9.2 حواصل جمع

اختاروا عددين صحيحين صغيرين.

أ. ابنوا متوالية حسب قانونيّة فيبوناتشي بمساعدة العددين اللذين اخترتموهما، خلال دقيقتين (يقيس المعلّم الوقت).

ب. أحيطوا ستّة أعداد متجاورة في المتوالية الّتي بنيتموها، واجمعوها.

ت. هنالك سحر لفحص الجمع بطريقة سريعة!

اطلبوا من المعلم الساحر أن يفحص بسرعة حواصل الجمع الّتي حصلتم عليها.

ث. لإيجاد سر السحر، أكملوا المتوالية التالية حسب قانونيّة فيبوناتشي.

$a\ ,\ b\ ,\ a+b\ ,\ \_\_\_\ ,\ \_\_\_\ ,\ \_\_\_$

- جدوا مجموع المتوالية، وسجّلوه كتعبير ضرب.
- ما سرّ السحر؟

إذا اكتشفتم سرّ السحر، افحصوا بسرعة حواصل جمع أصدقائكم.

نبحث ظواهر مثيرة للانتباه في متوالية فيبوناتشي، بالأساس الّتي تعتمد على حواصل جمع حدود متشابهة.

رموز جبريّة

نرمز إلى المتوالية بكتابة جبريّة كالتالي: $a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ ...\ ,\ a_n$

عندما يكون a_1 العدد الأوّل في المتوالية، a_2 العدد الثاني في المتوالية وهكذا دواليك.

1. المتوالية الّتي نتناولها هي متوالية فيبوناتشي.

أ. أكملوا أعدادًا مناسبة.

$a_4 = \_\_\_$	$a_3 = \_\_\_$	$a_2 = 1$	$a_1 = 1$
$a_6 + 2 = \_\_\_$	$a_6 + a_2 = \_\_\_$	$a_{6+2} = \_\_\_$	$a_6 = \_\_\_$

ب. ما الفرق بين معنى a_{6+2} ومعنى $a_6 + 2$؟

ت. اختاروا عددين في المتوالية، وجدوا الفرق بينهما. سجّلوا الفرق بطريقة جبريّة.

حواصل جمع

2. أ. سجّلوا بطريقة جبريّة ثلاثة تمثيلات مختلفة للعدد a_3،

- حسب العددين السابقين له: $a_3 =$ ______
- حسب العددين المجاورين له: $a_3 =$ ______
- حسب العددين التاليين له: $a_3 =$ ______

سجّلوا مجموع الأطراف: $3a_3 =$ ______

ب. سجّلوا بطريقة جبرية ثلاثة تمثيلات مختلفة لكلّ عدد من أعداد فيبوناتشي التالية:

a_5 , a_{20} , a_{100} حسب المثال في بند أ.

سجّلوا مجموع الأطراف أيضًا.

ت. سجّلوا ثلاثة تمثيلات مختلفة لـ a_n، وسجّلوا مجموع الأطراف.

ث. سجّلوا القانونيّة الّتي وجدتموها بالكلمات.

3. سجّلوا الأعداد الـ 12 الأولى في متوالية فيبوناتشي، واستعملوها في المهامّ التالية.

4. حاولوا أن تجدوا قانونيّة لمجموع أعداد فيبوناتشي **في الأماكن الفرديّة** (ابتداء من المكان الأوّل وحتّى مكان معيّن) بواسطة البنود.

أ. أكملوا في دفاتركم.

كتابة جبريّة		لغة الأعداد	كتابة جبريّة
$= a_4$	$= 3$	$1 + 2$	$a_1 + a_3$
= ___	$= 8$	$1 + 2 + 5$	______
= ___	= ___	$1 + 2 + 5 + 13$	______
= ___	= ___	$1 + 2 + 5 + 13 + 34$	______

ب. كم حدًّا في الأماكن الفرديّة (ابتداء من a_1) يجب أن نجمع، حسب رأيكم، للحصول على a_{22}،

للحصول على a_{25}؟

ت. عمّموا لـ n فرديّ معيّن: $a_1 + a_3 + a_5 + ... + a_n =$ ____

ث. سجّلوا القانونيّة بالكلمات.

ج. بيّنوا بمساعدة القانونيّة الّتي تُعرّف متوالية فيبوناتشي أنّ $a_8 = a_1 + a_3 + a_5 + a_7$.

5. حاولوا أن تجدوا قانونيّة لمجموع أعداد فيبوناتشي **في الأماكن الفرديّة** (ابتداء من المكان الأوّل وحتّى مكان معيّن) بواسطة البنود فيما بعد.

أ. أكملوا في دفاتركم.

كتابة جبريّة	لغة الأعداد		كتابة جبريّة
$a_2 + a_4$	$1 + 3$	$= 4$	= ______
______	$1 + 3 + 8$	$= 12$	= ______
______	$1 + 3 + 8 + 21$	= ___	= ______
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{22}$	⟶		= ______
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n$	⟶		= ______

ب. سجّلوا القانونيّة بالكلمات.

6. حاولوا أن تجدوا قانونيّة لمجموع كلّ أعداد فيبوناتشي المتتالية (ابتداء من المكان الأوّل وحتّى مكان معيّن) بواسطة البنود التالية.

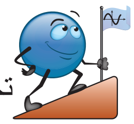
كتابة جبريّة	لغة الأعداد		كتابة جبريّة
$a_1 + a_2$	$1 + 1$	$= 2$	= ______
______	$1 + 1 + 2$	$= 4$	= ______
______	$1 + 1 + 2 + 3$	= ___	= ______
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$	⟶		= ______
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{21}$	⟶		= ______
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$	⟶		= ______

أ. أكملوا في دفاتركم.

ب. سجّلوا القانونيّة بالكلمات.

زاوية الحاسوب

7. افحصوا إجاباتكم عن المهمّة 6 بواسطة جدول إلكتروني.



تحدٍّ

8. نظرية:

يمكن أن نبني من كل أربعة أعداد فيبوناتشي متتالية ثلاثيّات أعداد فيثاغوريّة بالطريقة التالية:

- حاصل ضرب الحدّ الأوّل في الحدّ الرابع.
- حاصل ضرب الحدّ الأوّل في الحدّ الثالث ضرب اثنين.
- مجموع مربّعي الحدّين الثاني والثالث.

حقّقوا النظرية بواسطة ثلاثة أمثلة.

هل تعلمون؟

يمكن أن نعرض كلّ عدد طبيعيّ بصورة واحدة كحاصل جمع أعداد فيبوناتشي مختلفة، لا يوجد بينها عددان متتاليان في المتوالية. مثال: $20 = 13 + 5 + 2$.

على الرغم من أنّه يمكن عرض العدد 20 كحواصل جمع إضافيّة لأعداد فيبوناتشي، مثل:

$$20 = 13 + 5 + 1 + 1$$

$$20 = 8 + 5 + 3 + 2 + 1 + 1$$

إلّا أنّ حواصل الجمع هذه لا تحقّق شرط النظريّة الّتي تطلب أن لا تكون المضافات أعداد فيبوناتشي متجاورة.

تمّ برهان هذه النظرية بواسطة طبيب عسكري بلجيكي، ادوارد زيكندروف - Edouard Zeckendorf - 1901-1983 كان يهوى الرياضيّات.

اختاروا عددًا أكبر من 50، وحاولوا أن تكتبوه كمجموع أعداد فيبوناتشي مختلفة، لا يوجد بينها عددان متتاليان في المتوالية.

نحافظ على لياقة رياضيّة

1. أ. احسبوا حواصل الجمع التالية:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots - 100 =$$

$$2 - 4 + 6 - 8 - \dots - 100 =$$

ب. جدوا الفرق بين مجموع الأعداد الزوجية من 1 حتّى 100 ومجموع الأعداد الفرديّة من 1 حتّى 100.

2. أ. جدوا.

$$(1-\frac{1}{2})\cdot(1-\frac{1}{3})\cdot(1-\frac{1}{4})\cdot \dots \cdot(1-\frac{1}{99})\cdot(1-\frac{1}{100}) =$$

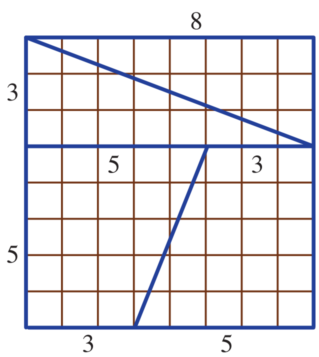
$$(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3})\cdot(1+\frac{1}{4})\cdot \dots \cdot(1+\frac{1}{99})\cdot(1+\frac{1}{100}) =$$

ب. حلّوا المعادلات التالية.

$$(1-\frac{1}{2})\cdot(1-\frac{1}{3})\cdot(1-\frac{1}{4})\cdot \dots \cdot(1-\frac{1}{n}) = 0.02$$

$$(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3})\cdot(1+\frac{1}{4})\cdot \dots \cdot(1+\frac{1}{n}) = 200$$

أحجية



- ارسموا على ورقة مقسّمة إلى تربيعات المربّع 8 x 8 وتقسيمه كما يظهر في الرسمة اليسرى.
- قصّوا المربّع حسب خطوط التقسيم (إلى مثلّثين وشبهيْ منحرف).
- رتّبوا أجزاء البازل إلى مستطيل قياساته 13 x 5،

ما مساحة المربّع؟ ما مساحة المستطيل؟

ما سرّ التربيعة الّتي أُضيفت؟