. ب. كلّ عدد بين -1 إلى 1. ت. 1. ث. كلّ عدد أكبر من 1, وكلّ عدد أصغر من -1 أو يساويه.
5. أ. صحيح ب. صحيح ت. غير صحيح ث. صحيح ج. غير صحيح
7. أ. قطع مكافئ ب. مستقيم ت. مستقيم ث. قطع مكافئ ج. قطع مكافئ ح. قطع مكافئ
8. أ.  $x = 1$  ب. لا يوجد حلّ ت.  $x = 0$  ث.  $x_1 = 0$   $x_2 = 1$  ج. لا يوجد حلّ ح.  $x = \pm 1$

### 3.4 نبنى ثلاثيات فيثاغورية

2. 120, 160, 200
3. ث. 9 و 11
4. ث. العدان هما 5 و 2.
5. أ.  $4n^2 + 1$
6. أ.  $2n + 1$

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ.  $5n - 10$  ب.  $x^2 - y^2$  ت.  $4n + 2$
2. أ.  $n = 4$  ب.  $x = 3$   $y = 1$  ت.  $n = 1$

أحجية: تنتج هذه الثلاثية الفيثاغورية من الثلاثية 3, 4, 5 وهي تنتج من ضرب كل واحد منها في 1, 111

### الوحدة الرابعة: الدوال

#### 4.1 مشكلة السياج

2. 104.5 أمتار مربعة أو 88 مترًا مربعًا 4. يمكن. طول كلّ ضلع 10 م والمساحة 100 متر مربع.
5. أ.  $0 < x < 15$  ب.  $f(x) = x(30 - 2x)$  ث. حوالي 85 مترًا مربعًا. هنالك قطعة إضافية لها المساحة نفسها.
6. أ.  $0 < x < 30$  ب.  $g(x) = x \cdot \frac{30 - x}{2}$  ث. قطعتان مساحة كل واحدة منهما 72 مترًا مربعًا، ولا توجد قطعة مساحتها 150 مترًا مربعًا.
8. الخطآن البيانيان غير متماثلين.
10. أ. القياسات هي  $15 \times 7.5$  والمساحة 112.5 مترًا مربعًا. هنالك قطعة أرض واحدة كهذه.  
ب. قطعتان قياسهما  $3 \times 24$  أو  $6 \times 12$ . هنالك أربعة نقاط على الخط البياني.  
ت. 100 متر مربع. القطعة مربعة. هنالك قطعتان مساحة كل واحدة منهما 100 متر مربع.

- نحافظ على لياقة رياضية
1. أ.  $x = -16$  أو  $x = 15$  ب.  $x = -12$  أو  $x = 10$  ت.  $x = -8$  أو  $x = 6$
- ث.  $x = -6$  أو  $x = 10$  ج.  $x = -10$  أو  $x = 12$  ح.  $x = -6$  أو  $x = 4$
- خ.  $x = -14$  أو  $x = 17$  د.  $x = -17$  أو  $x = 5$

أُحجية: هنالك 13 إمكانية.

## 4.2 التماثل

1. أ.  $y = -x$  ،  $y = 3x$  ،  $y = 5$  ،  $y = -2x - 3$  ،  $y = x^2$  ،  $y = -x^3$  ،  $y = -\frac{1}{x}$  ،  $y = \frac{1}{x^2}$
- ب.  $y = 5$  ،  $y = x^2$  ،  $y = \frac{1}{x^2}$  ت. الخطوط البيانية متماثلة نسبة لمحور  $y$ .

2. أ.  $y = -x$  ،  $y = 3x$  ،  $y = -x^3$  ،  $y = -\frac{1}{x}$  ب. الخطوط البيانية لها تماثل دوراني حول نقطة الأصل.

## 3.

دوال زوجية	دوال فردية	دوال أخرى
$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$ كل $x$	$f(x) = x x $ كل $x$	$f(x) = x^2 + x^3$ كل $x$
$f(x) = \frac{ x }{x^2}$ $x \neq 0$	$f(x) = \frac{x}{ x }$ $x \neq 0$	$f(x) = \frac{3}{x^3 + 1}$ $x \neq -1$
	$f(x) = \frac{1}{x} - x$ $x \neq 0$	$f(x) =  x  + x$ كل $x$

4. زوجية: أ، ت فردية: ب، ح أخرى: ث، ج

6. أ.  $x = y$  ،  $x = -3y$  ،  $x = 5$  ،  $x = 2y - 3$  ،  $x = y^2$  ،  $x = y^3$  ،  $x = \frac{1}{y}$  ،  $x = \frac{1}{y^2}$

ت.  $y = x$  ،  $y = \frac{1}{x}$  ث.  $x = 5$  ،  $x = \frac{1}{y^2}$

7. أ. انظروا إلى إجابة المهمة 16. ب.  $y = \frac{1}{x}$  ت.  $y = x^2$

نحافظ على لياقة رياضية

دالة أصلية	أ. دالة جديدة	نوع الدالة	ب. دالة جديدة	نوع الدالة
$y = x$	$y = x^2$	تربيعية	$y = \frac{1}{x}$	ليست تربيعية وليست خطية
$y = -3x$	$y = -3x^2$	تربيعية	$y = -\frac{3}{x}$	ليست تربيعية وليست خطية
$y = 5$	$y = 5$	خطية	$y = 5$	خطية

دالة أصلية	أ. دالة جديدة	نوع الدالة	ب. دالة جديدة	نوع الدالة
$y = 2x - 3$	$y = 2x^2 - 3$	تربيعية	$y = \frac{2}{x} - 3$	ليست تربيعية وليست خطية
$y = x^2$	$y = x^4$	ليست تربيعية وليست خطية	$y = \frac{1}{x^2}$	ليست تربيعية وليست خطية
$y = x^3$	$y = x^6$	ليست تربيعية وليست خطية	$y = \frac{1}{x^3}$	ليست تربيعية وليست خطية
$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{1}{x^2}$	ليست تربيعية وليست خطية	$y = x$	خطية
$y = \frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{x^4}$	ليست تربيعية وليست خطية	$y = x^2$	تربيعية

أُحجية: الكتابة بواسطة الانعكاس هي كتابة نتمعن فيها عبر المرآة، ويمكن أن نقرأ بشكل طبيعي وعادي انعكاس الكتابة.

### 4.3 تحسين العلامة

1. أ. غير صحيح. ب. غير صحيح. ت. صحيح. ث. صحيح. ج. غير صحيح. ح. صحيح. خ. صحيح. د. صحيح. ذ. صحيح.
2. أ. 85 تقريباً. ب. 81. ت. 0 أو 100.
3. أ.  $0 \leq x \leq 100$ .
5. أ.  $s(x) = 10\sqrt{x} - x$ . ب.  $s(0) = 0$   $s(100) = 0$ . ت. انظروا حلّ المهمة 2.
7. أ. للعلامة 25. ب. كل علامة أصلية بين 0 إلى 100 (باستثناء العدد 25) لها علامة إضافية تحصل على التحسين نفسه.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. غير صحيح. ب. صحيح. ت. صحيح. ث. غير صحيح. ج. غير صحيح. ح. غير صحيح.
- ح. غير صحيح. خ. غير صحيح. د. غير صحيح. ذ. صحيح.

2. أ.  $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$       ت.  $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$       ج.  $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

ب.  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$       ث.  $\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$       ح.  $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

أُحجية: أبي عمره 35.

#### 4.4 نذهب إلى المسرح

1. هنالك إمكانية إضافية في العمود الأيمن: اشترك 60 تلميذاً في المسرحية، سعر التذكرة 50 شاقلاً. هنالك 100 إمكانية في العمود الثالث من الأيمن.

عدد التلاميذ الذين اشتركوا في المسرحية	85	115	70	120	300
سعر التذكرة المنفردة (بالشواقل)	50	47	50	46	10
السعر الكلي للتذاكر (بالشواقل)	4,250	5,405	3,500	5,520	3,000

2. أ.  $y = 50x$  ب.  $0 < x \leq 100$  3. أ.  $y = x [50 - 0.2(x - 100)]$  ب.  $100 < x < 350$
6. مقابل 175 تلميذاً 7. 60 أو 300 تلميذاً. 8. نعم. إذا اشترك في المسرحية 350 تلميذاً.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ.  $f(5) = -4$   $f(0) = -9$   $f(-1.5) = -6.75$   $f(-3) = 0$   
 ب. لكل  $x = 2, -2, 5.5$  قيمة الدالة هي -5
2. أ.  $A(-3, 0)$   $B(3, 0)$   $C(0, -9)$  ب. ل  $f(x) = 1$  يوجد حل واحد. ل  $f(x) = -1$  يوجد ثلاثة حلول.  
 ل  $f(x) = -10$  لا يوجد حل. ل  $f(x) = 0$  يوجد حلان.
- أحجية: 111 تذكرة.

#### 4.5 ألواح اللعب

1. أ.

قياسات لوحة اللعب	عدد التربيعات (المجموع)	عدد التربيعات في الإطار الخارجي	عدد التربيعات في الإطار الداخلي	عدد التربيعات في المربع الداخلي
4 x 4	16	12	4	0
5 x 5	25	16	8	1
6 x 6	36	20	12	4
100 x 100	10,000	396	388	9,216
n x n	$n^2$	$4(n - 1)$	$4(n - 3)$	$(n - 4)^2$

2. أ. قياسات اللوحة هي  $10 \times 10$ . ب. لا توجد له لعبة كهذه.
3.  $f(n)$  الخط البياني الأحمر.  $h(n)$  الخط البياني الأخضر.  $p(n)$  الخط البياني البنفسجي.  $m(n)$  الخط البياني الأزرق.
4. أ.  $n = 9$  5. 108 6. قياسات اللوحة هي  $14 \times 14$ .
7. أ. صحيح ب. صحيح ت. صحيح ث. صحيح ج. صحيح ح. غير صحيح

نحافظ على لياقة رياضية  
1. أ. 2 م ب. متر واحد

أحجية: 11 مربعًا مختلفًا في القياسات.

## الوحدة الخامسة: استعمالات في الجبر

### 5.1 حاصل الضرب يساوي المجموع

1. أ.  $a + (1 + \frac{1}{a-1}) = a \cdot (1 + \frac{1}{a-1})$  ت. 1 (تعريف غير معرّف)

2. أ.  $x + y = x \cdot y$  ب.  $y = \frac{x}{x-1}$  ج.  $x \neq 1$

3. أ.  $1\frac{2}{9}$  ب. لا ج. نعم د. لا

4. أ.  $y = \frac{x}{x-1}$  6. نعم،  $x + \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$  وأيضًا  $x \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$

نحافظ على لياقة رياضية

1. أمثلة: أ.  $(a^2 + 4)(a^2 - 4)$  ،  $(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$  ب.  $2a(a - 1)$

ت.  $6a^3(\frac{3}{a} + 2)$  ، بشرط أن يكون  $a \neq 0$  ،  $9a^2(\frac{4}{3}a + 2)$

2. أ.  $x^4 - 16$  ،  $x \neq 0$  ب.  $x^4 - 16$  ت.  $x^4 - 18x^2 + 81$

أحجية:  $1+1+1+2+5=1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5$  ،  $1+1+2+4=1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4$  ،  $1+2+3=1 \cdot 2 \cdot 3$

$1+1+2+2+2=1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  ،  $1+1+1+3+3=1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3$

### 5.2 ادّعاءات في الجبر

1. ت. من خلال الأمثلة، من المعقول الافتراض أن اللعبة غير نزيهة.

2. ب.  $a$  و  $b$  يمثلان عددين طبيعيين.

بناءً على الأمثلة، يمكن الافتراض أن العلاقة هي:  $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

3. أ.  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

4. أ.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{6}{3} = 2$  ب.  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{c + a + b}{abc} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

ت.  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)$  لذا:  $a^2 + b^2 + c^2 = 4^2 - 2 \cdot 6 = 4$

5. النتيجة الناتجة هي عدد يقبل القسمة على 8 دون باقٍ.

6. ب. الافتراض:  $1 - x^5 = (1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$ .

8. ت.  $n^2 + (n + 1)^2 + (n(n + 1))^2 = (n^2 + n + 1)^2$ . (n عدد طبيعي).

نحافظ على لياقة رياضية

1.

+	$(a + b)^2$	$(a - b)^2$	$(a + b)(a - b)$
$(a + b)^2$	$2a^2 + 4ab + 2b^2$	$2a^2 + 2b^2$	$2a^2 + 2ab$
$(a - b)^2$	$2a^2 + 2b^2$	$2a^2 - 4ab + 2b^2$	$2a^2 - 2ab$
$(a + b)(a - b)$	$2a^2 + 2ab$	$2a^2 - 2ab$	$2a^2 - 2b^2$

2.

•	$a + b$	$-a - b$	$a - b$	$b - a$
$a + b$	$a^2 + 2ab + b^2$	$-a^2 - 2ab - b^2$	$a^2 - b^2$	$b^2 - a^2$
$-a - b$	$-a^2 - 2ab - b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$b^2 - a^2$	$a^2 - b^2$
$a - b$	$a^2 - b^2$	$b^2 - a^2$	$a^2 - 2ab + b^2$	$-a^2 + 2ab - b^2$
$b - a$	$b^2 - a^2$	$a^2 - b^2$	$-a^2 + 2ab - b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$

أحجية: العدد هو 65.

## الوحدة السادسة: مثلثات ومربعات

### 6.1 منصّات الزوايا

1. العدد الأكبر لنقاط تقاطع أربعة مستقيمت هو 6. هنالك إمكانيّتان لـ 5 نقاط التقاطع، إمكانيّتان لـ 4 نقاط تقاطع، إمكانيّتان لـ 3 نقاط تقاطع. لا يمكن أن تكون نقطتنا تقاطع لأربعة مستقيمت.
  4. أ. العدد الأكبر لنقاط تقاطع أربعة منصّات زوايا في الشكل الرباعيّ هو 6. ب. إذا نتجت خمس نقاط تقاطع، فإنّ منصّات الزوايا الأربعة تُنتج شبه منحرف. ت. إذا نتجت أربع نقاط تقاطع، فإنّ منصّات الزوايا الأربعة تُنتج مستطيلاً، والشكل الرباعيّ الأصليّ متوازي أضلاع. ث. لا يمكن أن تتقاطع أربعة منصّات الزوايا في 3 نقاط. ج. إذا التقت منصّات الزوايا الأربعة في نقطة واحدة، فإنّ أبعاد النقطة عن أضلاع الشكل الرباعيّ متساوية.
  5. أ. 6 نقاط: شكل رباعيّ لا يوجد فيه منصّات زوايا متوازية، ولا يوجد أكثر من منصفَي زاويتين يلتقيان في نقطة واحدة. ب. 5 نقاط: الشكل الرباعيّ الذي يوجد فيه زوج واحد من منصّات الزوايا المتوازية ينتج فيه شبه منحرف. ت. 4 نقاط: تُنتج منصّات الزوايا مستطيلاً والشكل الرباعيّ الأصليّ هو متوازي أضلاع. ث. نقطة واحدة: تلتقي جميع منصّات الزوايا في نقطة واحدة.
  6. إذا التقت كلّ منصّات الزوايا في نقطة واحدة، فإنّ أبعاد نقطة التقاطع عن أضلاع الشكل الرباعيّ متساوية.
  7. الإمكانيّات لنقاط تقاطع ثلاثة مستقيمت هي : 0 نقاط، 2 نقاط، 3 نقاط.
- نحافظ على لياقة رياضيّة
1. أ. زوايا  $\triangle AEB$   $43^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $77^\circ$  زوايا  $\triangle CDK$   $45^\circ$ ,  $32^\circ$ ,  $103^\circ$   
ب.  $\angle M + \angle P = 180^\circ$   $\angle E + \angle K = 180^\circ$
  2. أ.  $\angle M + \angle P = 180^\circ$   $\angle E + \angle K = 180^\circ$  ب.  $\angle M + \angle P = 180^\circ$   $\angle E + \angle K = 180^\circ$  ج.  $\angle M + \angle P = 180^\circ$   $\angle E + \angle K = 180^\circ$

### 6.2 عدّة شروط للتطابق

1. أ. المثلثات متطابقة. ب. المثلثات غير متطابقة. ت. المثلثات غير متطابقة.
2. مقدار الزاوية الثالثة في المثلث هي  $50^\circ$ . هنالك ثلاثة مثلثات ممكنة. (كلّ مرّة زاوية أخرى مقابل الضلع المعطى طوله).
5. يوجد في المثلثين، على الشاشة، أربعة أزواج قياساتها متساوية (ثلاثة أزواج زوايا وزوج واحد من الأضلاع). المثلثات غير متطابقة. المثلثات متشابهة، لأنّ مقدار زواياها متساوية. يمكن أن نحصل خلال الجرّ على مساواة طول ضلع إضافيّ في المثلثين، هذا يعني أنّه يمكن الحصول على خمسة قياسات متساوية في المثلثات غير المتطابقة.

**6.** يوجد للمثلثين خمسة أزواج قياساتها متساوية: كل أزواج الزوايا متساوية وزوجان من الأضلاع متساوية في الطول: (عندما نقيس نجد أن الأضلاع الملونة بالأحمر متساوية في الطول، والأضلاع الملونة بالأخضر متساوية في الطول). المثلثات غير متطابقة، لكنها متشابهة، لأن مقدار زواياها متساوية.

**7.** لا يمكن: إذا كانت هنالك ستة أزواج من المعطيات، يوجد للمثلثين أضلاع متساوية في الطول، وتؤدي مساواة الأضلاع إلى تطابق المثلثات حسب ضلع، ضلع، ضلع.

**8.** أ.  $EH = 6$  ,  $DE = 4$  . ب.  $DH = 2\frac{2}{3}$  ,  $BC = 9$  .

نحافظ على لياقة رياضية

1. قول أمين غير صحيح. مثال مضاد: مثلث متساوي الساقين فيه طول الساق 6 سم وطول القاعدة 4 سم، ومثلث متساوي الساقين فيه طول الساق 4 سم وطول القاعدة 6 سم.
2. قول يونس غير صحيح. مثال مضاد: إذا كان معطى زاويتان متساويتان وضلعان متساويان في مثلثين، فإن الزاويتان المتساويتان في المثلثين إحدهما مقابل أحد الضلعين المتساويين والأخرى مجاورة للضلع الآخر الذي يساويه في الطول.
3. قول سليم صحيح. حسب النظرية ز.ض.ز.
4. قول عناية غير صحيح. مثال مضاد: في أحد المثلثات طول القائم 4 سم وطول الوتر 5 سم، وفي المثلث الآخر طول القائم 4 سم وطول القائم الثاني 5 سم.
5. المربع الملون يحتل خمس مساحة المربع الكبير.

### 6.3 نسب بين مساحات

**3.** أ.  $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{3}{2}$  . ت.  $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$  . **4.**  $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{AB}{AC}$  ,  $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{BD}{CD}$

نحافظ على لياقة رياضية

1.  $\frac{PD}{PM} = 2$
  2. ب. كل قطعة تقسم متوازي الأضلاع إلى شكلين رباعيين متساويين في المساحة، تمرّ عبر نقطة التقاء القطرين.
  3. أ.  $\frac{MQ}{QP} = 1$  . ب.  $\frac{ML}{LC} = \frac{1}{2}$  . ت.  $\frac{ED}{AD} = \frac{1}{2}$  . ث.  $\frac{GD}{AB} = 1$
- أحجية: المساحة المغطاة أكبر.

### 6.4 بُعد أضلاع المضلع

1. المجموع ثابت وغير مرتبط بمكان النقطة.
  2. في المثلث الأيسر: النقطة في الرأس. ومجموع الأبعاد يساوي طول الارتفاع من D:  $3\sqrt{3} = 5.2$
- في المثلث الأوسط: البعد عن أحد الأضلاع 0، والبعد عن الضلعين الآخرين 3.73 و 1.73. مجموع الأبعاد: 5.19.
- في المثلث الأيمن: مجموع الأبعاد:  $2+2+1.2=5.2$

3. مجموع الأبعاد  $h_1 + h_2 + h_3$  يساوي طول ارتفاع المثلث H.

4. في المثلث مختلف الأضلاع، مجموع أبعاد النقطة عن الأضلاع الثلاثة غير ثابت.

5. أ. مجموع الأبعاد لا يمكن أن يكون 0.

ب. (I) المجموع:  $2+2+0 = 4$  (II) المجموع:  $1+1+1.4 = 3.14$  (III) المجموع:  $0+0+2.8 = 2.8$

8. أ. دالة مجموع الأبعاد هي:  $y=0.4x+2.8$  ب. الخط البياني هو خط مستقيم.

9. مجموع الأبعاد ثابت ويساوي مجموع طولي ضلعين متجاورين في المستطيل.

نحافظ على لياقة رياضية

1. مجموع أبعاد E عن أضلاع متوازي الأضلاع ثابت ويساوي مجموع طولي ارتفاعي متوازي الأضلاع.

2. مجموع أبعاد E عن أضلاع المعين ثابت ويساوي مرتين طول ارتفاع المعين.

3. قياسات الطول المعطاة غير ممكنة، لأن الارتفاع من B يُنتج مع الرأسين B و C مثلث قائم الزاوية فيه طول أحد القائمين أكبر من طول الوتر.

أحجية: المسار الأقصر للنملة يربط بخط مستقيم الرأس A للمكعب إلى منتصف الضلع المقابل لـ A، ويستمر من هناك إلى الرأس B.

## 6.5 المحيط الأصغر

4. لكل نقطة معينة P على BC نجد P1 و P2 وهما انعكاسان للنقطة P بواسطة الضلعين AB و AC. Q و R هما نقطتا تقاطع P1 و P2 مع الأضلاع AB و AC.

8. أ. محيط المثلث الذي يربط منتصفات الأضلاع يعطينا المثلث الذي محيطه الأصغر. ب. المحيط الأدنى للمثلث المحصور في المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه 6 سم هو 9 سم.

نحافظ على لياقة رياضية

1. ب. (I) محيط المربع  $4\sqrt{18} = 16.96$  سم. مساحة المربع: 18 سنتيمترًا مربعًا. (II) محيط المربع 17.88 سم. مساحة المربع:

20 سنتيمترًا مربعًا. (III) محيط المربع 20.4 سم. مساحة المربع: 26 سنتيمترًا مربعًا.

2. مساحة المربع  $2x^2 - 12x + 36$ ، تنتج المساحة الصغرى عندما يكون  $x = 3$ .

## الوحدة السابعة: هندسة، رسوم بيانية وأجسام

### 7.1 تغيرات مثلث متساوي الساقين

1. أ. عندما يكون طول القاعدة 2.5 سم، طول الارتفاع للقاعدة 2.7 سم والمساحة 3.4 سنتيمترات مربعة، عندما يكون طول القاعدة

3 سم، طول الارتفاع للقاعدة 2.6 سم والمساحة 3.9 سنتيمترات مربعة. عندما يكون طول القاعدة 4.24 سم، طول

الارتفاع للقاعدة 2.1 سم والمساحة 4.5 سنتيمترات مربعة. عندما يكون طول القاعدة 5 سم، طول الارتفاع للقاعدة 1.7 سم

والمساحة 4.25 سنتيمترات مربعة.

ب. طول القاعدة يتغير بين 0 سم و 6 سم. ث. تنتج المساحة الكبرى عندما يكون المثلث قائم الزاوية.

ج. المساحة القصوى هي 4.5 سم.

3. ب. تنتج المساحة القسوى لطول القاعدة 4.24 وحدات طول، والمساحة القسوى هي 4.5 وحدات مساحة بالتناظر. تنتج المساحة القسوى عندما يكون المثلث قائم الزاوية.

$$S(b) = \frac{b \cdot \sqrt{3^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}}{2} = \frac{1}{4} \cdot b \cdot \sqrt{36 - b^2}$$

4. أ. يتغير مقدار زاوية الرأس بين  $0^\circ$  إلى  $180^\circ$  ب. تنتج المساحة القسوى عندما يكون المثلث قائم الزاوية،  $90^\circ$  هي منتصف مجال تعريف الدالة.

5. أ. طول الارتفاع للقاعدة بين 0 إلى 3 وحدات ج. الخط البياني غير متمائل.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. المساحة القسوى هي 18 سنتمترًا مربعًا ب. طول قاعدة هذا المثلث هو 8.48 سم.
2. أ. المساحة القسوى هي 9 سنتمترات مربعة ب. محيط المثلث الذي مساحته قسوى هو 14.5 سم.
3. أ. المساحة الكبرى هي 12 سنتمترًا مربعًا ب. طول الارتفاع للضلع الذي طوله 4 سم يساوي 1.5 سم. ومساحة متوازي الأضلاع تساوي 6 سنتمترات مربعة ت. طول الارتفاع يساوي 2.12 سم، ومساحة متوازي الأضلاع 8.48 سنتمترات مربعة.

## 7.2 تغيرات مثلث مختلف الأضلاع

1. أ. يتراوح طول الضلع بين 1 إلى 7 وحدات. الطول الأدنى للضلع BC هو 1، الطول الأقصى للضلع BC هو 7، تنتج المساحة الكبرى عندما تكون الزاوية A قائمة ومقدار هذه المساحة هي 6 وحدات مساحة.

3. ت. الطول يساوي 3 سم عندما يتحد الارتفاع CE مع الضلع AC للمثلث. في سائر الحالات الأخرى، الارتفاع للضلع AB أصغر من 3 سم. المساحة القسوى هي 6 سنتمترات مربعة.

4. أ. يتراوح طول الارتفاع للضلع بين 0 إلى 3 سم. ب. تتغير مساحة المثلث بين 0 إلى 6 سنتمترات مربعة.

6. أ. الارتفاع 2 مناسبة له المساحتان 5.7 سنتمترات مربعة و 1.2 سنتمترات مربعة، والارتفاع 1.5 سم مناسبة له المساحتان 0.8

سنتمترات مربعة و 4.7 سنتمترات مربعة. ت. عندما يكون الارتفاع داخل المثلث:  $S = \frac{h \cdot (\sqrt{16 - h^2} + \sqrt{9 - h^2})}{2}$

عندما يكون الارتفاع خارج المثلث:  $S = \frac{h \cdot (\sqrt{16 - h^2} - \sqrt{9 - h^2})}{2}$

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. المساحة قسوى عندما تكون  $A=90^\circ$  ب. المساحة القسوى هي 30 سنتمترًا مربعًا ت. محيط المثلث الذي مساحته القسوى 30 سم.
2. ب. مساحة كل شكل رباعي هي 24 سنتمترًا مربعًا.
3. مساحة المثلث لـ 31.2 سنتمترًا مربعًا ب. طول الارتفاع للوتر يساوي 5.2 سم.

### 7.3 المخروط

1. أ.ب. أسطوانة ت.ث. مخروط ج.ح.كرة.
2. ث - 4 , ب - 3 , ت - 2 , أ - 1.
3. أ,ت,ض. مخروطان متماثلان لهما قاعدة مشتركة ب. مخروط ث,خ,ذ,ر. مخروطان لهما قاعدة مشتركة ج,ح,ص. أسطوانة د,ز. مخروط قطعوا منه مخروطاً آخر له قاعدة مشتركة س,ش. كرة ط. مخروط قطعوا منه مخروطاً له رأس مشترك (مخروط مقطوع الرأس) ظ. أسطوانة ومخروط لهما قاعدة مشتركة.
5. أ. دائرة ب. مثلث متساوي الساقين ت. مثلث قائم الزاوية ث. الشكل الإهليجي أو القطع الناقص.
6. من الأشكال ب, ث, ج, خ. 8. 1 - ب, 2 - أ, 3 - ت.
10. أ. 16.76 سنتيمتراً مكعباً ب. 32.72 سنتيمتراً مكعباً ت. 56.55 سنتيمتراً مكعباً ث. 134.04 سنتيمتراً مكعباً.
11. الحجم الناتج بواسطة العَلم في البند أ أكبر.
13. أ. سيكون السعر 48 شاقلاً ب. سيكون السعر 18 شاقلاً.

نحافظ على لياقة رياضية

1. حجم المخروط 1047.2 سنتيمتراً مكعباً.
2. أ. النسبة بين مساحة القاعدة ومساحة المقطع 4 : 1 ب. ارتفاع المخروط الصغير 4 سم ت. النسبة بين حجم المخروط الأصلي وحجم المخروط الصغير هي 8 : 1.
4. قُطر المخروط الداخلي هو  $2 \cdot \sqrt{18}$ .
5. ح. أ. د. مثلثات متساوية الأضلاع ب. مثلث قائم الزاوية ومختلف الأضلاع ت. ث. ج. مثلثات قائمة الزاوية ومتساوية الساقين ح. خ. مثلثات قائمة الزاوية ومختلفة الأضلاع ii. أ, د متطابقة ت, ث, ج متطابقة ب, ح, خ متطابقة.

### الوحدة الثامنة: تخطيط خطي

#### 8.1 في المخبز

$$3. \quad x \text{ و } y \text{ أعداد صحيحة, } y \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 60, \quad x + y \leq 100$$

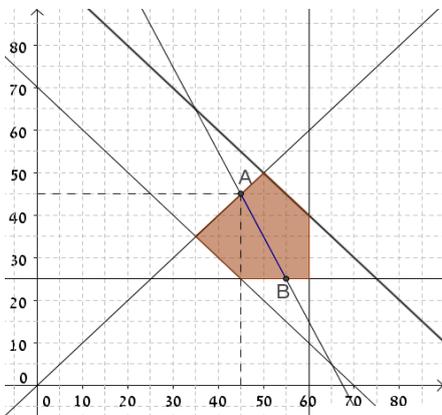
$$7. \quad \text{أ. تقع النقاط المناسبة على القطعة الزرقاء، وهو يقع على المستقيم}$$

$$8x + 4y = 540$$

ب. تقع النقاط التي إحداثياتها صحيحة على القطعة الزرقاء، وهي تحقق الإضرارات المطلوبة.

النقاط المناسبة هي: (45, 45) , (46, 43) , ....

(55, 25) المجموع 10 طلبيات.



8. أ. اشترى السيد يعقوب 90 كعكة (= 45 + 45).

9. تؤدي هذه الإزاحة إلى إزاحة المستقيم بشكل مواز؛ لذا النسبة بين البارمترين  $a$  و  $b$  لا تتغير. يتغير البارمتر  $c$  فقط. عندما نحرك المستقيم في اتجاه واحد يكبر البارمتر  $c$  بشكل متتالي. الإزاحة إلى الاتجاه الثاني تُصغر البارمتر  $c$ .

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ.  $y = 3$  :BC  $x - y = -5$  :AB  $y + 2x = 8$  :AC

ب. إحداثيات النقاط هي:  $A(1, 6)$  ،  $B(-2, 3)$  ،  $C(2.5, 3)$

ت.  $y \geq 3$  وأيضا  $x - y \geq -5$  وأيضا  $y + 2x \leq 8$

2. أ. سعيد: قسم المعادلة الأولى على 2 ، وجمع بعد ذلك المعادلتين.

قاسم: عزل  $2x$  من المعادلة الأولى، وعوض النتيجة في المعادلة الثانية.

ليلي: عزلت  $y$  من المعادلة الثانية كي تعوضها على ما يبدو في المعادلة الأولى.

صفية: طرحت المعادلة الثانية من المعادلة الأولى.

ت. الحل  $(-1, 2)$

أحجية: يوجد في جيبى 90 قطعة نقدية من فئة عشر أغورات، 6 قطع نقدية من فئة نصف شافل و 4 قطع نقدية من فئة شافل واحد.

## 8.2 على خطوط الارتفاع

2-1. هيئة الإضرارات:  $x \geq 0$  وأيضا  $y \geq 0$  وأيضا  $5x + 4y \leq 120$  وأيضا  $10x + 20y \leq 480$

3. أ. غير صحيح ب. صحيح ت. غير صحيح ث. صحيح ج. غير صحيح

4. أ.  $900x + 600y = 14,400$ .

6. أ. كل المستقيمات ميلها متساوٍ وجميعها متوازية.

ب. المستقيم  $p$  يمثل الربح الأكبر.

ت. المستقيم  $k$  يمثل الربح 12,000 شافل.

المستقيم  $m$  يمثل الربح 14,400 شافل.

المستقيم  $p$  يمثل الربح 17,400 شافل.

ث. الخط البياني للمعادلة  $900x + 600y = 25,000$  لا يمثل ربح المصنع، لأنه لا توجد له نقاط مشتركة مع المجال الممكن.

7. ب. لتحقيق الربح الأقصى 21,600 شافل يجب على المصنع أن يُنتج 24 خزانة مطبخ وأن لا يُنتج خزائن ملابس.

ت. الإمكانية المسجلة في بند ب هي الإمكانية الوحيدة للحصول على الربح الأقصى، لأنه في المجال الممكن هنالك نقطة واحدة للمستقيم التي تمثل هذا الربح.

8. أ. دالة الربح الجديدة هي  $f(x, y) = 900x + 800y$

ت. لتحقيق الربح الأقصى يجب على المصنع أن يُنتج 8 خزائن مطبخ و 20 خزانة ملابس.

ث. الربح الأقصى هو: 23,200 شافل.

ج. الإمكانية المسجلة في بند ت هي الإمكانية الوحيدة للحصول على الربح الأقصى، لأنه هنالك نقطة واحدة للمستقيم التي تمثل هذا الربح في هذا المجال الممكن.

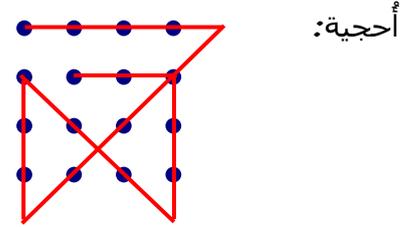
- 9.** أ. هنالك عدّة إمكانيات. ب. الربح الأقصى هو: 24,000 شافل.  
ت. هنالك 5 إمكانيات للحصول على الربح الأقصى، وهي ممثلة بواسطة النقاط التالية:  
(8 , 20) , (12 , 15) , (16 , 10) , (20 , 5) , (24 , 0).

**10.** ب. هنالك عدد لا نهائي من هذه الدوال.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. تتحد  
ب. متوازية  
ت. متقاطعة  
ث. متوازية  
ج. متقاطعة  
ح. تتحد

2. هنالك أربع نقاط التقاء.



### 8.3 جولة تعليمية

**1.** أ.ب.  $x$  عدد الحافلات الكبيرة التي طُلبت،  $y$  عدد الحافلات الصغيرة التي طُلبت.

هيئة الإضرارات:

$$0 \leq x \leq 3$$

$$0 \leq y \leq 7$$

$$100 \leq 50x + 20y \leq 200$$

المجال الممكن هو 17 نقطة إحداثياتها صحيحة في المجال المحدد بالإضرارات (بما في ذلك الطرفان).

**2.** أ. دالة الهدف هي  $f(x, y) = 400x + 200y$

هذه الدالة نفسها للهدفين. لتحقيق هدف شركة "رحلات في أنحاء البلاد" نبحث للدالة عن النقطة القصوى، ولتحقيق هدف المدرسة نبحث للدالة عن النقطة الدنيا.

ت. تقترح الشركة أن تُرسل حافلتين كبيرتين و 5 حافلات صغيرة أو حافلة كبيرة واحدة و 7 حافلات صغيرة. التكلفة في الحالتين هي 1800 شافل جديد.

ث. تطلب المدرسة حافلتين كبيرتين. التكلفة هي 800 شافل جديد.

3. أ. تغيّر المجال الممكن. بالإضافة إلى جميع الإضطرابات الأخرى هنالك الإضطراب  $50x + 20y \geq 170$

المجال الممكن يشمل، الآن، جميع النقاط الزرقاء. تغيّرت التكاليف.

ب. الطلبة هي 3 حافلات كبيرة وحافلة واحدة صغيرة، والتكلفة هي 1400 شافل.

4. أ. تغيّر المجال الممكن. بالإضافة إلى جميع الإضطرابات الأخرى هنالك الإضطراب  $50x + 20y \geq 180$

المجال الممكن يشمل، الآن، 4 نقاط فقط.

ب. المستقيم الأحمر يمثّل التكلفة الدنيا.

الطلبة هي 3 حافلات كبيرة وحافلتان صغيرتان، أو حافلتان كبيرتان و 4 حافلات صغيرة، والتكلفة هي 1600 شافل.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. IV - ب. V - ت. III - ث. I - ج. II

2. أ. (1, 4) ب. (0, 0.5) ت. (3, -1) ث. (9, -4) ج. لا يوجد حلّ ح. (3, 2)

أحجية: احتمال الالتقاء بين الساحرات هو  $\frac{1}{3}$  تقريبًا.

## الوحدة التاسعة: أعداد فيبوناتشي

### 9.1 إلى الأرنب مع خالص الحب

1. بعد سنة سيكون 233 زوجًا من الأرنب.

2. أ. الأعداد العشرة الأولى في متوالية أعداد فيبوناتشي هي:

1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55

ث. بين الـ 20 العدد الأول، عدد الأعداد الفردية أكثر.

ج. العدد في المكان الثلاثين في المتوالية هو زوجي، العدد في المكان 100 هو فرديّ والعدد في المكان المئتين هو فرديّ أيضًا.

3.

عدد جميع الأزواج	الأزواج البالغة (شهران أو أكثر)	أزواج عُمرها شهر واحد	الأزواج المولودة	بداية الشهر الـ
75,025				25
121,393				26
196,418				27
317,811	121,393	75,025	121,393	28
514,229	196,418	121,393	196,418	29
832,040	317,811	196,418	317,811	30
1,346,269	514,229	317,811	514,229	31

5.

الأزواج المولودة	أزواج عُمرها شهر واحد	الأزواج البالغة (شهرين أو أكثر)	عدد جميع الأزواج
$a$	$b - a$	$a$	$a + b$
$b$	$a$	$b$	$a + 2b$
$a + b$	$b$	$a + b$	$2a + 3b$

6. أ.  $3, -4, -1, -5, -6, -11$

ب.  $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{4}$

ت.  $3\frac{1}{4}, -2\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}, -1\frac{3}{4}, -4$

ث.  $-9, 2, -7, -5, -12, -17$

ج.  $-2\frac{1}{3}, 2, -\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 3$

7. أ.  $d - 2m, 2m, d, 2m + d, 2m + 2d, 4m + 3d$

ب.  $a, b - 0.5a, 0.5a + b, 2b, 0.5a + 3b, 0.5a + 5b$

ت.  $\frac{y-3x}{2}, x, \frac{y-x}{2}, \frac{y+x}{2}, y, \frac{3y+x}{2}$

ث.  $c, d, c + d, c + 2d, 2c + 3d, 3c + 5d$

ج.  $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}, \frac{a^2 + b^2}{ab}, \frac{a^2 + 2b^2}{ab}, \frac{2a^2 + 3b^2}{ab}, \frac{3a^2 + 5b^2}{ab}$

ح.  $\frac{-x-3}{x^2-1}, \frac{1}{x-1}, \frac{-2}{x^2-1}, \frac{1}{x+1}, \frac{x-3}{x^2-1}, \frac{2x-4}{x^2-1}$

أحجية: عدد إمكانيات صعود 18 درجة هو 6,765

## 9.2 حواصل جمع

1. أ.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 3$$

$$a_6 = 8$$

$$a_{6+2} = 21$$

$$a_6 + a_2 = 9$$

$$a_6 + 2 = 10$$

ب.  $a_{6+2}$  هو عدد يقع في المكان  $6 + 2$ ، هذا يعني أنه يقع في المكان الثامن.

$a_6 + 2$  هو مجموع العدد الذي يقع في المكان السادس والعدد 2.

2. أ.

$$a_3 = a_2 + a_1$$

$$a_3 = a_4 - a_2$$

$$a_3 = a_5 - a_4$$

$$3a_3 = a_1 + a_5$$

$$a_{100} = a_{99} + a_{98}$$

$$a_{100} = a_{101} - a_{99}$$

$$a_{100} = a_{102} - a_{101}$$

$$3a_{100} = a_{98} + a_{102}$$

$$a_{20} = a_{19} + a_{18}$$

$$a_{20} = a_{21} - a_{19}$$

$$a_{20} = a_{22} - a_{21}$$

$$3a_{20} = a_{18} + a_{22}$$

$$a_5 = a_4 + a_3$$

$$a_5 = a_6 - a_4$$

$$a_5 = a_7 - a_6$$

$$3a_5 = a_3 + a_7$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$$

$$a_n = a_{n+2} - a_{n+1}$$

$$3a_n = a_{n-2} + a_{n+2}$$

ث. لكل عدد فيبوناتشي، مجموع العددين المجاورين للعدد الأوسط يساوي 3 أضعاف العدد المعطى.

3. الأعداد هي: 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 , 144 .

4. أ.

كتابة جبرية	لغة الأعداد	كتابة جبرية
$a_1 + a_3$	$1 + 2 = 3$	$= a_4$
$a_1 + a_3 + a_5$	$1 + 2 + 5 = 8$	$= a_6$
$a_1 + a_3 + a_5 + a_7$	$1 + 2 + 5 + 13 = 21$	$= a_8$
$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$	$1 + 2 + 5 + 13 + 34 = 55$	$= a_{10}$

ب. للحصول على  $a_{22}$  يجب أن نجمع 11 حدًا في أماكن فردية متتالية (ابتداءً من العدد الأول) في متوالية فيبوناتشي.

لا يمكن أن نحصل على  $a_{25}$  بهذه الطريقة.

ث. لكل  $n$  فرديّ معين:  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_n = a_{n+1}$ .

$$\frac{n+1}{2} \text{ أعداد}$$

ث. مجموع  $\frac{n+1}{2}$  أعداد فيبوناتشي في أماكن فردية متتالية، ابتداءً من 1 حتى  $a_n$  يساوي العدد الذي يقع في المكان  $(n+1)$ .

5. أ.

كتابة جبرية	لغة الأعداد	كتابة جبرية
$a_2 + a_4$	$1 + 3 = 4$	$= a_5 - 1$
$a_2 + a_4 + a_6$	$1 + 3 + 8 = 12$	$= a_7 - 1$
$a_2 + a_4 + a_6 + a_8$	$1 + 3 + 8 + 21 = 33$	$= a_9 - 1$
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{22}$	.....	$= a_{23} - 1$
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n$	.....	$= a_{n+1} - 1$

ب. مجموع  $\frac{n}{2}$  أعداد فيبوناتشي في أماكن زوجية متتالية، ابتداءً من المكان الثاني وحتى المكان  $n$  (عدد زوجي) أصغر بـ 1 من العدد الذي يقع في المكان  $(n + 1)$ .

6. أ.

كتابة جبرية	لغة الأعداد	كتابة جبرية
$a_1 + a_2$	$1 + 1 = 2$	$= a_4 - 1$
$a_1 + a_2 + a_3$	$1 + 1 + 2 = 4$	$= a_5 - 1$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4$	$1 + 1 + 2 + 3 = 7$	$= a_6 - 1$
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$	.....	$= a_{22} - 1$
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{21}$	.....	$= a_{23} - 1$
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$	.....	$= a_{n+2} - 1$

ب. مجموع  $n$  أعداد فيبوناتشي في أماكن متتالية، ابتداءً من 1 وحتى  $a_n$  أصغر بـ 1 من العدد الذي يقع في المكان  $(n + 2)$ .

يمكن أن نرى في الجدول أنّ كلّ مجموع في العمود B أصغر بـ 1 من عدد فيبوناتشي في العمود A الذي يقع بعد سطرين من سطر المجموع المذكور أعلاه.

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. -50، -50 ب. 50 2. أ.  $\frac{1}{100}$ ،  $\frac{1}{2}$  ب.  $n = 50$ ،  $n = 399$

أُحجية: مساحة المربع 64 تربيعة ومساحة المستطيل 65. يحدث ذلك، لأنّ الخطّ الذي يبدو كقطر المستطيل ليس مستقيماً بل مكسوراً.

### 9.3 السحر

1. أ.

كتابة جبرية	كتابة عددية	مربعات أعداد
$a_1 \cdot a_3$	$1 \cdot 2 = 2$	$a_2^2 = 1$
$a_2 \cdot a_4$	$1 \cdot 3 = 3$	$a_3^2 = 4$
$a_3 \cdot a_5$	$2 \cdot 5 = 10$	$a_4^2 = 9$
$a_4 \cdot a_6$	$3 \cdot 8 = 24$	$a_5^2 = 25$
$a_5 \cdot a_7$	$5 \cdot 13 = 65$	$a_6^2 = 64$
$a_6 \cdot a_8$	$8 \cdot 21 = 168$	$a_7^2 = 169$

ت. - حاصل ضرب الأعداد التي تقع في الأماكن الفردية المتجاورة في متوالية فيبوناتشي أكبر بـ 1 من مربع العدد الذي يقع بينهما.  
- حاصل ضرب الأعداد التي تقع في الأماكن الزوجية المتجاورة في متوالية فيبوناتشي أصغر بـ 1 من مربع العدد الذي يقع بينهما.

$$\text{ث. إذا كان } n \text{ زوجي } a_{n-1} \cdot a_{n+1} = a_n^2 + 1$$

$$\text{إذا كان } n \text{ فردي } a_{n-1} \cdot a_{n+1} = a_n^2 - 1$$

2.  $a_5 \cdot a_7 = a_6^2 + 1$ ، لذا يوجد في مساحة المستطيل تربيعة إضافية على مساحة المربع.

$$\text{أ. } 34 \cdot 55 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 + 13^2 + 21^2 + 34^2 \quad \text{5.}$$

$$\text{ب. } 55 \cdot 89 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 + 13^2 + 21^2 + 34^2 + 55^2$$

$$\text{ت. } 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + a_{n-1}^2 + a_n^2 = a_n \cdot a_{n+1}$$

نحافظ على لياقة رياضية

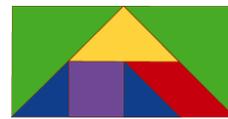
1. أ. تتحقق المساواة.

$$\text{ت. } n + (n+2) + (n+4) + (n+6) = \frac{(n+6)(n+4) - (n+2)n}{2}$$

2. أ. تتحقق المساواة.

$$\text{ت. } n + (n+3) + (n+6) + (n+9) = \frac{(n+9)(n+6) - (n+3)n}{3}$$

أحجية:



## 9.4 النسبة الذهبية

1. أ.

قياسات المستطيل	1 x 2	2 x 3	3 x 5	5 x 8	8 x 13	13 x 21	21 x 34
نسبة الأضلاع	$\frac{2}{1} = 2$	$\frac{3}{2} = 1.5$	$\frac{5}{3} = 1.666$	$\frac{8}{5} = 1.6$	$\frac{13}{8} = 1.625$	$\frac{21}{13} = 1.615$	$\frac{34}{21} = 1.619$

$$1 + \frac{1}{1+1} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}} = \frac{5}{3} = 1.666$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}} = \frac{8}{5} = 1.6 \quad \text{أ. 2.}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}} = \frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

6. أ. للحصول على مستطيل ذهبي يجب أن يتحقق:

$$\varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ت. حل المعادلة التربيعية هو

نحافظ على لياقة رياضية

1. أ.

$-\frac{1}{18}$	$-\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{18}$
$1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$-\frac{8}{9}$
$-\frac{11}{18}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$	$-\frac{13}{70}$	$\frac{2}{7}$
$-\frac{1}{70}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{29}{70}$
$\frac{4}{35}$	$\frac{41}{70}$	$-\frac{1}{10}$

$$2. \quad \text{أ.} \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{15}} = \frac{5}{2} \quad \text{ب.} \quad \frac{\frac{2}{3}+1}{\frac{4}{15}} = \frac{25}{4} \quad \text{ت.} \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{6} \quad \text{ث.} \quad \frac{\frac{2}{3}+2}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} \quad \text{ج.} \quad \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{6}} = \frac{12}{5} \quad \text{ح.} \quad \frac{\frac{2}{5}-2}{\frac{6}{5}} = -\frac{12}{7}$$

$$\text{أحجية:} \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{4} + \sqrt{4! - 4}}{4}$$