

الوحدة الثامنة: مثلث باسكال

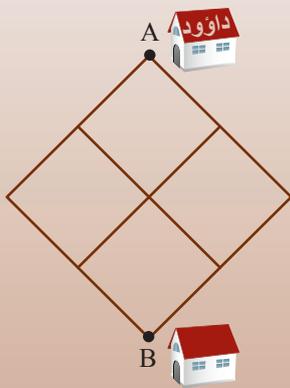
8.1 بكم طريق؟

يسكن داؤود في حيّ جميع شوارعه متوازية أو متعامدة.

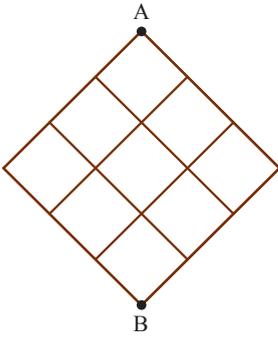
يسكن داؤود بجانب المفترق المشار إليه بالحرف A في الرسم، ويسكن صديقه رامي بالقرب من المفترق المشار إليه بالحرف B.

أراد داؤود أن يعرف بكم طريق مختلف يمكن الوصول من بيته إلى بيت رامي. يُسمح اختيار شوارع اتّجاهها جنوب - شرق أو جنوب غرب فقط (الشوارع التي تتجه إلى الأسفل في الخريطة).

اقترح داؤود: من الأفضل أن نبدأ من بيتي، وأن نسجّل بجانب كلّ مفترق عدد الطرق التي تؤدّي إلى بيته.



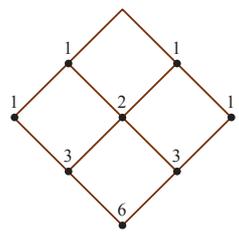
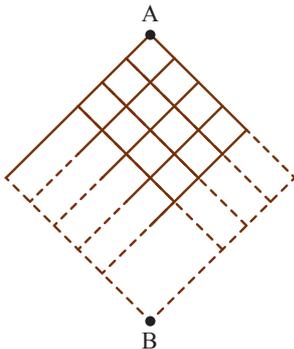
1. حاولوا أن تجدوا عدد الطرق المختلفة التي يمكن استعمالها كي يصل داؤود من بيته إلى بيت رامي. استعينوا باقتراح داؤود.



2. تمعنوا في الرسم، بكم طريقة مختلفة يمكن الوصول من النقطة A إلى النقطة B؟ يُسمح الوصول من A إلى B في المسارات التي تؤدّي إلى اتّجاه جنوب - شرق أو جنوب - غرب فقط.

عدد الطرق التي تؤدّي إلى كلّ مفترق هو مجموع أعداد الطرق التي تؤدّي إلى المفترقات المتجاورة فوقه.

مثال: تتنّج في مهمة الافتتاحية هيئة الأعداد التي تظهر على يساركم.

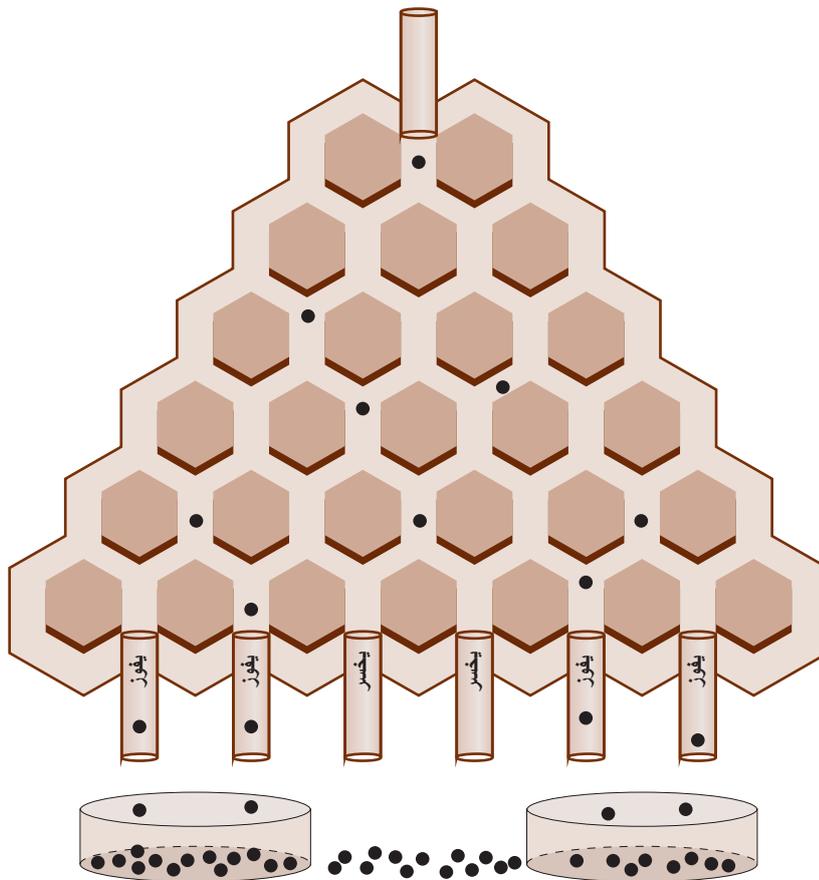
3. ما هي قياسات شبكة الطرقات المربعة التي تظهر في الصورة التي على يساركم، إذا أمكن الوصول من النقطة A إلى النقطة B من خلال 924 طريق مختلف؟

لعبة المتاهة

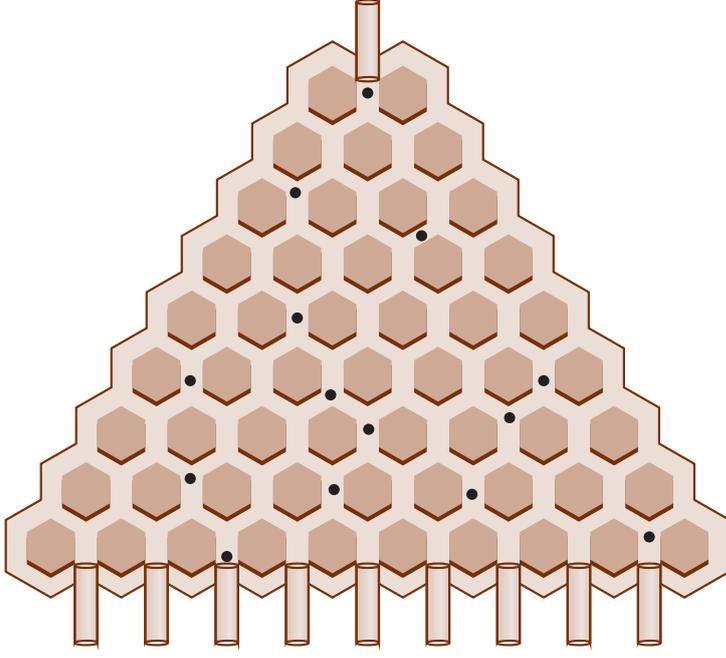
5. توجد في الرسمة "متاهة مسارات". نُدخل كرة في الفتحة العلوية للمتاهة فتسقط عبر سلسلة 5 مفترقات. تدخل الكرة كل مفترق من الأعلى وتتدحرج عشوائياً عبر الفتحة اليمنى أو اليسرى الموجودة في أسفل المفترق. إذا سقطت الكرة في نهاية المسار في أحد الوعاءين فإننا نفوز بنقطة واحدة، وإذا سقطت خارج الوعاء فإننا نخسر نقطة واحدة.

أ. هل اللعبة نزيهة؟

ب. إذا كانت الإجابة كلاً فاعرضوا طريقة كي تحوّلوا اللعبة إلى لعبة نزيهة.



المتاهة الكبرى



6. أمامكم رسمة متاهة مكوّنة

من 9 سطور من المسدّسات. عندما تنتقل

الكرة من الفتحة العلوية إلى إحدى

الفتحات السفلية تمرّ عبر 8 مفترقات.

أ. ما هو العدد الكليّ للمسارات التي تنقل الكرة من الفتحة العلوية إلى إحدى الفتحات السفليّة؟

ب. كم مساراً يؤدّي إلى الفتحة التي تقع في أقصى اليسار؟

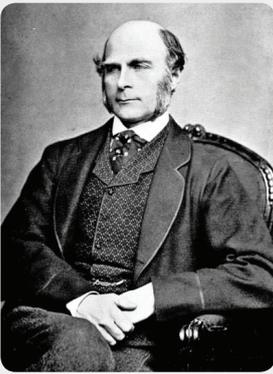
ما احتمال خروج الكرة من المتاهة عبر الفتحة التي تقع في أقصى اليسار؟

ت. كم مساراً يؤدّي إلى الفتحة الوسطى؟

ما احتمال خروج الكرة من المتاهة عبر الفتحة الوسطى؟



هل تعلمون؟



اخترع فرنسيس جلتون (Francis Galton, 1822-1911) لعبة المتاهة السابقة.

كان جلتون عالماً إنجليزيّاً، وقد بحث ظواهر مختلفة بواسطة الاحتمال والاحصاء.

نسّمِي أحياناً لوحة اللعبة التي رأيناها من قبل "لوحة جلتون". نشر جلتون أكثر من

340 مقالاً وكتاباً، وقد اعتبر من رواد المجال الذي نسّميه "حكمة الجمهور"، لكنّ

قصده كان أن يبرهن أن معظم الاعتبارات المقبولة على معظم الناس هي اعتبارات

خاطئة. لبرهان ذلك، اشترك في معرض يرتاده زائرون وقد طلب منهم أن يقدّروا

وزن ثور، وقد فاز التقدير الأفضل بجائزة. تفاجأ جلتون من إجابات الزائرين؛ لأنّه لم

ينجح أيّ شخص (من بينهم أشخاص مختصّون بالموضوع) في تقدير الوزن الحقيقيّ

للتور بالتقريب، لكنّ معدل تقديرات وزن الثور اختلفت عن الوزن الحقيقي للتور بـ 0.08 بالمائة فقط! أصبح اليوم

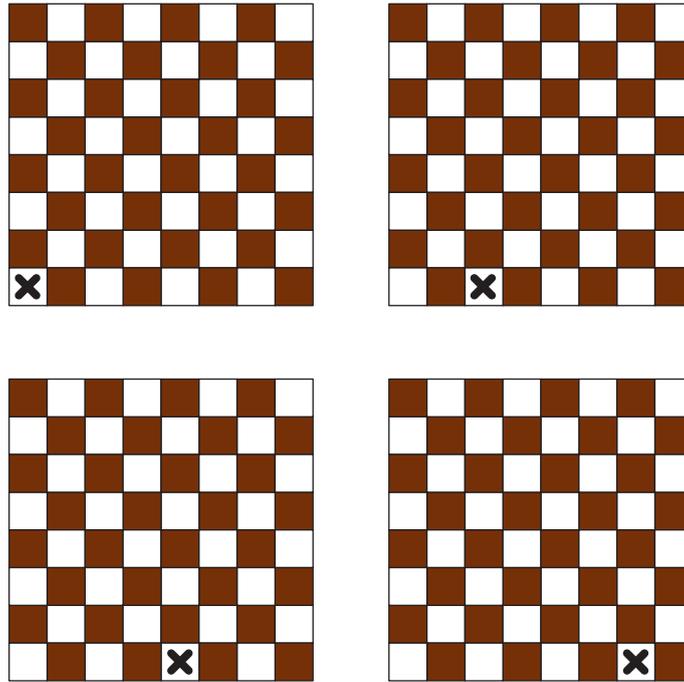
التعبير "حكمة الجمهور" شائعاً في أعقاب مواقع الإنترنت (مثل ويكيبيديا) التي تستعمل معرفة أناس كثيرين).

سألنا في المهام السابقة "ما الاحتمال؟" يمكن إيجاد احتمال نتيجة معيّنة بواسطة إيجاد النسبة بين عدد المسارات التي تؤدي إلى النتيجة المرغوبة والعدد الكلي لجميع المسارات الممكنة. .
مثال: الاحتمال في مهمة 5 أن تسقط الكرة داخل أحد الأوعية هو $\frac{12}{32}$ ؛ لأن 12 مساراً من 32 مساراً ممكناً تؤدي إلى وصول الكرة إلى أحد الوعاءين الموجودين في أسفل المتاهة.

لعبة الدمكا

7. إذا وضعنا جندياً من لعبة الدمكا على تربيعة بيضاء تقع في السطر الأول من لوحة شطرنج فارغة فإنه يستطيع الوصول (بحركة قطرية مسموحة في لعبة الدمكا) إلى كل تربيعة من التربيعات البيضاء الموجودة في السطر الأخير (الثامنة) بعدة طرق.

أ. احسبوا، في كل رسمة، عدد المسارات التي يمكن من خلالها الانتقال من التربيعة البيضاء في السطر الأول (المشار إليها بـ X) إلى كل تربيعة بيضاء في السطر الثامن:



ب. جدوا تربيعة الخروج (في السطر الأول) وتربيعة الهدف (في السطر الثامن) اللتين يمكن التحرك بينهما بأكبر عدد ممكن من الطرق. بكم طريق مختلف يمكن أن نتحرك بين هاتين التربيعتين؟

ت. بكم طريق يمكن أن نصل من التربيعة البيضاء السفلية الموجودة في أقصى اليسار إلى السطر العلوي؟

ث. بكم طريق يمكن أن نصل من السطر الأول إلى السطر الثامن؟

ج. قال مراد: عدد طرق الوصول من السطر الأول إلى السطر الثامن هو ضعفا عدد طرق الوصول من السطر الأول إلى السطر الرابع. هل قوله صحيح؟ إذا كانت الإجابة بنعم فبرهنوا، وإذا كانت الإجابة بلا فكم ضعف (بالتقريب)

العدد الأول أكبر من العدد الثاني؟