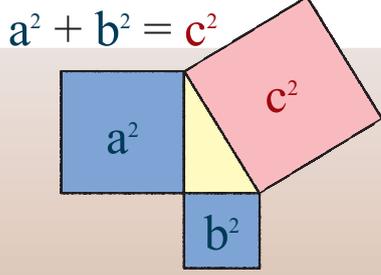
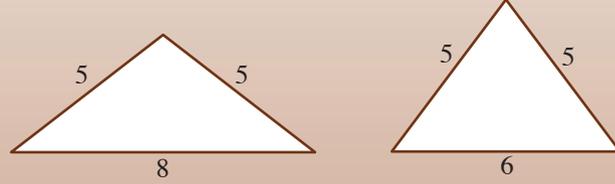


7.3 نظرية فيثاغوروس في مثلث متساوي الساقين



مثلثات متساوية الساقين

أمامكم مثلثان قياساتهما معطاة بالسنتيمترات.



بيّنوا أنّ مساحة كلّ مثلث تساوي 12 سنتيمترًا مربعًا.

1. قصّوا، من ورقة مقسّمة إلى تربيّعات، زوجًا من المثلثات كزوج المثلثات اللّذين يظهران في مهمّة الافتتاحيّة. قصّوا زوجًا إضافيًا من المثلثات المتطابقة لهما. ابنوا مستطيلًا من المثلثات الأربعة.

2. أ. جدوا مثلثين متساويي الساقين إضافيين بحيث تكون مساحة كلّ واحد منهما 12 سنتيمترًا مربعًا. جدوا أطوال أضلعهما وطول الارتفاع من القاعدة. ب. بيّنوا أنّه يمكن بناء مستطيل من هذين المثلثين مع مثلثين متطابقين آخرين.

3. أ. كم مستطيلًا على شكل بازل يمكن أن نبنى، بحيث تكون أطوال أضلعها أعدادًا صحيحة؟ ب. جدوا أطوال أضلاع كلّ زوج من المثلثات التي تكوّن هذه المستطيلات؟

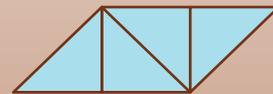
مثلثات متساوية الساقين وقائمة الزاوية



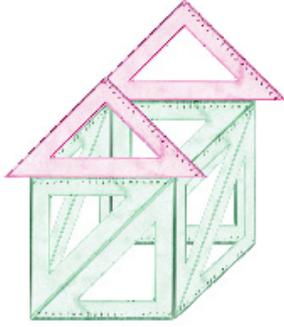
إذا قمنا بقصّ مربعين متطابقين (طول ضلع كلّ منهما وحدة واحدة) على طول قطر كلّ واحد منهما فإنّنا نحصل على 4 مثلثات متساوية الساقين وقائمة الزاوية.

يمكن أن نرتّب المثلثات إلى جانب بعضها (بحيث تكون الأضلاع متجاورة على طولها) بطرق مختلفة.

مثال:



4. جدوا أشكالاً غير متطابقة كثيرة (قدر الإمكان) تنتج من ترتيب المثلثات الأربعة بشكل متجاور.
أ. أرسموا الأشكال في دفاتركم.



- ب. سجّلوا بجانب كل شكل محيطه بالصورة $a + b \cdot \sqrt{2}$.
ت. ما هي الأشكال الشاذة؟ اشرحوا.
ث. ما المشترك لجميع الأشكال ذات نفس المحيط؟

5. اشرحوا سبب كون الأعداد التي سجّلتموها بدلاً من a و b هي زوجية دائماً؟

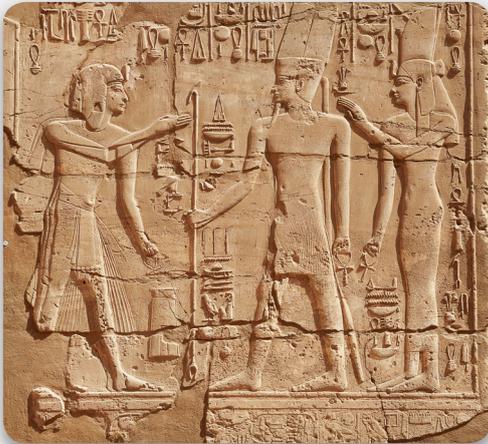
6. قصّوا 6 مثلثات متساوية الساقين وقائمة الزاوية متطابقة بحيث يكون طول قوائمها وحدة واحدة.
إبحثوا في المحيطات التي تنتج. أكتبوها بالصورة $a + b \cdot \sqrt{2}$.
صنّفوا الأشكال التي حصلتم عليها حسب محيطها.
أرسموا أمثلة لكل محيط.



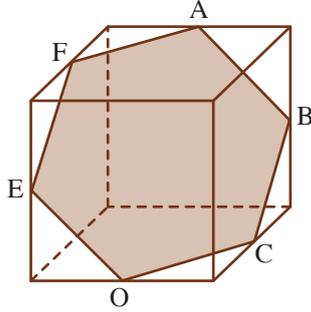
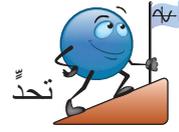
استعملنا حتى الآن نظرية فيثاغوروس التي تدّعي: أنه في كل مثلث قائم الزاوية، طول قائمها a و b وطول وتره c ، يتحقّق ما يلي: $a^2 + b^2 = c^2$.

نستعمل الآن نظرية عكسية لنظرية فيثاغوروس: إذا كانت أطوال أضلاع المثلث a, b, c ويتحقّق $a^2 + b^2 = c^2$ فإنّ المثلث قائم الزاوية. هذه النظرية صحيحة أيضاً.

استعمل المصريون القدماء هذه النظرية كي يبنوا زاوية قائمة، وقد احتاجوا زوايا قائمة لبناء الأهرامات ولاحتياجات زراعية. غمر النيل كلّ سنة الحقول ومحا إشارات تقسيم الحقول إلى قطع أراضٍ. طُلب من موظفي فرعون أن يقيسوا قطع الأراضي المغمورة بالماء كي يحدّدوا مقدار الضريبة التي يجب دفعها لفرعون حسب قياسات الأرض التي



لم تُمخّ حدودها، وكان يجب عليهم أن يُعيدوا وضع إشارات تقسيم الحقول. احتاج موظفو القياسات إلى مثلثات قائمة الزاوية لتنفيذ القياسات والحسابات. لبناء هذه المثلثات، استعمل موظفو القياسات جبلاً، وقد قسّموه إلى 12 قطعة بواسطة عُقد كانت على أبعاد متساوية عن بعضها. وقد أنتجوا من محيط 12 قطعة متساوية مثلثاً أطوال أضلاعه 3 قطع و 4 قطع و 5 قطع، وهذا المثلث قائم الزاوية بالطبع.



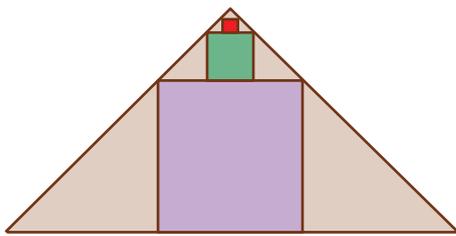
7. يوجد مسدس BCDEF داخل مكعب طول ضلعه وحدة واحدة، حيث يقع كل رأس من رؤوس المسدس في منتصف كل ضلع (حرف) من أضلاع المكعب. جدوا محيط الشكل السداسي ومساحته.



1. أ. أرسموا، في هيئة المحاور، النقاط الآتية، بحيث تكون الوحدات على المحورين متساوية في الطول:
 $D(0, -5)$ ، $C(5, -5)$ ، $B(10, 7)$ ، $A(2, 13)$
 $G(-6, 13)$ ، $F(-6, 11)$ ، $E(-9, 7)$
ب. جدوا محيط الشكل السباعي ABCDEFG بوحدة هيئة المحاور.
ت. جدوا مساحة الشكل السباعي بوحدة تربيعية لهيئة المحاور. اعرضوا طريقة حسابكم.

2. رُسم مثلث متساوي الساقين في هيئة محاور فيها طول كل وحدة هو واحد سنتيمتر. يقع رأسا زاويتي القاعدتين في النقطتين $(18, 0)$ ، $(-18, 0)$. محيط المثلث 96 وحدة. في أي نقطة يقع رأس زاوية الرأس؟

3. رُسم مثلث في هيئة محاور فيها طول كل وحدة هو واحد سنتيمتر. إثنان من رؤوسه هما $(16, 0)$ ، $(-9, 0)$ ، ويقع الرأس الثالث على محور y . مساحة المثلث هي 150 سنتيمترًا مربعًا.
أ. جدوا إحداثيي الرأس الثالث للمثلث.
ب. جدوا أطوال أضلاع المثلث.



بُني برج من مربعات داخل مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية. يقع أحد أضلاع المربع الكبير على وتر المثلث. يوجد لكل مربع رأسان يقعان على قائمي المثلث. رُسمت ثلاثة مربعات فقط، لكن يوجد في البرج عدد لا نهائي من المربعات التي تصغر تدريجيًا. أي قسم من المثلث يحتل البرج؟