



## الوحدة التاسعة: أعداد فيبوناتشي

### 9.1 إلى الأرانب مع خالص الحب

صدر قبل حوالي 800 سنة كتاب عالم الرياضيات فيبوناتشي (Fibonacci) الذي تظهر فيه القصة التالية:

رَبِّي شخص معيّن في حقل مسيَّح زوجًا من الأرانب (ذكر وأنثى) وُلدا الآن. أراد أن يفحص كم زوجًا من الأرانب سيكون بعد مرور سنة؟ نفترض أن:

- زوجًا بالغًا من الأرانب يُنجب زوجًا إضافيًا (ذكر وأنثى) كلّ شهر.
- الزوج يصبح بالغًا بعد مرور شهرين منذ ولادته.
- الأرانب لا تموت بتاتًا في هذع الفترة.

نبحث عملية تغيّرات عدد أزواج الأرانب، ونفحص كم زوجًا من الأرانب يكون بعد سنة؟

#### كم زوجًا من الأرانب؟

1. كم زوجًا من الأرانب سيكون بعد سنة واحدة؟

يمكنكم الاستعانة بالجدول التالي (حلّوا من اليسار إلى اليمين):

عدد كلّ الأزواج	الأزواج البالغة (عمرها شهران أو أكثر)	أزواج عُمرها شهر	الأزواج التي تولد	بداية الشهر الـ
1	0	0	1	1
1	0	1	0	2
2	1	0	1	3
3	1	1	1	4
	2	1	2	5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13

متوالية أعداد فيبوناتشي هي متوالية أعداد تدل على عدد كلّ أزواج الأرانب كلّ شهر (العمود الأيمن في الجدول).

2. أ. سجّلوا الأعداد العشرة الأولى في متوالية أعداد فيبوناتشي.  
 ب. جدوا صفتين مثيرتين للاهتمام في متوالية فيبوناتشي. يمكن الاستعانة بالجدول أيضًا.  
 ت. حاولوا أن تعرّفوا متوالية فيبوناتشي بطريقة أخرى.  
 ث. أيّ أعداد أكثر من بين الأعداد الـ 20 الأولى في متوالية فيبوناتشي: أعداد زوجية أم أعداد فردية؟ اشرحوا لماذا.  
 ج. حدّدوا هل الأعداد التالية، في المتوالية، زوجية أم فردية:  
 - العدد ثلاثون في المتوالية.  
 - العدد مائة في المتوالية.  
 - العدد مائتان في المتوالية.

3. انسخوا الجدول التالي، في دفاتركم، وأكملوا أعدادًا مناسبةً للأماكن المشار إليها بنجمة.

عدد كلّ الأزواج	الأزواج البالغة (عمرها شهران أو أكثر)	أزواج عُمرها شهر	الأزواج التي تولد	بداية الشهر الـ
*				25
*				26
*				27
317,811	*	*	*	28
514,229	*	*	*	29
*	*	*	*	30
*				31



زاوية الحاسوب

4. كرّروا، في الجدول الإلكتروني، جدول المهمة 2، وافحصوا بمساعدته إجابات المهام التالية 2، 3، ج و 3.  
 5. انسخوا الجدول التالي، في دفاتركم، وأكملوه بمساعدة المتغيّرين a و b، إذا كان معلومًا أنّ سطور الجدول تمثّل أشهر متتالية.

عدد كلّ الأزواج	الأزواج البالغة (عمرها شهران أو أكثر)	أزواج عُمرها شهر	الأزواج التي تولد
			a
	b		

## كأنها متوالياً فيبوناتشي

المتوالياً في المهامّ التالية ليست متوالياً فيبوناتشي، لكنها تتصرف حسب قانونيّة متوالية فيبوناتشي، كلّ حدّ باستثناء الحدّ الأوّل والثاني هو مجموع الحدّين السابقين له.

6. أكملوا، في دفاتركم، المتوالياً التالية التي تتصرّف حسب قانونيّة متوالية فيبوناتشي.

أ.  $3, -4, \_, \_, \_, \_, \_$

ب.  $\_, \_, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \_, \_$

ت.  $3\frac{1}{4}, \_, \frac{1}{2}, \_, \_, \_, \_$

ث.  $-9, \_, \_, \_, -5, \_, \_$

ج.  $\_, 2, \_, \_, \_, \_, 3$

7. أكملوا، في دفاتركم، المتوالياً التالية التي تتصرّف حسب قانونيّة متوالية فيبوناتشي.

أ.  $\_, 2m, d, \_, \_, \_, \_$

ب.  $a, \_, 0.5a + b, \_, \_, \_, \_$

ت.  $\_, x, \_, \_, y, \_, \_$

ث.  $c, d, \_, \_, \_, \_, \_$

ج.  $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}, \_, \_, \_, \_, \_$

ح.  $\_, \frac{1}{x-1}, \_, \frac{1}{x+1}, \_, \_, \_$

8. في المتوالية التالية التي تتصرّف حسب قانونيّة متوالية فيبوناتشي، تبدّل إشارات الأعداد الأولى بالتناوب.

$25, -, 16, 9, -, 7, 2, -, 5, \dots$

أعطوا مثلاً لمتوالية من هذا النوع، بحيث تحتوي على العدد الأكبر للأعداد التي تتبدل إشاراتها بالتناوب.



ليوناردو مبيزا (Leonardo da Pisa, 1170-1250) الملقب Fibonacci (ابن بونتشي) من كبار الرياضيين في العصور الوسطى. كان والده تاجرًا يتنقل كثيرًا بين إيطاليا وشمال إفريقيا. لهذا السبب تربّى ليوناردو في شمال إفريقيا، التقى مع علماء عرب كثيرين، وتعلّم منهم طرقهم الحسابية. اتّضح أنّ هذه الطرق كانت الأكثر تقدّمًا في فترته. ففي أعقاب الكتاب الذي ألفه تغيّرت الطريقة الرومانية في الغرب إلى الطريقة العشرية. أبدع ليوناردو في حلّ مسائل نظرية الأعداد.



### نحافظ على لياقة رياضية

1. أ. اقترحوا ثلاث طرق مختلفة لحلّ التمرين  $6\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$  دون استعمال الآلة الحاسبة.  
ب. سجّلوا قوانين الحلّ لكلّ طريقة.  
ت. سجّلوا لكلّ طريقة على ماذا تعتمد؟ ولماذا تُعتبر صحيحة؟

2. اقترحوا طريقتين مختلفتين لتبسيط التعبير  $(a-1)\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a+1}{a^2-1}\right)$   $a \neq \pm 1$ .  
ب. سجّلوا قوانين الحلّ لكلّ طريقة.  
ت. سجّلوا لكلّ طريقة على ماذا تعتمد؟ ولماذا تُعتبر صحيحة؟



### أحجية

يجب على رائدة أن تصعد 18 درجة كي تصل بيتها. من حين إلى آخر تقفز رائدة وتصعد درجتين معًا. بكم طريقة مختلفة تستطيع رائدة أن تصعد إلى بيتها عندما تصعد في كلّ خطوة درجة واحدة أو اثنتين؟  
إرشاد: ارمزوا إلى الدرج بأعداد ترتيبية، وسجّلوا متواليّة لعدد الطرق التي تستطيع رائدة أن تصعد فيها كلّ درجة في طريقها إلى بيتها.