

## 8.2 احتمالات



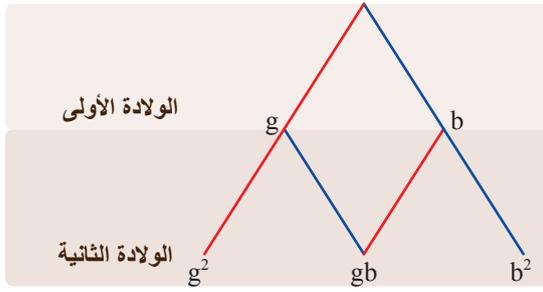
**عماد** تلميذ جديد، وهو يتعلّم في صفّ داوود، قال عماد: يوجد في عائلتنا طفلان.

سأل **داوود** نفسه، ما الاحتمال في أن يكون في عائلة مكوّنة من طفلين:

- إبنان.
- بنتان.
- بنت واحدة وابن واحد.

1. اقترحوا فرضيّة حول الأسئلة التي تظهر في بداية المهمة.

هنالك طريقة سهلة لعدّ جميع التراكيب الممكنة للأخوة (بنون أو بنات)، وهي رسم تخطيطي متفرع مكوّن من مسارات.



• نرّمز إلى ولادة البنت بالحرف  $g$  (girls)، مسار (أحمر).

• نرّمز إلى ولادة الابن بالحرف  $b$  (boys)، مسار (أزرق).

• نرّمز للعائلة التي فيها بنتان بالرمز  $g^2$ ، بنت وابن (دون أهميّة ترتيب ولادتهما  $gb$ )، وهكذا دواليك.

2. أ. استعملوا الرسم التخطيطي للمسارات كي تجيبوا عن الأسئلة التي وردت في بداية المهمة.  
ب. قارنوا بين إجاباتكم والفرضيّة التي اقترحتموها في مهمّة 1.

الرسم التخطيطي للمسارات هو رسم يصف جميع المسارات الممكنة لحدوث حدث عشوائي. عندما "نتقدّم" في مسارات الرسم التخطيطي من أعلى إلى أسفل،

- تتفرّع المسارات إذا كان هنالك احتمال حدوث عدّة إمكانيات في نفس المرحلة.
- تتحدّ المسارات إذا نتجت نفس النتيجة بطرق (مسارات) مختلفة.

**مثال:** في الرسم التخطيطي للمسارات الذي يصف التراكيب الممكنة للعائلات المكوّنة من طفلين: بعد الولادة الأولى لبنت ( $g$ )، يمكن أن يُولد ابن أو بنت؛ لذا يتفرّع المسار إلى اثنين. يمكن الحصول في الولادة الثانية على تركيبة ابن وبنت ( $gb$ ) بطريقتين مختلفتين: ولادة ابن بعد ولادة أولى لبنت، وولادة بنت بعد ولادة أولى لابن؛ لذا يتحدّ المساران في هذه النقطة في الرسم التخطيطي.

يمكن إيجاد احتمالات الحصول على نتيجة معيَّنة بواسطة عدة مسارات مختلفة يمكن عبرها الوصول إلى نفس النتيجة، وإيجاد القسم الذي يمثِّل هذه المسارات من المُجمل الكليِّ للمسارات الموجودة في الرسم التخطيطي. مثال: يوجد 4 مسارات مختلفة في الرسم التخطيطي في المهمة السابقة:

- مساران يُؤدِّيان إلى النتيجة ابن - بنت (gb)؛ لذا فاحتمال هذه النتيجة هو  $\frac{1}{2}$ .
- مسار واحد يُؤدِّي إلى النتيجة ابنان ( $b^2$ )؛ لذا فلاحتمال المناسب هو  $\frac{1}{4}$ .
- مسار واحد يُؤدِّي إلى النتيجة بنتان ( $g^2$ )؛ لذا فلاحتمال المناسب هو  $\frac{1}{4}$ .

3. جميع العائلات في بلدة "تلة - الأربعة" مكوَّنة من 4 أطفال.

أ. إنسخوا واستمروا في مسارات الرسم التخطيطي لأخوين. سجِّلوا بجانب كلِّ نتيجة عدد المسارات المختلفة التي من خلالها يمكن الوصول إلى نفس التركيب من البنين والبنات.

ب. حاولوا أن تقدِّروا أيَّ قسم من الإخوة الأربعة فيه:

- بنات فقط.
- بنون فقط.
- ابنان وبنات.
- بنت وثلاثة أبناء.
- ابن وثلاثة بنات.



4. أ. تسكن العائلة التي تظهر في الصورة في حيِّ "تلة الخمسة". يوجد 5 أطفال في كلِّ عائلة تسكن في هذا الحيِّ. أيَّ قسم (بالتقريب) من عائلات هذا الحيِّ مكوَّن من أربع بنات وابن واحد كما يظهر في الصورة؟



ب. العائلة التي تظهر في الصورة هي نفس العائلة التي تظهر في سؤال 4. بعد أن وُلد لهذه العائلة ابنان، انتقلت إلى حيِّ السبعة، يوجد 7 أطفال في كلِّ عائلة تسكن في هذا الحيِّ. أيَّ قسم (بالتقريب) من عائلات هذا الحيِّ مكوَّن من التركيب الذي يظهر في الصورة (في البداية تسلسل 4 بنات، وبعدهن تسلسل 3 بنين)؟



في الماضي، كان السؤال حول جنس المولود الذي سيولد سؤالاً مفتوحاً حتى لحظة الولادة. أما اليوم فيعتبر فحص الألتراساوند فحصاً روتينياً، وهو يُتيح معرفة جنس الجنين قبل الولادة بشكل مؤكد. مصدر الكلمة ألتراساوند من اللغة اللاتينية ومعناها أمواج فوق صوتية، أمواج صوت ("sound") ذات تردد يفوق ("ultra") مجال سمع الأذن البشرية.

تنتج صورة الجنين في جهاز الألتراساوند بواسطة بث أمواج صوتية تنعكس عن أنسجة الجسم. اكتشاف جنس الجنين في فحص الألتراساوند دقيق جداً، لكنه غير مُطلق. مصداقية النتيجة متعلقة بجودة الجهاز، وبخبرة الطبيب الذي ينفذ الفحص.

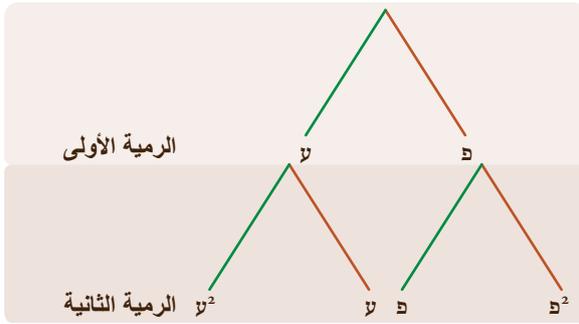


5. ترغب جميع العائلات في مدينة "الأطفال" في أن يكون فيها ابن (ذكر) واحد فقط؛ لذا فهي تستمر في إنجاب الأطفال طالما وُلدت بنت. تتوقف العائلة عن الإنجاب عند ولادة الابن الأول. هل يؤثر هذا التصرف الغريب على النسبة بين عدد البنين وعدد البنات في تعداد السكان؟ أجبوا عن هذا السؤال بناء على الافتراض أن احتمال ولادة الابن يساوي احتمال ولادة البنت.

## "لعز" او "فلاي"



عندما يُلقى (يرمي) اليهود قطعة نقدية معدنية إلى أعلى، فمن المعتاد أن يسموا النتائج الممكنة "لعز" أو "فلاي". تتبع هذه الأسماء من العهد البريطاني. سُميت القطعة النقدية في تلك الفترة "ليرة"، وسُمي الجزء من 1000 من الليرة "مل". ظهرت على أحد وجهي (طرفي) القطعة النقدية واحد مل (أنظروا الصورة) شجرة "لعز"، وعلى الوجه الثاني كان مسجلاً فلسطين "פלסטינה" (Palestine)، ومن هنا جاء الاسم "فلاي". يُعبر اليوم الاسم "لعز" عن الوجه الذي تظهر عليه الصورة، ويُعبر الاسم "فلاي" عن الوجه الذي تظهر عليه قيمة القطعة النقدية. يمكنكم أن تسألوا أقرباءكم إن كان لديهم قطع نقدية معدنية قديمة، وأن تحضروها إلى الصف.



يصف الرسم التخطيطي للمسارات التي تظهر على يساركم رميتين متتاليتين للقطعة النقدية المعدنية وجميع النتائج الممكنة. لوّنت المسارات التي تؤدي إلى نتيجة "فلاي" باللون البني، أما المسارات التي تؤدي إلى نتيجة "لعز"، فقد لوّنت باللون الأخضر.

6. نرمي قطعة نقدية 4 مرات.

أ. انسخوا واستمروا في الرسم التخطيطي للمسارات، وسجّلوا عدد العمليات التي يمكن بواسطتها أن نحصل على كل نتيجة.

ب. ما هو الاحتمال في أن نحصل على:

- "لعز" في الرميات الأربع؟

- مرتين "لعز" ومرتين "فلاي"؟

- مرتين "لعز" على الأقل؟

- مرتين "لعز" على الأكثر؟

ت. كرّر يوسف "تجربة" الرميات الأربع 100 مرة بشكل متتال. خمنوا كم مرة حصل يوسف على كل نتيجة من النتائج أعلاه؟



7. " كانه امتحان "

أ. قَدِّروا في أيِّ قسم من العائلات المكوّنة من 6 أطفال يوجد بنون فقط؟



$$\frac{6}{64} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{64} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6}$$

ب. نرْمي قطعة نقدية معدنية مرتين. الاحتمال في أن نحصل على مرّة واحدة "ع" ، ومرّة واحدة "د" هو:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$$

ت. الاحتمال في أن تُدخِل جمانة الكرة في السلة هو  $\frac{1}{2}$ . إذا صوّبت جمانة الكرة ثلاث مرّات نحو السلة فما هو الاحتمال في أن تُدخِل الكرة في المرّتين الأوليين وأن تُخطئ في الرميّة الثالثة:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{3}$$

ث. امتحان مكوّن من 4 ادّعاءات. يجب على التلاميذ أن يحدّدوا إن كان كلّ ادّعاء صحيحًا أو غير صحيح. يتحرّر أيوب إجابة كلّ سؤال من الأسئلة الأربعة بواسطة رمي قطعة نقدية. ما الاحتمال في أن يحصل أيوب على علامة 50 أو أكثر؟

$$\frac{11}{16} \quad \frac{6}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2}$$



نحافظ على لياقة رياضية

1. أكملوا المربّع السحريّ الآتي:

في كلّ مربّع سحريّ، مجموع الأعداد متساوٍ في كلّ سطر، وعمود، وفي كلّ قطر رئيسيّ.

ب.

$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$
$1\frac{1}{6}$		

أ.

$\frac{1}{4}$		$\frac{5}{6}$
	$\frac{2}{3}$	
		$1\frac{1}{12}$