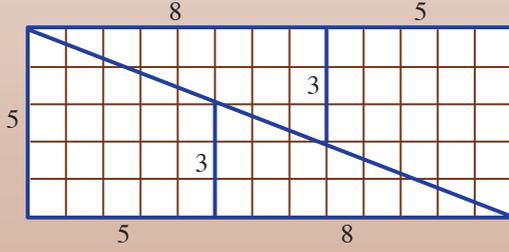


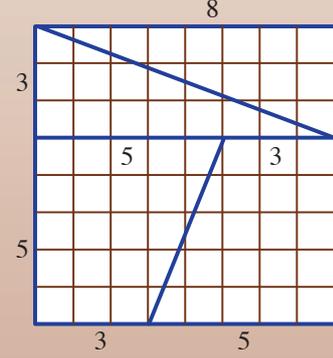
9.3 السحر



قصوا المربّع إلى أربعة أقسام متساوية، وابنوا مستطيلاً.
ما مساحة المستطيل؟



ارسموا مربعًا قياساته 8×8 ، وقسموه كما يظهر في الرسم. ما هي مساحة المربّع؟



حاولوا أن تشرحوا لماذا المساحات غير متساوية؟

نبحث ظواهر مفاجئة مرتبطة بمتوالية فيبوناتشي.

حواصل ضرب ومربّعات

1. أ. جدوا قانونيّة لحاصل ضرب عددين من أعداد فيبوناتشي بقفزة 2 بمساعدة البنود فيما بعد.
قارنوا بين أزواج أعداد في الأماكن الزوجيّة وأزواج أعداد في الأماكن الفرديّة.

كتابة جبريّة	لغة الأعداد	أعداد متعدّدة
$a_1 \cdot a_3$	$1 \cdot 2 = 2$	$a_2^2 = \underline{\quad}$
$a_2 \cdot a_4$	$1 \cdot 3 = 3$	$a_3^2 = \underline{\quad}$
$a_3 \cdot a_5$	_____	$a_4^2 = \underline{\quad}$
$a_4 \cdot a_6$	_____	$a_5^2 = \underline{\quad}$
$a_5 \cdot a_7$	_____	$a_6^2 = \underline{\quad}$
$a_6 \cdot a_8$	_____	$a_7^2 = \underline{\quad}$

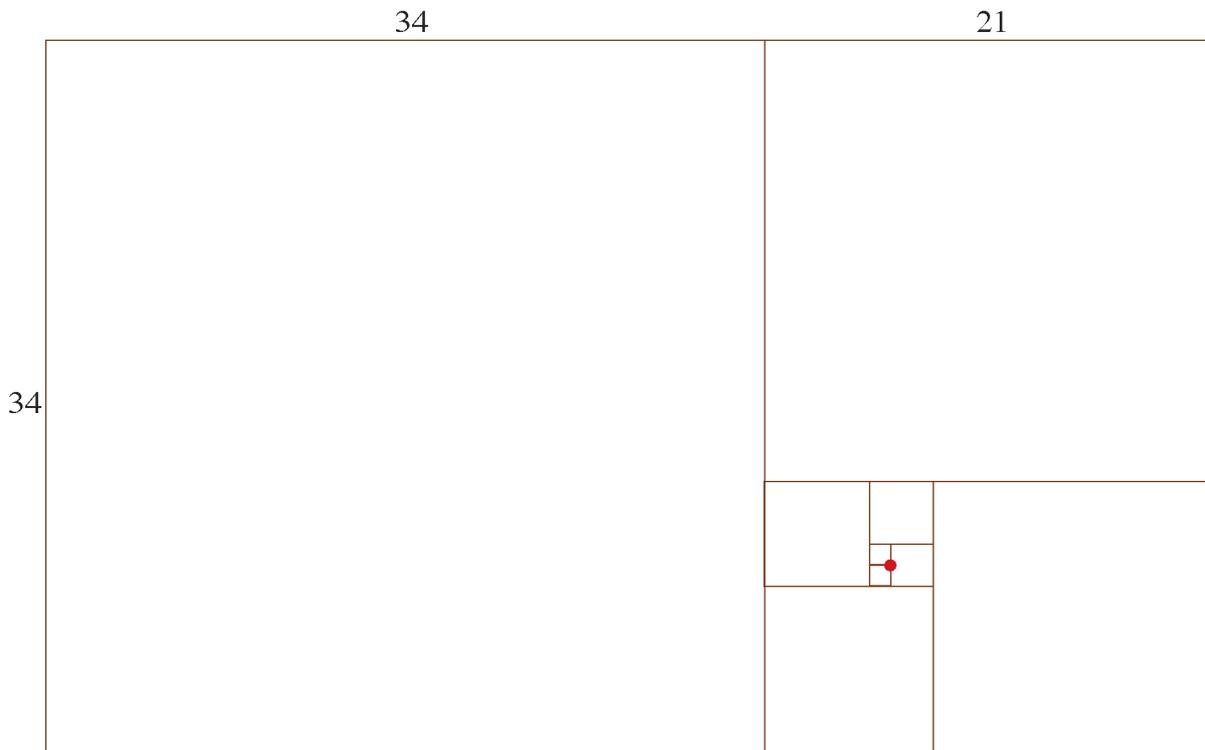
$$a_{10} \cdot a_{12} = \underline{\quad}$$

$$a_9 \cdot a_{11} = \underline{\quad} \quad \text{ب. خمنوا وافحصوا}$$

ت. سجّلوا القانونيّة بالكلمات. قارنوا بين حالتين.

ث. عمّموا بكتابة جبريّة. قارنوا بين حالتين.

2. وجدتم في المهمة السابقة الصفة التالية:
 حاصل ضرب عددين في مكانين فرديين متتالين في متوالية فيبوناتشي أكبر بـ 1 من مربع العدد الموجود بينهما.
 كيف ترتبط هذه الصفة مهمّة الافتتاحية؟
 اكتبوا الصفة بكتابة جبرية للحالة التي وردت في الافتتاحية.
3. ارسموا على ورقة مقسّمة إلى تربيعات سحر يشبه السحر الذي يظهر في الافتتاحية لأعداد في أماكن زوجية متتالية في متوالية فيبوناتشي، وشرحوه.
 وجدتم في مهمّة 1 الصفة التالية:
 حاصل ضرب عددين في مكانين زوجيين متتالين في متوالية فيبوناتشي أصغر بـ 1 من مربع العدد الموجود بينهما.
 اشرحوا كيف ترتبط هذه الصفة مهمّة الافتتاحية؟
4. ابنوا على ورقة مقسّمة إلى تربيعات مستطيلات أطوال أضلاعها أعداد متجاورة من متوالية فيبوناتشي بالطريقة التالية:
- ابدأوا من منتصف الورقة في مربعي وحدة متجاورين.
 حصلتم على مستطيل قياساته 1×2 .
 - ضعوا بجانب الضلع الطويل (في الجهة اليمنى) مربعًا طول ضلعه كهذا الضلع.
 حصلتم على مستطيل قياساته 2×3 .
 - كرّروا هذه العملية مرّة تلو الأخرى (انظروا الرسمة) حتّى تستغلوا كلّ الورقة: أضيفوا مربعًا، في كلّ مرحلة، وتحصلون على مستطيل قياساته عدنان متجاوران من متوالية فيبوناتشي.



5. أ. سجّلوا مساحة المستطيل الذي قياساته 34×55 كمجموع مساحات مربّعات التقسيم.
 ب. سجّلوا (دون أن ترسموا) مساحة المستطيل الذي قياساته 55×89 كمجموع مساحات المربّعات.
 ت. أكملوا في الدفتر: $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + a_{n-1}^2 + a_n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

6. ارسموا في المستطيل، الذي رسمتموه في مهمّة 4، خطًّا مكوّنًا من أربع دوائر محصورة داخل مربّعات كالتالي:
 • ابدأوا في الزاوية اليمنى العليا لمربّع الوحدة الأعلى، وارسموا داخل المربّع ربع دائرة مركزها في النقطة البارزة.
 • استمرّوا من النقطة التي توصلتم إليها، وارسموا ربع دائرة في مربّع الوحدة الثاني.
 • استمرّوا بالطريقة نفسها الخطّ بحركة دائريّة عكس اتجاه الساعة، وهكذا تحصلون على **لولب (حلزوني)**.



متوالية فيبوناتشي ... 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
 متوالية أعداد ذات صفات مثيرة الاهتمام ومفاجئة ومتنوّعة. هنالك علاقات بين هذه المتوالية ومجالات كثيرة في العالم من حولنا، مثل: الفنّ، الهندسة المعماريّة، الحيوانات، النباتات، جسم الإنسان وغير ذلك.
 نسمّي اللولب الذي حصلتم عليه في المهمّة 6 "لولب فيبوناتشي". اتّضح أنّ لولب كثيرة في الطبيعة تشبه هذا اللولب، مثل: قوقعات حلزونات كثيرة، الأكواز أو الأزهار المرّتبة فيها البذور على شكل لولب (حلزوني). عدد اللولب في هذه النباتات هو عدد من متوالية فيبوناتشي.

أمثلة:





نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. افحصوا هل تتحقق كل مساواة؟

$$2 + 4 + 6 + 8 = \frac{8 \cdot 6 - 4 \cdot 2}{2}$$

$$5 + 7 + 9 + 11 = \frac{11 \cdot 9 - 7 \cdot 5}{2}$$

ب. افحصوا هل تتحقق هذه الظاهرة في حالات أخرى شبيهة؟

ت. صوغوا فرضية (بالكلمات أو بكتابة رياضية) مناسبة للعلاقة التي حصلتم عليها.

ث. برهنوا فرضيتكم.

2. أ. افحصوا هل تتحقق كل مساواة؟

$$1 + 4 + 7 + 10 = \frac{10 \cdot 7 - 4 \cdot 1}{3}$$

$$6 + 9 + 12 + 15 = \frac{15 \cdot 12 - 9 \cdot 6}{3}$$

ب. افحصوا هل تتحقق هذه الظاهرة في حالات أخرى شبيهة؟

ت. صوغوا فرضية (بالكلمات أو بكتابة رياضية) مناسبة للعلاقة التي حصلتم عليها.

ث. برهنوا فرضيتكم.



أحجية

قصّوا أجزاء التنغرام التالي.

هل تستطيعون أن تبثوا مستطيلاً من أجزاء التنغرام؟

هل تستطيعون أن تبثوا مثلثاً من أجزاء التنغرام؟

هل تستطيعون أن تبثوا شكلاً سداسياً منتظماً من أجزاء التنغرام؟

