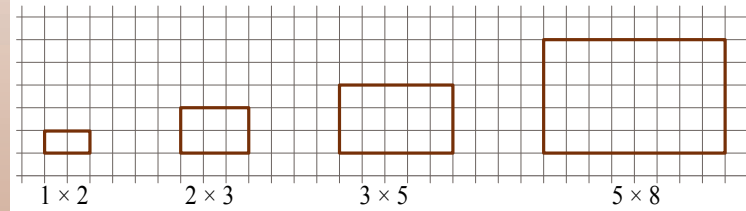


## 9.4 النسبة الذهبية



رسمتم في الفعاليّة السابقة مستطيلات أطوال أضلاعها أعداد متجاورة في متوالية فيبوناتشي.

مثلاً:



نبحث النسبة بين أضلاع هذه المستطيلات، ونتعرّف على النسبة الذهبية.

### النسبة الذهبية

1. أ. جدوا النسبة بين طول الضلع الطويل وطول الضلع القصير لكلّ مستطيل من المستطيلات التالية المسجّلة قياساتها في الجدول.

قياسات المستطيل	$1 \times 2$	$2 \times 3$	$3 \times 5$	$5 \times 8$	$8 \times 13$	$13 \times 21$	$21 \times 34$
النسبة بين الأضلاع	$\frac{2}{1} = 2$						

ب. ماذا يمكنكم القول عن النسب التي نتجت؟

ت. ما المعنى الهندسي للظاهرة التي وجدتموها؟

كلّما تقدّمنا في متوالية المستطيلات التي أطوال أضلاعها هما عدداً فيبوناتشيان متجاوران، تقترب النسبة بين أطوال الأعداد إلى  $1.6180339\dots$  التي نسمّيها **النسبة الذهبية**.

2. أمامكم متوالية كسور مدمجة مسجّلة من اليسار إلى اليمين.

$$1 + \frac{1}{1+1} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}}$$

أ. حولوا إلى كسور بسيطة وعشرية. ابدأوا من اليسار (انتبهوا إلى القانونيّة).

ب. قارنوا بين النتائج التي حصلتم عليها هنا والنتائج التي تظهر في مهمّة 1.



النسبة الذهبية هي عدد كان معروفًا للرياضيين مدّة زمنيّة طويلة. هذا عدد غير نسبيّ رمزه اليوناني فاي  $\{$ . يعتقد الباحثون أنّ أحد تلاميذ فيثاغوروس اكتشف هذا العدد. المستطيل الذهبي هو المستطيل الذي أطوال أضلعه تحقق النسبة الذهبية. هنالك علاقات كثيرة بين النسبة الذهبية والمستطيل الذهبي والحيوانات، النباتات، الفنّ والفنّ المعماريّ. مثلاً: واجهة مبنى البارثيون الذي بُني في اليونان القديمة قبل حوالي 2500 سنة، وقد خُطط بطريقة تحقق قياساته النسبة الذهبية (انظروا إلى الصورة).

بالإضافة إلى ذلك، من الجدير بالذكر أنّ هنالك من يدّعي أنّ الإعجاب بالنسبة الذهبية زائد. يدّعون أنّ السبب للإعجاب الزائد مرتبط بوجود عدد كبير جدًّا من النسب القريبة للنسبة الذهبية، لذا قد يؤدي عدم الدقّة في القياسات (حتّى القليلة منها) إلى الاستنتاج أنّ هذه النسب تعبّر عن النسبة الذهبية. فتشوا في الإنترنت عن أمثلة للنسبة الذهبية والمستطيل الذهبي.



3. أ. حضّروا جدولًا إلكترونيًا كالجدول التالي.

	A	B	C
1	متوالية فيبوناتشي	النسبة بين أعداد فيبوناتشي متجاورة	كسور مدمجة
2	2	2	2
3	3	1.5	1.5
4			

- ب. سجّلوا في الخليّة A4 قاعدة لإنتاج متوالية فيبوناتشي ابتداءً من العدد 2، وجروا.
- ت. سجّلوا في الخليّة B4 قاعدة للنسبة بين أعداد فيبوناتشي المتجاورة، وجروا.
- ث. سجّلوا في الخليّة C4 قاعدة تعتمد على الخليّة السابقة لإنتاج الكسور المدمجة، وجروا. على ماذا حصلتم؟

4. رأينا في المهام السابقة أن:

- النسبتين  $\frac{21}{13}$  و  $\frac{34}{21}$  متساويتان حتى الأجزاء من مائة (وقريبتان من النسبة الذهبية).

رأينا في الفعاليات السابقة أن:

- حاصل ضرب عددين في مكانين زوجيين متتالين في متوالية فيبوناتشي أو حاصل ضرب عددين في مكانين فرديين متتالين يختلف بـ 1 عن مربع العدد الموجود بينهما.

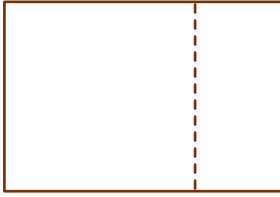
أ. اشرحوا كيف هاتان الصفتين مرتببتان ببعضهما؟

ب. اشرحوا لماذا كلما تقدّمنا في المتوالية نحصل على نسب قريبة أكثر وأكثر من بعضها؟

### المستطيل الذهبي

5. ارسموا، في دفاتركم، أربعة مستطيلات متساوية.

ارسموا في كل مستطيل قطعة توازي الضلع القصير، بحيث ينتج مربع ومستطيل إضافي. في أي مستطيل، من بين المستطيلات الإضافية، النسبة بين الأضلاع هي الأقرب إلى النسبة بين أضلاع المستطيل الأصلي؟



**المستطيل الذهبي** هو المستطيل الذي يحقق الصفة التالية:

إذا قمنا بقص مربع، من المستطيل، طول ضلعه كطول الضلع القصير، فينتج مستطيلاً يشبه المستطيل الأصلي. نسمي المستطيل الذهبي هكذا، لأن النسبة بين أطوال أضلعه هي نسبة ذهبية.

6. معطى مستطيل، قصوا منه مربع (انظروا الرسم).

أ. ماذا يجب أن يتحقق كي يكون المستطيل مستطيلاً ذهبياً؟

إرشاد: سجّلوا طول الضلع الكبير في البسط.

ب. ارمزوا بـ  $\phi$  إلى النسبة الذهبية:  $\phi = \frac{a}{b}$ .

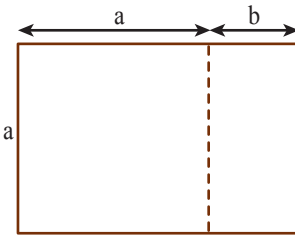
بينوا أن التناسب الذي سجّلتموه في بند أ يكافئ المعادلة التربيعية

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\text{إرشاد: } \frac{b}{a} = \frac{1}{\phi}$$

حلّوا المعادلة لـ  $\phi$ .

الحلّ الموجب هو النسبة الذهبية.



7. في هيئة المحاور التي أمامكم:

- رُسم مربع الوحدة.

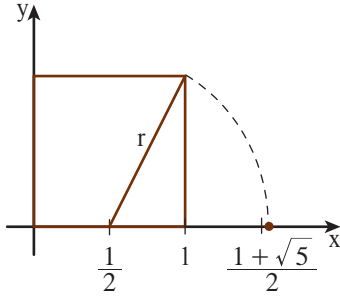
- رُسمت قطعة بين النقطتين  $(\frac{1}{2}, 0)$  و  $(1, 1)$ ، ورمزوا إلى القطعة

بالحرف  $r$ .

- ارسموا قوس دائرة مركزه في النقطة  $(\frac{1}{2}, 0)$  و نصف قطره  $r$ .

الإحداثي  $x$  لنقطة التقاء القوس مع محور  $x$  هي النسبة الذهبية.

اشرحوا لماذا.



نحافظ على لياقة رياضية

1. في كل مربعٍ سحريٍّ أمامكم، مجموع الأعداد في كلِّ سطر، كلِّ عمود وفي القطرين متساوٍ.

أكملوا المربعين السحريين دون استعمال الآلة الحاسبة.

ب.

$-\frac{1}{18}$		
$1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	
		$\frac{1}{2}$

أ.

$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{7}$
	$\frac{1}{5}$	
		$-\frac{1}{10}$

2. عبّروا بمساعدة خطِّ كسر واحد.

ج.  $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{6}$

ت.  $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{4}$

أ.  $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{15}$

ح.  $\frac{2}{5} - 2 = \frac{\quad}{6}$

ث.  $\frac{2}{3} + 2 = \frac{\quad}{4}$

ب.  $\frac{2}{3} + 1 = \frac{\quad}{15}$



أجبية

النسبة الذهبية هي:  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  اكتبوا هذه النسبة الذهبية بواسطة 4 أرقام و 4 عمليات حسابية.

إرشاد:  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$

$\sqrt{4} = 2$